



**PROJETO DE GRADUAÇÃO**

**ANÁLISE EXPERIMENTAL DE  
BALANCEAMENTO DE ROTORES PELO  
MÉTODO DE OTIMIZAÇÃO “FOUR RUN  
METHOD ACCELERATED”**

Por,  
**Rafael Nóbrega Campos**

**Brasília, 21 de Junho de 2017**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
Faculdade de Tecnologia  
Departamento de Engenharia Mecânica

## PROJETO DE GRADUAÇÃO

# ANÁLISE EXPERIMENTAL DE BALANCEAMENTO DE ROTORES PELO MÉTODO DE OTIMIZAÇÃO “FOUR RUN METHOD ACCELERATED”

POR,

**Rafael Nóbrega Campos**

Relatório submetido como requisito parcial para obtenção  
do grau de Engenheiro Mecânico.

### **Banca Examinadora**

Prof. Marcus Vinicius Girão de Moraes, UnB/ ENM  
(Orientador)

Eng. Joaquim Pinheiro de Oliveira Neto, Eletronorte  
(Co-Orientador)

Prof. Marcela Rodrigues Machado, UnB/ ENM

---

---

---

Brasília, 21 de Junho de 2017

---

## RESUMO

O desbalanceamento é uma das principais causas de falha durante a operação de máquinas rotativas. A distribuição desigual de massa na estrutura dos rotores cria pontos pesados que devem ser eliminados por gerarem carga excessiva nos mancais. Para tal, métodos de balanceamento são aplicados como forma de eliminar as assimetrias dos rotores de forma eficiente, minimizando o tempo de parada do maquinário. O Método das Quatro Voltas Acelerado, apresentado por Oliveira (2016), utiliza um procedimento de otimização baseado no método de Monte Carlo para a obtenção do balanceamento com apenas três partidas do rotor, conferindo rapidez e precisão ao processo. O presente trabalho realiza a verificação do sucesso do método através de análises numérica e experimental. O procedimento numérico é feito através de modelagem matemática do rotor rígido com massa desbalanceada e a análise experimental utiliza bancada de testes adaptada para a medição de amplitudes de vibração. Os resultados encontrados, sob diversas condições de distribuição de massa no rotor e escolha da massa de testes, permitem concluir que o balanceamento dos rotores ocorre de forma bem-sucedida após a realização de três acionamentos do rotor. A adoção de massa de testes compatível com o sistema analisado, seu posicionamento em relação ao ponto desbalanceado e a velocidade de operação do rotor são condições essenciais para eliminação do quarto acionamento do rotor, conforme estipulado pelos índices de precisão e confiabilidade estabelecidos para o método. São propostas ainda alterações no procedimento de otimização usado, visando a redução de sua exigência computacional com a manutenção da exatidão de balanceamento verificada.

**Palavras-chave:** Balanceamento de rotores; Método de otimização; Método das Quatro Voltas

---

## ABSTRACT

Rotating unbalance is among the main causes of failure during the operation of rotating machinery. The uneven distribution of mass on the structure of the rotors creates heavy spots, which must be eliminated to avoid generating excessive load on the rotor bearings. For such purpose, methods of rotor balancing are deployed to correct the asymmetric distribution of mass in an efficient way, reducing the time when the machinery is out of service. The Four Run Method Accelerated presented by Oliveira (2016) uses an optimization process based on the Monte Carlo Method to balance the rotor with only three trial runs, providing quickness and accuracy to the procedure. This study aims to verify the performance of the method using numerical and experimental analysis. The numerical procedure is conducted with the creation of a mathematical model of a rigid rotor with an associated unbalance and the experimental analysis uses an experimental bench to measure the amplitudes of vibration. The results achieved under diverse combinations of mass distribution in the rotors and choice of the trial masses allow to imply that the rotors are successfully balanced with three trial runs. The use of trial masses compatible with the analyzed systems, their distance to the unbalanced point and the operating speed of the rotor are essential conditions to mitigate the need of the fourth trial run, as specified by the precision and reliability indexes defined for the method. Changes on the optimization procedure used are proposed aiming to reduce the computational requirements and maintain the verified balancing accuracy.

**Keywords:** Rotor balancing; Optimization method; Four Run Method

# SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
1.1 MOTIVAÇÃO	2
1.2 OBJETIVOS	2
1.2.1 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	3
1.3 METODOLOGIA	3
1.4 PLANO DA DISSERTAÇÃO	4
<b>2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>	<b>5</b>
2.1 INTRODUÇÃO	5
2.2 CAUSAS DO DESBALANCEAMENTO	5
2.3 TIPOS DE DESBALANCEAMENTO	6
2.3.1 DESBALANCEAMENTO ESTÁTICO	6
2.3.2 DESBALANCEAMENTO DINÂMICO	7
2.4 ROTORES RÍGIDOS E ROTORES FLEXÍVEIS	7
2.5 QUALIDADE DE BALANCEAMENTO	8
2.6 MÁQUINAS BALANCEADORAS	9
2.7 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	9
<b>3 MÉTODOS DE BALANCEAMENTO DE ROTORES</b>	<b>13</b>
3.1 MÉTODO DAS QUATRO VOLTAS	13
3.2 MÉTODO DAS QUATRO VOLTAS ACELERADO (FOUR RUN ACCELERATED METHOD)	16
3.2.1 ÍNDICES DE PRECISÃO E CONFIABILIDADE	20
3.2.2 MÉTODO DE OTIMIZAÇÃO DO MQVA	23
<b>4 ANÁLISE DE CASOS NUMÉRICOS</b>	<b>26</b>
4.1 INTRODUÇÃO	26
4.2 MODELAGEM MATEMÁTICA	26
4.3 ROTOR ISOTRÓPICO RÍGIDO COM MANCAIS ISOTRÓPICOS FLEXÍVEIS	28
4.4 ROTOR ISOTRÓPICO RÍGIDO COM MANCAIS ANISOTRÓPICOS FLEXÍVEIS	29
4.5 DEFINIÇÃO DOS ENSAIOS	31
4.6 RESULTADOS	36
4.6.1 BALANCEAMENTO COM TRÊS VOLTAS	36
4.6.2 BALANCEAMENTO COM QUATRO VOLTAS	45
4.6.3 INFLUÊNCIA DO RUÍDO NO BALANCEAMENTO	53
<b>5 ENSAIOS EXPERIMENTAIS</b>	<b>56</b>
5.1 MONTAGEM DA BANCADA EXPERIMENTAL	56
5.2 DESCRIÇÃO DO PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL	59
5.3 CADEIA DE AQUISIÇÃO DE DADOS	60
5.4 DESCRIÇÃO DOS ENSAIOS E RESULTADOS	62
5.4.1 BALANCEAMENTO COM TRÊS VOLTAS	63
5.4.2 VARIAÇÃO DA VELOCIDADE DO ROTOR	66
5.4.3 BALANCEAMENTO COM QUATRO VOLTAS	71
5.5 INFLUÊNCIA DO NÍVEL DE VIBRAÇÃO ORIGINAL	73
<b>6 ALTERAÇÕES PARA O PROGRAMA DE OTIMIZAÇÃO DO BALANCEAMENTO</b>	<b>76</b>
6.1 INCREMENTO DE MASSA	76
6.2 INCREMENTO DE ÂNGULO	77
6.3 LIMITAÇÃO DO NÚMERO MÁXIMO DE ITERAÇÕES	79
6.4 TESTE DE IMPLANTAÇÃO DAS ALTERAÇÕES	81
<b>7 CONCLUSÃO</b>	<b>82</b>
<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>84</b>
<b>ANEXOS</b>	<b>85</b>

# LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Desbalanceamento estático (Tecnobal, adaptado) .....	7
Figura 2. Desbalanceamento dinâmico (Sousa, 2005 adaptado) .....	7
Figura 3. Métodos de balanceamento de rotores (Zhou & Shi, 2001 adaptado) .....	11
Figura 4. Representação gráfica da primeira volta do MQV .....	13
Figura 5. Definição das posições de adição das massas de teste .....	13
Figura 6. Representação gráfica da segunda volta do MQV .....	14
Figura 7. Representação gráfica da terceira volta do MQV .....	14
Figura 8. Representação gráfica da quarta volta do MQV .....	15
Figura 9. Esquema de balanceamento pelo MQV .....	15
Figura 10. Região de interseção entre as curvas (PRÜFTECHNIK LTD, 2002) .....	16
Figura 11. Representação gráfica da primeira volta do MQVA .....	17
Figura 12. Disposição das massas de testes para o MQVA .....	17
Figura 13. Representação gráfica da segunda volta do MQVA .....	18
Figura 14. Representação gráfica da terceira volta do MQVA .....	18
Figura 15. Representação gráfica do MQVA (Oliveira, 2016 adaptado) .....	19
Figura 16. Representação gráfica da quarta volta do MQVA .....	20
Figura 17. Representação gráfica do MQVA após quatro voltas .....	20
Figura 18. Indicador de precisão do MQVA (Oliveira, 2016) .....	21
Figura 19. Possibilidades de execução do MQVA (Oliveira, 2016 adaptado) .....	22
Figura 20. Fluxograma de funcionamento do método de otimização .....	24
Figura 21. Representação das forças atuantes no rotor .....	27
Figura 22. Fluxograma de realização dos ensaios numéricos .....	31
Figura 23. Descrição dos ensaios propostos .....	34
Figura 24. Massa de correção para os ensaios 1, 2 e 3 .....	38
Figura 25. Ângulo encontrado para os ensaios 1, 2 e 3 .....	38
Figura 26. Massa encontrada para os ensaios 4 e 5 .....	40
Figura 27. Ângulos encontrados para os ensaios 4 e 5 .....	40
Figura 28. Massa encontrada para os ensaios 6, 7 e 8 .....	41
Figura 29. Ângulo encontrado para os ensaios 6, 7 e 8 .....	42
Figura 30. Ensaio 6 com variação da frequência de rotação .....	43
Figura 31. Massas encontrados para os ensaios 9 e 10 .....	44
Figura 32. Ângulos encontrados para os ensaios 9 e 10 .....	44
Figura 33. Resultados de massa de correção com 3 e 4 voltas para o ensaio 1 .....	46
Figura 34. Resultados do ângulo com 3 e 4 voltas para o ensaio 1 .....	47
Figura 35. Resultados de massa de correção com 3 e 4 voltas para o ensaio 3 .....	48
Figura 36. Resultados de ângulo com 3 e 4 voltas para o ensaio 3 .....	48
Figura 37. Resultados de massa de correção com 3 e 4 voltas para o ensaio 6 .....	49
Figura 38. Resultados de ângulo com 3 e 4 voltas para o ensaio 6 .....	50
Figura 39. Resultados de massa de correção com 3 e 4 voltas para o ensaio 8 .....	51
Figura 40. Resultados de ângulo com 3 e 4 voltas para o ensaio 8 .....	51
Figura 41 - Resultados de massa de correção com 3 e 4 voltas para o ensaio 9 .....	52
Figura 42. Resultados de ângulo com 3 e 4 voltas para o ensaio 9 .....	53
Figura 43. Massa encontrada para o ensaio 2 com adição de ruído .....	54
Figura 44. Ângulo encontrado para o ensaio 2 com adição de ruído .....	55
Figura 45. Bancada experimental para os ensaios .....	56
Figura 46. Imagem frontal do disco utilizado .....	58
Figura 47. Inversor de frequências VLT 2800 (Fabricante: Danfoss) .....	58
Figura 48. Posicionamento do anel elástico na montagem .....	59
Figura 49. Composição das massas de testes usadas .....	60
Figura 50. Posicionamento do acelerômetro na bancada .....	61
Figura 51. Projeto no LabView para aquisição dos dados .....	62
Figura 52. Esquema de ensaios experimentais .....	63
Figura 53. Exatidão do balanceamento para um ângulo de alta precisão .....	64

Figura 54. Exatidão do balanceamento para um ângulo de baixa precisão.....	65
Figura 55. Ensaio experimentais com variação da velocidade de rotação .....	66
Figura 56. Comportamento esperado para os ensaios da seção 5.5.3 .....	67
Figura 57. Resultados do balanceamento com variação de frequência para desbalanceamento de 94 g a 60° .....	68
Figura 58. Resultados do balanceamento com variação de frequência para desbalanceamento de 94 g a 30° .....	68
Figura 59. Resultados do balanceamento com variação de frequência para desbalanceamento de 114 g a 60°.....	69
Figura 60. Resultados do balanceamento com variação de frequência para desbalanceamento de 114 g a 30°.....	69
Figura 61. Densidade espectral para ensaio a 35 Hz (2100 rpm) .....	70
Figura 62. Densidade espectral para ensaio a 40 Hz (2400 rpm) .....	71
Figura 63. Densidade espectral para ensaio a 45 Hz (2700 rpm) .....	71
Figura 64. Ensaio com enfoque no uso da quarta volta.....	72
Figura 65. Evolução dos resultados com adição da quarta volta .....	72
Figura 66. Variação do balanceamento com ajuste da amplitude para massa de 50g.....	74
Figura 67. Variação do balanceamento com ajuste da amplitude para massa de 134g ...	74
Figura 68. Níveis de vibração observados sem a correção do ruído .....	75

# LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Valores de massa de teste e ângulos impostos aos testes .....	35
Tabela 2. Valores de velocidade de rotação submetidos aos ensaios.....	36
Tabela 3. Valores de ângulos submetidos aos ensaios .....	36
Tabela 4. Valores de massa de testes submetidos aos ensaios .....	36
Tabela 5. Condições testadas no balanceamento com três voltas .....	37
Tabela 6. Condições testadas no balanceamento com três voltas .....	45
Tabela 7. Estudo da influência do ruído .....	53
Tabela 8. Análise da alteração no incremento de massa - Ensaio com 3 voltas .....	77
Tabela 9. Análise da alteração no incremento de massa - Ensaio com 4 voltas .....	77
Tabela 10. Análise da alteração no incremento de ângulo - Ensaio com 3 voltas .....	78
Tabela 11. Análise da alteração no incremento de ângulo - Ensaio com 4 voltas .....	78
Tabela 12. Análise da alteração no número máximo de iterações - Ensaio com 3 voltas.....	79
Tabela 13. Análise da alteração no número máximo de iterações - Ensaio com 4 voltas.....	79
Tabela 14. Teste de novos valores para o total de iterações - Ensaio com 3 voltas.....	80
Tabela 15. Teste de novos valores para o total de iterações - Ensaio com 4 voltas.....	80
Tabela 16. Resumo das alterações propostas .....	81
Tabela 17. Comparação entre os resultados após a adoção das alterações - Ensaio com 3 voltas.....	81
Tabela 18. Comparação entre os resultados após a adoção das alterações - Ensaio com 4 voltas.....	81

# LISTA DE SÍMBOLOS

## Símbolos Latinos

$A$	Amplitude de vibração	[m]
$A_S$	Amplitude do vetor solução	[m]
$c$	Amortecimento	[N.s/m]
$e$	Excentricidade	[m]
$e_{per}$	Desbalanceamento residual específico permissível	[mm]
$f$	Constante de identificação do ruído	
$F_C$	Força centrífuga	[N]
$k$	Constante de rigidez	[N/m]
$k_a$	Constante de proporcionalidade entre força e vibração	[N/m]
$m$	Massa do rotor	[kg]
$M_{COMB}$	Massa combinada	[kg]
$M_D$	Massa excêntrica de desbalanceamento	[kg]
$M_R$	Massa relativa	[kg]
$M_T$	Massa de testes	[kg]
$M_S$	Massa de correção	[kg]
$M_V$	Massa de verificação	[kg]
$n_{AL}$	Número aleatório que compõe o ruído	
$T_S$	Ângulo de correção	[°]
$U_{per}$	Desbalanceamento residual permissível	[g.mm]
$V$	Nível de vibração medido	[m]
$x_r$	Amplitude de resposta com adição de ruído	[m]

## Símbolos Gregos

$\beta$	Ângulo de fase	[°]
$\Delta$	Perturbação aplicada no método iterativo de balanceamento	
$\theta$	Ângulo entre a massa de testes e a massa excêntrica	[°]
$\zeta$	Coefficiente de amortecimento	
$\omega$	Velocidade angular	[rad/s]
$\omega_n$	Frequência natural	[rad/s]

## Grupos Adimensionais

$B$	Precisão do Balanceamento	
$Cond$	Condição de parada do método de otimização	
$D$	Função objetivo do procedimento de balanceamento	

## Siglas

MQV	Método das Quatro Voltas	
MQVA	Método das Quatro Voltas Acelerado	



# 1 INTRODUÇÃO

Rotores são elementos presentes em máquinas rotativas responsáveis pela produção do movimento de rotação. São compostos por um eixo principal apoiado em mancais, sendo adicionados outros elementos de acordo com a aplicação desejada. Uma grande variedade de máquinas possui rotores em sua estrutura, tais como bombas, compressores, geradores, máquinas de usinagem, entre outros exemplos presentes em diversos tipos de aplicações industriais.

Por serem elementos móveis de grande importância, os rotores são submetidos a constante inspeção e manutenção a fim de verificar o estado de seus componentes e manter seu bom funcionamento. Quebras em equipamentos causadas por falhas em rotores causam prejuízos relevantes e perda de faturamento. Por isso, estudos relacionados ao comportamento de rotores são constantemente realizados.

Entre os problemas que resultam em falhas de máquinas rotativas estão: (a) o desbalanceamento, causado pela distribuição não-uniforme de massa na estrutura do rotor; (b) o desalinhamento, quando não há colinearidade entre o eixo do rotor e o de mancais ou acoplamentos; (c) folgas entre peças; (d) problemas de natureza elétrica, dentre outros. Everett (1987) relaciona vibrações originadas pelo desbalanceamento como causa de aproximadamente 80% dos problemas encontrados em máquinas rotativas.

Pereira (2005) enumera os estudos mais frequentemente realizados na análise do comportamento dinâmico de rotores:

- Previsão das velocidades críticas;
- Modificações de projeto de forma a alterar as velocidades críticas;
- Prever as frequências naturais de vibrações torcionais;
- Prever as amplitudes de vibração causadas pelo desbalanceamento do rotor;
- Calcular as massas de correção e suas localizações a partir de dados de vibração: Balanceamento de rotores;
- Prever as frequências de vibração nas instabilidades dinâmicas;
- Modificações de projeto para eliminar instabilidades dinâmicas.

O balanceamento é realizado atualmente através do uso de máquinas balanceadoras, equipamentos desenvolvidos especificamente para este fim. Alternativamente, adotam-se técnicas que permitem a correção da distribuição de massa com o rotor instalado na máquina em que opera, o balanceamento de campo. Com a maior facilidade para acesso aos instrumentos de medição de vibração e softwares de análises de dados, as empresas podem realizar o balanceamento de campo a um custo relativamente baixo e, por isto, a adesão à realização deste método tem crescido largamente.

## 1.1 MOTIVAÇÃO

O balanceamento de rotores é feito com o acréscimo de massa em posições específicas de um rotor, determinadas pelo método de correção utilizado. O Método dos Coeficientes de Influência, apresentado por Hopkirk (1935), é a técnica mais utilizada na indústria atualmente e necessita de medições da amplitude de vibração e do ângulo de fase do desbalanceamento. A obtenção de resultados satisfatórios em tal método demanda a medição do ângulo de fase que pode ser difícil de ser obtida se o maquinário opera em velocidades próximas à ressonância. Além disso, a proximidade em relação a outros equipamentos pode prejudicar a medição feita pelo transdutor de fase (Everett, 1987).

Aplicações de baixa complexidade como ventiladores e rodas de carro não exigem um balanceamento de alta precisão e são periodicamente submetidas à inspeção, devido à constante alteração na distribuição de massa provocada pelas condições em que operam. Para tal maquinário, técnicas como o Método do Coeficiente de Influência são usadas e não há uma preocupação excessiva em otimizar o processo de balanceamento.

Entretanto, equipamentos de grande porte como turbinas hidráulicas e a gás requerem um balanceamento com grau de qualidade elevado. Em tais casos, o desenvolvimento de técnicas para otimizar o processo é crítico, pois qualquer acionamento em excesso representa um custo adicional considerável. Além disso, os rotores de tais equipamentos são comumente balanceados apenas antes de serem postos em operação devido à dificuldade de se testar frequentemente máquinas de tal dimensão.

Para as aplicações de alta precisão, uma alternativa ao Método dos Coeficientes de Influência no balanceamento de rotores rígidos é o Método das Quatro Voltas (MQV), um método gráfico que dispensa a medição do ângulo de fase. A técnica exige quatro acionamentos do sistema, ou voltas, com medição da amplitude da vibração em cada um deles, demandando um maior tempo para sua realização e podendo torná-lo menos vantajoso.

Como forma de aumentar a eficiência do MQV, Oliveira (2016) apresenta o *Four Run Method Accelerated*, ou Método das Quatro Voltas Acelerado (MQVA), que possibilita a determinação da massa de correção e de seu posicionamento com um acionamento a menos. O autor faz uso de resultados de testes computacionais e verifica a exatidão dos resultados do método para diferentes características dos rotores.

## 1.2 OBJETIVOS

O presente trabalho visa analisar o Método das Quatro Voltas Acelerado por meio da realização de estudos de casos numéricos, usando a modelagem matemática de rotores rígidos e experimentais com realização de testes em bancada experimental adaptada, verificando a eficácia do método na redução do desbalanceamento de rotores sob diversas condições de ensaio.

## 1.2.1 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Representação matemática de desbalanceamento em rotor rígido;
- Verificação do atendimento aos índices de qualidade definidos para o MQVA;
- Análise da influência de um ruído numérico no sinal de vibração;
- Proposta de alterações no programa de otimização do MQVA buscando a melhoria de seu desempenho computacional;

## 1.3 METODOLOGIA

O projeto é desenvolvido, inicialmente, através do estudo bibliográfico das técnicas de balanceamento de rotores em campo com enfoque no MQVA da modelagem de rotores rígidos com a aplicação de forças externas e de normas técnicas relacionadas ao balanceamento.

A análise numérica do método em estudo é feita com o desenvolvimento de uma rotina computacional para a modelagem de sistemas rotativos com um e dois graus de liberdade submetidos a um desbalanceamento conhecido. A rotina permite a obtenção da amplitude de vibração de rotores, modelados como sistemas massa-mola-amortecedor, sobre os quais são aplicadas forças externas devido à presença de massa desbalanceada.

Para cada acionamento previsto para o rotor durante a execução do balanceamento, as condições de forçamento no sistema modelado são alteradas e são geradas amplitudes de vibração distintas no código computacional desenvolvido. Tais amplitudes, ao serem inseridas no script de balanceamento do MQVA, fornecem os resultados do cálculo da massa de correção do desbalanceamento e do seu ângulo de posicionamento.

A definição do MQVA estabelece os índices de precisão e confiabilidade que tratam da definição de intervalos aceitáveis com relação à magnitude da massa de testes e a seu posicionamento para a obtenção de resultados de melhor qualidade. A influência de tais condições no sucesso do balanceamento é verificada com as variações das condições de ensaio.

Os ensaios experimentais são feitos em bancada adaptada para o estudo de rotores rígidos, as condições de desbalanceamento desejadas são reproduzidas e um sistema de aquisição e processamento de dados é utilizado para armazenar e condicionar os dados coletados. Analogamente aos ensaios numéricos, as amplitudes de vibração medidas são fornecidas ao script de balanceamento para o cálculo do peso e posicionamento da massa de correção necessária.

Nos ensaios elaborados, o balanceamento é realizado para um desbalanceamento imposto de valor conhecido, abrangendo cenários em que se esperam alta e baixa precisão dos resultados. Os parâmetros variados na execução dos ensaios são o valor do desbalanceamento aplicado, o peso e a posição da massa de testes e a velocidade de rotação do rotor. O objetivo é realizar uma comparação entre a teoria do

MQVA e os valores obtidos e entender a influência de cada uma das variáveis escolhidas sobre os resultados encontrados.

Por último, a eficiência do algoritmo de otimização que compõe o MQVA é analisada e são propostas mudanças na estrutura do script para a redução do tempo computacional gasto com a manutenção da qualidade dos resultados atingidos.

## **1.4 PLANO DA DISSERTAÇÃO**

No capítulo 2 é feita a apresentação de conceitos teóricos do balanceamento de rotores. Serão revisados os tipos de desbalanceamento considerados no presente trabalho, suas principais causas e as normas técnicas existentes que limitam faixas de desbalanceamento aceitáveis para a operação de maquinário rotativo. O capítulo contém revisão bibliográfica da modelagem de rotores e do seu balanceamento.

No terceiro capítulo, aprofunda-se o estudo sobre os métodos de balanceamento de rotores sem medição de ângulo de fase mais comumente utilizados, descrevendo-os e apresentando suas principais aplicações. Nessa etapa, o MQVA é apresentado, conforme definido por Oliveira (2016).

O capítulo 4 inicia-se com a descrição da modelagem feita para os rotores em estudo. São definidas as equações que regem a resposta de rotores isotrópicos apoiados em mancais flexíveis e a estratégia adotada para os ensaios feitos. Os resultados obtidos são apresentados graficamente, permitindo uma comparação do balanceamento verificado quando variadas as condições de ensaio.

O capítulo 5 trata dos ensaios experimentais, identificam-se a descrição da bancada utilizada, das considerações feitas na elaboração do sistema e dos sistemas de aquisição e tratamento de sinais. Os ensaios realizados são definidos e é feita a apresentação e análise dos resultados obtidos.

No sexto capítulo, é dado um enfoque no algoritmo de otimização que compõe o MQVA. Os processos iterativos que o compõem são examinados e alterações são propostas para a melhoria da eficiência computacional do script.

O capítulo 7 apresenta as conclusões extraídas com a realização do projeto e são sugeridos passos futuros que podem ser seguidos na linha de pesquisa de métodos de balanceamento de rotores rígidos.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

*Nesse capítulo são apresentados conceitos relacionados ao balanceamento de rotores e as normas que determinam os níveis aceitáveis de desbalanceamento.*

### 2.1 INTRODUÇÃO

Segundo Hillman (2013), desbalanceamento é a perturbação gerada na movimentação de rotores pela não coincidência do eixo principal de inércia com o eixo de rotação de um rotor. Na realidade, esses eixos nunca se coincidem exatamente, havendo sempre a ocorrência de um desbalanceamento residual. Porém, o objetivo do balanceamento de rotores é reduzir esta condição a um nível em que o funcionamento da máquina rotativa não seja negativamente impactado.

Grim et al (2014) definem o eixo principal de inércia de um rotor como o eixo em torno do qual a distribuição de massa é uniforme. A rotação em torno de tal eixo ocorre de forma perfeitamente balanceada. O eixo de rotação é descrito como a linha central em relação à rotação real do rotor.

Em operação, um rotor sempre está sujeito à força centrífuga. Se a distribuição de massa no corpo do rotor for uniforme, as componentes de tal força atuando sobre direções diferentes na estrutura do rotor se cancelam e não há deslocamento do centro de massa do rotor em relação ao eixo de rotação.

A força centrífuga age sobre o rotor desbalanceado seguindo a expressão enunciada na Eq. (1).

$$F_c = m_D e \omega^2 \quad (1)$$

Na equação (1),  $m_D$  representa a massa excêntrica que origina a força centrífuga, a variável  $e$  é a excentricidade da massa em relação ao eixo de rotação e  $\omega$  indica a velocidade angular na qual o rotor opera.

Na representação gráfica do espectro de frequências de um rotor desbalanceado, identifica-se um pico de amplitude de vibração na frequência de rotação do sistema. Isto caracteriza a operação desbalanceada do rotor.

### 2.2 CAUSAS DO DESBALANCEAMENTO

A vibração causada pelo desbalanceamento medida em rotores representa a junção dos diversos fatores que afetam a distribuição de massa no componente examinado. As causas mais comuns do desbalanceamento são decorrentes de problemas na construção, na montagem ou na operação das máquinas.

O desbalanceamento devido à construção origina-se em decorrência de vazios, furos e porosidade

na estrutura ou de falta de uniformidade na densidade do elemento rotativo. Com relação à montagem, devem ser adotadas tolerâncias dimensionais que evitem o deslocamento radial excessivo entre o eixo rotativo e os rolamentos durante o funcionamento do equipamento. O uso de chavetas e a criação de rasgos para inseri-las também afeta a distribuição de massa no rotor.

Durante a operação contínua por tempo prolongado, fatores como cavitação, corrosão, desgaste e depósito de material devem ser monitorados, pois afetam o comportamento rotativo no longo prazo. O ambiente no qual o maquinário opera é fundamental para o surgimento desses problemas e deve sofrer constantes inspeções.

A escolha da massa de balanceamento deve ser feita de forma cuidadosa. A adição de massas pesadas em pontos específicos do rotor resulta em esforços consideráveis na estrutura e nos apoios que podem comprometer a integridade estrutural da máquina. No equipamento girando em sua velocidade de operação, as vibrações induzidas afetam a estrutura dos mancais de sustentação (Lyons, 1998).

## **2.3 TIPOS DE DESBALANCEAMENTO**

Eisenmann & Eisenmann (1998) dividem os tipos de desbalanceamento de acordo com o posicionamento relativo entre os eixos de inércia e de rotação em quatro tipos: Estático, Acoplado, Dinâmico e Quase-Estático. O desbalanceamento dinâmico é a forma mais geral de desbalanceamento e corresponde à maior parte dos problemas encontrados em máquinas rotativas. Para rotores com discos de pequena espessura em relação a seu raio, considera-se a existência de desbalanceamento estático que apresenta mais fácil correção. Os dois tipos são definidos abaixo:

### **2.3.1 DESBALANCEAMENTO ESTÁTICO**

O desbalanceamento estático ocorre quando o eixo principal de inércia do rotor está deslocado paralelamente em relação ao seu eixo geométrico. A condição recebe esse nome por ser identificada mesmo em um rotor em repouso, onde o ponto com a massa desbalanceada se posiciona na parte inferior do sistema devido à ação da gravidade.

Esse tipo de desbalanceamento é identificado como desbalanceamento em apenas um plano de medição. Sua correção se dá pelo uso de uma massa de correção em apenas um ponto, de forma a cancelar o efeito resultante das massas responsáveis pelo fenômeno.

Mesmo no caso de rotores longos, onde podem haver massas excêntricas em diferentes pontos do equipamento, no caso do desbalanceamento estático seu efeito pode ser compensado pela aplicação de massa de correção em um único ponto. A Figura (1) traz uma representação do desbalanceamento estático onde o eixo principal de inércia está deslocado verticalmente para cima em relação ao eixo de rotação.

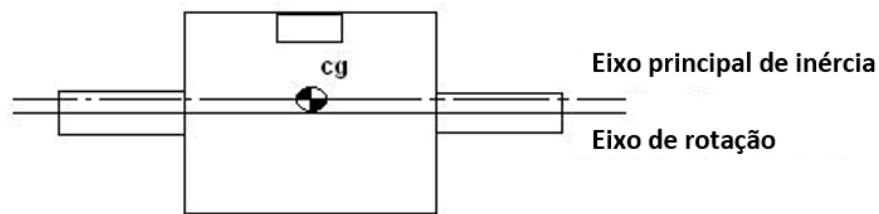


Figura 1. Desbalanceamento estático (Tecnobal, adaptado)

### 2.3.2 DESBALANCEAMENTO DINÂMICO

Grim et al (2014) definem este modo de excitação como o caso mais geral de desbalanceamento, no qual o eixo de inércia do rotor não intercepta o eixo geométrico em nenhum ponto. Este tipo de comportamento é detectado quando há uma combinação entre o desbalanceamento acoplado, correspondente à existência de binário de forças agindo no rotor e o desbalanceamento estático. Sua correção deve se dar pelo cancelamento dos dois efeitos presentes simultaneamente.

A Figura (2) caracteriza esta situação e ilustra a presença dos modos de desbalanceamento estático e acoplado de forma simultânea.

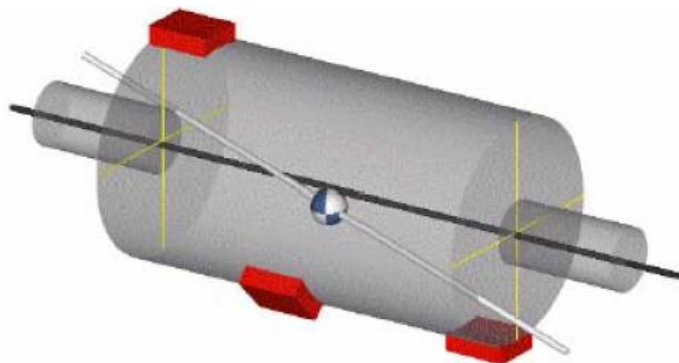


Figura 2. Desbalanceamento dinâmico (Sousa, 2005 adaptado)

## 2.4 ROTORES RÍGIDOS E ROTORES FLEXÍVEIS

Pereira (2005) define que rotores rígidos não sofrem deformações estruturais muito significativas durante a operação. Dessa forma, considera-se que a presença de uma força desbalanceadora faz o conjunto inteiro se movimentar de forma rígida, não havendo uma mudança no formato de sua estrutura. Esse comportamento ocorre quando a operação do rotor é feita em velocidades distantes da velocidade crítica do equipamento. Em contraste, um rotor flexível apresenta frequência de rotação próxima a sua frequência natural, condição que gera deflexões excessivas no eixo e induz forças de alta magnitude nos mancais de sustentação. Se tal regime de funcionamento for mantido por um espaço de tempo prolongado pode causar a falha do sistema.

Um rotor cujo diâmetro é muito elevado em relação a seu comprimento é considerado rígido para

todas as velocidades de trabalho por possuir alto momento de inércia. Para tais casos, a estrutura do equipamento não irá sofrer deformações significativas mesmo se atingida a velocidade crítica de rotação.

Um rotor que gira com velocidade de até 70% de sua frequência natural ou de um de seus harmônicos é considerado rígido. Do ponto de vista do balanceamento, rotores rígidos podem ter sua distribuição de massa corrigida com adição de massa em no máximo dois planos de correção e o procedimento garante o balanceamento em qualquer velocidade de operação. Para um rotor flexível, o número de planos necessários para o balanceamento é determinado de acordo com o modo de vibração testado e a solução encontrada é específica à frequência de rotação em que foi obtida.

## 2.5 QUALIDADE DE BALANCEAMENTO

A eliminação completa da vibração devido ao desbalanceamento não é viável pela necessidade da aquisição de dados muito precisos para descrição do comportamento do rotor, o que encarece o procedimento. Adicionalmente, a existência de fatores externos que se integram ao efeito do desbalanceamento contribui para dificultar a aquisição de um sinal que retrate fielmente a ação da força desbalanceadora.

Por isso, é necessário definir limites para os valores máximos que o desbalanceamento pode assumir na operação dos rotores. Normas que tratam dos critérios de qualidade de acordo com o tipo de aplicação do equipamento rotativo foram estabelecidas e servem como referência para o balanceamento realizado na indústria.

A norma ISO 1940/1 trata dos requerimentos de qualidade de balanceamento em rotores rígidos. No documento são especificados os níveis de tolerância aceitos, com a definição do Grau de qualidade de balanceamento, *Balancing quality grade*, de acordo com a aplicação determinada para cada rotor. O Grau de qualidade de balanceamento corresponde ao produto ( $e_{per} \cdot \omega$ ) representado na norma em [mm/s] e não leva em consideração a massa do rotor verificado. Para o cálculo do Desbalanceamento Residual Permissível em cada aplicação, a equação abaixo é utilizada e seu valor representado tipicamente em [g·mm]:

$$U_{per} = 1000 \frac{(e_{per} \cdot \omega) \cdot m}{\omega} \quad (2)$$

A grandeza  $e_{per}$  é chamada de Desbalanceamento Residual Específico Permissível, o valor da velocidade de rotação  $\omega$  é utilizado em [rad/s] no cálculo e  $m$ , a massa do rotor é usada em [kg]. O resultado  $U_{per}$  representa o máximo valor que o produto da massa excêntrica pelo raio na qual ela está posicionada pode apresentar.

Além da norma ISO 1940/1 que trata apenas de rotores rígidos, a questão do balanceamento é tratada na norma ISO 11342 que define métodos e critérios para o balanceamento de rotores flexíveis.



## 2.6 MÁQUINAS BALANCEADORAS

O balanceamento com máquinas balanceadoras garante a redução do desbalanceamento, enquadrando a vibração do rotor nos limites determinados pela norma ISO 1940/1. Seu uso é preferido para máquinas de grande porte ou que são submetidas a altíssimas rotações, nas quais o balanceamento de campo é de difícil realização.

Diversas empresas fornecem o serviço de balanceamento. Dentre as quais a Balance Technology Inc., que em seu catálogo (Grim et al, 2014) faz a separação das máquinas de balanceamento em duas subcategorias: balanceadoras dinâmicas e balanceadoras estáticas.

As balanceadoras estáticas corrigem especificamente o desbalanceamento estático. Elas aplicam força vertical sobre o centro de massa do rotor para deslocá-lo até seu ponto mais baixo, permitindo a identificação do ponto pesado da máquina.

As máquinas de balanceamento dinâmico são capazes de corrigir todos os tipos de desbalanceamento, conforme identificados na seção 2.3, e determinar a correção a ser feita através da medição da força exercida pela massa excêntrica. As máquinas do referido tipo podem ser distinguidas de acordo com sua velocidade de operação em balanceadoras dinâmicas de suspensão macia e de suspensão dura.

Os equipamentos de suspensão macia fazem o balanceamento com o rotor apoiado em dois mancais, nos quais as amplitudes de vibração são medidas e através da relação entre os valores é possível detectar a posição do ponto pesado da máquina. Essas máquinas giram o rotor em velocidades acima de sua velocidade crítica e seus resultados são válidos apenas nas velocidades nas quais o balanceamento é feito, necessitando de recalibração para testar novos rotores.

As balanceadoras de suspensão dura trabalham em velocidades inferiores à velocidade crítica do sistema. Sua calibração mais robusta e atende a uma maior faixa de velocidades.

## 2.7 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O balanceamento de máquinas rotativas é um assunto que vem sendo estudado largamente com a busca do uso das técnicas já desenvolvidas para a resolução de problemas específicos relacionados a rotores. A adoção de estratégias para otimizar os métodos a fim de torná-los mais rápidos e confiáveis também é objeto de constante estudo devido a seus possíveis impactos na confiabilidade e durabilidade de sistemas rotativos.

A modelagem correta dos rotores permite que testes teóricos sejam feitos para avaliação e comparação da exatidão das técnicas de balanceamento. Possibilita também determinar quais características constitutivas dos rotores podem ser alteradas visando o aumento de sua estabilidade e em quais velocidades os efeitos do desbalanceamento são mais prejudiciais.

Rangel Junior (2008) faz uma análise do comportamento rotodinâmico de rotores não-amortecidos em diversas configurações construtivas voltada para observação de casos que ocorrem em equipamentos de extração de petróleo. O autor descreve matematicamente o funcionamento das máquinas rotativas e discute a influência do amortecimento nos resultados observados.

Friswell et al. (2010) tratam extensivamente da modelagem de rotores, descrevendo a movimentação de rotores rígidos instalados em mancais flexíveis. É analisada a influência de fatores como o caráter isotrópico ou anisotrópico da montagem e o efeito giroscópico na resposta do rotor. Os autores também tratam do balanceamento de rotores, discutindo como forças e momentos aplicados na frequência de rotação das máquinas podem ser descritos matematicamente.

As técnicas de balanceamento de campo vêm sendo amplamente utilizadas devido à sua versatilidade e à crescente facilidade para aquisição dos equipamentos necessários para medição de vibração, aquisição, tratamento e análise dos dados.

Zhou & Shi (2001) classificam os métodos de balanceamento mais comumente realizados de acordo com o esquema da Fig. (3). Os autores apresentam duas metodologias de balanceamento *on-line* que consistem na adoção de um sistema de controle de forças para atuação direta na correção da vibração, variando-as conforme a força desbalanceadora sofra alterações. A maior versatilidade do método proporciona vantagens em relação às técnicas tradicionais de controle *off-line*, porém as dificuldades para implantação do controle ativo residem na dificuldade de balancear sistemas que apresentem número elevado de modos de vibração e no preço de implantação do sistema, se comparado a um método *off-line* de balanceamento.

Foiles et al (1998) em sua revisão sobre o histórico do balanceamento de rotores apresentam a evolução da pesquisa realizada no campo em questão relacionando vários autores. O primeiro registro feito é de Rathbone (1929) que apresenta um método de balanceamento simultâneo em dois planos de medição baseado na relação entre a vibração medida e o desbalanceamento das máquinas, definida pelo conceito de *unit motions*. O autor ressalta que a necessidade de duas partidas do rotor para realização do balanceamento pode torná-lo demasiadamente demorado. Tal observação também é feita por Thearle (1934).

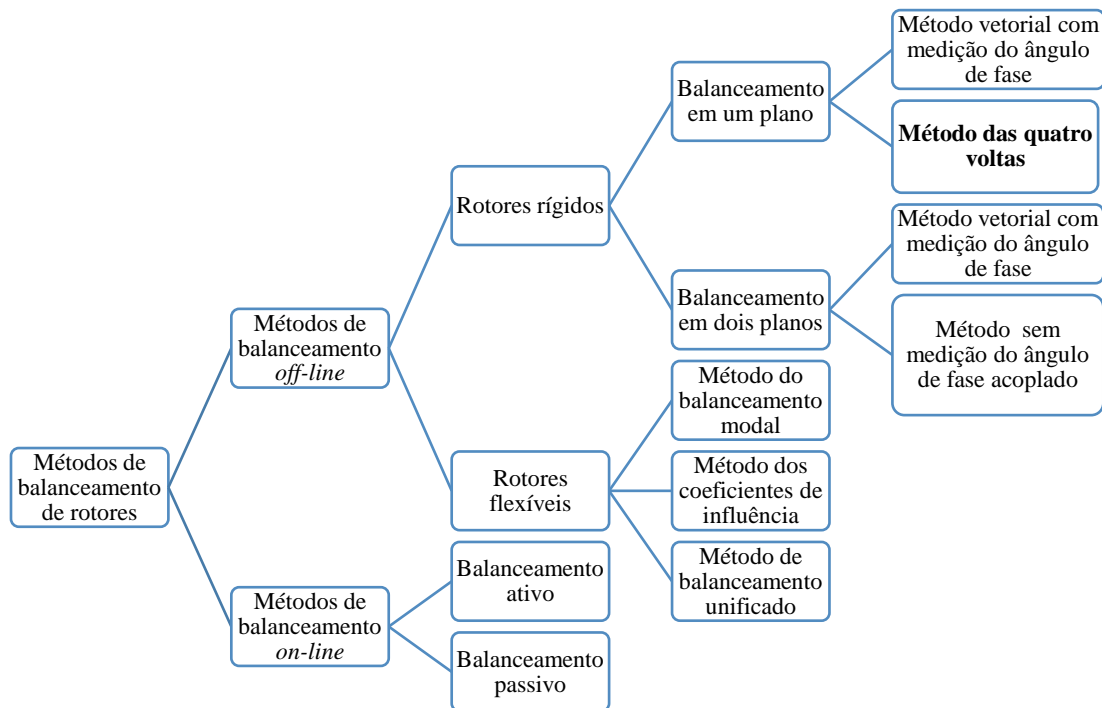


Figura 3. Métodos de balanceamento de rotores (Zhou & Shi, 2001 adaptado)

Hopkirk (1932) define Coeficiente de Influência como um vetor que relaciona diretamente o deslocamento de cada suporte do rotor e a representação da excentricidade de massa, generalizando-o para sistemas com múltiplas massas excêntricas. O autor também aborda as particularidades do balanceamento de rotores flexíveis, que devem ser balanceados nos diferentes modos de vibração apresentados pela máquina rotativa devido à mudança de 180 graus na fase da rotação quando a velocidade crítica é atingida.

Como forma de reduzir o tempo de realização do balanceamento, LeGrow (1971) propõe a modelagem computacional dos rotores para determinação dos coeficientes e Goodman (1964) apresenta o método de mínimos quadrados para o balanceamento em múltiplos planos e velocidades de rotação. O procedimento elaborado por Goodman utiliza uma ponderação no método dos mínimos quadrados para redução da vibração máxima residual e é programado para uso em computadores.

Grobel (1953) e Lindsey (1969) utilizam combinações de massas em diferentes pontos da estrutura do rotor para balanceamento de cada modo de vibração de forma individual, no que é definido como Balanceamento Modal. No método, cada modo é corrigido sem que os modos inferiores tenham sua correção afetada pelo novo acréscimo de massas.

Em virtude das dificuldades decorrentes da necessidade da medição do ângulo de fase no método vetorial, Den Hartog (1956) trata do Método das Quatro Voltas para o balanceamento de rotores em um plano. O método, de solução gráfica, necessita apenas da tomada da amplitude de vibração para obter os resultados, sendo mais preciso que o método vetorial (Wowk, 1995).

Everett (1987) apresenta um método para balanceamento de rotores rígidos, e possivelmente de

rotores flexíveis, em dois planos sem a medição de ângulo de fase. O método proposto é uma adaptação do método dos coeficientes de influência com a determinação da massa de correção e de seu posicionamento de forma gráfica. São necessárias quatro voltas do rotor para a correção de cada plano de medição, mais do que o necessário no método dos coeficientes de influência.

Na busca pela redução do número de partidas e paradas dos rotores necessários para as técnicas apresentadas, Bavastri et al. (2010) desenvolvem técnica de otimização não-linear com uso de algoritmo genético que obtém as massas de correção a partir dos parâmetros modais do sistema analisado. A metodologia se aplica a rotores rígidos e flexíveis e consegue obter resultados com apenas uma volta no rotor para cada velocidade de rotação, reduzindo drasticamente o tempo gasto no balanceamento.

# 3 MÉTODOS DE BALANCEAMENTO DE ROTORES

*O capítulo descreve os métodos usados no balanceamento de rotores que dispensam a medição de ângulo de fase.*

## 3.1 MÉTODO DAS QUATRO VOLTAS

O Método das Quatro Voltas é uma solução gráfica para o balanceamento de rotores rígidos em um plano que consiste na realização de quatro acionamentos do rotor testado (voltas) com a medição apenas da amplitude de vibração em cada uma das voltas.

A primeira medição de amplitude é feita em acionamento sem adição de massas de testes ao rotor, representando o real desbalanceamento verificado. Denomina-se  $A_0$  a amplitude medida e é traçada uma circunferência proporcional à  $A_0$  centrada na origem do sistema de coordenadas, conforme a Fig. (4).

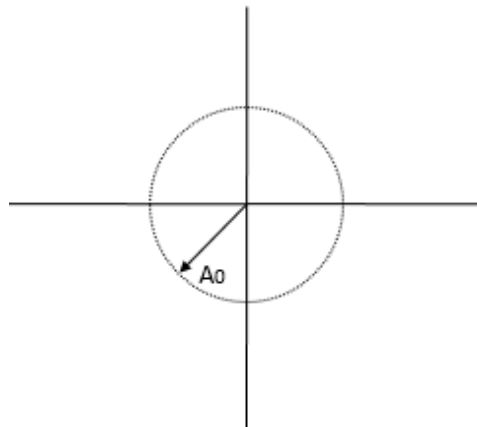


Figura 4. Representação gráfica da primeira volta do MQV

Em seguida, são escolhidos três pontos quaisquer no rotor, distantes entre si em  $120^\circ$  e com a mesma posição radial, nos quais são adicionadas as massas de testes em cada uma das voltas restantes. Tais pontos são identificados na circunferência representada na Fig. (4) e indicam a posição dos centros das circunferências a serem criadas para as demais voltas, como ilustrado na Fig. (5).

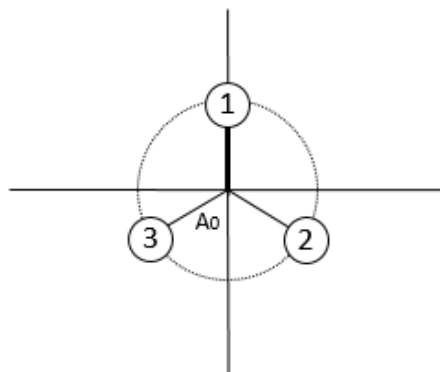


Figura 5. Definição das posições de adição das massas de teste

Para as voltas posteriores, a seguinte sequência de ações é definida:

- Definição da massa de testes: A escolha da massa de testes ( $m_T$ ) e do seu raio de posicionamento deve ser feita buscando-se gerar uma força centrífuga com o valor mais próximo possível do que se supõe para o desbalanceamento;
- Segunda volta: Adiciona-se a massa de testes no ponto 1 e o nível de vibração  $A_1$  é obtido e registrado no gráfico, conforme a Fig. (6);

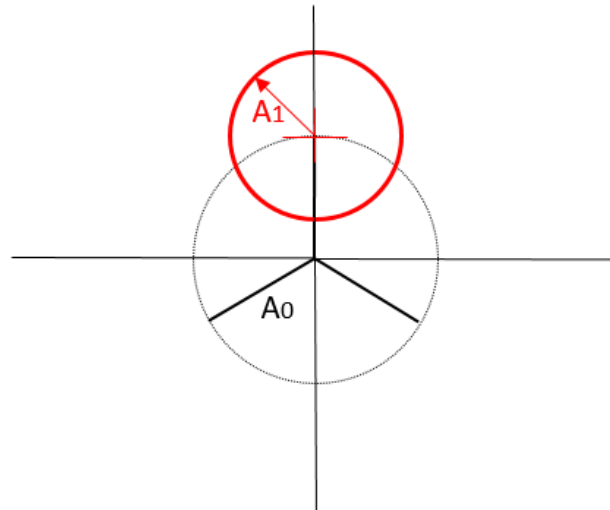


Figura 6. Representação gráfica da segunda volta do MQV

- Terceira volta: A massa de testes é retirada do ponto 1 e adicionada no ponto 2. A vibração  $A_2$  é medida e representada no gráfico, como consta na Fig. (7);

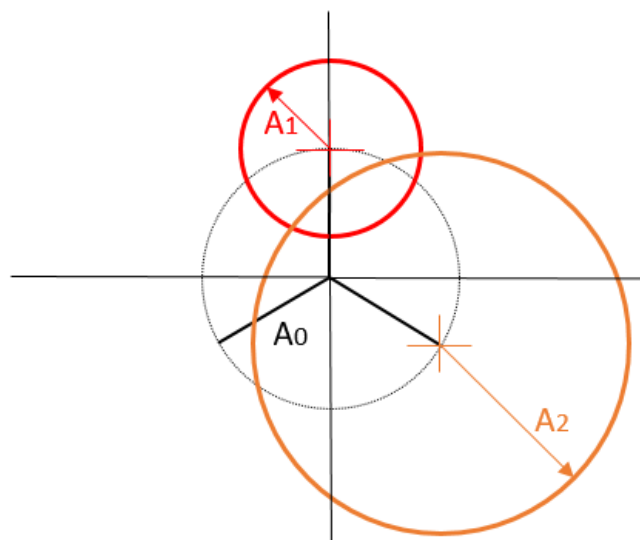


Figura 7. Representação gráfica da terceira volta do MQV

- Quarta volta: A massa de testes é removida do ponto 2 e acoplada ao ponto 3 para obtenção da amplitude de vibração  $A_3$ . A representação é feita na Fig. (8).

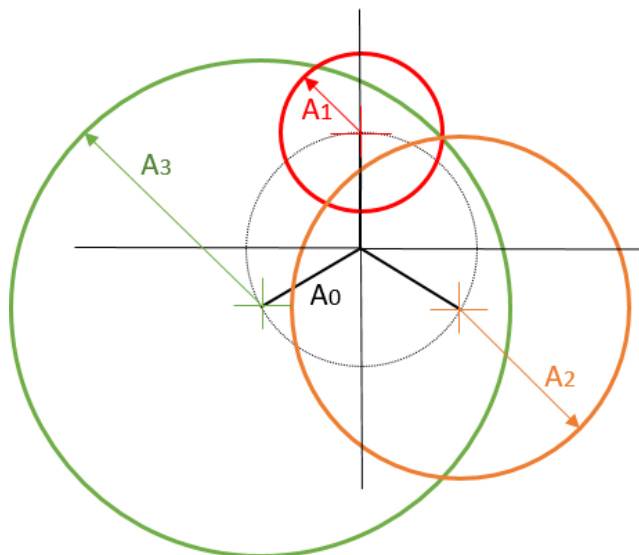


Figura 8. Representação gráfica da quarta volta do MQV

De acordo com o ilustrado na Fig. (9), após a execução das voltas haverá um ponto no gráfico no qual as circunferências correspondentes as medições de  $A_1$ ,  $A_2$  e  $A_3$  irão se interceptar. Dando continuidade ao método de balanceamento, um vetor  $A_S$  é traçado da origem do sistema de coordenadas até o ponto de interseção das circunferências.

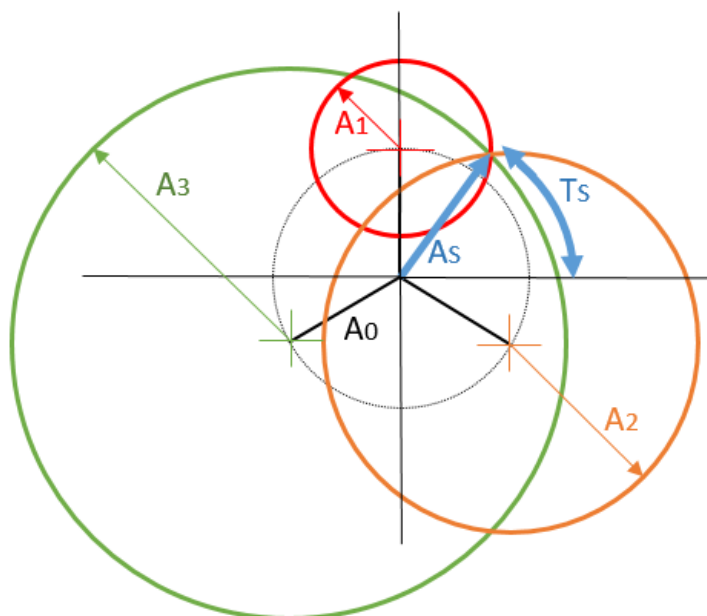


Figura 9. Esquema de balanceamento pelo MQV

A massa de correção do desbalanceamento ( $m_S$ ) é determinada segundo a Eq. (3) e o ângulo para seu posicionamento é o indicado no gráfico por  $T_S$ , sendo respeitada a direção de rotação em relação à referência ( $0^\circ$ ) estabelecida no eixo horizontal.

$$m_S = m_T \frac{A_0}{A_S} \quad (3)$$

Segundo Oliveira (2016), durante a realização do balanceamento por métodos gráficos é comum que

a interseção entre as circunferências obtidas não ocorra em um ponto, formando assim uma região na qual as curvas estejam próximas e que define a área na qual o vetor resultante  $\mathbf{A}_S$  pode ser posicionado. A Figura (10) exemplifica possibilidades de ocorrência da situação descrita.

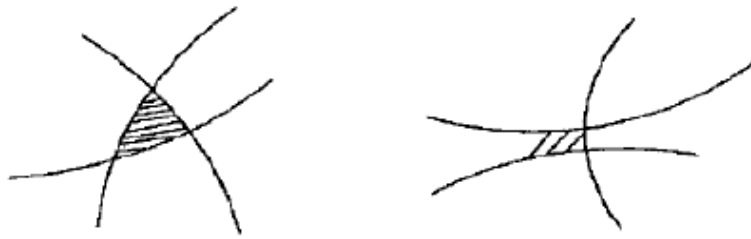


Figura 10. Região de interseção entre as curvas (PRÜFTECHNIK LTD, 2002)

Para estes casos, a determinação das massas de correção e de sua posição deve ser feita através do cálculo do centro geométrico da área da incerteza, o que reduz a confiabilidade do método.

### **3.2 FOUR RUN METHOD ACCELERATED (MÉTODO DAS QUATRO VOLTAS ACELERADO)**

Como forma de otimizar o MQV, possibilitando a sua realização com menos ciclos de partida e parada do rotor e dando mais confiabilidade ao balanceamento, Oliveira (2016) propõe o Método das Quatro Voltas Acelerado. O procedimento usa um método de otimização baseado no método de Monte Carlo, para obter solução de baixa incerteza.

Yoriyaz (2009) descreve o método de Monte Carlo como um método estatístico que, a partir da modelagem do sistema a ser analisado, realiza simulações com números aleatórios. As interações entre tais números e o modelo criado são feitas de modo iterativo e com o aumento do número de simulações, os valores convergem até que se atinja o nível desejado de proximidade ao resultado esperado.

No MQVA, o procedimento iterativo é feito para a obtenção dos valores de massa de correção do desbalanceamento e de seu ângulo do posicionamento. Testam-se valores aleatórios para ambos os parâmetros, verificando-se a cada tentativa se há redução do desbalanceamento. De acordo com a mudança dos resultados, os valores utilizados são variados até que se alcance a melhor correção possível para o desbalanceamento.

A sequência de passos para o balanceamento é similar à do MQV, sendo que após a realização da terceira volta é feita uma tentativa de obter o peso e o posicionamento da massa de correção. Se os índices de precisão e/ou de balanceamento previstos para o método forem atendidos, a resposta fornecida é aceita. Caso contrário, a quarta volta deve ser realizada para encerrar o balanceamento. A definição dos índices citados é feita na subseção 3.2.1.

O método pode ser descrito pela seguinte sequência de passos:



1. O rotor é acionado sem o acoplamento de massas de teste e a amplitude de sua vibração é obtida e representada graficamente por uma circunferência de raio  $V_{RD}$ , conforme a Fig. (11);

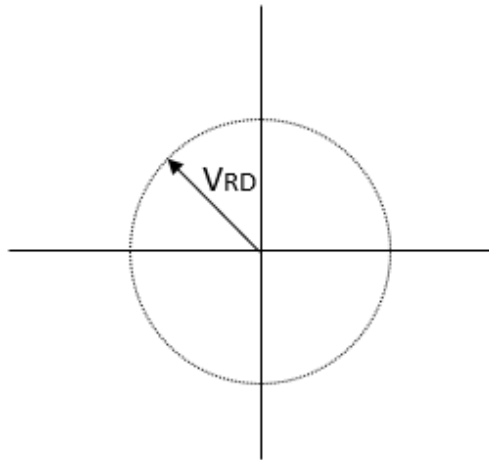


Figura 11. Representação gráfica da primeira volta do MQVA

2. Definem-se a massa de testes e seu raio de aplicação em relação ao centro do rotor;
3. É estabelecido um ponto de referência em qualquer posição do rotor para posicionamento da primeira massa de testes (ponto 1). As posições das massas de testes para a terceira e quarta voltas são consequentemente determinadas com distância angular de  $180^\circ$  e  $90^\circ$  (pontos 2 e 3, respectivamente), em relação ao ponto 1, como se verifica na Fig. (12);

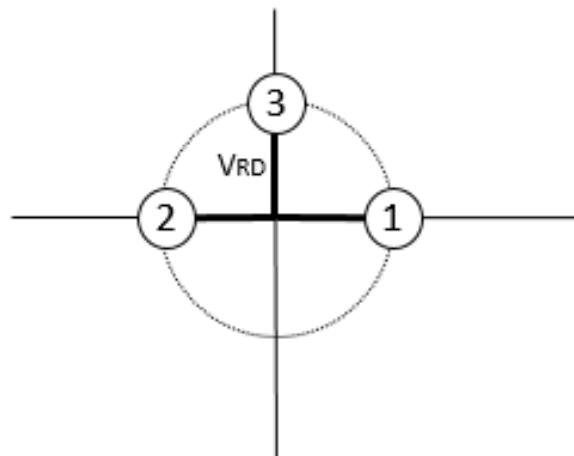


Figura 12. Disposição das massas de testes para o MQVA

4. A segunda volta do rotor é realizada com a massa de teste acoplada no ponto de referência escolhido e o nível de vibração  $V_{T1}$  é medido e representado graficamente por uma circunferência de raio  $V_{T1}$ , que consta na Fig. (13);

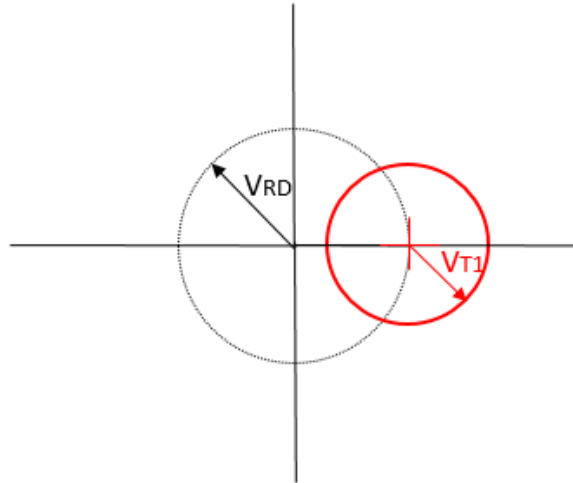


Figura 13. Representação gráfica da segunda volta do MQVA

5. A massa de teste é retirada e posicionada no ponto 2. O rotor é posto em rotação pela terceira vez para determinação da vibração  $V_{T2}$  com sua consequente representação, conforme a Fig. (14).

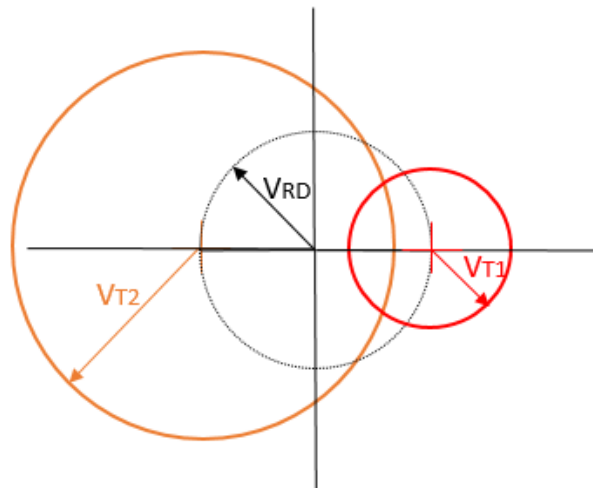


Figura 14. Representação gráfica da terceira volta do MQVA

Após a realização das três primeiras voltas, ocorre a tentativa de realizar o balanceamento. A rotina computacional, desenvolvida no software MATLAB®, que realiza o método de otimização utiliza como entradas os valores de vibração determinados ( $V_{RD}$ ,  $V_{T1}$  e  $V_{T2}$ ), a massa de testes escolhida, o raio de posicionamento das massas e a frequência de rotação imposta.

O algoritmo elaborado atua em busca de dois mínimos globais, que conforme representado na Fig. (15) indicam os dois pontos para os quais o resultado pode convergir após a realização das três voltas descritas.

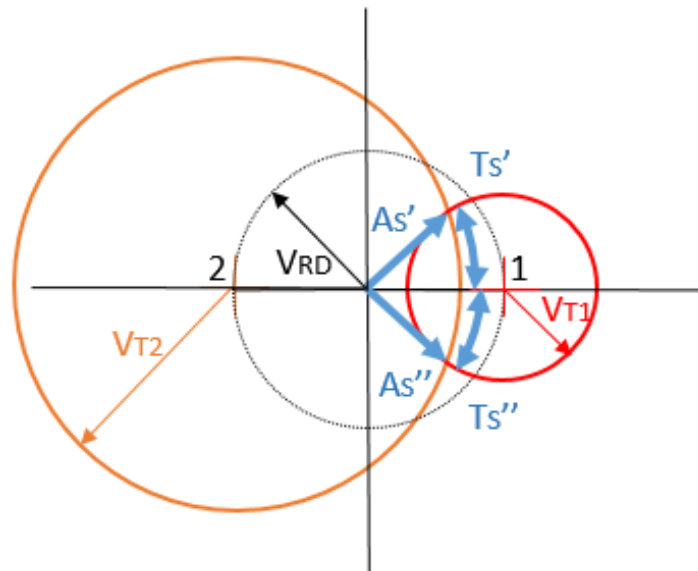


Figura 15. Representação gráfica do MQVA (Oliveira, 2016 adaptado)

A Figura (15) mostra que, devido ao posicionamento escolhido para as massas de testes, as circunferências desenhadas para a segunda e a terceira voltas se interceptam em dois pontos simétricos em relação ao eixo horizontal. Como os vetores ( $A_s'$  e  $A_s''$ ) que ligam a origem do sistema de coordenadas até os pontos de interseção possuem o mesmo módulo, ambos indicam a mesma massa de correção ( $m_s$ ) segundo a Eq. (3).

Os resultados obtidos para o ângulo de correção ( $T_s'$  e  $T_s''$ ) correspondem ao valor que soluciona o problema e a seu ângulo replemtar. Dessa forma, não é possível determinar após esta etapa um único ângulo exato de posicionamento das massas, mas duas possibilidades, entre as quais uma é a correta. Recomenda-se que seja escolhido um dos ângulos assinalados para testar o posicionamento da massa de correção e caso o desbalanceamento não for corrigido, a outra posição representa o ângulo de correção adequado para o problema.

Se o algoritmo usado pelo MQVA detectar, devido ao não-atendimento aos índices de precisão e confiabilidade, que a massa de testes escolhida e o seu posicionamento não são adequados para o sistema em estudo, será sinalizada a necessidade de realização da quarta volta. Sua representação gráfica consta na Fig. (16).

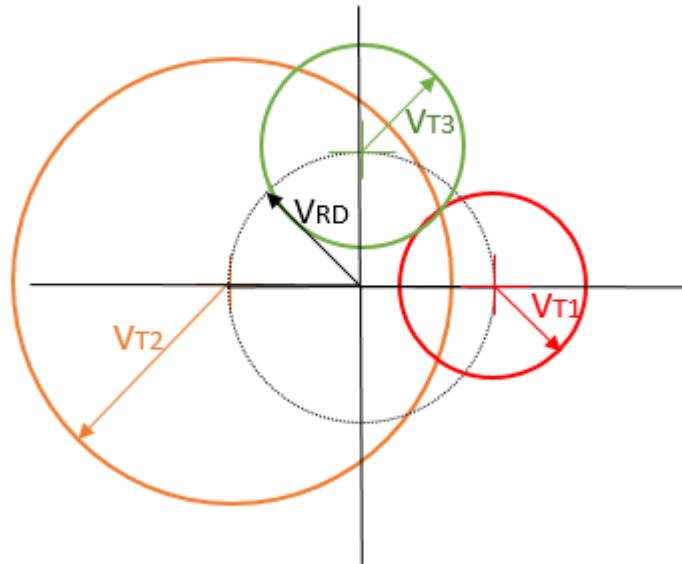


Figura 16. Representação gráfica da quarta volta do MQVA

Com as quatro voltas realizadas, encontra-se a mesma situação do MQV, para a qual a massa de correção pode ser determinada e seu ângulo pode ser obtido diretamente, vide Fig. (17).

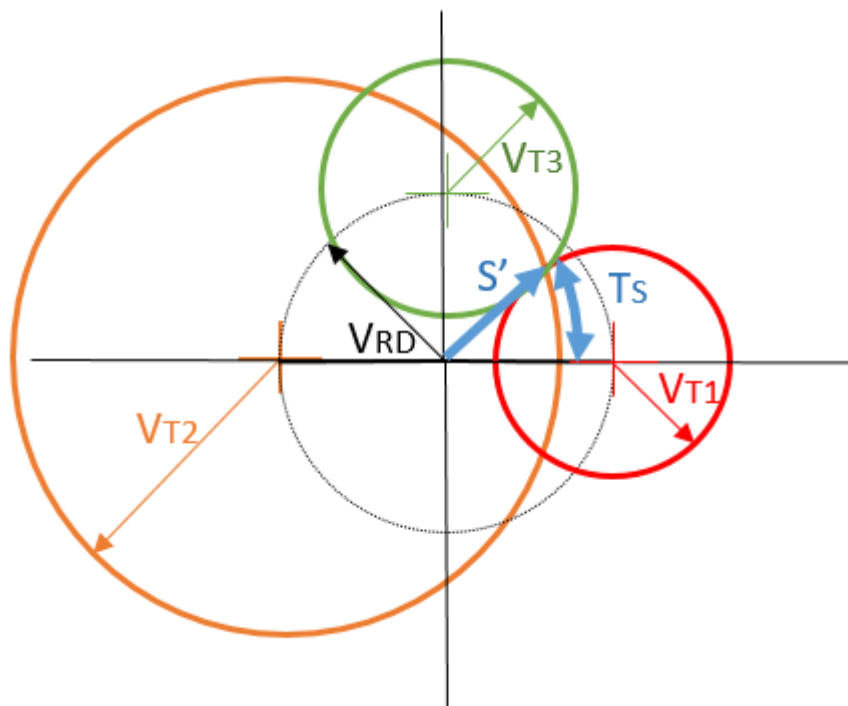


Figura 17. Representação gráfica do MQVA após quatro voltas

### 3.2.1 ÍNDICES DE PRECISÃO E CONFIABILIDADE

Os índices de precisão e confiabilidade que compõem o MQVA foram estabelecidos mediante a realização de ensaios computacionais variando parâmetros referentes aos rotores na elaboração do método. O índice de precisão trata da relação entre o posicionamento da massa de testes e o resultado alcançado. O autor obteve um indicador que sinaliza que a adição de massas de testes em ângulos próximos a  $0^\circ$  e  $180^\circ$  em relação ao ponto de massa excêntrica produz resultados de precisão inferior

aos obtidos em regiões afastadas destes pontos.

Para orientar o procedimento de balanceamento, Oliveira elabora um gráfico de valor qualitativo indicando em quais faixas angulares os resultados convergem para valores mais próximos aos desejados. O autor sugere a adoção de tais faixas de valores sobretudo em condições nas quais a força centrífuga gerada pelo desbalanceamento é baixa. Notadamente, quando a frequência de rotação é muito baixa ou quando a massa de testes é muito leve se comparada a massa do rotor. A Figura (18) apresenta o indicador de precisão.

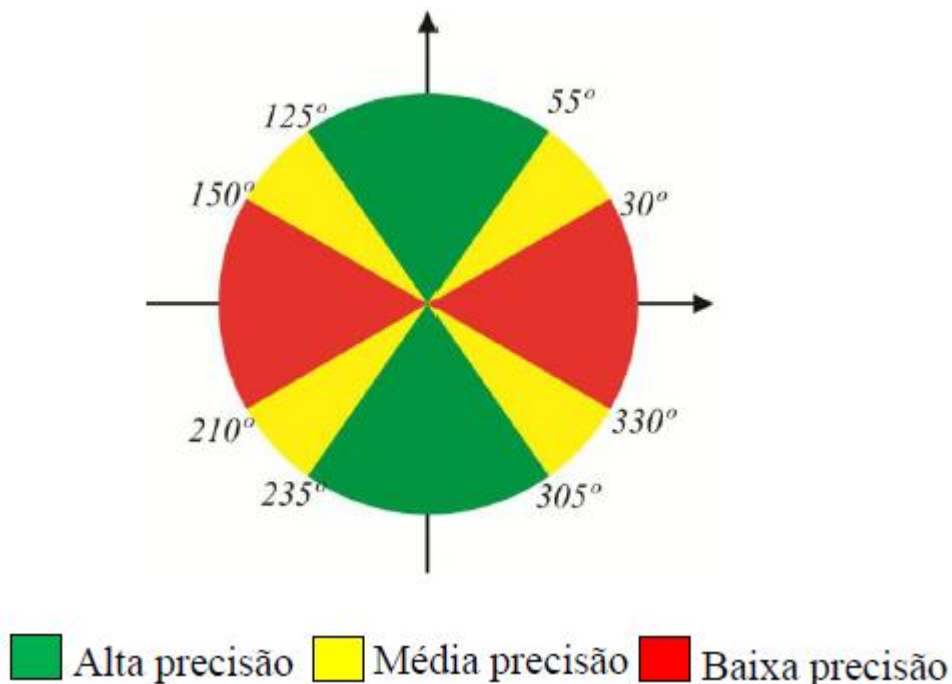


Figura 18. Indicador de precisão do MQVA (Oliveira, 2016)

Define-se ainda o indicador de confiabilidade, que delimita um intervalo admissível na razão entre valor da massa de testes ( $m_T$ ) e da massa excêntrica do rotor ( $m_D$ ) para a obtenção de valores aceitáveis para a correção da distribuição de massa.

A faixa de valores indicada para o alcance de resultados adequados é expressa nas equações abaixo.

$$0,3 \leq \frac{m_T}{m_D} \leq 3 \text{ (para um preciso ângulo de correção)} \quad (4)$$

$$0,3 \leq \frac{m_T}{m_D} \leq 50 \text{ (para uma precisa massa de correção)} \quad (5)$$

A escolha mais conservadora é adotada e o autor define a faixa sugerida na Eq. (4) como intervalo admitido para a escolha da massa de testes.

Ressalta-se que na realização do balanceamento, o balanceador não tem condições de obter antecipadamente o valor exato da massa excêntrica de desbalanceamento ou seu posicionamento. Assim, a escolha da massa de testes e de sua posição depende da experiência da pessoa responsável pelo

procedimento. Caso os valores obtidos não reduzam de forma adequada o desbalanceamento residual, o método deve ser realizado novamente com alteração da massa de testes ou de seu posicionamento angular.

O esquema apresentado na Fig. (19) indica os possíveis cenários obtidos quanto ao atendimento aos índices definidos e as ações a serem tomadas após a realização das três primeiras voltas já explicitadas.

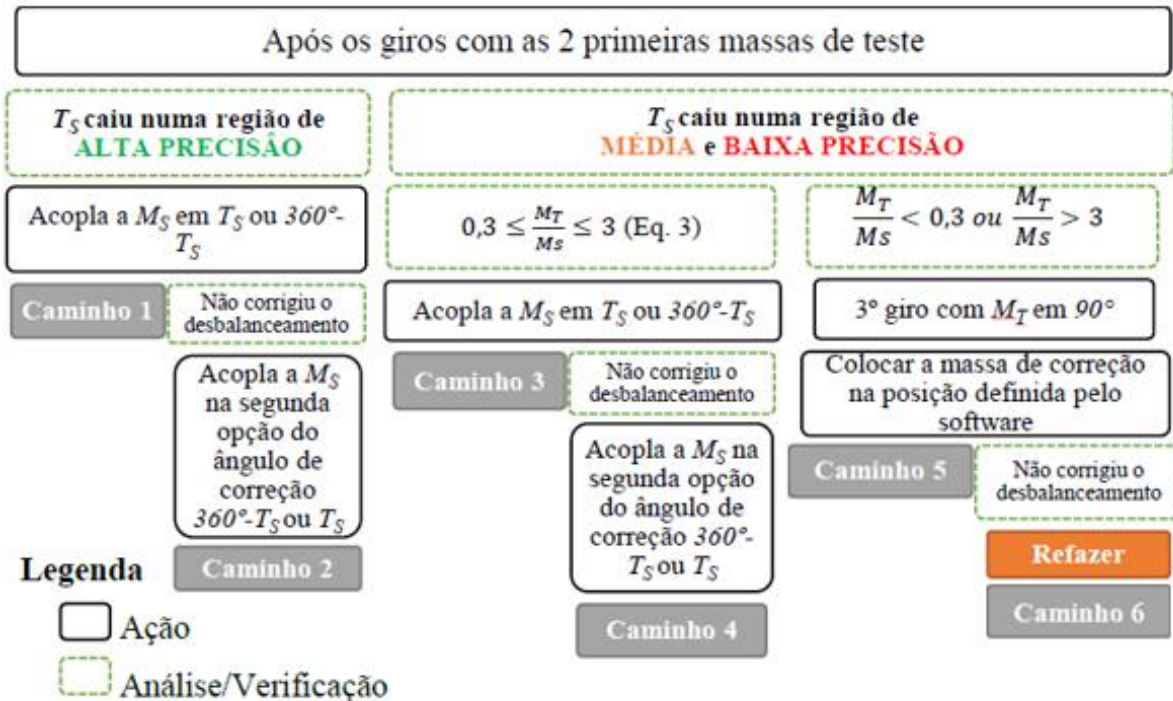


Figura 19. Possibilidades de execução do MQVA (Oliveira, 2016 adaptado)

Somente nos casos contemplados pelos caminhos 5 e 6, nos quais os índices de precisão e confiabilidade não são atingidos, é que o balanceador precisa acionar o rotor novamente. A Figura (12) ilustra a disposição das massas de teste quando realizadas as quatro voltas.

Os resultados alcançados por Oliveira indicam que, mesmo se a massa de testes e o ângulo do seu posicionamento estiverem fora das regiões de maior precisão e confiabilidade (caminho 5), em alguns casos o método de balanceamento é capaz de indicar valores satisfatórios.

A necessidade de atendimento aos índices é verificada para os casos nos quais a combinação da massa de testes com a velocidade de rotação escolhidas gera força centrífuga de magnitude insuficiente para gerar uma perturbação que modifique significativamente o deslocamento do rotor. Nesses casos, a diferença entre as amplitudes de vibração obtidas não é suficiente para a boa convergência do resultado computacional.

Portanto, com o uso do MQVA é possível obter os resultados para o balanceamento com apenas três voltas na maioria dos casos, uma evolução em relação ao Método das Quatro Voltas original. Nos casos em que é necessária a quarta partida do rotor (caminhos 5 e 6), o número de voltas realizado é o mesmo

do MQV.

### 3.2.2 MÉTODO DE OTIMIZAÇÃO DO MQVA

A otimização realizada no método é composta por um processo iterativo que busca os mínimos globais para o problema, representando a combinação de massa e ângulo que soluciona o desbalanceamento. O primeiro passo das iterações usa valores que podem estar longe do ponto de convergência e o processo os altera para que converjam para os valores buscados com o menor número de iterações possível. O fluxograma da Fig. (20) mostra os passos seguidos na execução do método.

Inicialmente são fornecidos os dados obtidos durante a medição do desbalanceamento. Sendo estes: A massa  $M_{S0}$  adotada para o início do processo iterativo é a massa de testes usada, já que esta será da mesma ordem de grandeza da massa de correção a ser obtida. O ângulo inicial  $T_{S0}$  é definido como  $0^\circ$  porque para a primeira iteração é impossível determinar qual valor ele irá assumir.

A cada passo do processo iterativo, os valores de massa e ângulo sofrem perturbações combinadas, conforme as Eqs. (6) e (7), a fim de convergir para os valores que balanceiem o rotor.

$$m_S = m_{SM} + \Delta_m \quad (6)$$

$$T_S = T_{SM} + \Delta_T \quad (7)$$

Os valores de  $m_{SM}$  e  $T_{SM}$  representam os valores armazenados pelo processo de otimização até aquela iteração, portanto assumem os valores  $M_{S0}$  e  $T_{S0}$  na primeira iteração. As perturbações  $\Delta_M$  e  $\Delta_T$  aplicadas sobre tais valores são definidas nas Eqs. (8) e (9).

$$\Delta_m = 0,01 m_T \quad (8)$$

$$\Delta_T = \{x \in [90^\circ; 0,18^\circ] \mid \Delta x = 0,18^\circ\} \quad (9)$$

A variável  $\Delta_T$  tem valor inicial de  $90^\circ$  e decresce em intervalos discretos de  $0,18^\circ$  a cada iteração. Após 500 passos iterativos o valor de  $\Delta T$  é fixado em  $0,18^\circ$  e o programa se dedica a refinar o resultado nas proximidades do mínimo global.

A função objetivo que caracteriza o processo de otimização é dada pela Eq. (10).

$$D = \left| \left| e^{i T_s} + \frac{m_{T1}}{m_s} e^{i T_1} \right| - \left| \frac{V_{T1}}{V_{rd}} \right| \right| + \left| \left| e^{i T_s} + \frac{m_{T2}}{M_s} e^{i T_2} \right| - \left| \frac{V_{T2}}{V_{rd}} \right| \right| + \left| \left| e^{i T_s} + \frac{m_{T3}}{M_s} e^{i T_3} \right| - \left| \frac{V_{T3}}{V_{rd}} \right| \right| \quad (10)$$

Os valores utilizados na função objetivo são os valores das massas de teste ( $m_{T1}$ ,  $m_{T2}$  e  $m_{T3}$ ) conhecidos pelo balanceador, os valores dos ângulos ( $T_1$ ,  $T_2$  e  $T_3$ ) nos quais o balanceador adiciona a massa de teste ao sistema e as amplitudes de vibração ( $V_{RD}$ ,  $V_{T1}$ ,  $V_{T2}$  e  $V_{T3}$ ) correspondentes a cada volta do método. Além destes, as variáveis  $m_s$  e  $T_s$  que representam os valores de massa de correção e do

ângulo testados a cada iteração.

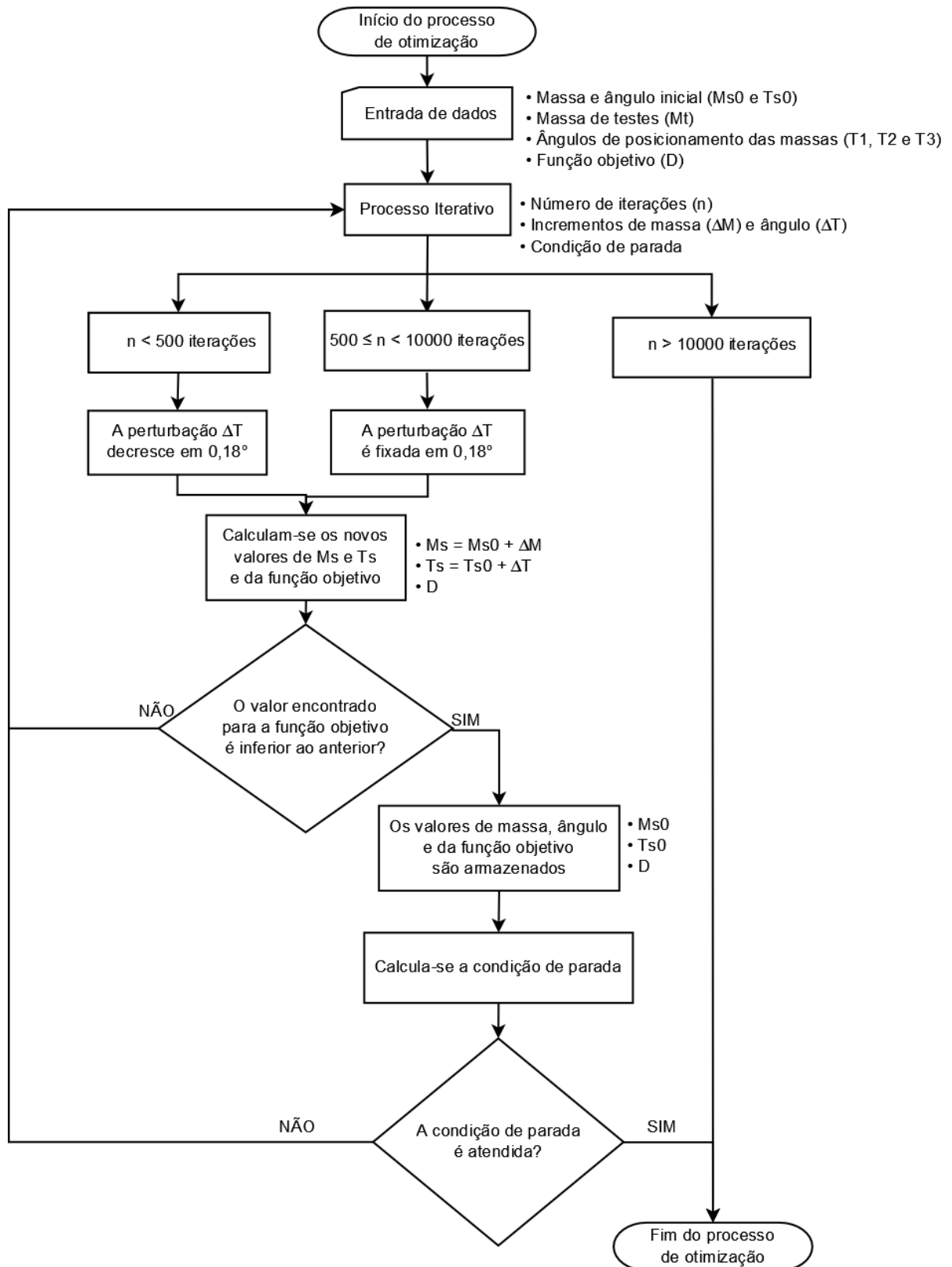


Figura 20. Fluxograma de funcionamento do método de otimização



Quando o valor calculado para  $D$  é mais baixo que o menor valor encontrado até então, as variáveis  $m_{SM}$  e  $T_{SM}$  assumem os valores de  $m_S$  e  $T_S$  usados naquela iteração e o processo iterativo é repetido, sendo calculados novos  $m_S$  e  $T_S$ . Se  $D$  for superior ao menor valor encontrado anteriormente, os resultados são descartados e os mesmos valores de  $m_{SM}$  e  $T_{SM}$  continuam sendo usados.

São adotados dois critérios de parada para o método de otimização em análise. Um deles se refere ao número de iterações realizadas. Se o código chega a 10.000 passos iterativos, considera-se que os resultados para um número maior de iterações não representam aumento de qualidade efetivo em relação ao resultado encontrado e o processo se encerra. O outro critério de parada se baseia na qualidade do balanceamento atingido. Para tal, é usada a massa de verificação ( $m_V$ ), grandeza que resulta de uma soma vetorial entre a massa de testes ( $m_T$ ) e a massa de correção sugerida ( $m_S$ ) para o passo corrente. Seu cálculo utiliza a Eq. (11).

$$m_{Vi} = \sqrt{m_{Ti}^2 + m_S^2 + 2 m_{Ti} m_S \cos(|T_i - (T_S - 180^\circ)|)} \quad (11)$$

O termo  $(T_S - 180^\circ)$  representa a utilização do ângulo diametralmente oposto ao ângulo de correção. Portanto, trata-se do posicionamento identificado pelo código para o desbalanceamento inicial. Na equação apresentada, o subscrito  $i$  corresponde a cada uma das voltas realizadas, com as variáveis  $m_T$  e  $T$  assumindo os valores correspondentes.

A vibração medida em cada volta é convertida para a grandeza denominada massa relativa ( $m_R$ ). Essa conversão é feita pela Eq. (12).

$$m_R = \frac{V_i k_a}{e \omega^2} \quad (12)$$

Na Equação (12),  $V_i$  representa a vibração medida na volta em questão,  $k_a$  é uma constante que representa a proporcionalidade entre a força desbalanceadora e a vibração,  $e$  é a excentricidade usada para as massas de testes e  $\omega$  a frequência de rotação do rotor.

Os valores de  $m_V$  e  $m_R$  são comparados para cada volta, definindo a condição parada usada. Sua definição é feita na Eq. (13).

$$Cond = \frac{|m_{V1} - m_{R1}|}{m_{R1}} + \frac{|m_{V2} - m_{R2}|}{m_{R2}} + \frac{|m_{V3} - m_{R3}|}{m_{R3}} \quad (13)$$

O algoritmo se encerra quando o valor de “Cond” é inferior a 0,01. Com esse valor se conclui que o balanceamento atingiu o nível de exatidão buscado.

Para os casos em que não há a necessidade da quarta volta, os caminhos 1 a 4 do esquema da Fig. (19), as funções declaradas acima têm os termos correspondentes à volta com a massa de teste  $m_{T3}$  desconsiderados e são calculadas apenas para as voltas efetivamente realizadas.

# 4 ANÁLISE DE CASOS NUMÉRICOS

*Este capítulo apresenta uma análise sobre a realização de balanceamento em casos modelados numericamente*

## 4.1 INTRODUÇÃO

A modelagem matemática da movimentação de rotores é de difícil representação se forem considerados todos os parâmetros que influenciam na rotação do sistema. Para elementos como mancais e acoplamentos, muitas vezes não é possível determinar com exatidão sua rigidez nas diferentes orientações da sua estrutura ou o amortecimento provocado ao entrarem em contato com um eixo rotativo em operação.

Assim, para viabilizar o estudo do comportamento dos rotores são feitas simplificações que diminuem o número de graus de liberdade considerados e permitem a modelagem a partir de dados mais facilmente obtidos, fornecendo resultados satisfatórios para a maioria das aplicações.

No presente trabalho, são modelados e submetidos a análise do balanceamento dois sistemas, um rotor isotrópico rígido com mancais isotrópicos flexíveis e também um rotor isotrópico rígido com mancais anisotrópicos flexíveis.

## 4.2 MODELAGEM MATEMÁTICA

Para modelar os rotores descritos, as seguintes simplificações são feitas, conforme descrito por Friswell et al (2010):

- É admitido que os rotores possuem discos acoplados de diâmetro grande e comprimento curto. Dessa forma, apresentam rigidez muito maior que a dos mancais e da estrutura que os sustenta e são classificados como rotores rígidos. Com isso, sua estrutura se move uniformemente, não havendo deformação significativa ao longo do eixo rotativo e seu centro de massa é deslocado apenas pela ação do desbalanceamento;
- Os conjuntos formados pelos mancais e estruturas de sustentação das máquinas são modelados como molas que possuem constantes elásticas ( $k_x$  e  $k_y$ ) para cada direção de movimentação dos rotores. Tais valores equivalem à combinação em série da rigidez dos elementos do conjunto de sustentação;
- Os rotores estão sempre posicionados de forma equidistante em relação aos mancais que os sustentam, sendo assim isotrópicos e não há influência do efeito giroscópico no seu deslocamento;
- Devido à sua característica isotrópica, os rotores são simétricos e a rigidez dos dois mancais

que suportam o eixo é a mesma, ( $k_{x1} = k_{x2}$ ) e ( $k_{y1} = k_{y2}$ ).

- Há amortecimento viscoso na movimentação do rotor, que é proporcional a velocidade de rotação e em casos reais ocorre devido a presença de um fluido entre partes que se deslocam (Rao, 2011). A característica isotrópica do rotores impõe que o amortecimento é igual nos dois mancais ( $c_{x1} = c_{x2}$ ) e ( $c_{y1} = c_{y2}$ ).
- O sistema é submetido a um forçamento causado pelo desbalanceamento de comportamento descrito pela Eq. (1).
- Não há acoplamento elástico entre os planos estudados, portanto as equações que descrevem o movimento do rotor são independentes para as diferentes direções observadas.

A partir das considerações feitas, é possível representar esquematicamente um modelo do rotor como um sistema massa-mola-amortecedor, estudado profundamente pela literatura.

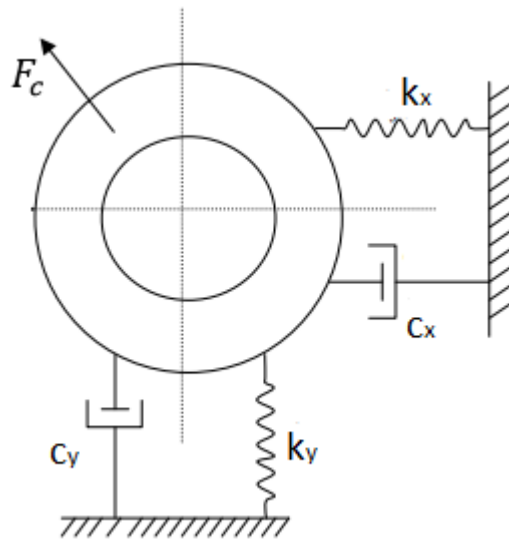


Figura 21. Representação das forças atuantes no rotor

A Figura (21) representa as forças atuantes nos dois mancais que suportam o rotor. Devido à consideração de rotor simétrico, as forças são iguais em ambos os mancais. As relações apresentadas nas Eqs. (14) a (17) podem ser verificadas para as direções x e y.

$$k_x = k_{x1} = k_{x2} \quad (14)$$

$$k_y = k_{y1} = k_{y2} \quad (15)$$

$$c_x = c_{x1} = c_{x2} \quad (16)$$

$$c_y = c_{y1} = c_{y2} \quad (17)$$

Por ser um rotor isotrópico, é possível obter a rigidez e o amortecimento totais que atuam sobre o

eixo, identificados pelo subscrito  $r$ . Estes parâmetros são determinados somando o efeito da rigidez e do amortecimento em cada um dos mancais nos planos de interesse, relações explicitadas nas Eqs. (18) a (21).

$$k_{xr} = k_{x1} + k_{x2} = 2 k_x \quad (18)$$

$$k_{yr} = k_{y1} + k_{y2} = 2 k_y \quad (19)$$

$$c_{xr} = c_{x1} + c_{x2} = 2 c_x \quad (20)$$

$$c_{yr} = c_{y1} + c_{y2} = 2 c_y \quad (21)$$

A força devido ao desbalanceamento pode ser dividida nos planos  $x$  e  $y$  considerando a natureza oscilatória de sua interação com os mancais, como representado nas Eqs. (22) e (23).

$$F_{cx}(t) = m_D e \omega^2 \cos(\omega t) \quad (22)$$

$$F_{cy}(t) = m_D e \omega^2 \sin(\omega t) \quad (23)$$

### 4.3 ROTOR ISOTRÓPICO RÍGIDO COM MANCAIS ISOTRÓPICOS FLEXÍVEIS

Mancais que apresentam comportamento isotrópico são estruturas nas quais as propriedades são iguais independentemente da direção observada. Desta forma, para a modelagem dos rotores considera-se que  $k_{xr} = k_{yr}$  e  $c_{xr} = c_{yr}$ .

As equações diferenciais de segunda ordem (24) e (25) descrevem o movimento de rotores nessa configuração.

$$m\ddot{x} + c_{xr}\dot{x} + k_{xr}x = F_{cx} \quad (24)$$

$$m\ddot{y} + c_{yr}\dot{y} + k_{yr}y = F_{cy} \quad (25)$$

Resolvendo-as, é possível obter a resposta do rotor ao desbalanceamento em regime permanente, como expresso nas Eqs. (26) e (27).

$$x(t) = A_x \cos(\omega t + \beta_x) \quad (26)$$

$$y(t) = A_y \sin(\omega t + \beta_y) \quad (27)$$

Onde  $A_x$  e  $A_y$  são as amplitudes de vibração para cada direção, enquanto  $\beta_x$  e  $\beta_y$  são os ângulos de fase.

No caso dos mancais isotrópicos, a rigidez é a mesma nas direções x e y, condição que se repete para o amortecimento. Portanto, define-se que  $A_x = A_y = A$  e  $\beta_x = \beta_y = \beta$ . Por conseguinte, a movimentação do rotor tem a mesma amplitude nas direções x e y, apresentando defasagem de  $90^\circ$  entre as forças medidas devido ao caráter oscilatório da força originada no desbalanceamento. Os coeficientes A e  $\beta$  são calculados da forma descrita nas Eqs. (28) e (29).

$$A = \frac{m_D e \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}{m \sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right)^2 + \left(2\xi \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right)^2}} \quad (28)$$

$$\beta = \arctan \left( \frac{2\xi \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right)^2} \right) \quad (29)$$

A variável  $\omega_n$  representa a frequência natural de oscilação de cada plano e  $\xi$  é o coeficiente de amortecimento.

Para a medição de vibrações, a coleta de dados em uma das direções na qual o sistema oscila já é suficiente para completa descrição do seu comportamento. Isso se deve à hipótese feita de rotores rígidos, e, portanto, o desbalanceamento verificado é do tipo estático. Isso pode ser verificado nas equações (26) e (27), que passam a ser iguais com as condições assumidas para o problema, exceto pela defasagem.

Na situação de rotores rígidos, conforme definido no capítulo 2, o balanceamento é feito em apenas um plano de medição.

#### 4.4 ROTOR ISOTRÓPICO RÍGIDO COM MANCAIS ANISOTRÓPICOS FLEXÍVEIS

Mancais anisotrópicos apresentam propriedades diferentes para cada direção de movimentação e para eles as hipóteses de que  $k_{xr} = k_{yr}$  e  $c_{xr} = c_{yr}$  não são válidas. Isso implica na alteração das características do sistema como a frequência natural e o coeficiente de amortecimento, que são diferentes para x e y.

O rotor analisado também tem seu diagrama de forças representado pela Fig. (21) e seu movimento descrito pelas Eqs. (24) e (25). Resolvendo-as, a resposta do rotor ao desbalanceamento em regime permanente novamente resulta nas Eqs. (26) e (27).

No entanto, na configuração com mancais anisotrópicos as amplitudes  $A_x$  e  $A_y$  e os ângulos de fase

$\beta_x$  e  $\beta_y$  são distintos entre si, em oposição ao verificado na seção 4.3. Tais variáveis podem ser calculadas pelas expressões (30) a (33).

$$A_x = \frac{\frac{m_D e \left(\frac{\omega}{\omega_{nx}}\right)^2}{m}}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{nx}}\right)^2\right)^2 + \left(2\xi_x \left(\frac{\omega}{\omega_{nx}}\right)^2\right)^2}} \quad (30)$$

$$A_y = \frac{\frac{m_D e \left(\frac{\omega}{\omega_{ny}}\right)^2}{m}}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{ny}}\right)^2\right)^2 + \left(2\xi_y \left(\frac{\omega}{\omega_{ny}}\right)^2\right)^2}} \quad (31)$$

$$\beta_x = \arctan\left(\frac{2\xi_x \left(\frac{\omega}{\omega_{nx}}\right)^2}{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{nx}}\right)^2\right)^2}\right) \quad (32)$$

$$\beta_y = \arctan\left(\frac{2\xi_y \left(\frac{\omega}{\omega_{ny}}\right)^2}{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{ny}}\right)^2\right)^2}\right) \quad (33)$$

No caso dos rotores com mancais anisotrópicos, as suas frequências naturais de oscilação são diferentes em cada direção ( $\omega_{nx} \neq \omega_{ny}$ ), causando a existência de duas velocidades críticas de rotação para o rotor que devem ser evitadas durante sua operação.

Embora o sistema apresente valores de vibração diferentes nas direções x e y para mancais anisotrópicos, a forma das funções que os descrevem é a mesma se realizadas medições nos dois planos. A diferença entre as funções está na amplitude de vibração, já que seus valores de rigidez e amortecimento não coincidem.

Medições de vibrações nas duas direções fornecem resultados de amplitudes diferentes, porém proporcionais e que variam no tempo de forma semelhante. Seguindo tais definições e a hipótese de rotores rígidos, é possível fazer o balanceamento do caso elaborado também se utilizando de apenas um plano de medição.

Os ensaios definidos na sequência que são submetidos ao MQVA representam tanto o caso dos rotores em mancais isotrópicos, seção 4.3, quanto os casos de mancais anisotrópicos. Se considerado o mesmo amortecimento e a mesma rigidez para uma direção específica dos dois cenários, as mesmas equações podem ser aplicadas aos dois sistemas, conforme visto nas Eqs. (30) a (33).

## 4.5 DEFINIÇÃO DOS ENSAIOS

A análise numérica do Método das Quatro Voltas Acelerado é feita com a aquisição da vibração do rotor para cada acionamento necessário na aplicação do método. Para cada ensaio elaborado, simulam-se as quatro voltas que compõem o método com as quatro distribuições de massa previstas na definição do MQVA sendo usadas para gerar as amplitudes de vibração correspondentes. São utilizadas, portanto, massas de testes em diferentes posições angulares, além da medição da amplitude relativa à presença do desbalanceamento isoladamente, relativo a primeira volta realizada. A sequência de ações que define a realização dos ensaios é expressa através do fluxograma da Fig. (22):

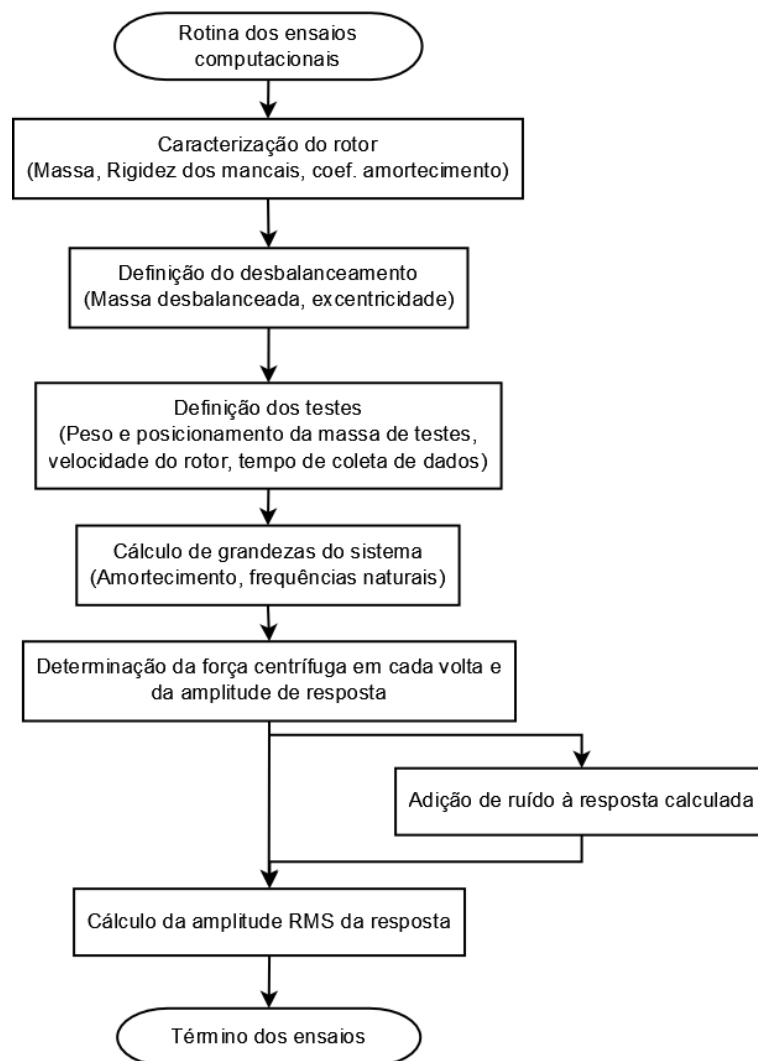


Figura 22. Fluxograma de realização dos ensaios numéricos

As amplitudes de vibração obtidas servem como entradas para o código do MQVA, que calcula a massa de correção e o ângulo de seu posicionamento a fim de reduzir o desbalanceamento verificado.

A obtenção da resposta do rotor  $y(t)$  relativa ao plano escolhido para tomada das medições,

conforme definido pela Eq. (27), é feita por intervalo igual a 100 períodos de revolução. Essa escolha é feita para que, independentemente da frequência de rotação utilizada, sejam sempre coletadas informações durante 100 rotações do eixo.

O valor RMS das amplitudes de resposta do rotor nesse intervalo de tempo é calculado, determinando o comportamento médio do rotor durante o período de coleta de dados. O valor RMS (*root mean square*) da amplitude representa a raiz quadrada da média aritmética do quadrado dos valores da função, como definido na Eq. (34).

$$y_{RMS} = \sqrt{\frac{(y_1^2 + y_2^2 + \dots + y_n^2)}{n}} \quad (34)$$

Na análise feita optou-se pelo uso dos valores referentes ao deslocamento do rotor, porém sua velocidade e aceleração também podem ser usadas com os mesmos efeitos.

Já que o método prevê o acoplamento de massas em diferentes pontos do rotor para realizar o balanceamento, a Eq. (28) desenvolvida para a amplitude de resposta do rotor é modificada pela inclusão de uma massa extra em cada volta realizada.

A combinação da massa adicionada com o desbalanceamento original atuando sobre o rotor em movimento pode ser representada pelo cálculo de uma nova massa resultante  $m_{COMB}$ . Tal massa corresponde ao resultado da soma vetorial das forças causadas pelas duas massas. Assumindo mesma excentricidade e velocidade de rotação, pode-se simplificar a soma vetorial de forças usando-se apenas as massas, como definido na Eq. (35). Na equação,  $\theta$  representa o ângulo entre a massa excêntrica e a massa de testes para a volta simulada.

$$m_{COMB} = \sqrt{m_D^2 + m_T^2 + 2 m_D m_T \cos(\theta)} \quad (35)$$

Conforme descrito na seção 3.2, a primeira massa de testes (volta 2) é posicionada em um ponto qualquer do rotor, enquanto a volta 3 é realizada com a massa de testes a 180° do ponto no qual foi posicionada para a segunda volta e a volta 4, quando necessária, é feita com a massa de testes a 90° da posição adotada para a volta 2. Dessa forma, o ângulo  $\theta$  de posicionamento da massa de testes assume os valores identificados nas Eqs. (36) a (38).

$$\theta = \theta_1 \text{ (Segunda volta)} \quad (36)$$

$$\theta = \theta_1 + 180^\circ \text{ (Terceira volta)} \quad (37)$$

$$\theta = \theta_1 + 90^\circ \text{ (Quarta volta)} \quad (38)$$

Com a definição da massa combinada  $m_{COMB}$  e dos ângulos entre a massa de testes e a massa desbalanceadora para cada volta, é possível calcular a amplitude da resposta do rotor modificando a Eq.



(27) para a forma descrita em (39).

$$A_i = \frac{m_{COMB,i} e \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right)^2 + \left(2\xi \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right)^2}} \quad (39)$$

Como o cálculo de  $m_{COMB,i}$  varia a cada volta do sistema, são obtidos valores diferentes de vibração para cada acionamento, possibilitando a realização do balanceamento.

A análise dos resultados para o método estudado é baseada nos índices de precisão e confiabilidade, conforme descrito na subseção 3.2.1. A adequação das condições de teste a esses índices define a necessidade, ou não, da realização da quarta volta para determinação do balanceamento.

Como os índices são baseados na magnitude da massa de testes e em seu posicionamento angular, executam-se os testes com a variação destes dois parâmetros para avaliar se a variação da performance do MQVA obedece às relações estabelecidas pelo autor.

Adicionalmente, testa-se a variação da frequência de rotação do rotor com intuito de verificar como a proximidade da velocidade do rotor em relação à frequência natural do sistema influencia na precisão do processo de balanceamento.

Outra condição a ser analisada é a presença de ruído nas medições, já que em aferições no campo sempre haverá algum nível de ruído exercendo influência nos valores obtidos e essa influência pode ser tal que afete o sucesso do método de balanceamento.

A Figura (23) apresenta os ensaios a serem realizados identificando suas características.

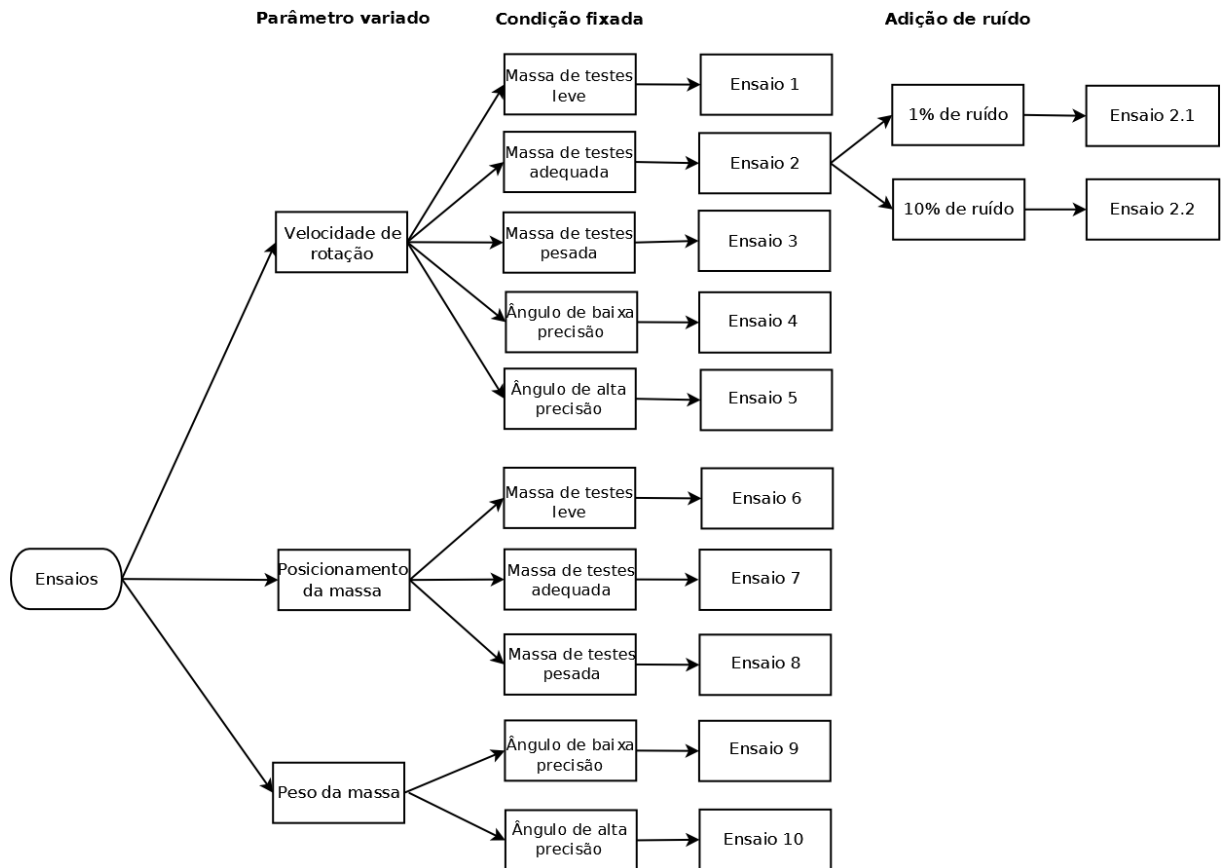


Figura 23. Descrição dos ensaios propostos

Nesses ensaios, os valores impostos para as massas de testes são definidos com base no intervalo de valores definido para verificação do índice de confiabilidade ( $0,3 \leq \frac{m_T}{m_D} \leq 3$ ). São escolhidas três massas de testes, que ao serem comparadas com a massa de desbalanceamento, resultam em razões inferior, adequada e superior, respectivamente, aos limites do intervalo a ser verificado. Para os ensaios 1, 2 e 3 é avaliada a qualidade dos resultados para diferentes velocidades do rotor e nos ensaios 6, 7 e 8 o ângulo é o parâmetro variado.

A Figura (23) também define os testes a serem realizados quando fixado o ângulo de posicionamento das massas de teste. A velocidade de rotação do rotor (ensaios 4 e 5) e o valor das massas de testes (ensaios 9 e 10) são variados com a imposição de que as massas de teste estejam posicionadas em um ângulo contido nos intervalos de baixa precisão ( $0^\circ$  a  $30^\circ$  ou  $150^\circ$  a  $180^\circ$ ) e outro no intervalo de boa precisão ( $55^\circ$  a  $125^\circ$ ), conforme a Fig. (18).

Os procedimentos acima definidos são executados, primeiramente, com apenas três voltas conforme previsto pelo MQVA. Os ensaios que não atenderem a ambos os índices são submetidos à quarta volta para finalizar o balanceamento, como retratado pelos caminhos 5 e 6 da Fig. (19).

Adicionalmente, para o ensaio 2, cuja massa fixada se enquadra no intervalo de valores recomendados, são feitas medições com a imposição de ruídos a fim de obter conhecimento sobre a influência de tais fenômenos na qualidade dos resultados.

O ruído utilizado é definido pela Eq. (40).

$$y_R = f * y_{RMS} * n_{AL} \quad (40)$$

O valor de  $y_{RMS}$  representa o valor RMS da resposta medida para o rotor. A constante  $f$  representa a porcentagem da amplitude RMS designada para caracterizar o ruído e é adotada como 1% ou 10% nos testes feitos. A constante  $n_{AL}$  é um número aleatório entre -1 e 1 usado inserir a aleatoriedade do ruído.

O ruído, portanto, representa uma fração da média das amplitudes obtidas e é usado para impor uma perturbação em cada valor  $y(t)$  ao longo período de coleta. Nesse caso, é caracterizado como ruído branco, que apresenta um comportamento constante ao longo do espectro observado e representa a combinação de vários fatores que podem estar presentes em medições de vibração reais, afetando as grandezas medidas.

Os ensaios foram realizados com a adoção de um valor específico para cada condição fixada e com a escolha de uma série de valores para o parâmetro a ser variado.

Para as condições fixadas determinaram-se os valores de massa de testes e posicionamento angular apresentados na Tab. (1).

Tabela 1. Valores de massa de teste e ângulos impostos aos testes

<b>Condição fixada</b>	<b>Valor escolhido</b>	<b>Valores de referência</b>
Massa de testes leve (Ensaio 1 e 6)	$\frac{m_T}{m_D} = 0,06$	$\frac{m_T}{m_D} < 0,3$
Massa de testes adequada (Ensaio 2 e 7)	$\frac{m_T}{m_D} = 0,53$	$0,3 \leq \frac{m_T}{m_D} \leq 3$
Massa de testes pesada (Ensaio 3 e 8)	$\frac{m_T}{m_D} = 15$	$\frac{m_T}{m_D} > 3$
Ângulo fora da zona de precisão (Ensaio 4 e 9)	$\theta = 15^\circ$	$\theta < 30^\circ$ ou $150^\circ < \theta < 180^\circ$
Ângulo na zona de precisão (Ensaio 5 e 10)	$\theta = 80^\circ$	$55^\circ < \theta < 125^\circ$

O intervalo de valores escolhidos para os parâmetros a serem variados foi determinado para que fossem ensaiados pontos em regiões que se esperam resultados insatisfatórios e regiões cujos resultados devem ser satisfatórios. Com isso, é possível verificar a variação da exatidão dos resultados.

Apresentam-se nas Tabs. (2) a (4) os valores escolhidos para cada parâmetro nos ensaios em que são variados e servem como base de comparação, indicando sua situação relativa aos intervalos dos índices de precisão e confiabilidade.

Tabela 2. Valores de velocidade de rotação submetidos aos ensaios

Parâmetro a ser variado	Pontos escolhidos	Total de pontos
Razão $\omega/\omega_n$ (Ensaio 1 a 5)	0,22; 0,45; 0,67; 0,78; 0,89; 1; 1,12; 1,23; 1,34; 1,45; 1,57; 1,79; 2,01; 2,46; 2,91; 3,36; 3,80	17

Tabela 3. Valores de ângulos submetidos aos ensaios

Parâmetro a ser variado	Pontos na zona de baixa precisão	Pontos na zona de média precisão	Pontos na zona de alta precisão	Total de pontos
Ângulo da massa de testes (Ensaio 6, 7 e 8)	15°, 20°, 160°, 165°	30°, 45°, 135°, 150°	60°, 80°, 100°, 120°	12

Tabela 4. Valores de massa de testes submetidos aos ensaios

Parâmetro a ser variado	Pontos abaixo do intervalo confiável	Pontos contidos no intervalo confiável	Pontos acima do intervalo confiável	Total de pontos
Razão $m_T/m_D$ (Ensaio 9 e 10)	0,2; 0,27	0,33; 0,67; 1; 1,33; 1,67; 2; 2,33; 2,67	3,33; 3,67	12

Para cada um dos pontos escolhidos foi estabelecido um processo iterativo no script usado, no qual o procedimento de balanceamento é repetido por 100 vezes. Calculam-se, então, os resultados médios de massa e ângulo de correção com os respectivos desvios padrões.

A razão da repetição do balanceamento para cada ponto é a busca por resultados que reflitam o comportamento médio do sistema, já que a determinação do posicionamento das massas de testes no balanceamento é feita usando um método iterativo com perturbação aleatórias. Tais métodos exigem o uso de perturbações aleatórias durante as iterações e por isso geram resultados que não são idênticos a cada vez em que o teste é repetido.

## 4.6 RESULTADOS

### 4.6.1 BALANCEAMENTO COM TRÊS VOLTAS

Para a definição completa de um ensaio, é necessário estabelecer valores para os seguintes parâmetros:

- Valor da massa de testes;
- Velocidade de rotação do rotor;
- Posicionamento da massa de testes.

Em cada um dos ensaios listados acima, dois dos parâmetros são definidos, restando a especificação do valor da outra grandeza para a caracterização de cada caso examinado.

A Tabela (5) resume os ensaios previamente definidos identificando suas respectivas características. Além do que é informado na Fig. (23), são arbitradas as condições pendentes, chamadas de parâmetro adicional para definir completamente os testes.

Tabela 5. Condições testadas no balanceamento com três voltas

Ensaio	Condição fixada	Condição variada	Parâmetro adicional
1	Massa de testes leve ( $\frac{m_T}{m_D} = 0,06$ )	Velocidade de rotação (Tab.2)	Ângulo = 25° (Baixa precisão)
2	Massa de testes adequada ( $\frac{m_T}{m_D} = 0,53$ )	Velocidade de rotação (Tab.2)	Ângulo = 25° (Baixa precisão)
3	Massa de testes pesada ( $\frac{m_T}{m_D} = 15$ )	Velocidade de rotação (Tab.2)	Ângulo = 25° (Baixa precisão)
4	Ângulo de baixa precisão ( $\theta = 15^\circ$ )	Velocidade de rotação (Tab.2)	Massa de testes adequada ( $\frac{m_T}{m_D} = 0,53$ )
5	Ângulo de alta precisão ( $\theta = 80^\circ$ )	Velocidade de rotação (Tab.2)	Massa de testes adequada ( $\frac{m_T}{m_D} = 0,53$ )
6	Massa de testes leve ( $\frac{m_T}{m_D} = 0,06$ )	Posicionamento da massa de testes (Tab.3)	Velocidade de rotação = 1500 rpm
7	Massa de testes adequada ( $\frac{m_T}{m_D} = 0,53$ )	Posicionamento da massa de testes (Tab.3)	Velocidade de rotação = 1500 rpm
8	Massa de testes pesada ( $\frac{m_T}{m_D} = 15$ )	Posicionamento da massa de testes (Tab.3)	Velocidade de rotação = 1500 rpm
9	Ângulo de baixa precisão ( $\theta = 15^\circ$ )	Valor da massa de testes (Tab. 4)	Velocidade de rotação = 1500 rpm
10	Ângulo de alta precisão ( $\theta = 80^\circ$ )	Valor da massa de testes (Tab. 4)	Velocidade de rotação = 1500 rpm

Os resultados verificados após a realização dos ensaios são apresentados em gráficos com a indicação da massa de correção e do seu posicionamento. O valor da massa será apresentado através da razão entre a massa sugerida pela rotina computacional e a massa que era esperada (Eq. 41). Quanto ao posicionamento, o ângulo buscado é adotado como 0° e são mostrados os resultados em função da diferença para o valor desejado.

$$\text{Razão } m_S/m_D = \frac{\text{Massa encontrada}}{\text{Massa esperada}} \quad (41)$$

Ambos os gráficos contam com a representação do valor médio dos 100 testes feitos para cada ponto e o erro é definido como o dobro do desvio padrão, que representa um intervalo de confiança de 95% para os valores apresentados.

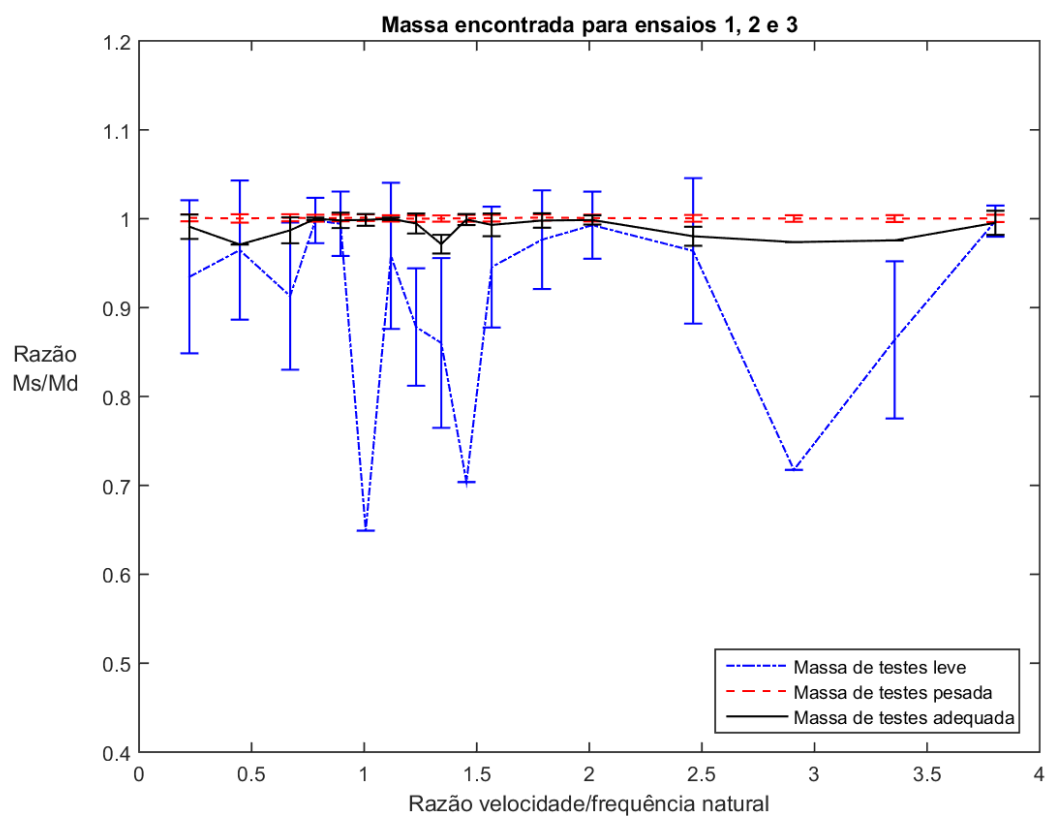


Figura 24. Massa de correção para os ensaios 1, 2 e 3

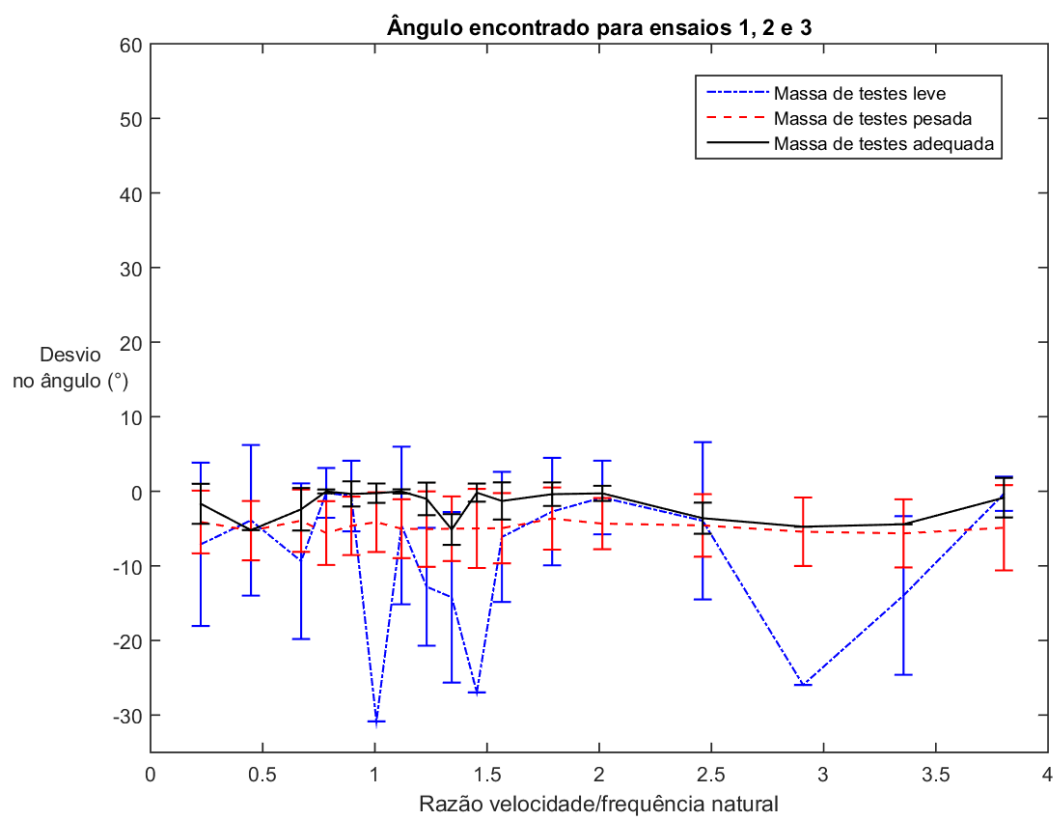


Figura 25. Ângulo encontrado para os ensaios 1, 2 e 3.

Nas Figuras (24) e (25) é retratada a influência da massa de testes usada para uma série de velocidades de rotação verificadas. Fica evidente pela Fig. (24) que no caso da massa de testes, quanto mais pesada ela for, melhores são os resultados gerados para a razão  $m_S/m_D$ . O resultado para a massa pesada apresenta a maior proximidade ao valor esperado e possui o menor desvio padrão entre os analisados, indicando confiabilidade nos valores gerados. Para a massa adequada, os valores ainda são muito próximos aos desejados (a discordância é inferior a 3% para todos os casos) e o desvio padrão é maior. Para a massa leve, observa-se que os valores obtidos apresentam grande discrepância em relação ao nível de referência, sendo a maior delas no ponto de velocidade crítica.

Embora a massa de testes pesada esteja fora do intervalo correspondente ao índice de confiabilidade, dado pela Eq. (4), na definição do MQVA é feita a ressalva de que os resultados de massa de correção adequados são encontrados quando a massa de testes é até 50 vezes maior que a massa desbalanceada. Dessa forma, o ensaio 3 se enquadra nessa condição e resulta em um resultado satisfatório, conforme esperado.

Na Figura (25), o gráfico retrata que os valores do ângulo de posicionamento da massa de correção são sugeridos com mais exatidão no ensaio 2, quando se utiliza a massa de testes adequada. Para tal condição, os valores apresentam-se mais próximos da referência (distâncias inferiores a 5°) e com o intervalo de confiança mais restrito. O uso da massa de testes pesada aponta resultados de qualidade inferior em relação à massa adequada, visto que o erro associado a ela é mais alto e a massa leve apresenta os resultados de mais baixa precisão entre os três ensaios.

Com os valores obtidos, é possível verificar que o comportamento encontrado ratifica o que era esperado para o método. No ensaio 1, os índices de precisão e confiabilidade não são respeitados, e, portanto, não era esperado que os resultados encontrados com a realização de três voltas fossem satisfatórios, sinalizando que o balanceador deve realizar a quarta volta para encerrar o balanceamento. No ensaio 2, o índice de confiabilidade é atendido (massa adequada) e os resultados encontrados apresentam divergência muito baixa em relação aos valores de referência. Para o ensaio 3, os índices de precisão e confiabilidade também não são atendidos, mas os valores encontrados, sobretudo para a massa de teste, permitem um balanceamento adequado.

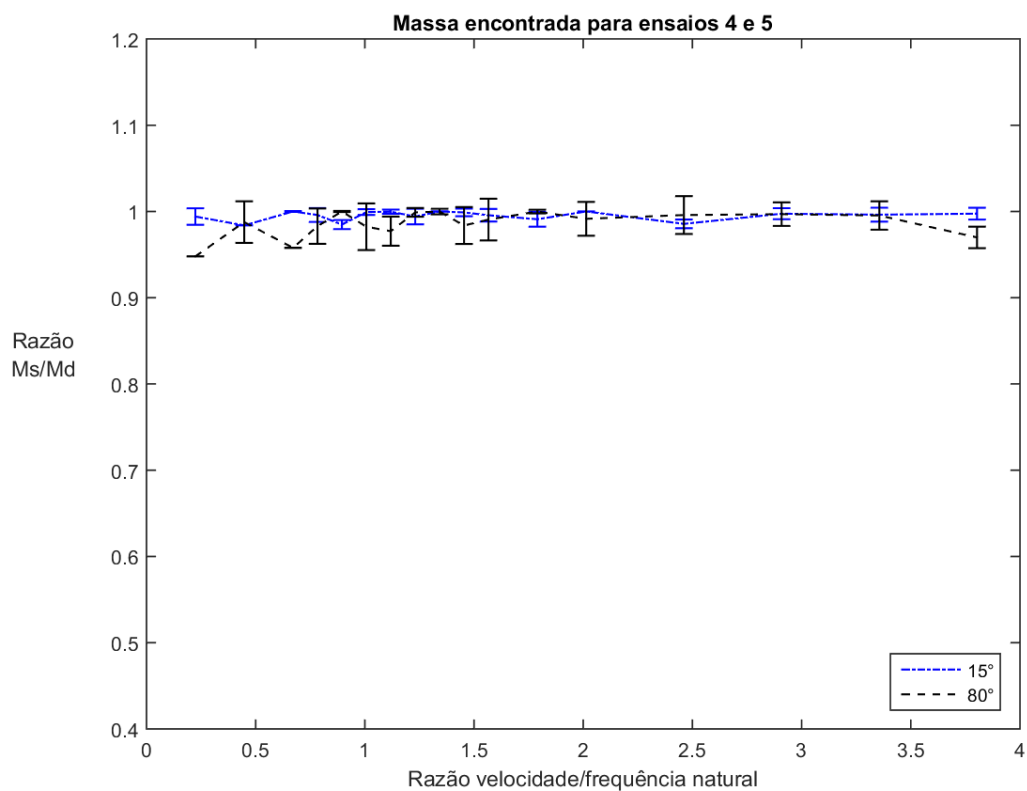


Figura 26. Massa encontrada para os ensaios 4 e 5

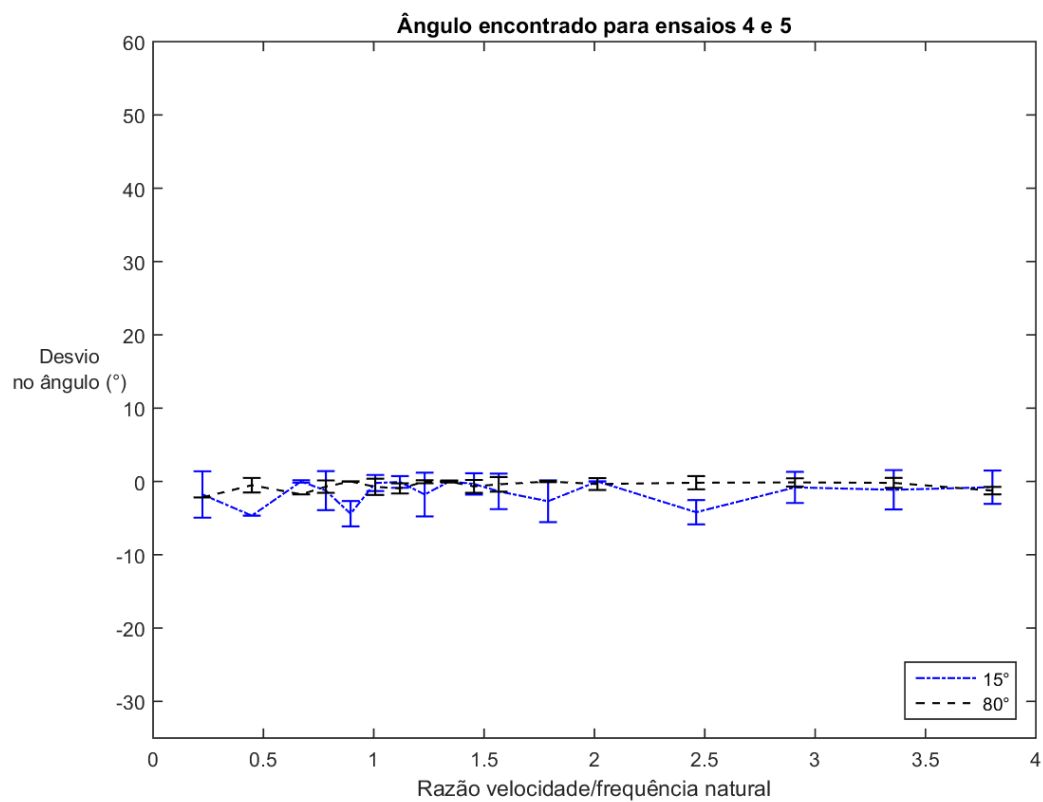


Figura 27. Ângulos encontrados para os ensaios 4 e 5



Os ensaios 4 e 5 são feitos com uma massa de testes adequada a  $15^\circ$  e  $80^\circ$  da massa desbalanceadora, respectivamente, para várias frequências de rotação. Os gráficos produzidos revelam que a massa sugerida como resultado é bem próxima ao valor buscado, não divergindo deste em mais de 5% para nenhum dos pontos testados. Esse comportamento era esperado, já que o MQVA garante resultados satisfatórios com o uso da massa de testes adequada para todos os ângulos, conforme estabelecido no esquema da Fig. (19).

Observa-se na Fig. (26) que o pior valor da razão  $m_s/m_D$  para o ângulo de  $80^\circ$  ocorre na menor frequência de rotação adotada, quando a força centrífuga é baixa revelando a relação direta entre as duas grandezas. Para frequências mais altas, o resultado se estabiliza em um intervalo superior de valores.

Quanto aos ângulos de correção, a Fig. (27) revela que os resultados para o ângulo de boa precisão testado têm desvio inferior a  $2^\circ$  para todos os casos observados, sendo mais precisos para frequências de rotação altas. Os resultados para o ângulo de  $15^\circ$  ainda são bastante coerentes, porém apresentam maior desvio padrão e uma divergência maior dos resultados em alguns dos pontos observados.

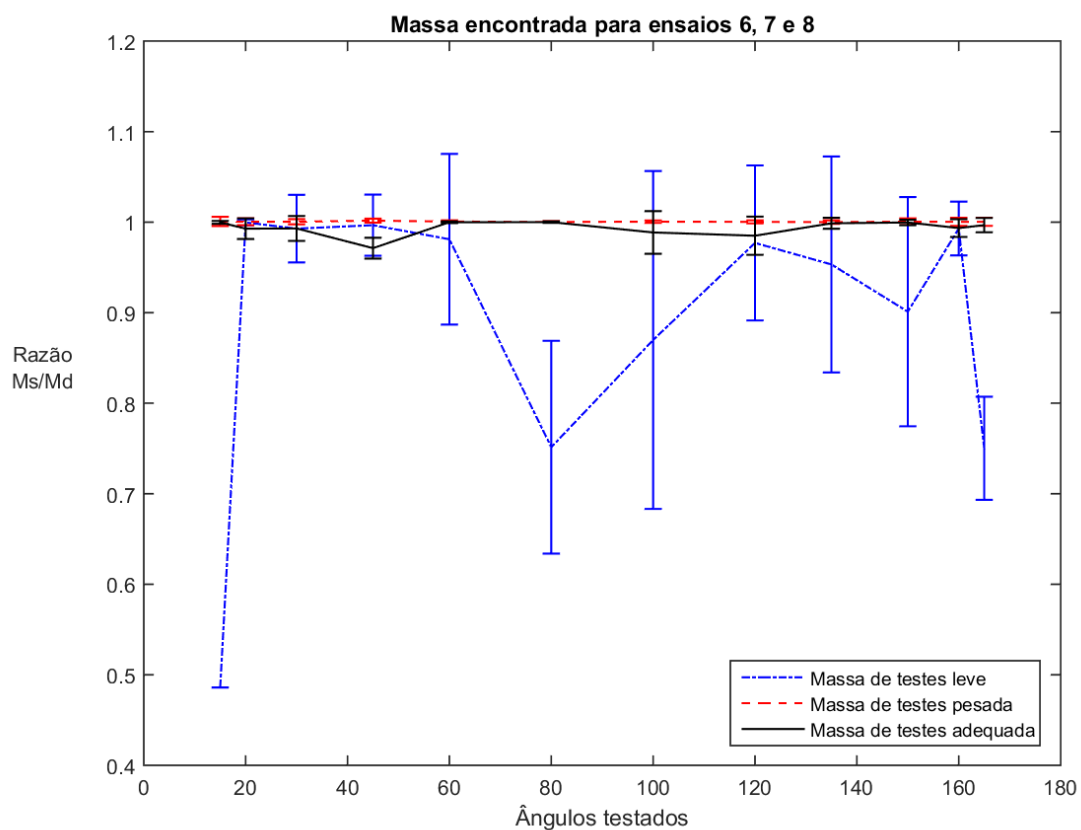


Figura 28. Massa encontrada para os ensaios 6, 7 e 8

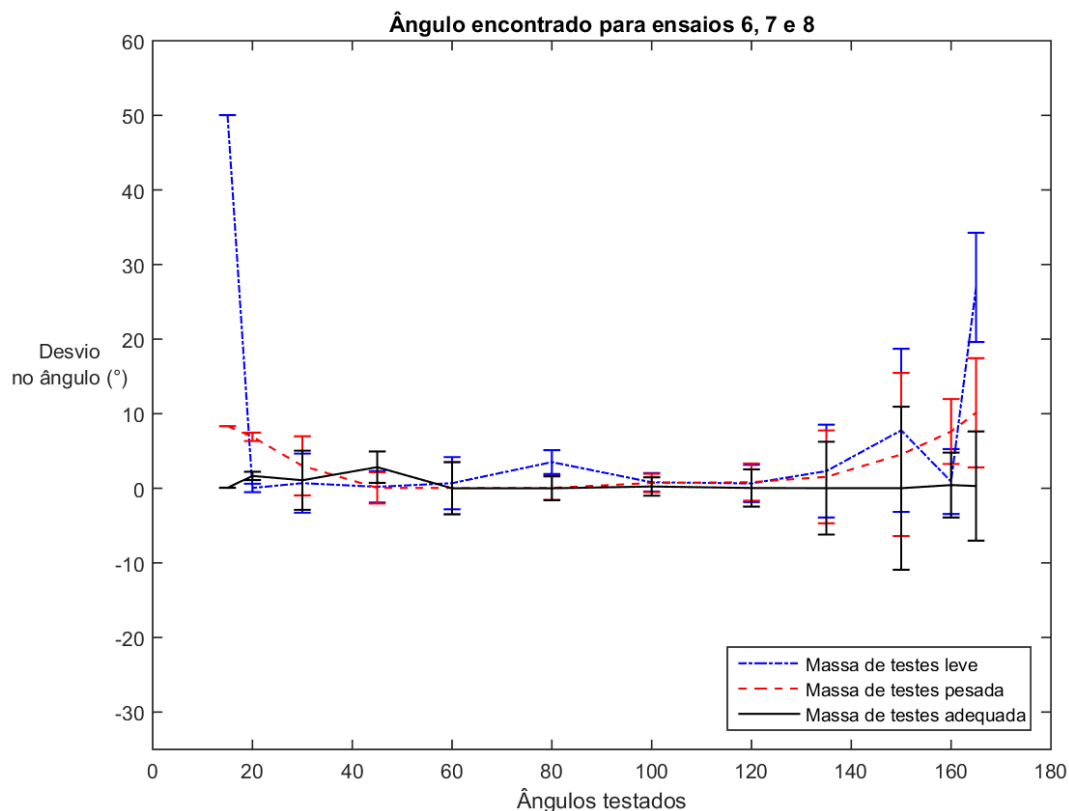


Figura 29. Ângulo encontrado para os ensaios 6, 7 e 8

Nos ensaios 6, 7 e 8, a frequência de rotação é fixada em 1500 rpm e para cada condição de massa de testes, os ângulos são variados. A Figura (28) retrata que os resultados com massas de testes adequada ou pesada são muito precisos, confirmando que a indicação da massa de correção no balanceamento é feita de forma adequada para um intervalo de valores de massa de testes maior em relação à indicação realizada para o ângulo (Equações 4 e 5).

A massa de testes leve fornece resultados discrepantes não só para ângulos de baixa precisão, mas também para ângulos próximos a  $90^\circ$ . Uma possível explicação para tal ocorrência é que a soma vetorial da massa de testes com a massa desbalanceada é proporcional ao cosseno do ângulo que as separa e, conforme a Eq. (36), assume seus menores valores em ângulos próximos a  $90^\circ$ . Esse comportamento combinado à velocidade de rotação usada não resulta em uma perturbação sensível ao algoritmo e não é suficiente para levá-lo à convergência esperada.

A Figura (29) evidencia que para o ângulo de correção são verificados valores que se afastam significativamente da referência quando o ângulo testado é muito próximo a  $0^\circ$  ou  $180^\circ$ . Esse comportamento é mais claramente notado para a massa de testes leve. Em tal situação, o ângulo entre massas testado de  $15^\circ$  é responsável por uma diferença de  $50^\circ$  entre o ângulo buscado e o resultado fornecido. Para a massa de testes pesada, o resultado apresenta-se melhor nos ângulos de boa precisão chegando a um desvio de aproximadamente  $10^\circ$  nos ângulos em que se espera baixa precisão.

Dessa forma, os ensaios 4, 5 e 6 confirmam a teoria do MQVA, mostrando que para ângulos

inferiores a  $30^\circ$  ou entre  $150^\circ$  e  $180^\circ$ , o balanceamento encontrado é de precisão inferior. Por outro lado, com o uso da massa de testes no intervalo estipulado, é possível obter-se um valor satisfatório para todos os ângulos verificados.

Para verificar a influência do uso de uma força centrífuga maior no aumento da precisão do balanceamento, o ensaio 6 foi repetido com uso de uma velocidade maior para o rotor. A Figura (30) representa os resultados encontrados para a massa de correção. Nela fica evidente que o uso de uma frequência maior tende a melhorar os resultados obtidos.

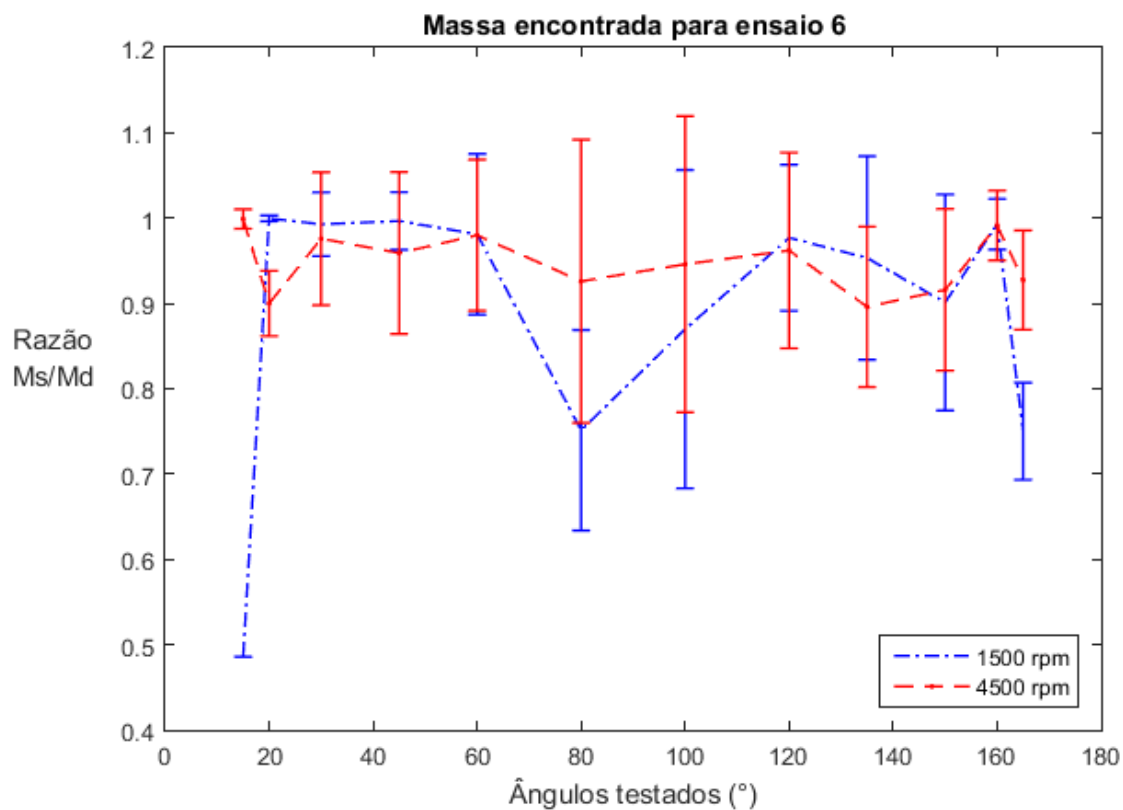


Figura 30. Ensaio 6 com variação da frequência de rotação

Pode-se verificar, portanto, que o aumento na força centrífuga atuante contribui para o sucesso do MQVA. No caso do uso de uma massa de testes leve, a discrepância diminui para os ângulos que apresentavam os piores resultados.

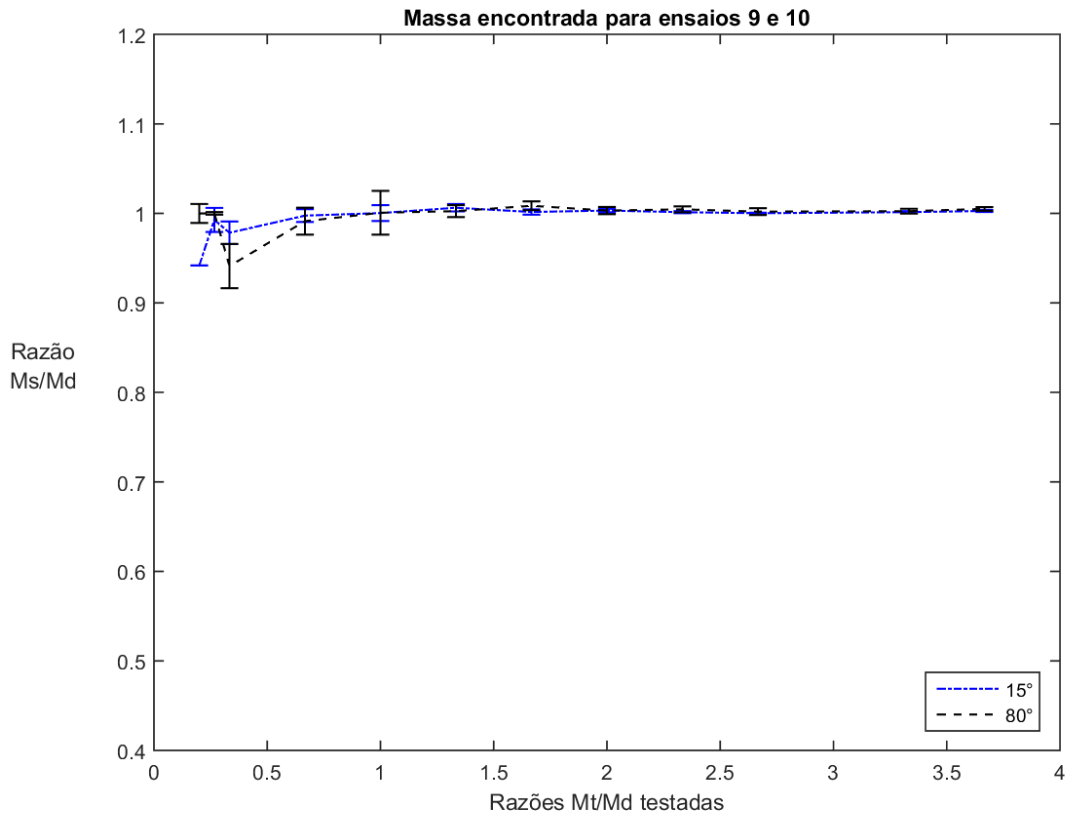


Figura 31. Massas encontrados para os ensaios 9 e 10

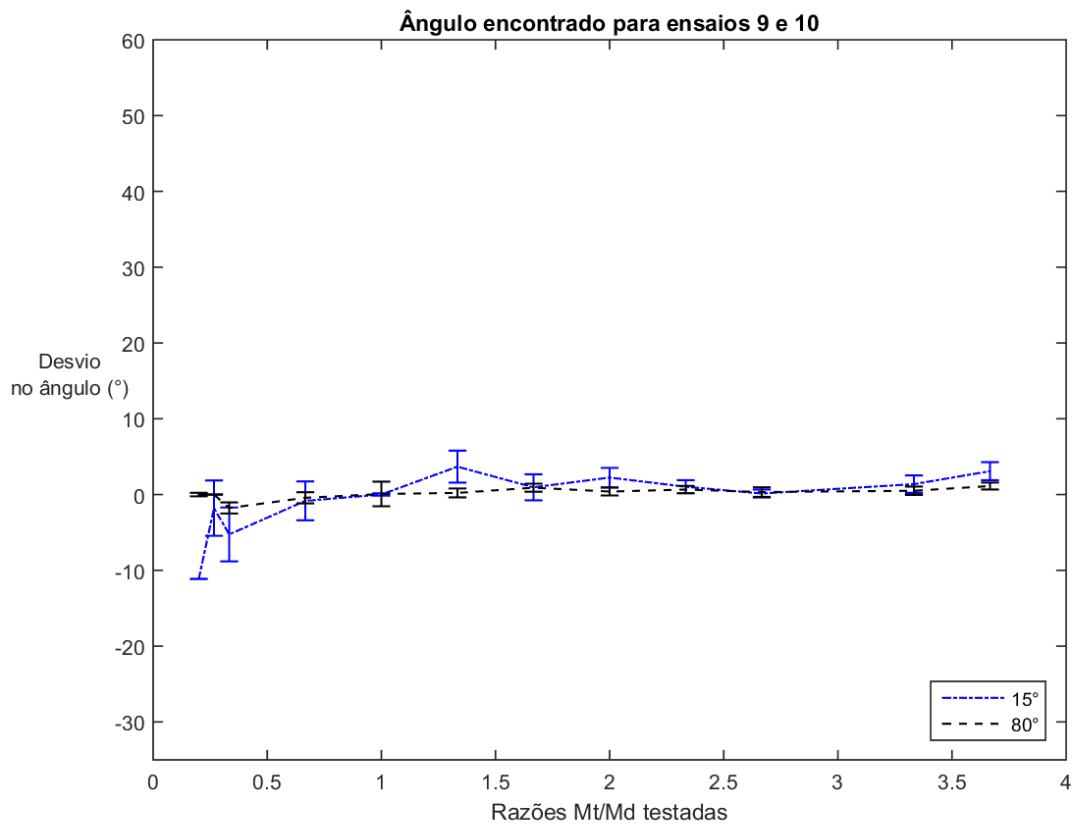


Figura 32. Ângulos encontrados para os ensaios 9 e 10

Os ensaios 9 e 10 tratam do cenário no qual fixa-se uma frequência de rotação para o eixo rotativo modelado e para cada ângulo imposto como condição nos ensaios, a massa de testes usada é variada. Os resultados das Figs. (31) e (32) apontam que nos pontos em que a massa usada tem valor muito baixo, abaixo do nível mínimo do índice de confiabilidade, os resultados apresentam os piores valores. Esse efeito se sobressai, como esperado, para o ângulo de 15°, que também não atende ao índice de precisão e leva o estudo para a condição na qual é necessária a realização da quarta volta.

Do ponto de vista da massa de correção, os valores encontrados não se diferem muito para os dois ângulos podendo apresentar valores menos precisos em alguns pontos para o ângulo de 80°. Quanto aos ângulos de correção, observa-se que os resultados do teste com ângulo de boa precisão ficam centrados em 0° indicando a determinação do ângulo de correção esperado. Para o ângulo de baixa precisão, os resultados são similares apresentando flutuação pouco maior.

#### 4.6.2 BALANCEAMENTO COM QUATRO VOLTAS

Alguns dos ensaios apresentam, em alguns dos pontos testados ou em sua totalidade, condições nas quais se aconselha o uso de quatro voltas para balancear o rotor. Para tais situações, os ensaios apresentados na subseção 4.6.1 são repetidos, agora adicionando-se a quarta volta nas situações determinadas pelo MQVA. A Tabela (6) indica, a partir da caracterização feita para os testes realizados, quais devem ser refeitos por não atenderem aos índices de qualidade descritos.

Tabela 6. Condições testadas no balanceamento com três voltas

Ensaio	Velocidade de rotação	Massa de testes	Índice de confiabilidade atendido?	Posicionamento da massa	Índice de precisão atendido?	Necessidade da quarta volta?
1	Tabela 2	$\frac{m_T}{m_D} = 0,06$ (Leve)	Não	25° (Baixa precisão)	Não	Sim
2	Tabela 2	$\frac{m_T}{m_D} = 0,53$ (Adequada)	Sim	25° (Baixa precisão)	Não	Não
3	Tabela 2	$\frac{m_T}{m_D} = 15$ (Pesada)	Não	25° (Baixa precisão)	Não	Sim
4	Tabela 2	$\frac{m_T}{m_D} = 0,53$ (Adequada)	Sim	15° (Baixa precisão)	Não	Não
5	Tabela 2	$\frac{m_T}{m_D} = 0,53$ (Adequada)	Sim	80° (Alta precisão)	Sim	Não
6	1500 rpm	$\frac{m_T}{m_D} = 0,06$ (Leve)	Não	Tabela 3	Não <sup>1</sup>	Sim
7	1500 rpm	$\frac{m_T}{m_D} = 0,53$ (Adequada)	Sim	Tabela 3	Não <sup>1</sup>	Não

<sup>1</sup> Os ensaios assinalados apresentam pontos que se enquadram nos índices estabelecidos e pontos que os extrapolam. Dessa forma, tais ensaios são realizados com a quarta volta para verificação da mudança na resposta.

8	1500 rpm	$\frac{m_T}{m_D} = 15$ (Pesada)	Não	Tabela 3	Não <sup>1</sup>	Sim
9	1500 rpm	Tabela 4	Não <sup>1</sup>	15° (Baixa precisão)	Não	Sim
10	1500 rpm	Tabela 4	Não <sup>1</sup>	80° (Alta precisão)	Sim	Não

Conforme exposto na tabela, os Ensaios 1, 3, 6, 8 e 9 devem ser repetidos por atenderem aos critérios de utilização da quarta volta. Consequentemente, os resultados fornecidos são comparados com o balanceamento de três voltas, verificando-se a mudança na qualidade do balanceamento.

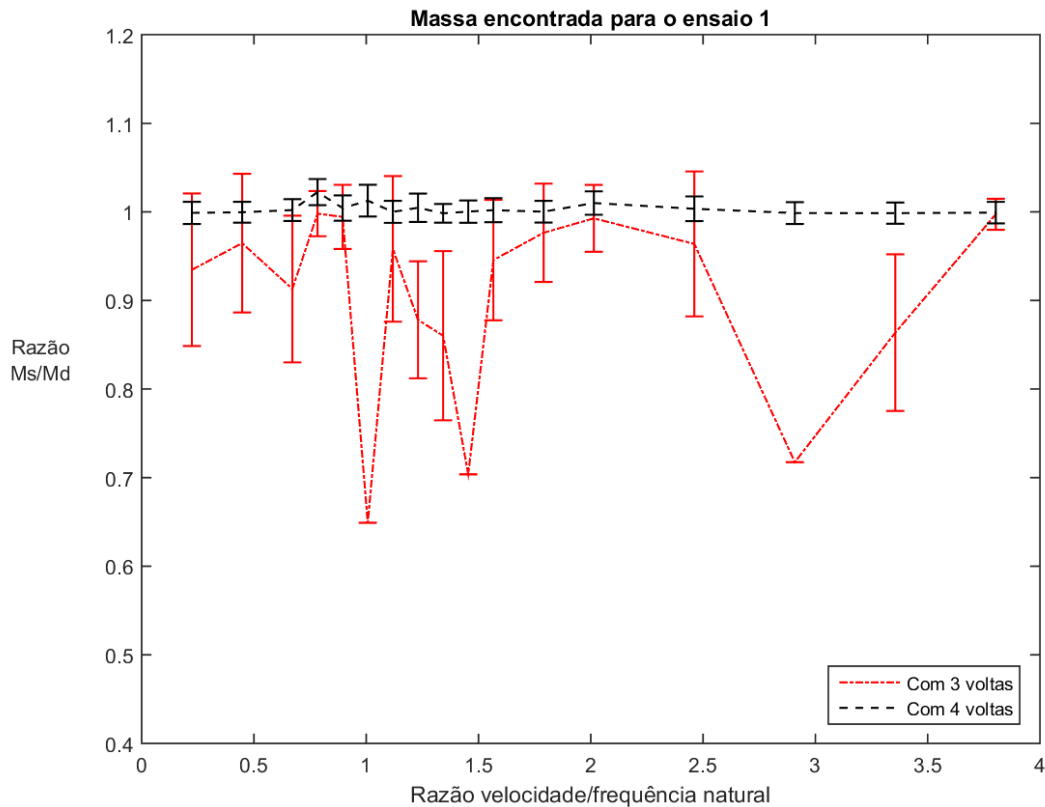


Figura 33. Resultados de massa de correção com 3 e 4 voltas para o ensaio 1

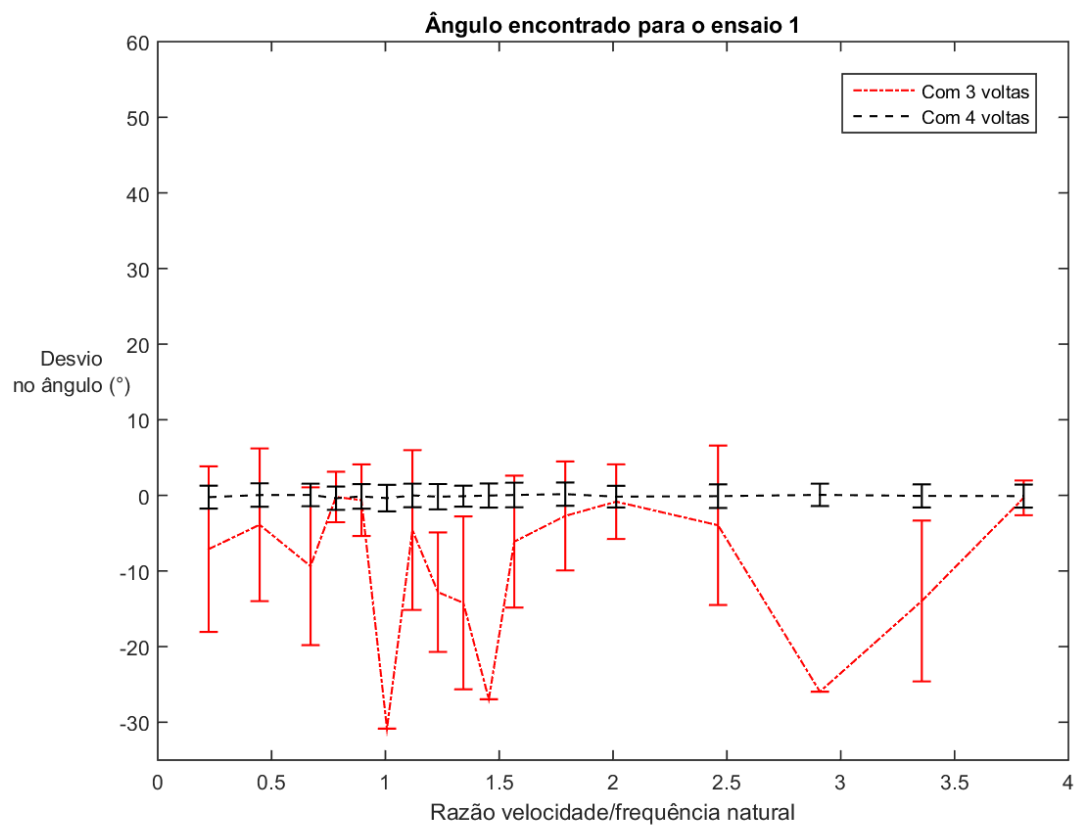


Figura 34. Resultados do ângulo com 3 e 4 voltas para o ensaio 1

As Figuras (33) e (34) mostram a melhora dos resultados com a realização de 4 voltas para o ensaio 1. O método indicava a necessidade da correção do balanceamento para todos os pontos testados e é evidente a superior qualidade dos resultados após o uso da volta adicional. O valor da massa de correção e do seu posicionamento para todas as velocidades de rotação passa a apresentar boa convergência aos valores de referência e baixo desvio padrão.

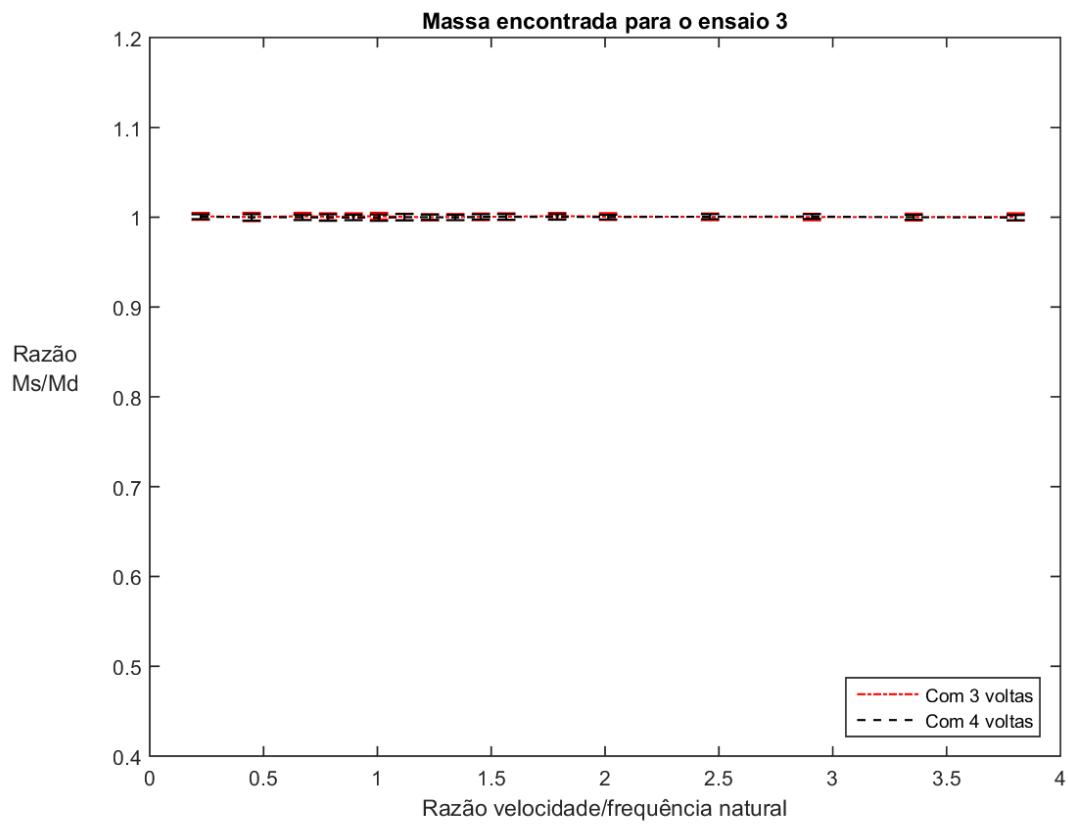


Figura 35. Resultados de massa de correção com 3 e 4 voltas para o ensaio 3

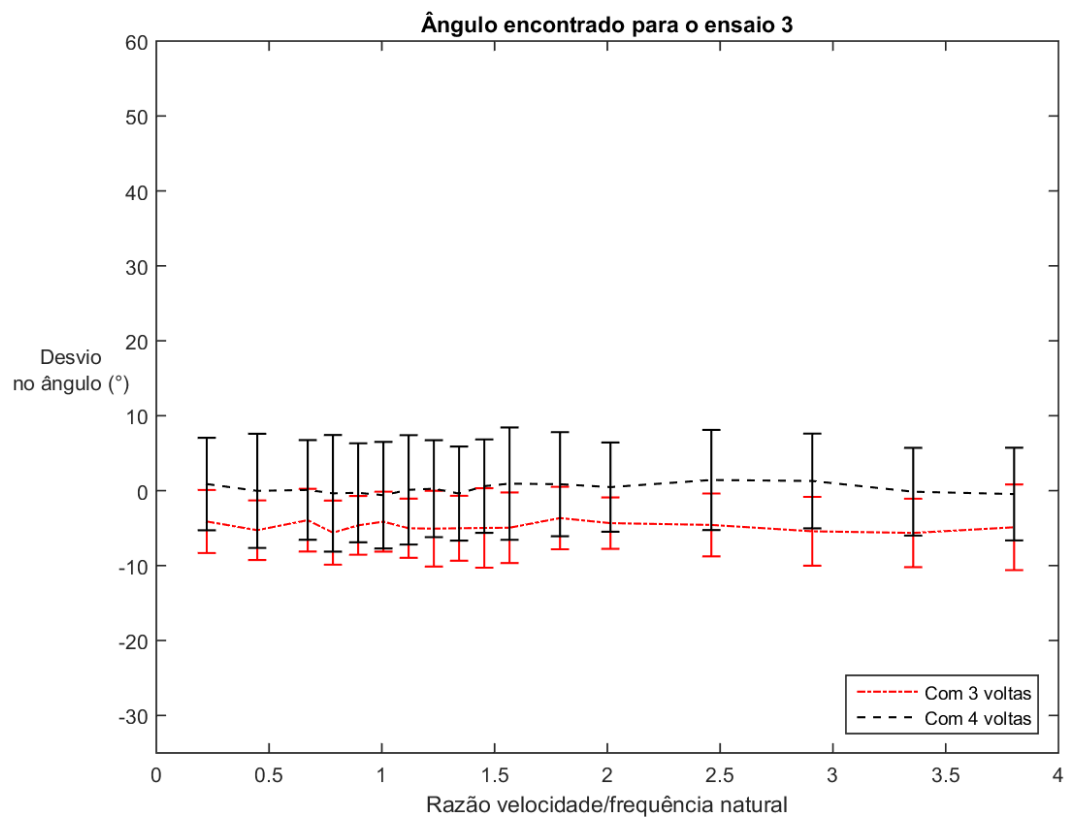


Figura 36. Resultados de ângulo com 3 e 4 voltas para o ensaio 3



As Figuras (35) e (36) indicam evolução na acurácia dos resultados obtidos, sobretudo para o ângulo de correção, que passa a possuir média muito próxima a  $0^\circ$  para todos os valores de frequência. Para o procedimento com três voltas, a convergência se dava a aproximadamente  $5^\circ$  do valor devido.

Comparando os resultados com o ensaio 1, verifica-se um balanceamento superior no ensaio 3 que é feito com massa mais pesada. Isso ratifica a influência da força centrífuga sobre os resultados obtidos e minimiza o efeito da adição da quarta volta para a redução do balanceamento residual no caso 3.

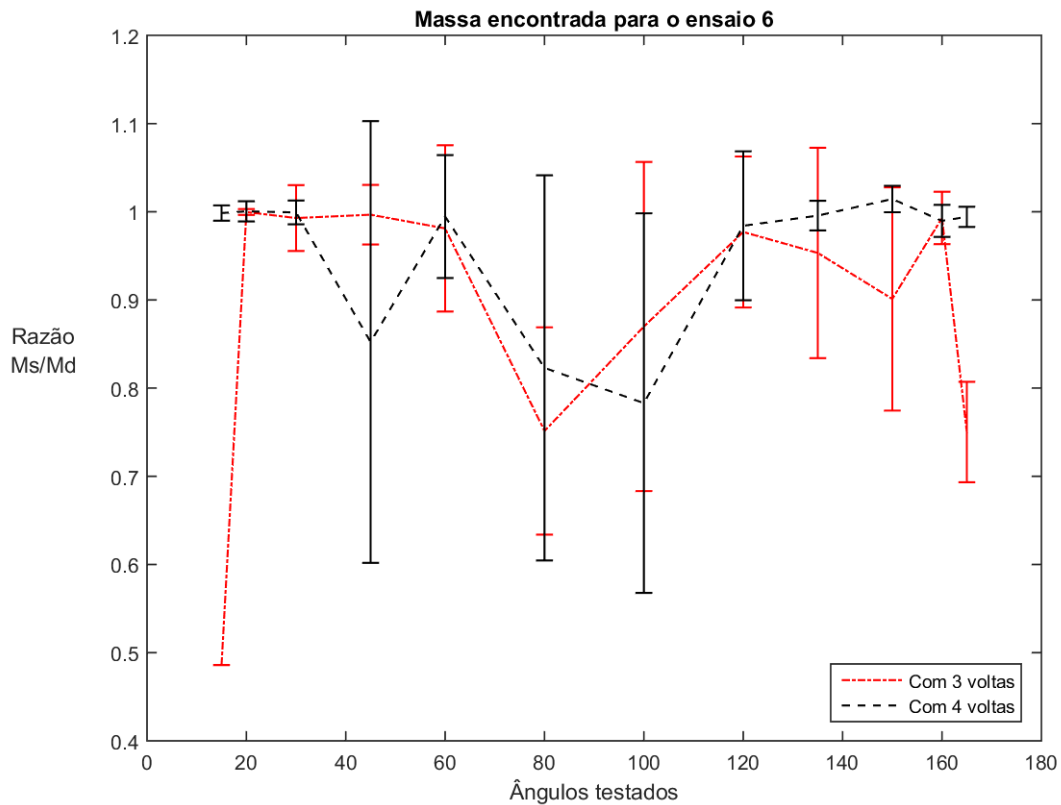


Figura 37. Resultados de massa de correção com 3 e 4 voltas para o ensaio 6

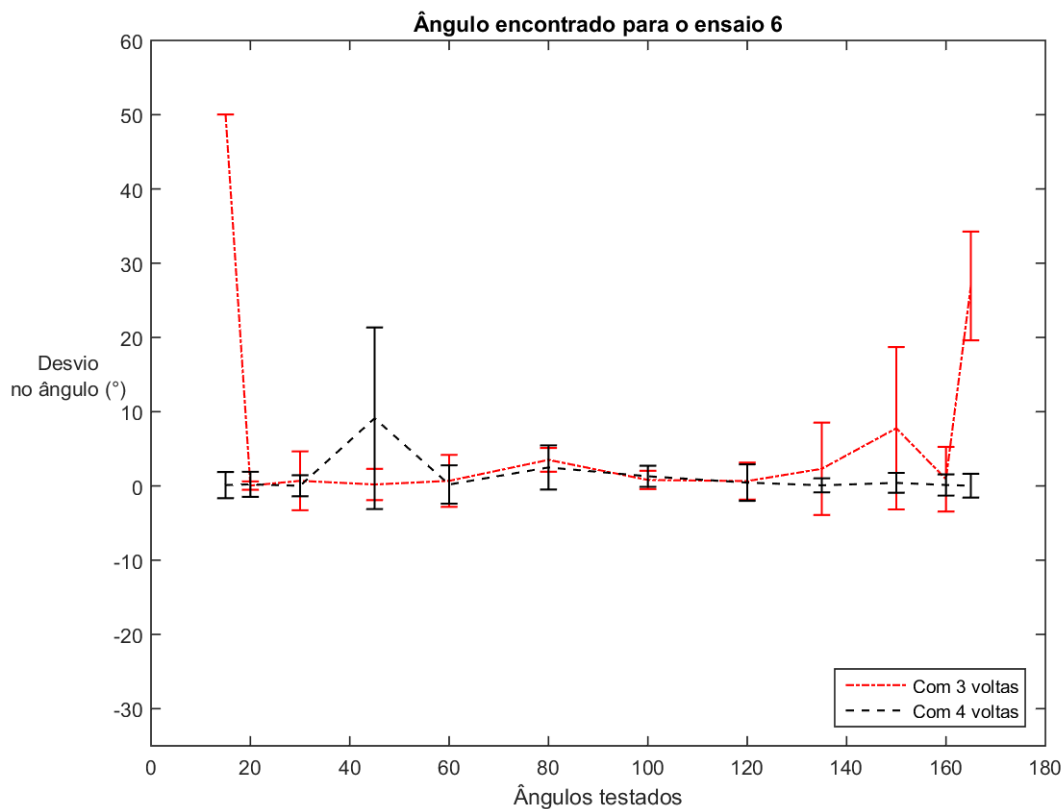


Figura 38. Resultados de ângulo com 3 e 4 voltas para o ensaio 6

Para o ensaio 6 a necessidade da realização das quatro voltas é identificada apenas para os ângulos de baixa e média precisão ( $0^\circ < \theta < 55^\circ$ ) e ( $125^\circ < \theta < 180^\circ$ ). Os gráficos obtidos nas Figs. (37) e (38) retratam a melhora do balanceamento para tais ângulos, para os quais o desbalanceamento residual é praticamente anulado. Em ângulos de boa precisão, para os quais não é feita a volta adicional, os resultados são inferiores. Isso indica que a combinação de massa de testes leve com a velocidade de rotação arbitrada não permite a convergência correta do método e os ensaios devem ser refeitos utilizando-se massa de testes mais pesada.

Outra forma de correção desse comportamento é a repetição do balanceamento com uma velocidade mais alta do rotor. Isso causa o aumento da força centrífuga e das amplitudes de vibração medidas, contribuindo assim para o sucesso do MQVA, conforme visto na Fig. (30).

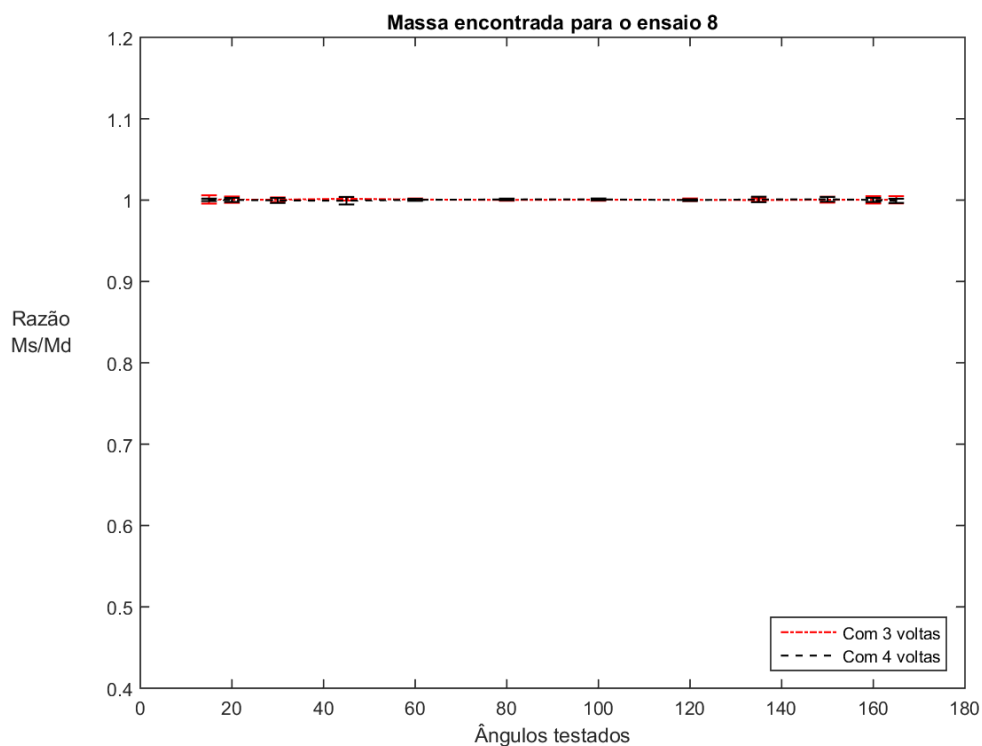


Figura 39. Resultados de massa de correção com 3 e 4 voltas para o ensaio 8

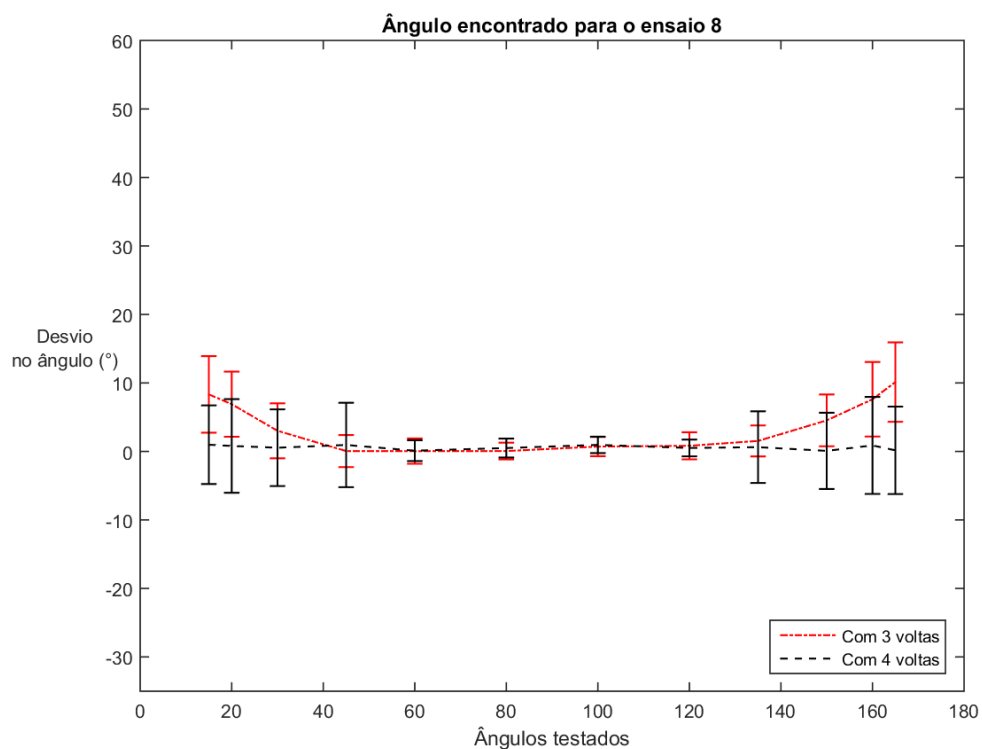


Figura 40. Resultados de ângulo com 3 e 4 voltas para o ensaio 8

Assim como o ensaio 6, o ensaio 8 só prevê a realização das quatro voltas nos ângulos de baixa ou média precisão. As Figuras (39) e (40) mostram a evolução dos resultados, que é mais clara para o ângulo de correção. Para tal parâmetro, há uma melhora de até 10° quando o ponto escolhido se situa na

faixa de baixa precisão. Para a massa de correção, os resultados já eram muito próximos do valor de referência com a realização de três voltas.

Uma comparação entre os ensaios 6 e 8 mostra a melhor convergência de valores para este, o que indica a influência de massas de testes maiores para uma melhor convergência da rotina computacional. Isso se dá mesmo para ângulos de baixa precisão.

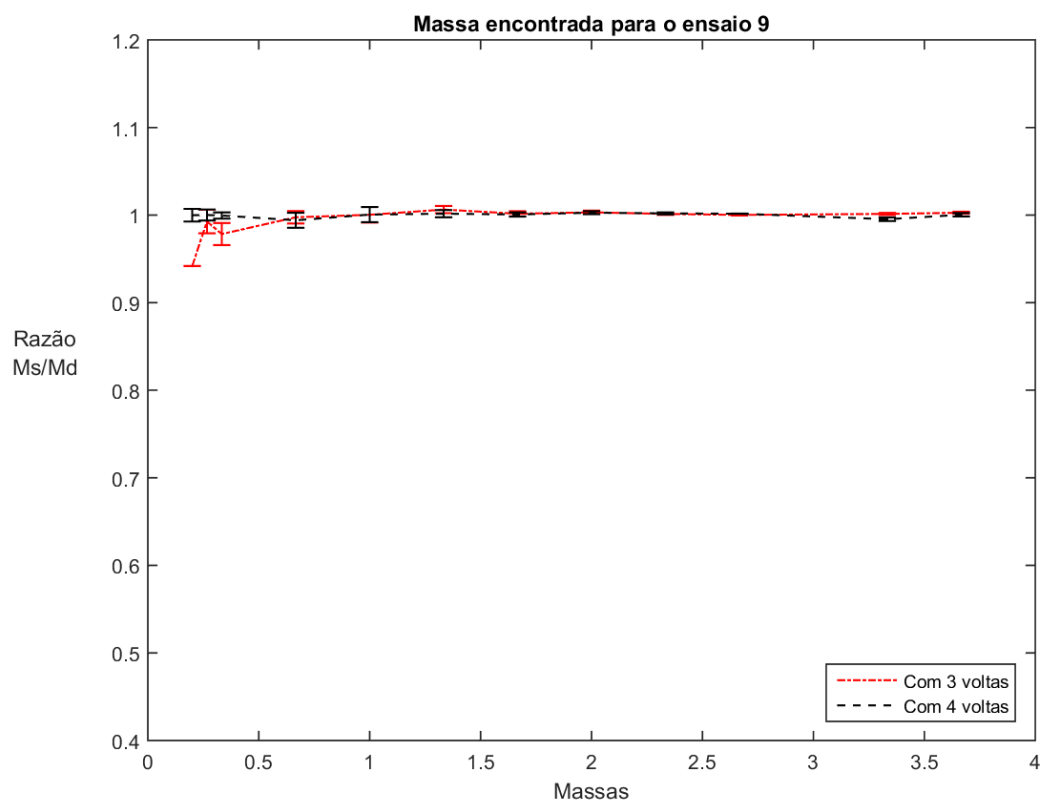


Figura 41 - Resultados de massa de correção com 3 e 4 voltas para o ensaio 9

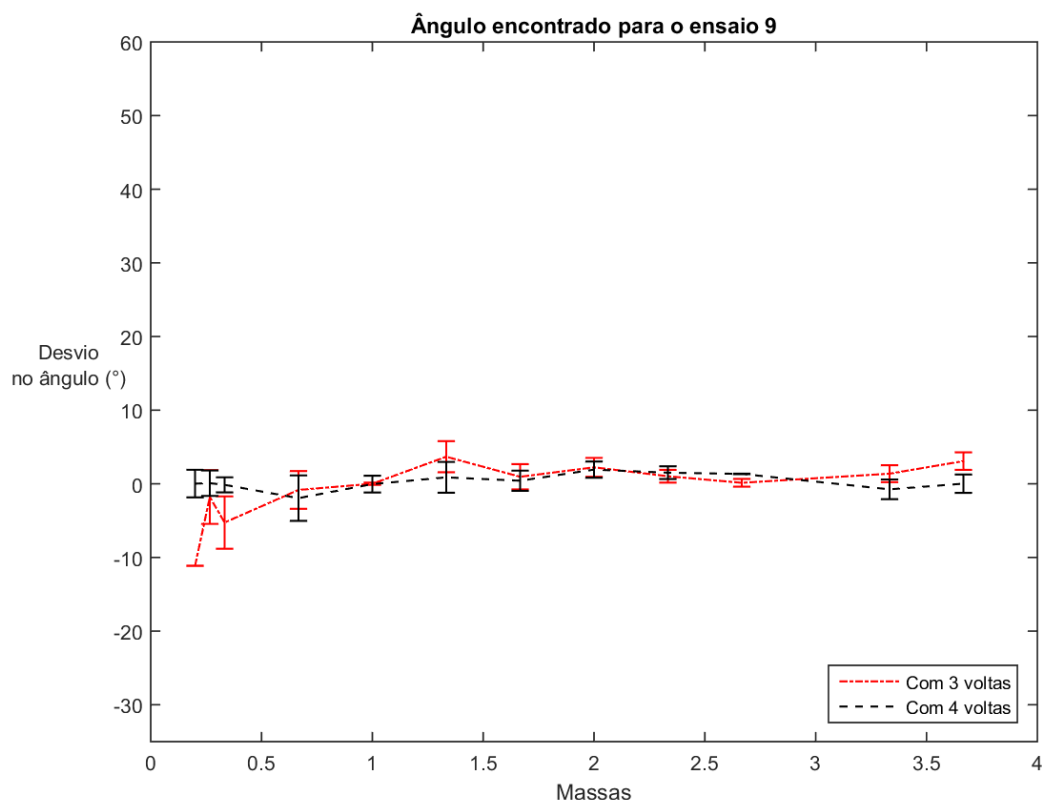


Figura 42. Resultados de ângulo com 3 e 4 voltas para o ensaio 9

O ensaio 9 é feito com o posicionamento da massa de testes a 15° da massa desbalanceadora e prevê a necessidade das quatro voltas nas zonas em que a massa testada encontra-se fora dos limites delimitados pelo índice de confiabilidade. O resultado obtido nas Figs. (41) e (42) aponta melhora significativa nas massas e ângulos indicados, sobretudo para as massas leves testadas, corroborando a necessidade de especial atenção com os ensaios feitos com massas de teste muito leves.

#### 4.6.3 INFLUÊNCIA DO RUÍDO NO BALANCEAMENTO

A Figura (23) apresentada na seção 4.5 define os testes a serem realizados para a verificação da influência do ruído na obtenção do balanceamento. A Tabela (7) enfatiza a característica de tais ensaios.

Tabela 7. Estudo da influência do ruído

Ensaio	Condição fixada	Condição variada	Presença de ruído
2	Massa de testes adequada ( $\frac{m_T}{m_D} = 0,53$ )	Velocidade de rotação (Tabela 3)	Sem ruído
2.1			1% de ruído
2.2			10% de ruído

Foi escolhido o ensaio 2, cuja condição imposta indica o sucesso do balanceamento com a realização de três voltas. Conforme definido previamente, o ruído inserido nas medições é proporcional a amplitude RMS das vibrações medidas e correspondente a uma soma de fatores que estão presentes em medições de vibração reais e exercem influência nos valores indicados pelos transdutores de vibração.

Como feito na demonstração de resultados que consta nos gráficos anteriores, é feito um processo

no qual cada ponto é submetido ao balanceamento por 100 vezes. O gráfico de linhas gerado apresenta a média dos valores obtidos e o erro corresponde ao dobro do desvio-padrão, fornecendo um intervalo de confiança de 95% para cada amostra de dados. Os resultados são comparados através da massa de correção e do ângulo de correção fornecidos pelo script que executa o MQVA.

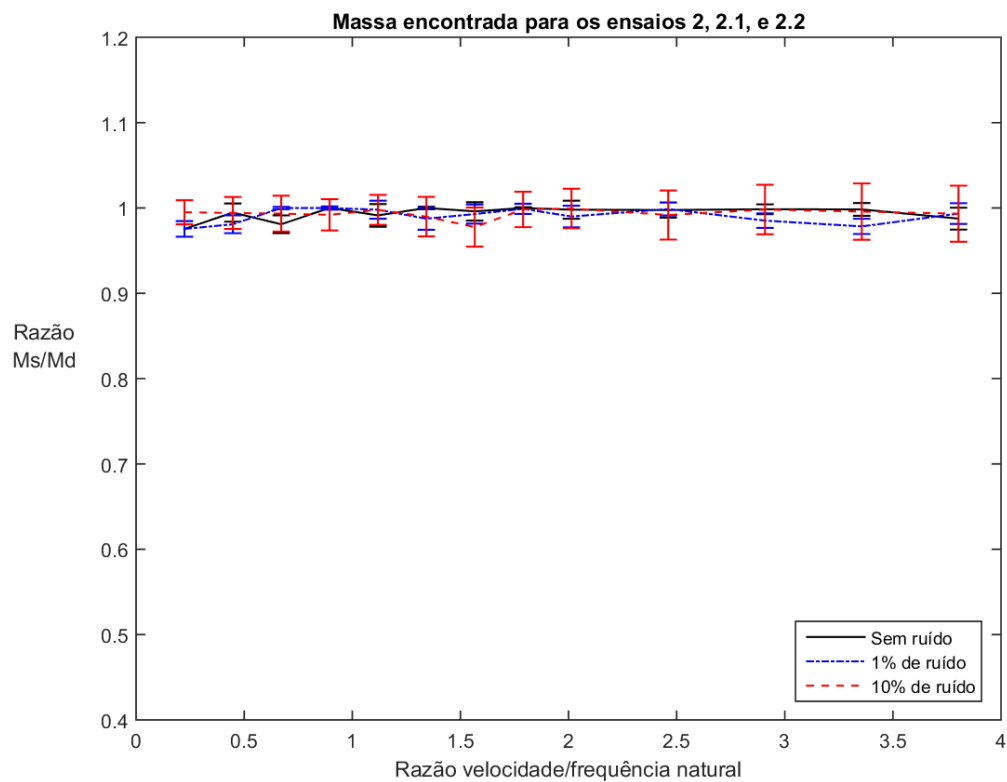


Figura 43. Massa encontrada para o ensaio 2 com adição de ruído

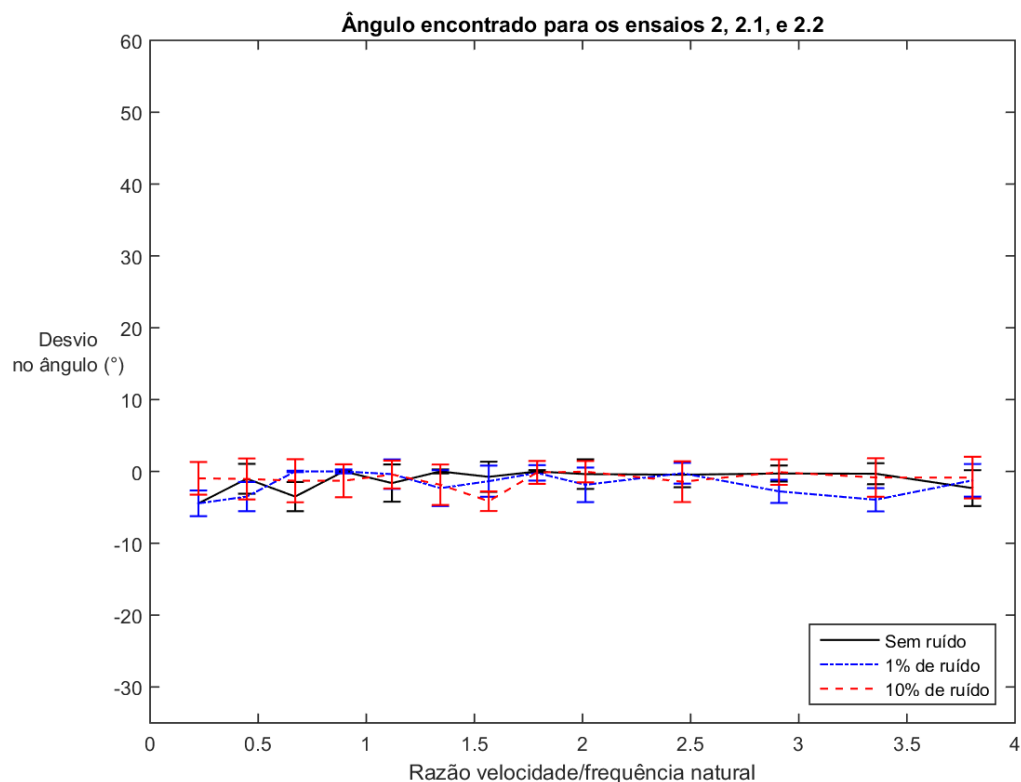


Figura 44. Ângulo encontrado para o ensaio 2 com adição de ruído

Os gráficos gerados, Figs. (43) e (44) retratam a influência do ruído quando fixados valores para a massa de testes e sua posição angular e a velocidade de rotação do eixo sofre variação. Os resultados produzidos mostram, de forma geral, uma aleatoriedade entre a intensidade de ruído e a média dos resultados. O desvio padrão indica uma maior flutuação para ruídos maiores, porém as médias obtidas não mostram de forma clara a influência do ruído, sobretudo para frequência mais baixas.

Desse comportamento, é possível concluir que a característica aleatória do MQVA induz perturbações da mesma ordem de grandeza ou superiores ao ruído verificado. Portanto, a adição do ruído numérico examinado não implica em uma queda de qualidade clara no balanceamento realizado no ensaio verificado.

## 5 ENSAIOS EXPERIMENTAIS

*Este capítulo trata da bancada experimental confeccionada e dos resultados obtidos experimentalmente*

### 5.1 MONTAGEM DA BANCADA EXPERIMENTAL

Após a realização dos ensaios numéricos, foi preparado aparato experimental para validação do método de balanceamento em estudo. Busca-se realizar o balanceamento de uma máquina rotativa em condições similares às ensaiadas numericamente para verificação das tendências observadas.

A bancada experimental adaptada está localizada no Laboratório de Vibrações da Universidade de Brasília e consiste de uma máquina rotativa para o estudo de vibrações. A máquina é acionada por um motor elétrico e permite o estudo de diferentes sistemas rotativos, sendo possível variar as condições de teste conforme o objetivo do estudo. A Figura (45) retrata a bancada utilizada.

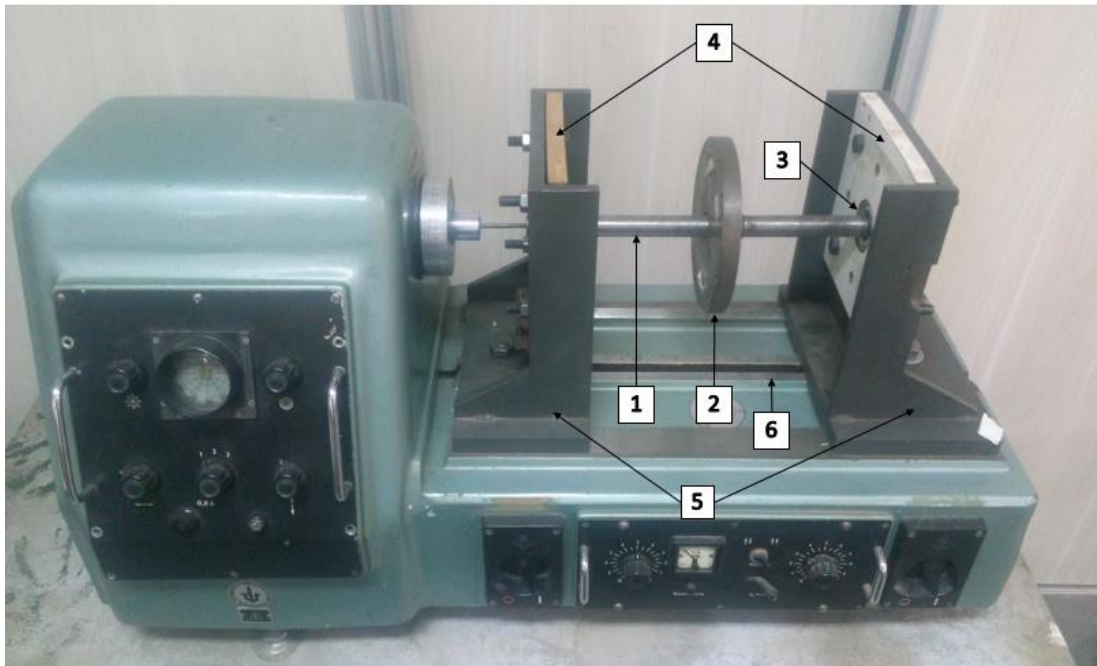


Figura 45. Bancada experimental para os ensaios

Para a presente situação, foi preparada uma estrutura composta por um eixo rotativo de aço (1), com disco rígido de aço acoplado (2) e apoiado por rolamentos radiais (3). Os rolamentos estão posicionados em placas de madeira (4) e este conjunto é preso aos suportes (5) que compõem o maquinário. Os suportes estão instalados sobre um trilho (6) e podem ser movimentados, permitindo a variação do posicionamento dos suportes.

Os itens componentes da bancada representados na Fig. (45) e suas dimensões relevantes são listados na sequência:



#### 1 – Eixo rígido de aço

- Comprimento =  $368,0 \pm 0,5$  mm<sup>2</sup>
- Diâmetro =  $19,0 \pm 0,5$  mm

#### 2 – Disco rígido de aço com furos

- Diâmetro total =  $157,0 \pm 0,5$  mm
- Diâmetro entre os centros dos furos =  $141,0 \pm 0,5$  mm
- A massa combinada de 1 e 2 é de  $3,276 \pm 0,002$  kg<sup>3</sup>

#### 3 – Rolamentos 6204.2ZR da fabricante FAG

- Diâmetro externo =  $45,0 \pm 0,5$  mm
- Diâmetro interno =  $22,0 \pm 0,5$  mm
- Espessura =  $13,0 \pm 0,5$  mm

#### 4 – Mancais de madeira

- Comprimento horizontal =  $174,0 \pm 0,5$  mm
- Comprimento vertical =  $180,0 \pm 0,5$  mm
- Espessura =  $15,0 \pm 0,5$  mm

#### 5 – Suportes

#### 6 – Trilho

- Comprimento =  $508,0 \pm 0,5$  mm

O disco utilizado (2) possui furos de mesmo diâmetro e com a mesma distância radial em relação a seu centro, conforme Fig. (46). Isso permite o acoplamento de massas de teste à sua estrutura nas diferentes configurações em que o experimento é realizado.

---

<sup>2</sup> As dimensões de comprimento foram medidas com uma régua de alumínio milimetrada da fabricante MC com resolução de 0,5 mm.

<sup>3</sup> Para pesagem das massas usadas, utilizou-se balança digital da fabricante Toledo com resolução de 1 g.



Figura 46. Imagem frontal do disco utilizado

A máquina tem sua velocidade de rotação controlada com uso de um inversor de frequência VLT® 2800 da fabricante *Danfoss*, mostrado na Fig. (47), que é conectado a seu motor elétrico.



Figura 47. Inversor de frequências VLT 2800 (Fabricante: Danfoss)

## 5.2 DESCRIÇÃO DO PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Conforme feito para os ensaios numéricos, a configuração de rotor isotrópico rígido apoiado em mancais flexíveis é utilizada. Para reproduzir tal cenário experimentalmente, a montagem deve ser feita segundo algumas especificações:

- O rotor é considerado isotrópico, apresentando as mesmas propriedades mecânicas em todas as direções e sendo posicionado de forma equidistante entre os mancais. Com isso, elimina-se o efeito giroscópico e o sistema analisado é considerado simétrico;
- As placas que apoiam os rolamentos são feitas de madeira, cuja rigidez estrutural é inferior à do aço. Dessa forma, considera-se que o rotor é rígido e não apresenta deformação na sua estrutura durante a operação;
- Anéis elásticos são usados para impedir a movimentação do eixo em sua direção axial em relação ao suporte. Sua montagem é apresentada na Fig. (48).



Figura 48. Posicionamento do anel elástico na montagem

O MQVA é testado com a realização do procedimento de balanceamento segundo os passos que caracterizam o método. Como o objetivo do experimento é estudar especificamente o desbalanceamento, outras condições de falha apresentadas por rotores não são abordadas e é feita a suposição que o rotor inicialmente está perfeitamente balanceado.

O experimento é feito com o acoplamento de uma massa de peso conhecido ao disco representando a massa desbalanceada e busca-se obter, através do MQVA, uma massa de correção que cancele com a melhor acurácia possível os efeitos do desbalanceamento provocado no estudo.

As massas de teste, Fig. (49), são feitas a partir de barras de aço cortadas em diferentes tamanhos para que diferentes pesos possam ser usados. Os pedaços cortados da barra são furados em seu centro de modo a serem acopladas ao disco com uso de um parafuso e uma porca. Os desbalanceamentos induzidos à bancada também são gerados com uso das massas ilustradas.

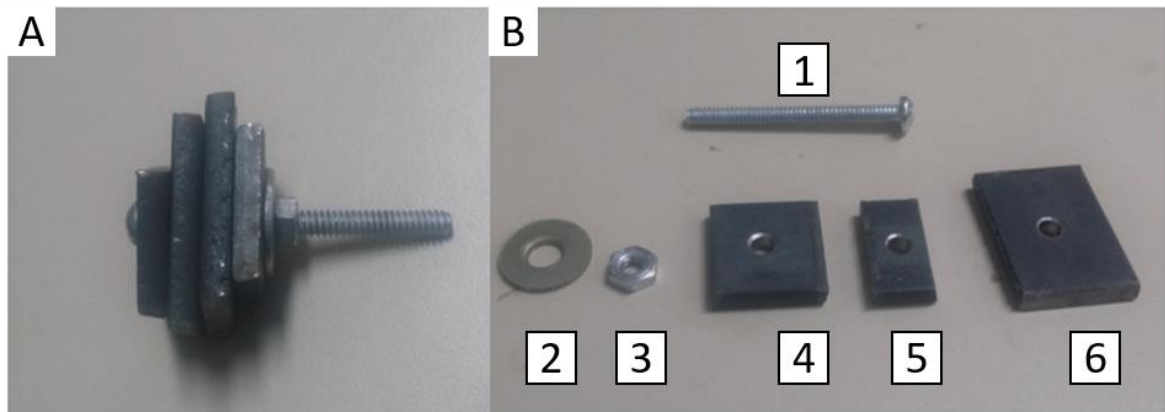


Figura 49. Composição das massas de testes usadas

Na parte (A) da figura é mostrado um exemplo de montagem de uma massa de testes e na parte (B) são identificadas as diferentes peças que podem compor uma massa. Foram preparados 10 pedaços das placas em 3 diferentes tamanhos (4), (5) e (6) permitindo combiná-los de diferentes formas para alterar a massa total obtida. Cada uma dessas peças tem sua massa medida e listada abaixo:

1 – Parafuso – Massa =  $6 \pm 2$  g

2 – Arruela – Massa =  $2 \pm 2$  g

3 – Porca – Massa =  $2 \pm 2$  g

4 – Placa de aço de tamanho médio – Massa =  $20 \pm 2$  g

5 – Menor placa de aço – Massa =  $10 \pm 2$  g

6 – Maior placa de aço – Massa =  $30 \pm 2$  g

Os ensaios são realizados com a definição da massa desbalanceada a ser adicionada ao sistema, da velocidade de rotação a ser imposta ao rotor e da massa de testes a ser usada para a realização de um balanceamento específico.

### 5.3 CADEIA DE AQUISIÇÃO DE DADOS

O experimento é feito inicialmente com a obtenção da amplitude de vibração do rotor para cada situação submetida a ensaio. Para medição da vibração, é usado acelerômetro piezoelétrico pré-amplificado da fabricante *PCB*, modelo 353B03. O transdutor é conectado à bancada experimental por uma base magnética, conforme Fig. (50) e o sinal medido é transmitido à uma placa de aquisição de dados NI-DAQ 9234 por cabo de baixo ruído.



Figura 50. Posicionamento do acelerômetro na bancada

O acelerômetro é posicionado de forma a medir a vibração do rotor na direção horizontal, já que os suportes têm maior liberdade de movimentação nesta direção e o sinal medido tem melhor qualidade em relação à direção vertical.

O sinal coletado é, então, transmitido pelo cabo à placa de aquisição e lido no software LabView. Para tal, é criada uma rotina no software que permite a visualização do sinal coletado e a obtenção da amplitude de vibração e da análise espectral de frequências.

A rotina criada, que consta na Fig. (51), consiste das seguintes ações:

1. Aquisição de sinais: É estabelecida a frequência de leitura da amplitude de vibração, especifica-se o acelerômetro usado e o canal físico de entrada das informações.
2. Filtragem do sinal: O sinal adquirido é filtrado com um filtro *Butterworth* passa-banda para a faixa de 5 a 100 Hz visando atenuar frequências para as quais o fabricante não recomenda o uso do acelerômetro (abaixo de 5 Hz) e altas frequências que podem ser fonte de ruído.
3. Cálculo da amplitude de vibração: O valor RMS da amplitude do sinal é calculado e usado como parâmetro para comparar os diferentes ensaios realizados.
4. Medição espectral: O sinal é analisado no domínio da frequência, sendo produzido o seu espectro de frequências com objetivo de relacionar as frequências dominantes ao fenômeno estudado.

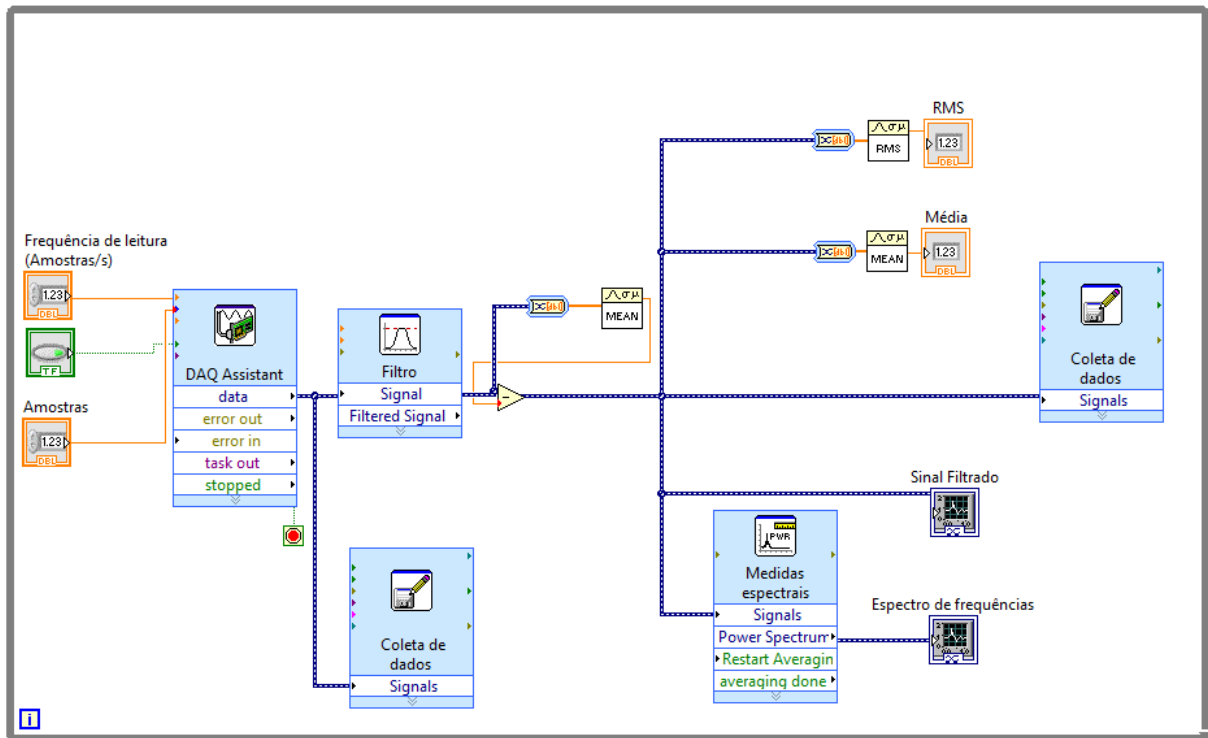


Figura 51. Projeto no LabView para aquisição dos dados

## 5.4 DESCRIÇÃO DOS ENSAIOS E RESULTADOS

Os ensaios experimentais foram idealizados com objetivo de verificar o comportamento do sistema e o sucesso do balanceamento mediante a variação dos parâmetros que afetam as forças atuantes no rotor. Eles são divididos na análise do balanceamento com três voltas que atende aos critérios de precisão e/ou confiabilidade do MQVA, a análise com quatro voltas onde é forçado o não-atendimento dos critérios para verificação da mudança de desempenho do método e a verificação da precisão alcançada mediante a variação da velocidade de rotação.

A quantificação da precisão do balanceamento realizado é feita por meio da comparação da força centrífuga gerada pela distribuição assimétrica de massa com a força residual obtida após a correção da distribuição de massa. A correção é feita com a massa de magnitude e posicionamento sugeridos pelo método em questão.

Idealmente, a resposta obtida seria de massa de correção equivalente à massa desbalanceada ( $m_S = m_D$ ) e distante desta em  $180^\circ$ . Com isso, não haveria força centrífuga residual. Para medir os desvios em relação a essa referência é criada a variável B, chamada de “Precisão do Balanceamento”, que mede a porcentagem da força centrífuga original que é cancelada com uso da massa de correção. A Equação (42) representa o cálculo da Precisão do Balanceamento:

$$B(\%) = \frac{F_0 - F_{RES}}{F_0} * 100 \quad (42)$$

Na expressão,  $F_0$  representa a força centrífuga verificada pela ação do desbalanceamento e  $F_{RES}$  representa a força verificada após inclusão da correção no sistema. A variável  $F_{RES}$  é calculada com a soma vetorial da força devido ao desbalanceamento com a força gerada pela massa de correção. As Equações (43) e (44) descrevem ambas as formulações.

$$F_0 = m_D e \omega^2 \quad (43)$$

$$F_{RES} = \sqrt{F_0^2 + (m_S e \omega^2)^2 + 2 F_0 (m_S e \omega^2) \cos(T_S)} \quad (44)$$

Os parâmetros  $m_S$  e  $T_S$ , massa e ângulo de correção respectivamente, são os valores fornecidos pelo MQVA, enquanto os demais são definidos na elaboração dos ensaios.

Todos os ensaios são feitos seguindo os passos já descritos para o MQVA na seção 3.2 do presente trabalho. São realizadas quatro partidas no rotor quando as restrições de peso e posição angular da massa de testes não são atendidas e para os demais casos, o balanceamento com 3 voltas é realizado.

### 5.4.1 BALANCEAMENTO COM TRÊS VOLTAS

Para a análise do balanceamento com 3 voltas são usadas as seguintes massas para forçar o desbalanceamento: 50, 70, 94, 114 e 134 g. Tal variação é feita com objetivo de estudar a influência da magnitude do desbalanceamento imposto nos resultados obtidos. Para cada uma dessas massas são feitos 6 ensaios distintos conforme o esquema da Fig. (52) e para eles é usada velocidade de 2400 rpm.

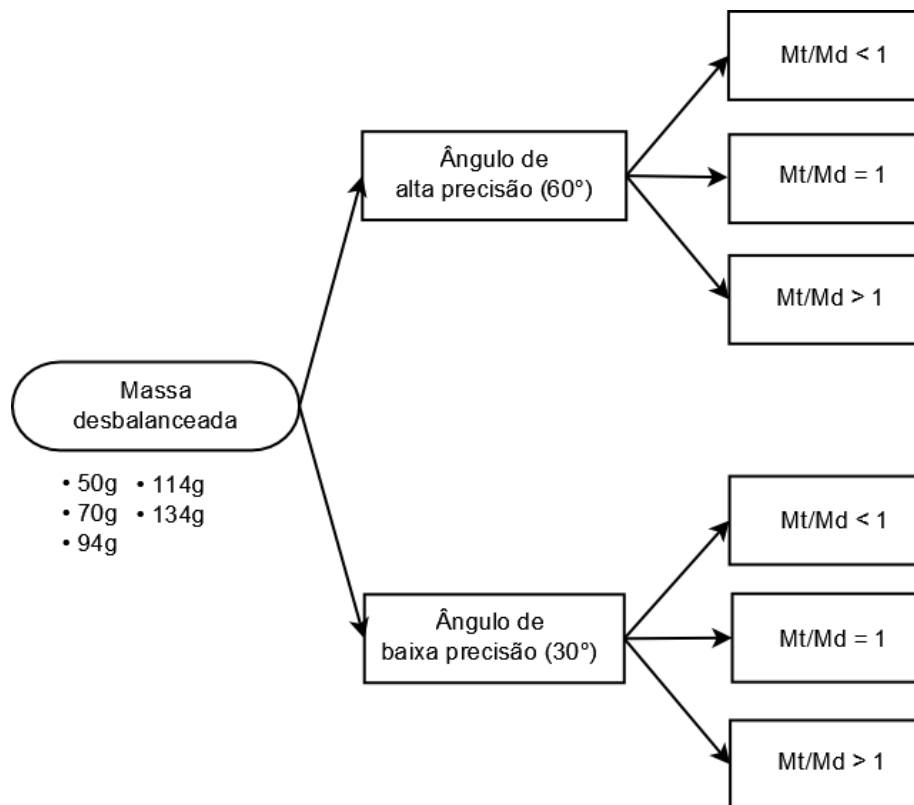


Figura 52. Esquema de ensaios experimentais

Para cada massa desbalanceada são usadas três razões  $\frac{m_T}{m_D}$ : Inferior, igual e superior a 1. As três massas cumprem o critério de confiabilidade do MQVA e visa-se verificar se há mudança sensível no sucesso do balanceamento com alteração da massa de testes e do seu posicionamento dentro dessa faixa de confiança. O ângulo ( $T_1$ ) entre a massa de testes e a massa desbalanceada é testado sob configurações de alta precisão ( $60^\circ$ ) e baixa precisão ( $30^\circ$ ).

Os resultados são apresentados em função da variável B definida na Eq. (42) com a elaboração de gráficos que reúnem os valores encontrados para o ângulo de alta precisão, Fig. (53) e de baixa precisão na Fig. (54). Em cada gráfico são expostos os resultados para cada massa desbalanceada usada segundo a variação na magnitude da massa de testes.

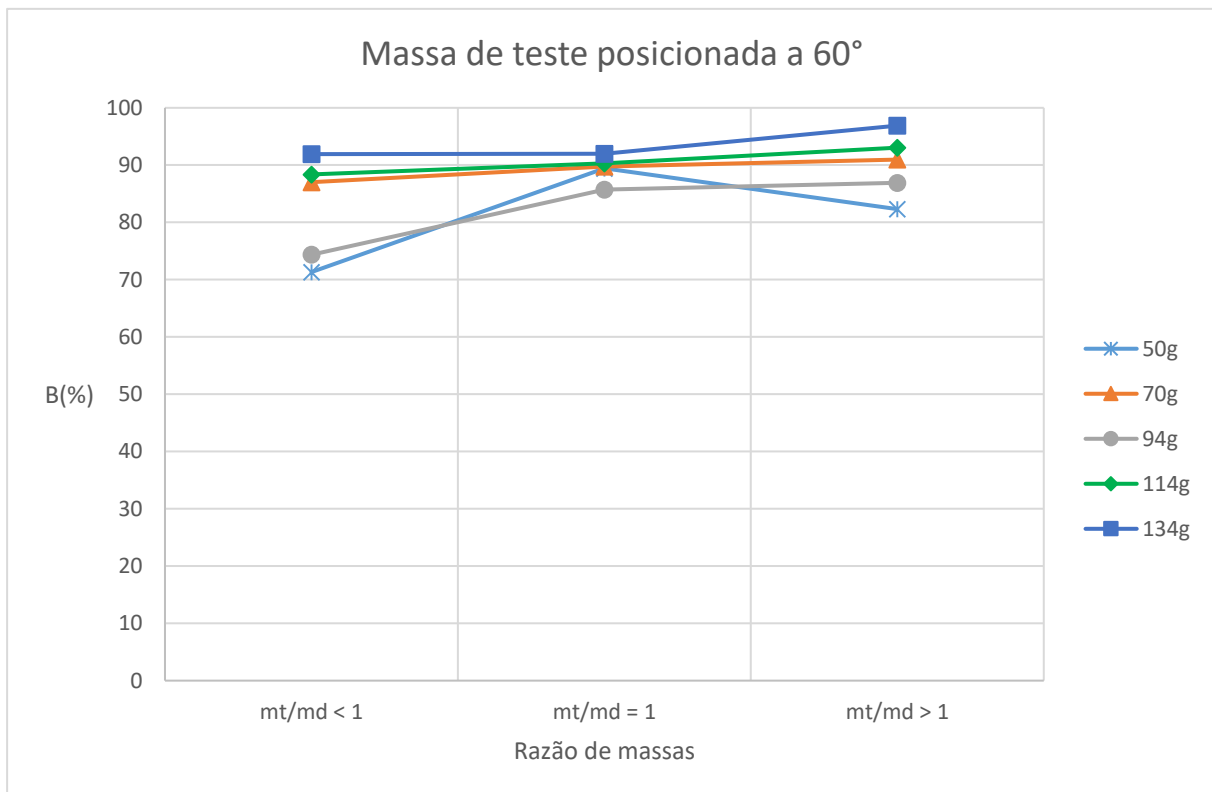


Figura 53. Exatidão do balanceamento para um ângulo de alta precisão



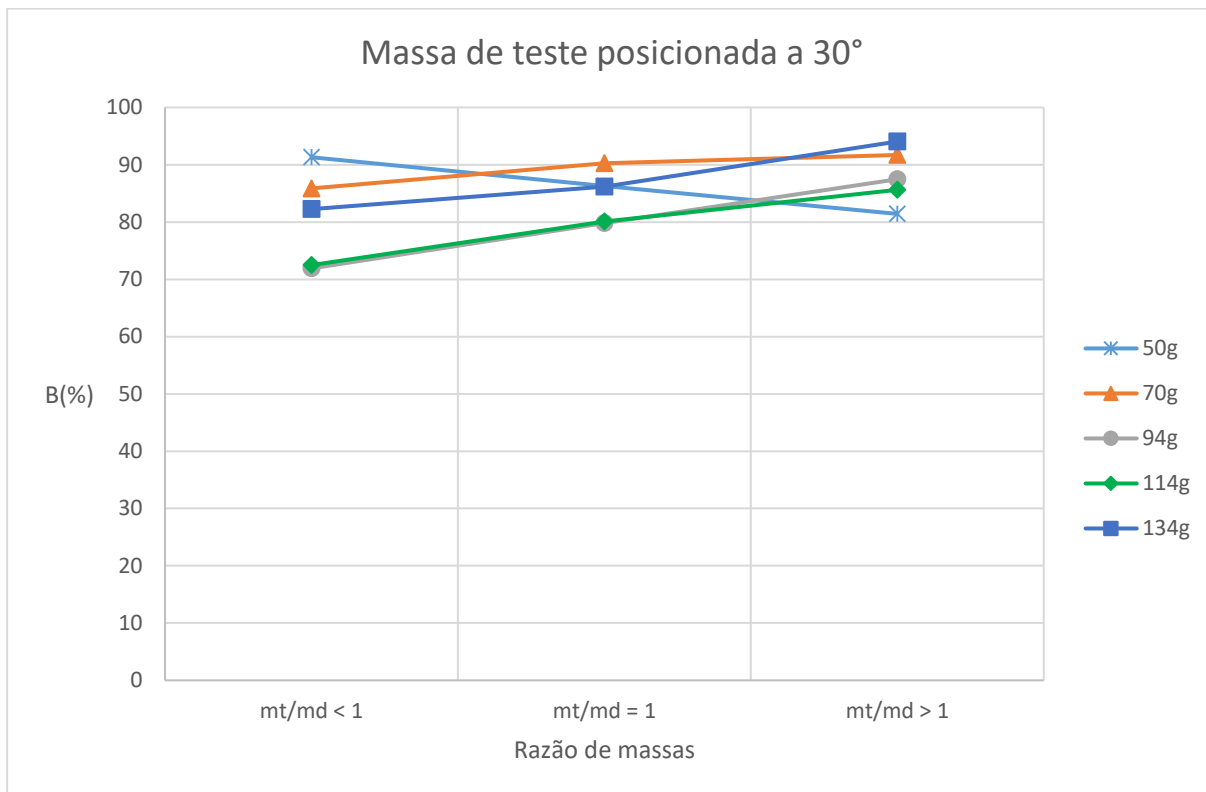


Figura 54. Exatidão do balanceamento para um ângulo de baixa precisão

Para as condições ensaiadas encontram-se resultados de precisão superior a 70% em todos os casos, isto é, o desbalanceamento residual após a execução do balanceamento é inferior a 30% do que foi imposto ao sistema inicialmente. Como se trata de condição de atendimento ao critério de confiabilidade, era esperado um balanceamento adequado para todos os pontos apresentados.

Comparando os resultados médios nos dois gráficos, 87,35% para o melhor ângulo e 84,45% para o ângulo de baixa precisão, obtém-se um melhor balanceamento para o ângulo de melhor precisão, porém tratam-se valores muito próximos. Isso indica que na condição ensaiada, com uso de massa de testes adequada ao sistema, o ângulo no qual a  $m_T$  é posicionada não influencia significativamente nos resultados. Essa conclusão vai ao encontro do que é esperado para o MQVA.

A relação direta entre aumento da massa de testes e melhoria do balanceamento é verificada para os ensaios a 60° e, mais destacadamente, 30°. Conclui-se que as variações na massa de testes contribuem para o aumento da precisão dos resultados, sobretudo por possibilitarem uma melhor convergência para a massa de correção buscada. Essa relação é observada nos ensaios numéricos, para os quais a convergência para massa buscada melhora com o uso de massas mais pesadas e o balanceamento é alcançado mesmo em ensaios com massas de teste muito pesadas, como visto nas Figs. (24) e (28).

A condição de menor desbalanceamento ( $m_D = 50$  g) apresenta em geral as piores precisões de balanceamento obtidas e não segue a proporção entre massa de testes e balanceamento observada para os outros valores. Por ser a menor massa entre as usadas, a vibração obtida tem menor magnitude, é mais afetada pelo ruído presente na bancada. Assim, a observação do desbalanceamento isoladamente é

comprometida. Isso pode explicar o comportamento em desacordo com a evolução esperada para os ensaios.

### 5.4.2 VARIAÇÃO DA VELOCIDADE DO ROTOR

Adicionalmente, propõe-se análise do desempenho do balanceamento sob influência de variação na velocidade de rotação utilizada. Para isso, alguns dos ensaios realizados na subseção 5.4.1 são repetidos tendo alterada apenas a velocidade de operação do rotor.

Os resultados obtidos com a frequência de 2400 rpm, como visto, possibilitam balanceamento com boa precisão através do MQVA e agora são comparados a ensaios feitos a 2100 e 2700 rpm. O objetivo de tal análise é verificar a influência da variação na força centrífuga provocada pela alteração da velocidade do rotor sobre o balanceamento. Busca-se também apurar se a alteração do comportamento dinâmico provocada pela variação na rotação faz com que o desbalanceamento ainda prevaleça como excitação predominante sobre o rotor.

Os ensaios a serem realizados reúnem os desbalanceamentos impostos de 94 g e 114 g e as velocidades escolhidas permitem análise com operação mais veloz e mais lenta em relação ao valor de 2400 rpm, usado como referência. A Figura (55) ilustra as possibilidades avaliadas nesta parte do estudo.

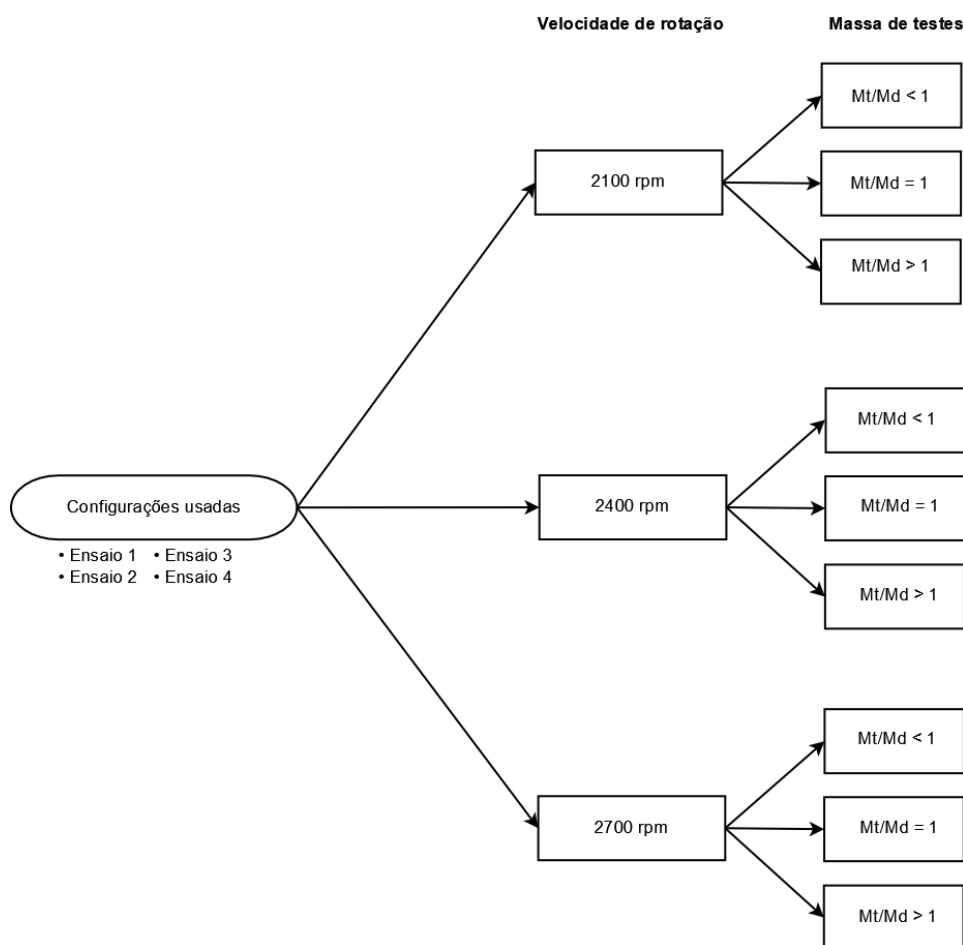


Figura 55. Ensaios experimentais com variação da velocidade de rotação

Como forma de facilitar a apresentação dos resultados, as configurações avaliadas são identificadas da seguinte forma:

- Ensaio 1: Desbalanceamento de 94 g com ângulo ( $T_1$ ) entre  $m_D$  e  $m_T = 60^\circ$ ;
- Ensaio 2: Desbalanceamento de 94 g com  $T_1 = 30^\circ$ ;
- Ensaio 3: Desbalanceamento de 114 g com  $T_1 = 60^\circ$ ;
- Ensaio 4: Desbalanceamento de 114 g com  $T_1 = 30^\circ$ .

O esquema elaborado para a Fig. (56) indica o comportamento esperado para os ensaios realizados, dessa forma espera-se que o balanceamento tenha sua precisão melhorada com aumento da velocidade de rotação e para uma dada velocidade, maiores massas de teste devem indicar melhores balanceamentos.

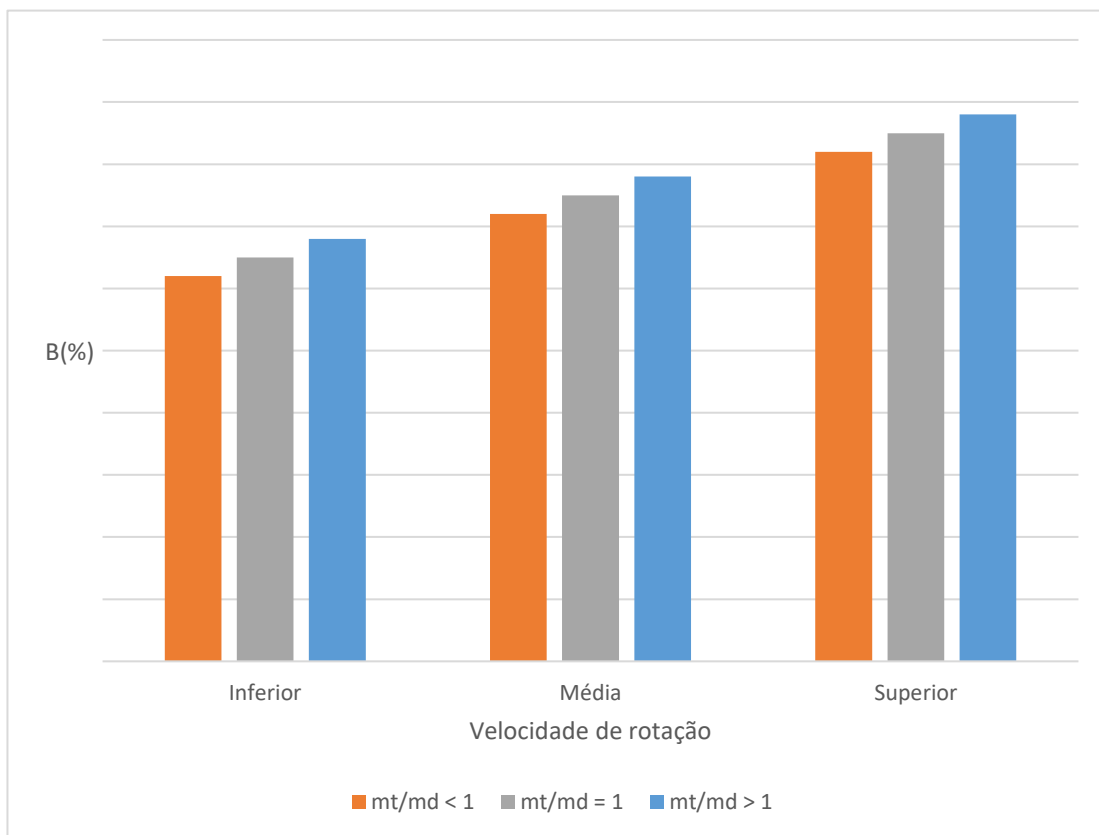


Figura 56. Comportamento esperado para os ensaios da seção 5.5.3

Com a realização dos ensaios, obteve-se o comportamento exibido nas figuras (57) a (60).

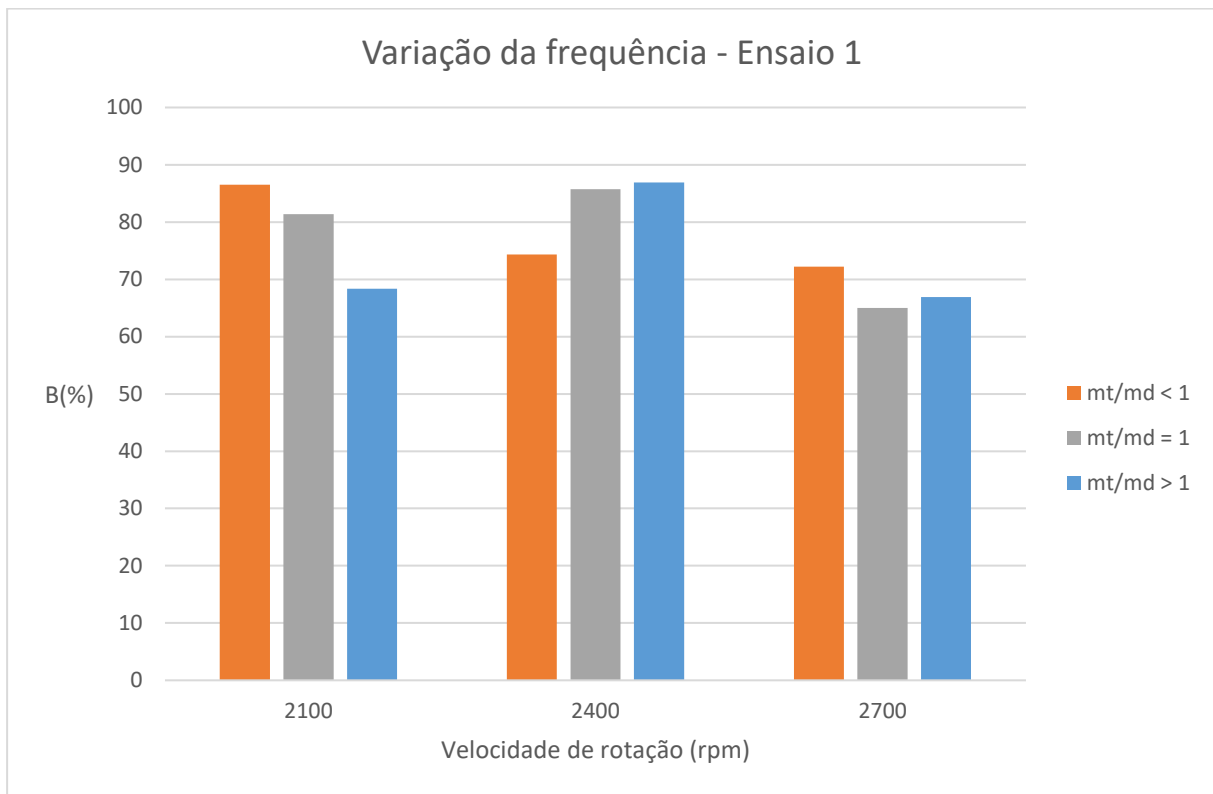


Figura 57. Resultados do balanceamento com variação de frequência para desbalanceamento de 94 g a 60°

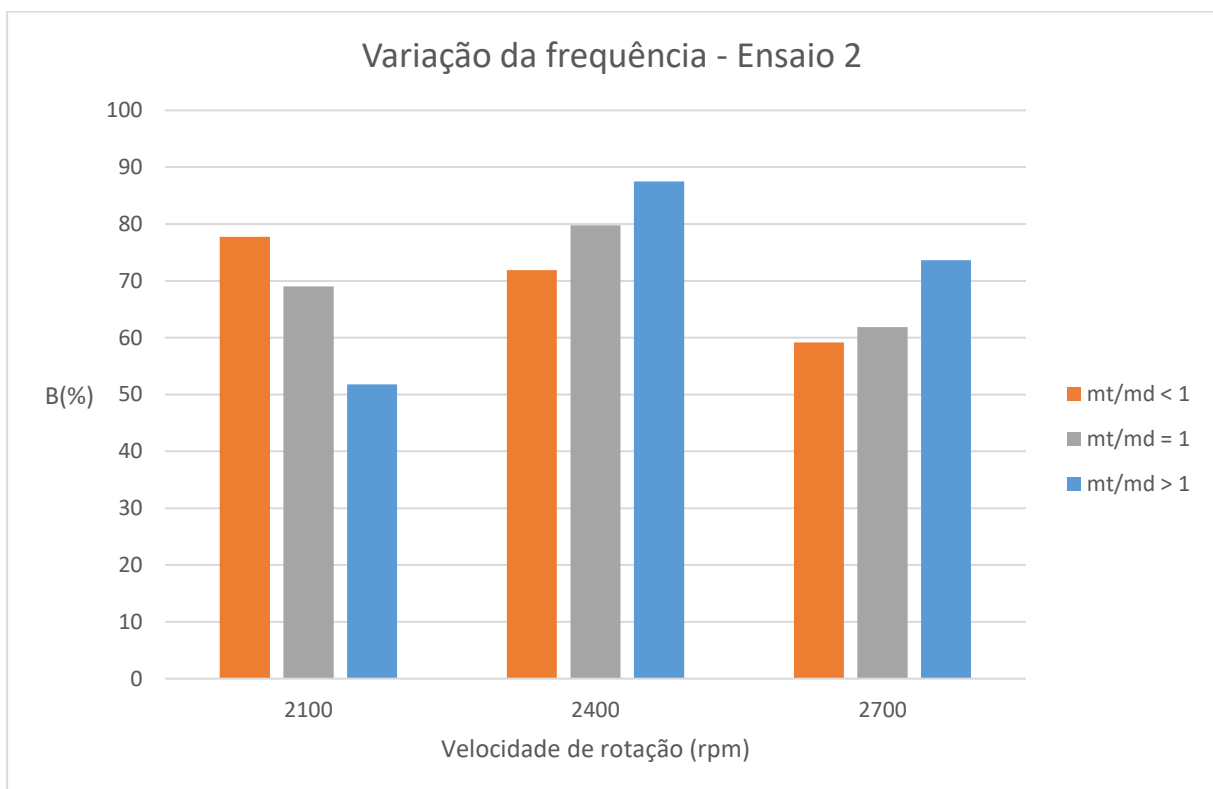


Figura 58. Resultados do balanceamento com variação de frequência para desbalanceamento de 94 g a 30°

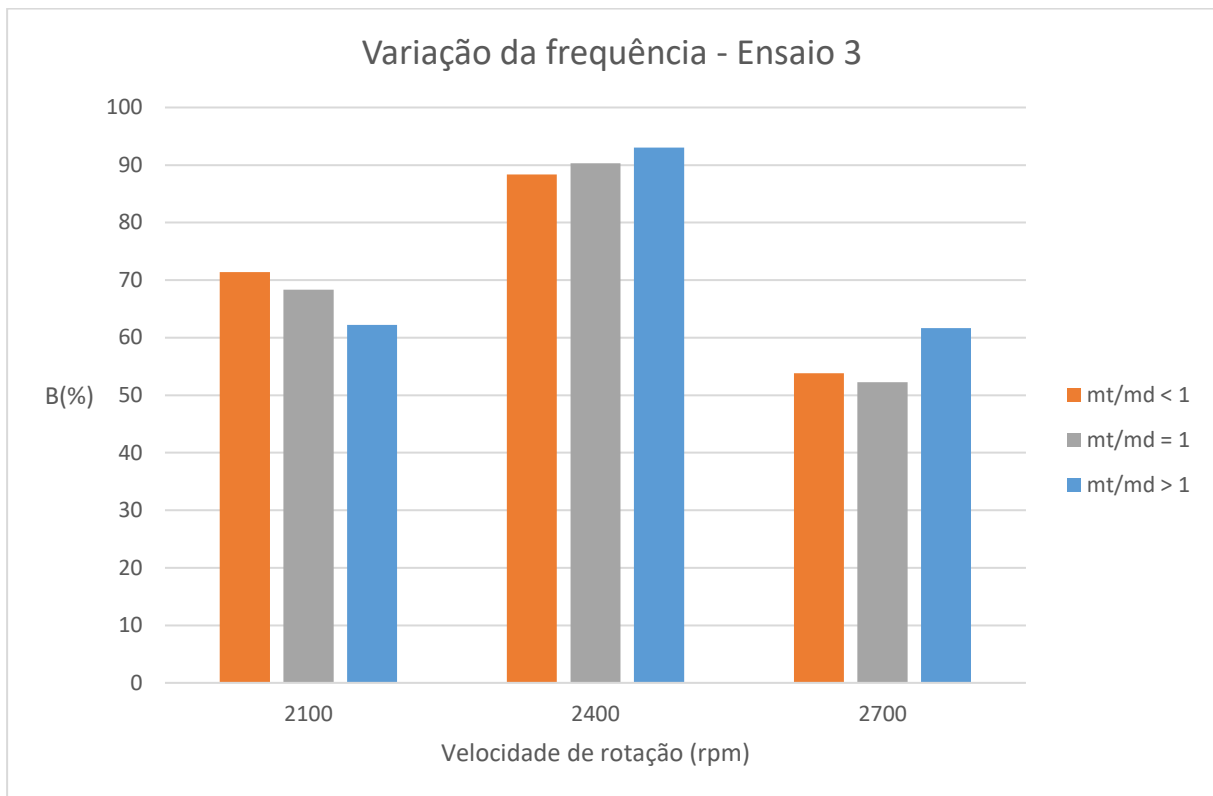


Figura 59. Resultados do balanceamento com variação de frequência para desbalanceamento de 114 g a  $60^\circ$

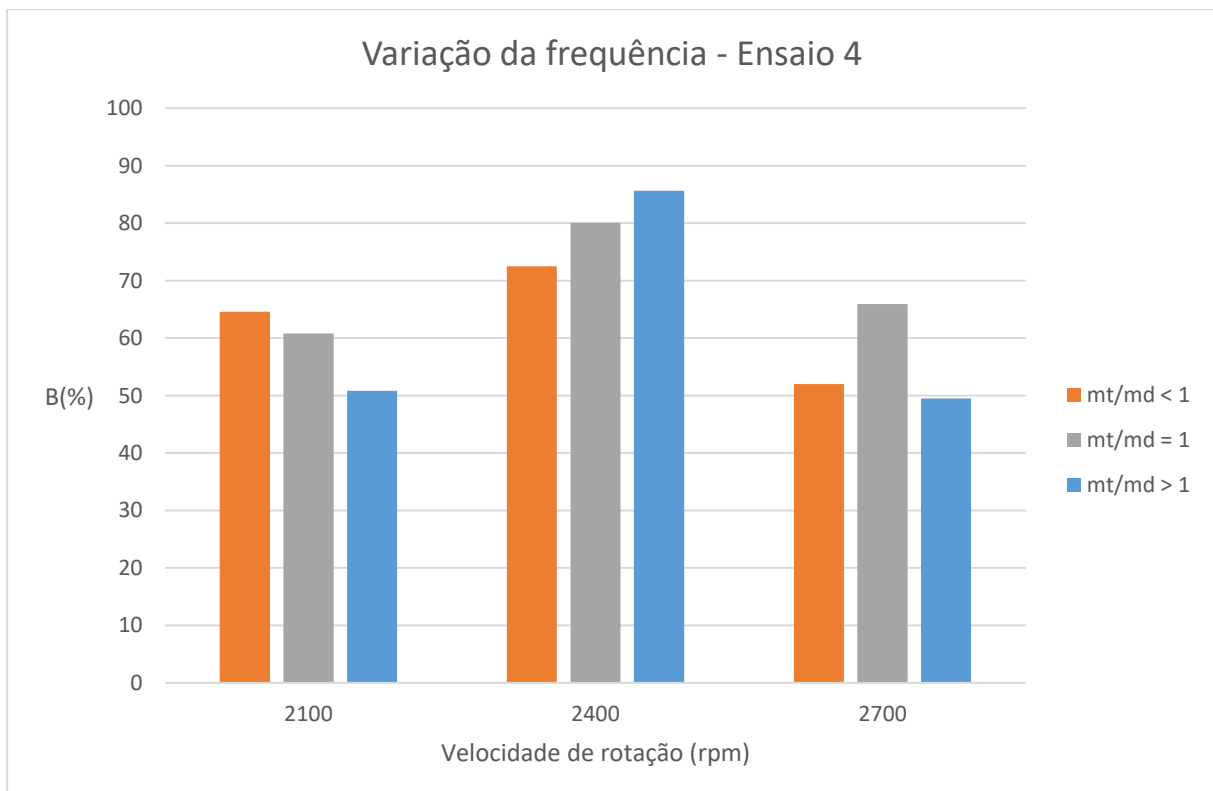


Figura 60. Resultados do balanceamento com variação de frequência para desbalanceamento de 114 g a  $30^\circ$

Os gráficos revelam que não se verifica a melhoria do balanceamento com o aumento da velocidade de rotação como seria esperado para todos os casos. O que se observa é que a velocidade testada de 2400 rpm apresenta melhor balanceamento em relação as outras duas, quando se esperava que a maior velocidade gerasse o melhor resultado.

Adicionalmente, verifica-se que para a velocidade de 2400 rpm a precisão do balanceamento melhora diretamente com aumento da massa de testes, atendendo ao esquema da Fig. (56). O comportamento é coerente com uma operação em que predomina o desbalanceamento.

Possíveis causas para a não-verificação da relação direta entre velocidade de rotação e precisão do balanceamento está na existência de outros problemas na operação do rotor que causem níveis elevados de vibração, se sobressaindo para determinadas frequências. As figuras (61) a (63) retratam o espectro de frequência capturado em ensaios feitos nas diferentes frequências de trabalho. Nas imagens nota-se que as frequências de rotação usadas estão presentes entre os maiores picos observados, característica da forte influência do desbalanceamento sobre o rotor.

Os outros picos presentes podem estar relacionados a ocorrência de folgas entre os componentes, arqueamento do eixo, desalinhamento do eixo em relação aos rolamentos, entre outras causas de falha. A precisa determinação de tais problemas envolve o conhecimento prévio do comportamento do maquinário e a medição da fase de vibração e, por isso, foge do escopo deste trabalho.

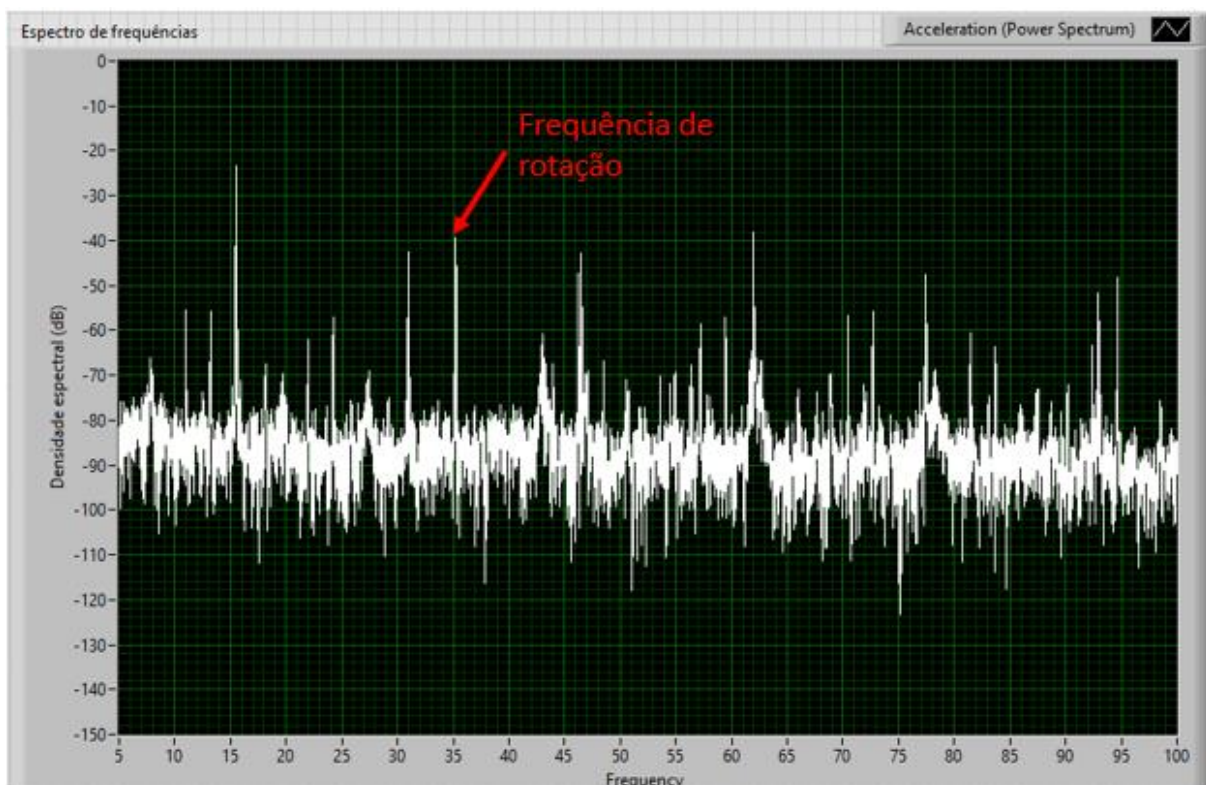


Figura 61. Densidade espectral para ensaio a 35 Hz (2100 rpm)



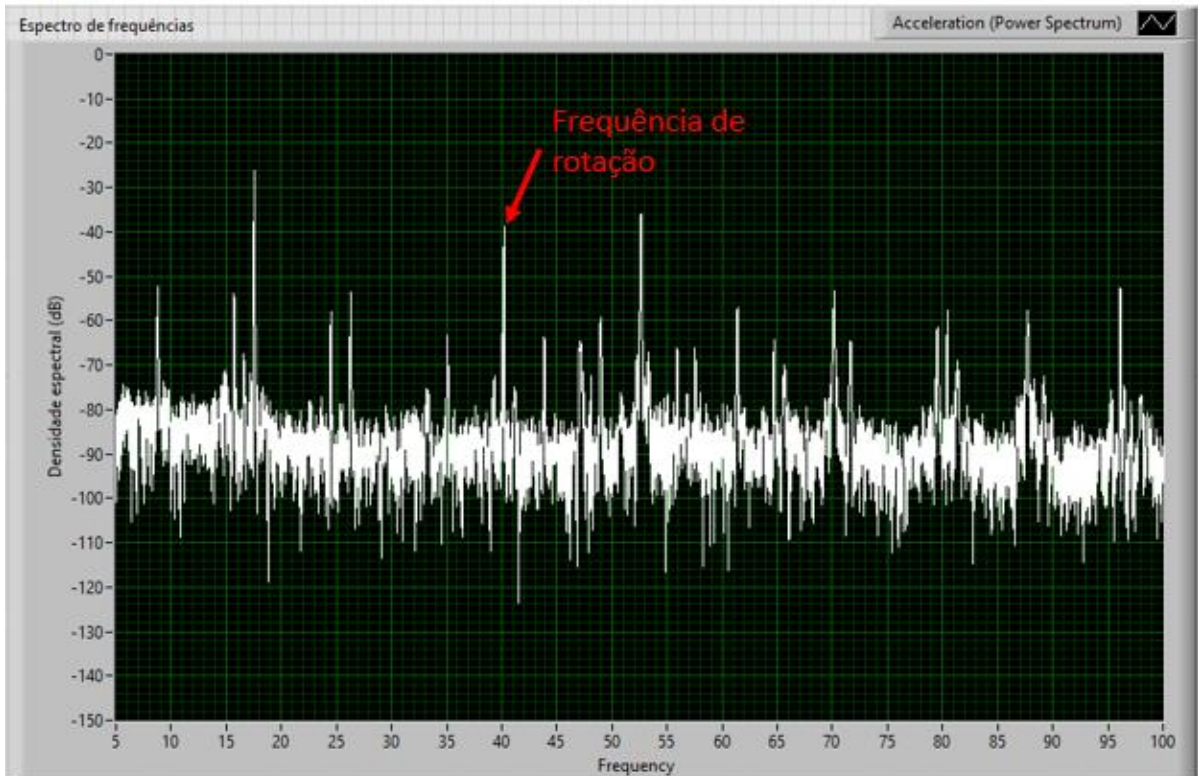


Figura 62. Densidade espectral para ensaio a 40 Hz (2400 rpm)

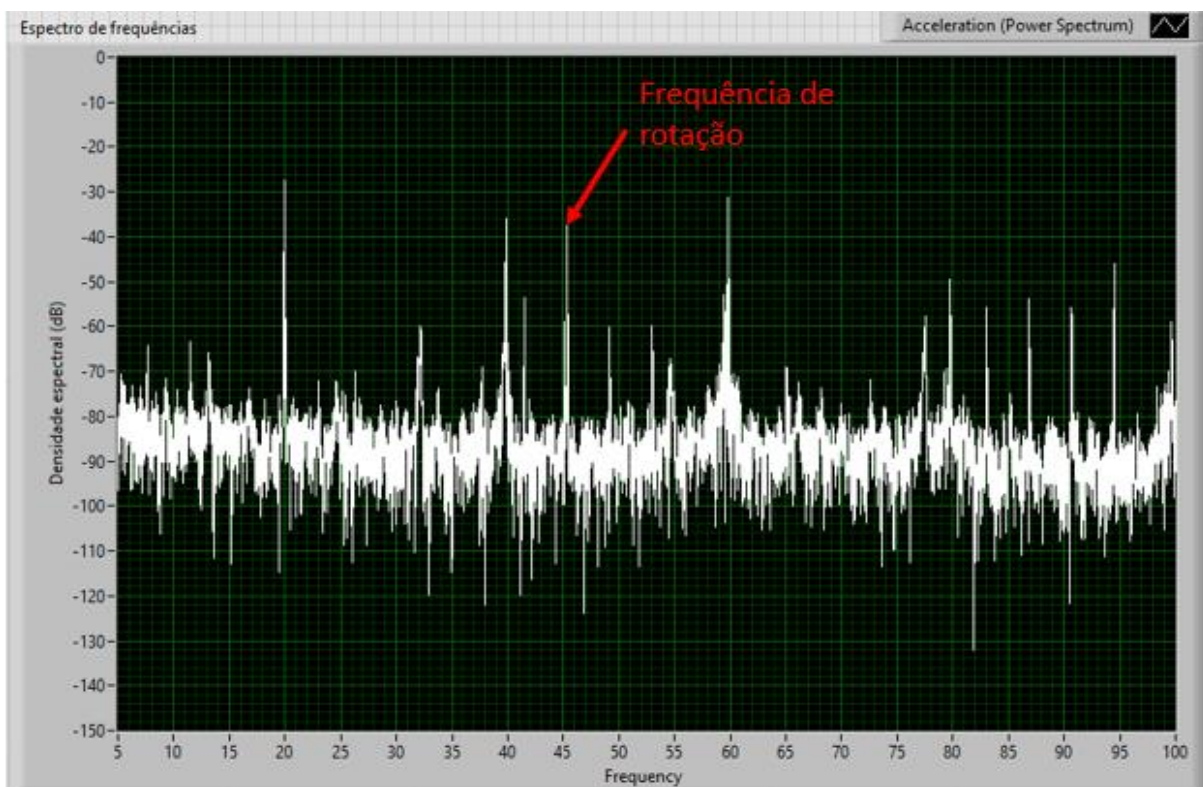


Figura 63. Densidade espectral para ensaio a 45 Hz (2700 rpm)

### 5.4.3 BALANCEAMENTO COM QUATRO VOLTAS

Para verificação do desempenho do MQVA nos ensaios em que são necessárias 4 voltas, escolhem-

se quatro valores de desbalanceamento (94, 114, 122 e 134 g) e para cada um destes usa-se uma massa de testes correspondente a 28% de seu valor e que, portanto, não atende ao critério de confiabilidade. Três cenários são analisados, conforme a Fig. (64): o primeiro com uso de ângulo ( $T_1$ ) de  $60^\circ$  entre as massas (alta precisão), o segundo com uso de ângulo de  $30^\circ$  (baixa precisão) e o terceiro com o acréscimo da quarta volta para o ângulo de  $30^\circ$ . Novamente, a velocidade de rotação de 2400 rpm é utilizada.

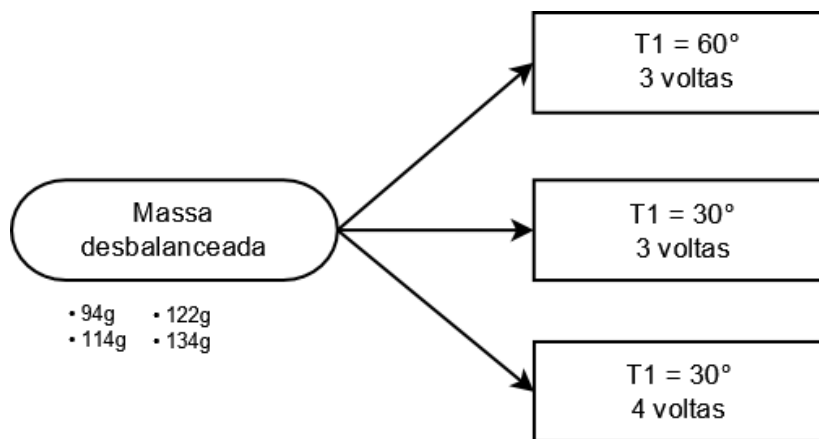


Figura 64. Ensaio com enfoque no uso da quarta volta

Esses ensaios visam a quantificação da queda de desempenho do método nas situações de não atendimento aos critérios de forma simultânea e a posterior melhora dos resultados quando realizado o quarto acionamento do rotor. Os resultados são retratados na Fig. (65) com a comparação dos três cenários desenvolvidos.

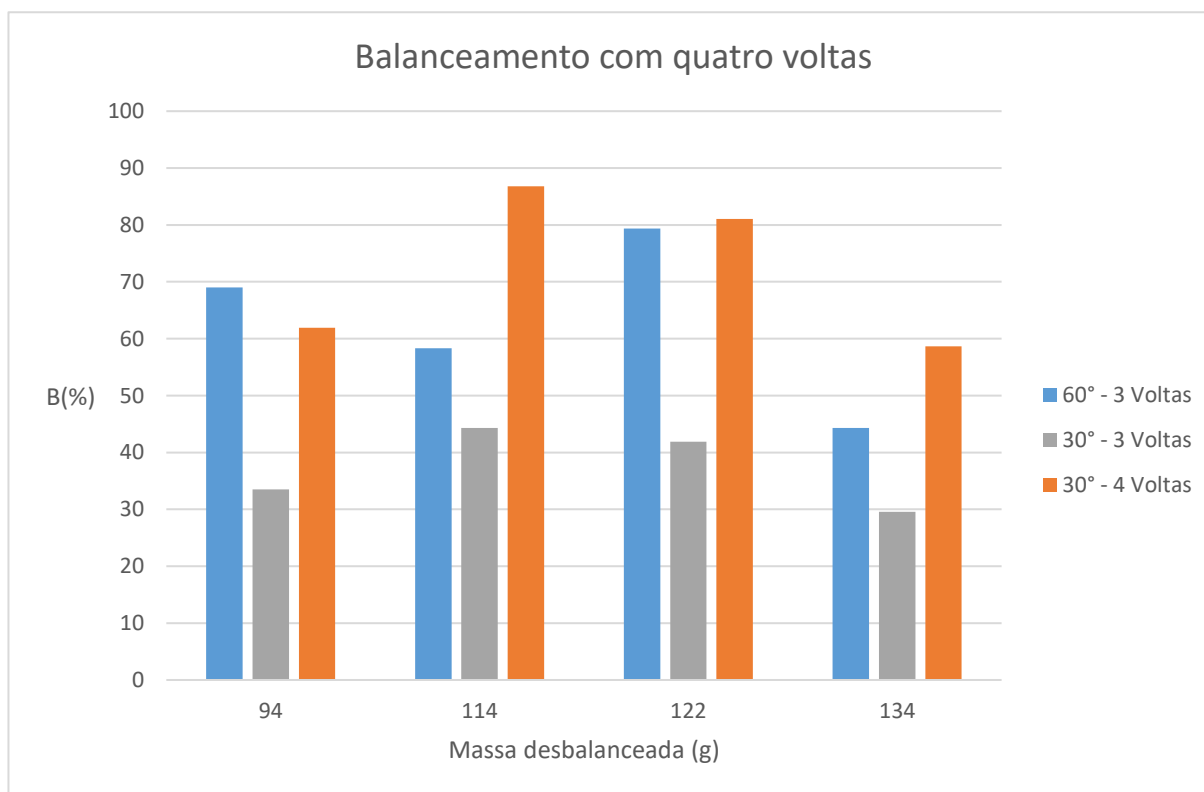


Figura 65. Evolução dos resultados com adição da quarta volta



Os valores obtidos permitem concluir que para a massa de testes usada, a mudança do seu posicionamento de um ângulo de alta precisão para um ângulo de baixa precisão produz correções do desbalanceamento significativamente inferiores e sinaliza a necessidade da execução da quarta volta. A adição da volta extra no ensaio a 30° representa uma notória melhoria na precisão do balanceamento apresentando valores muito superiores ao balanceamento com três voltas. Em três dos quatro casos testados, o valor da configuração com quatro voltas é melhor, inclusive, que o ensaio feito com o ângulo de alta precisão.

## 5.5 INFLUÊNCIA DO NÍVEL DE VIBRAÇÃO ORIGINAL

Para cumprimento da suposição de rotor inicialmente balanceado feita na seção 5.2, o nível de vibração apresentado originalmente pela bancada deve ser desconsiderado para que não influencie nas medições de amplitude de vibração realizadas.

Por isso, o rotor da bancada é posto em operação sem a adição de nenhuma massa para medição da vibração inicial que o mesmo apresenta em cada uma das velocidades de rotação usadas. A amplitude de vibração obtida é subtraída das amplitudes medidas durante a realização dos ensaios e dessa forma, a influência desse nível inicial de vibração é desconsiderada. Os resultados experimentais apresentados na seção 5.4 incluem o procedimento descrito e o MQVA é feito com as amplitudes corrigidas.

Como forma de verificar a importância da adoção de tal procedimento, são destacados alguns ensaios já realizados e o desempenho do balanceamento é comparado usando-se as amplitudes originais, com a vibração da bancada inclusa, e as amplitudes corrigidas. São selecionados os casos de menor e maior massa desbalanceada entre os realizados ( $m_D = 50$  e 134 g) e a variável usada na comparação é a precisão do balanceamento (B).

Os gráficos nas Figs. (66) e (67) retratam os resultados alcançados para cada condição, usando as amplitudes corrigidas e as originalmente medidas. São avaliadas as mesmas alterações em massas de teste e ângulos de posicionamento feitas para os ensaios da seção 5.4.

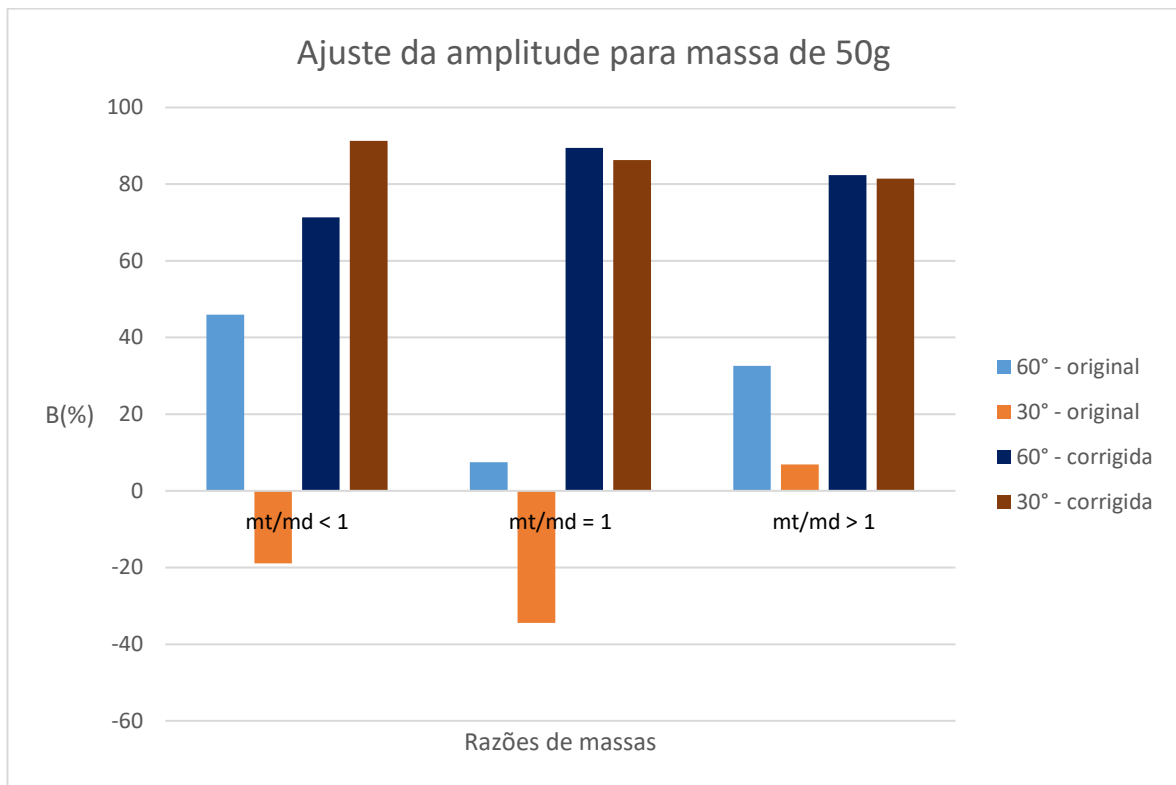


Figura 66. Variação do balanceamento com ajuste da amplitude para massa de 50g

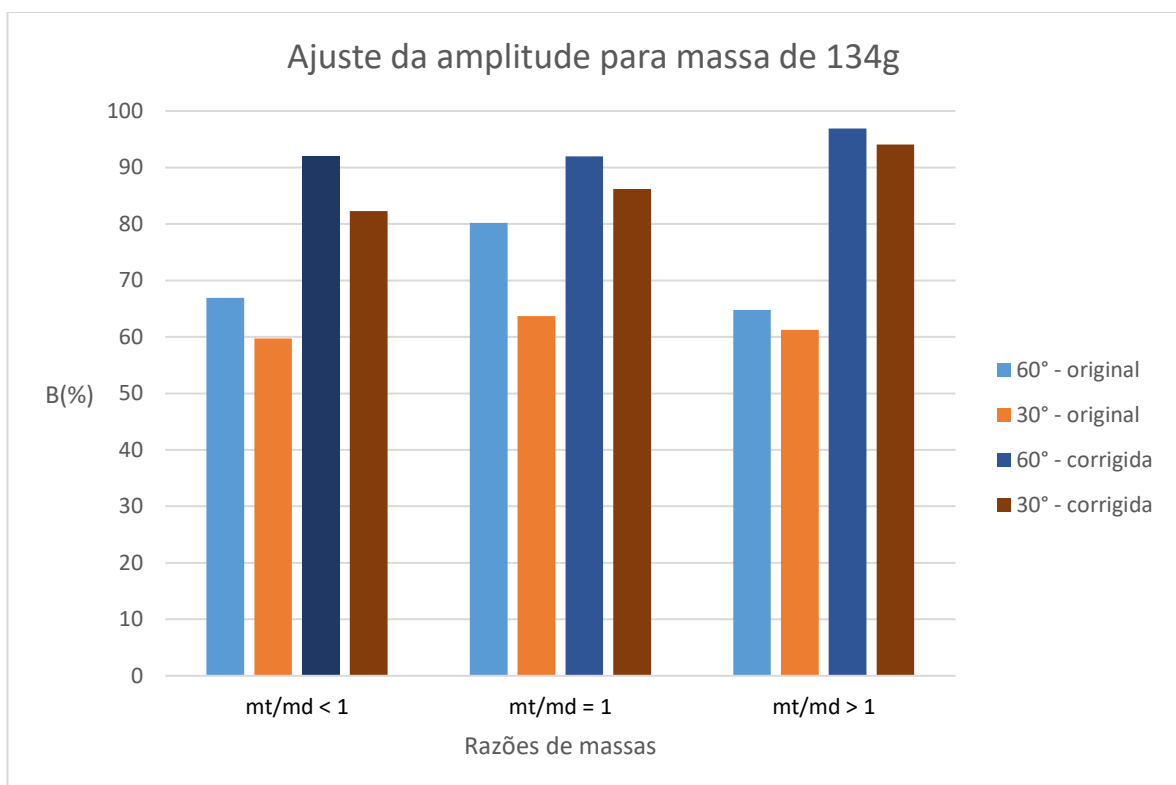


Figura 67. Variação do balanceamento com ajuste da amplitude para massa de 134g

Os gráficos indicam que para a massa mais leve, de 50 g, o impacto da correção das amplitudes é maior. Sem a correção das amplitudes, os resultados com a massa mais leve reduzem muito pouco o desbalanceamento e chegam a indicar valores negativos de B. Esses valores representariam um aumento

do desbalanceamento com a aplicação da resposta indicada pelo MQVA. Para a massa de 134 g, o impacto é menor já que os resultados sem a correção apresentavam melhor nível, mas a melhora dos resultados com as amplitudes corrigidas ainda é nítida na representação gráfica.

Como forma de verificar o comportamento da bancada quanto a seu nível fixo de vibração, realiza-se uma tentativa de usar o resultado sugerido em um dos ensaios realizados para balancear a bancada e verificar a vibração resultante após aplicação da massa de correção. O ensaio escolhido é composto por massa desbalanceada de 134 g e massa de testes de 158 g com distância de 30° entre elas. Tal ensaio é escolhido porque o MQVA sugere sua correção com 96,9 % de precisão.

Para comparar os valores de vibração medidos em cada volta, o gráfico apresentado na Fig. (68) é produzido. As amplitudes representadas incluem a vibração inicial da bancada, correspondendo, portanto, a seus valores absolutos.

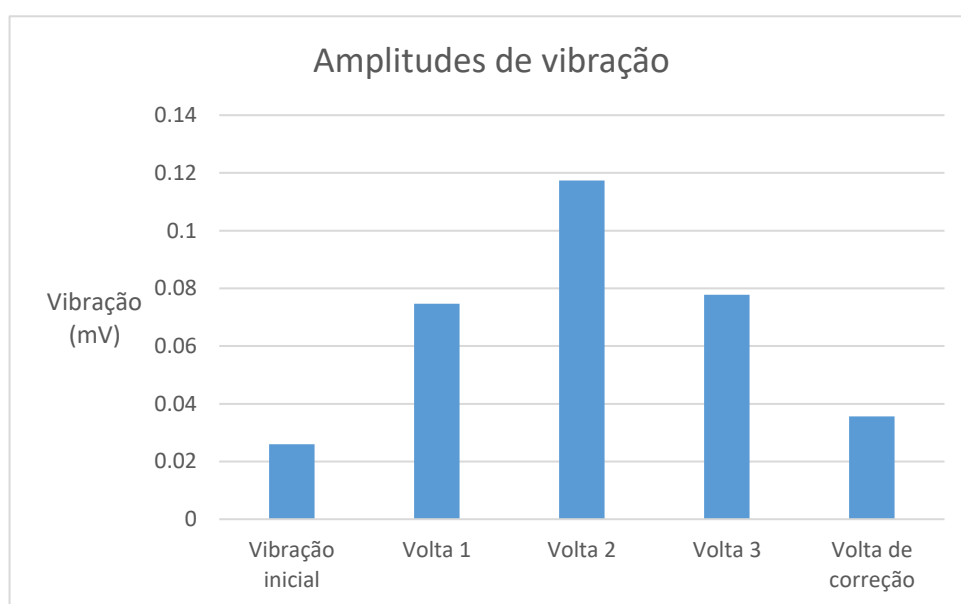


Figura 68. Níveis de vibração observados sem a correção do ruído

O desbalanceamento é induzido com uma massa pesada, portanto a amplitude de vibração (volta 1) é notadamente maior em relação ao nível inicial da bancada. A adição da correção minimiza os efeitos do desbalanceamento e a vibração residual é da mesma ordem do valor apresentado originalmente. Com isso, justifica-se a realização da correção de amplitude para que os ensaios meçam o desbalanceamento imposto de forma isolada e correspondam à hipótese de rotor inicialmente balanceado.

O procedimento adotado é uma tentativa de atenuar os efeitos de outros possíveis problemas apresentados pelo rotor, de modo a evidenciar o desbalanceamento. A vibração da bancada apresenta um valor fixo para cada velocidade de rotação, enquanto as amplitudes medidas variam de acordo com as massas presentes no ensaio feito. Dessa forma, para ensaios com massas mais pesadas, as amplitudes são naturalmente maiores e mitigam o impacto dessa vibração inicial. Como o MQVA analisa a proporção entre as amplitudes, vide Eq. (10), e estas são menos afetadas pela vibração inicial em ensaios mais pesados, o comportamento observado se justifica.

## 6 ALTERAÇÕES PARA O PROGRAMA DE OTIMIZAÇÃO DO BALANCEAMENTO

A convergência dos indicadores massa e ângulo de correção a partir dos “chutes” iniciais para os valores emitidos como resposta é feito de forma iterativa pela função de otimização que caracteriza o MQVA. A cada etapa, a massa e o ângulo são variados adicionando-se incrementos aos melhores valores obtido até então, isto é, os valores que minimizam a função objetivo, conforme o capítulo 3.

Esses incrementos de massa e ângulo são definidos por Oliveira (2016), bem como o número máximo de iterações que o MQVA realiza. Os valores adotados até então são:

- Incremento de massa ( $\Delta m$ ) =  $0,01 * m_T$ ;
- Incremento de ângulo (Vetor  $\theta$ ) = Variam de  $90^\circ$  a  $0,18^\circ$  em intervalos de  $0,18^\circ$ ;
- Número máximo de iterações = 10.000.

O presente capítulo visa apresentar um estudo da convergência do balanceamento se variados os parâmetros listados acima e propor novos valores que reduzam o tempo de execução do código sem que a acurácia dos resultados seja comprometida.

O estudo é feito com a verificação da acurácia dos resultados obtidos e relacionando-a ao tempo de execução total do código. A comparação é feita utilizando um ensaio que prevê o balanceamento com 3 voltas e outro que prevê o balanceamento com 4 voltas.

Convém ressaltar que o balanceamento com 4 voltas compreende duas entradas no processo iterativo, podendo, portanto, chegar a 20.000 iterações dentro do script de otimização pelas condições atuais.

### 6.1 INCREMENTO DE MASSA

O estudo do incremento de massa é feito comparando o valor utilizado de 1% do valor da massa de teste a incrementos de 5 e 10% do valor de  $m_T$ . É esperado que com um incremento mais alto, a massa convirja mais rapidamente ao valor final, porém há a possibilidade de perda na precisão da massa obtida.

O procedimento de teste se desenvolve com a alteração do parâmetro desejado na função de otimização e execução da rotina do MQVA por 10 vezes em cada configuração. A comparação dos resultados atingidos verifica o valor de massa de correção fornecido pelo programa, a precisão do balanceamento (B) que abrange massa e ângulo sugeridos, o tempo gasto para execução completa do script e o número de iterações gasto para se chegar a um intervalo de ajuste fino,  $\pm 5$  gramas, do valor de massa final. Todas essas grandezas são apresentadas com resultado médio e erro máximo associado. O erro máximo é adotado como o dobro do desvio padrão calculado representando intervalo de confiança de 95%.

Os ensaios são realizados com massa desbalanceada  $m_D$  de 134 gramas e portanto se espera massa de correção de 134 g. Para o ensaio com 3 voltas, usa-se massa de testes de 158 g e ângulo entre as massas de  $60^\circ$ . Para o ensaio com 4 voltas é usada massa de testes de 38 g e ângulo entre massas de  $30^\circ$ .

Tabela 8. Análise da alteração no incremento de massa - Ensaio com 3 voltas

Ensaio	Incremento	Massa de correção sugerida (g)	Precisão do balanceamento (%)	Tempo de execução (s)	Número de iterações para $\pm 5g$
3 voltas	$0,01 m_T$	$135,7 \pm 1,5$	$94,5 \pm 2,4$	$17,1 \pm 4,5$	$430 \pm 179$
	$0,05 m_T$	$135,2 \pm 2,5$	$95,3 \pm 4,0$	$16,6 \pm 2,7$	$83 \pm 62$
	$0,1 m_T$	$134,7 \pm 3,5$	$95,6 \pm 4,1$	$16,2 \pm 0,9$	$56 \pm 56$

Tabela 9. Análise da alteração no incremento de massa - Ensaio com 4 voltas

Ensaio	Incremento	Massa de correção sugerida (g)	Precisão do balanceamento (%)	Tempo de execução (s)	Número de iterações para $\pm 5g$
4 voltas	$0,01 m_T$	$105,0 \pm 1,4$	$77,8 \pm 1,6$	$41,9 \pm 9,2$	$10.000+(365 \pm 214)$
	$0,05 m_T$	$104,4 \pm 1,7$	$77,1 \pm 1,9$	$38,9 \pm 14,1$	$10.000+(152 \pm 144)$
	$0,1 m_T$	$104,9 \pm 2,2$	$77,6 \pm 2,4$	$38,5 \pm 5,9$	$10.000+(106 \pm 134)$

Os resultados nas Tabs. (8) e (9) mostram que o aumento no valor do incremento não altera de forma significativa a acurácia dos resultados. Os valores médios de massa de correção e precisão de balanceamento obtidos para os incrementos de  $0,05 m_T$  e  $0,1 m_T$  se enquadram no intervalo de confiança verificado para o incremento atualmente usado de  $0,01 m_T$ . Da mesma forma, o tempo de execução do script é mantido aproximadamente constante, o que indica que a variação adotada não é crítica para o tempo de execução do código.

Para o caso do balanceamento com 4 voltas, Tab. (9), o ajuste fino ocorre apenas na segunda entrada no processo iterativo, por isso a última coluna da tabela abrange também as 10.000 iterações fixas da primeira passagem pelo processo.

A principal conclusão desse estudo é que com um incremento maior, a resposta obtida converge para um intervalo de valores próximo à solução final fornecida em um número menor de iterações. Dessa forma, propõe-se que o incremento seja aumentado para  $0,1 m_T$  como forma de permitir uma convergência mais rápida do programa para a zona de valores de melhor precisão, mantendo a qualidade dos resultados finais.

## 6.2 INCREMENTO DE ÂNGULO

Para a determinação do posicionamento correto da massa de correção, o programa busca a convergência através de tentativas sucessivas que começam no ângulo de  $0^\circ$  e são impostos incrementos progressivamente menores entre  $90^\circ$  e  $0,18^\circ$ , sendo que após 500 iterações, o incremento se estabiliza em  $0,18^\circ$ . A Eq. (45) descreve matematicamente a definição dos incrementos de ângulo.

$$\Delta_{T,ORI} = \{x \in [90^\circ; 0,18^\circ] \mid \Delta x = 0,18^\circ\} \quad (45)$$

Entretanto, na realização do balanceamento em campo, comumente não há disponibilidade de instrumentos com 2 casas decimais de precisão para verificação do posicionamento das massas e por limitações estruturais nem sempre há a possibilidade de se posicionar massas de forma tão meticulosa no rotor a ser balanceado.

Portanto, é proposta a mudança do intervalo de incrementos que passaria a variar entre  $90^\circ$  e  $1^\circ$  em intervalos de  $1^\circ$  a cada passo iterativo. Dessa forma, o ajuste fino realizado seria mais abrangente, possibilitando uma convergência mais rápida do programa de balanceamento e que condiz com as exigências de precisão de aplicações para rotores de uso geral. A modificação proposta é estudada comparando-se os resultados do vetor de incrementos original com o vetor alternativo, definido na Eq. (46), para um mesmo ensaio.

$$\Delta_{T,ALT} = \{x \in [90^\circ; 1^\circ] \mid \Delta x = 1^\circ\} \quad (46)$$

A metodologia adotada é análoga a da seção 6.1, sendo agora comparados o ângulo de correção, a precisão do balanceamento, o tempo total de execução e a quantidade de iterações necessária para se atingir um intervalo de ajuste fino,  $\pm 5^\circ$ , em relação à resposta final. Como os ensaios são feitos com as massas a  $60^\circ$  e  $30^\circ$  em relação à massa desbalanceada, esperam-se ângulos sugeridos de  $120^\circ$  para o ensaio com 3 voltas, e  $150^\circ$  para o ensaio com 4 voltas. Os resultados estão nas Tabs. (10) e (11).

Tabela 10. Análise da alteração no incremento de ângulo - Ensaio com 3 voltas

Ensaio	Incremento	Ângulo de correção sugerido ( $^\circ$ )	Precisão do balanceamento (%)	Tempo de execução (s)	Número de iterações para $\pm 5^\circ$
3 voltas	$\Delta_{T,ORI}$	123,0 $\pm$ 2,6	94,6 $\pm$ 4,9	22,9 $\pm$ 5,3	275 $\pm$ 270
	$\Delta_{T,ALT}$	121,8 $\pm$ 2,8	96,6 $\pm$ 4,7	20,9 $\pm$ 5,8	81 $\pm$ 48

Tabela 11. Análise da alteração no incremento de ângulo - Ensaio com 4 voltas

Ensaio	Incremento	Ângulo de correção sugerido ( $^\circ$ )	Precisão do balanceamento (%)	Tempo de execução (s)	Número de iterações para $\pm 5^\circ$
4 voltas	$\Delta_{T,ORI}$	146,3 $\pm$ 1,2	77,3 $\pm$ 1,3	37,7 $\pm$ 4,6	10.000+(384 $\pm$ 211)
	$\Delta_{T,ALT}$	145,8 $\pm$ 1,8	76,7 $\pm$ 1,9	36,8 $\pm$ 3,2	10.000+(129 $\pm$ 77)

O comportamento dos resultados é similar ao encontrado para o incremento de massa. O sucesso não é afetado significativamente pela mudança proposta, nem o tempo de execução, porém encontra-se uma diminuição no número de iterações necessária para achar a região nas proximidades de onde se situa o resultado. Pelo exposto, propõe-se a adoção de tal mudança no incremento dos ângulos, como forma de melhora do desempenho do algoritmo de otimização.

### 6.3 LIMITAÇÃO DO NÚMERO MÁXIMO DE ITERAÇÕES

As alterações verificadas nas seções 6.1 e 6.2 contribuem para a mais rápida convergência da rotina de balanceamento sem a queda na precisão dos resultados, entretanto observa-se que o tempo de execução do script não é alterado de forma significativa. Isso se deve à restrição imposta de realização de 10 mil iterações caso a condição de parada não seja atendida. Portanto, na hipótese de que se estejam sendo obtidos resultados próximos à condição de parada estabelecida sem o alcance de tal valor, o programa continuará em execução realizando variações mínimas do resultado e consumindo tempo computacional sem nenhum ganho efetivo para o balanceamento gerado.

Uma alternativa para esse comportamento é variar o número máximo de iterações no caso do não-atendimento do critério de parada, estudando a relação entre a redução no tempo de execução e a variação dos resultados. O estudo é feito comparando as 10 mil iterações já feitas com os resultados para 5 mil e mil iterações. Na comparação, são observados a precisão do balanceamento, o número de iterações para se atingir os intervalos de ajuste fino de massa e ângulo ( $\pm 5$  g e  $\pm 5^\circ$ ) e o tempo total de execução do script. As Tabelas (12) e (13) reúnem os resultados encontrados.

Tabela 12. Análise da alteração no número máximo de iterações - Ensaio com 3 voltas

Ensaio	Número máximo de iterações	Precisão do balanceamento (%)	Número de iterações para $\pm 5$ g	Número de iterações para $\pm 5^\circ$	Tempo de execução (s)
3 voltas	10.000	94,9 $\pm$ 2,5	448 $\pm$ 92	276 $\pm$ 238	15,8 $\pm$ 1,7
	5.000	95,5 $\pm$ 4,0	484 $\pm$ 83	276 $\pm$ 264	8,7 $\pm$ 1,4
	1.000	94,8 $\pm$ 4,3	450 $\pm$ 95	269 $\pm$ 199	2,2 $\pm$ 0,7

Tabela 13. Análise da alteração no número máximo de iterações - Ensaio com 4 voltas

Ensaio	Número máximo de iterações	Precisão do balanceamento (%)	Número de iterações para $\pm 5$ g	Número de iterações para $\pm 5^\circ$	Tempo de execução (s)
4 voltas	10.000+10.000	77,3 $\pm$ 1,3	10.000+(361 $\pm$ 255)	10.000+(383 $\pm$ 211)	39,9 $\pm$ 5,7
	5.000+5.000	77,6 $\pm$ 1,3	5.000+(318 $\pm$ 220)	5.000+(358 $\pm$ 209)	18,7 $\pm$ 1,5
	1.000+1.000	65,6 $\pm$ 3,7	945 $\pm$ 21	874 $\pm$ 47	2,2 $\pm$ 0,5

Os resultados para o balanceamento com 3 voltas revelam que há redução de 45% no tempo médio de execução com a mudança para 5 mil iterações e de 86% com o uso de mil iterações. Nota-se que o sucesso do balanceamento se mantém aproximadamente constante, bem como o tempo para alcance da zona de ajuste fino. Isso indica que a realização do ajuste fino não é inibida pela adoção do número de iterações testado.

Entretanto, no balanceamento com 4 voltas observa-se que ocorre manutenção da precisão do balanceamento entre 10 mil e 5 mil iterações, porém para mil iterações os resultados são inferiores. O balanceamento com 4 voltas ocorre quando o valor da massa de testes é muito inferior ao da massa desbalanceada e, portanto, requer um maior número de iterações para que ocorra a convergência dos valores.

Como visto na seção 3.2.2, o processo de convergência se inicia atribuindo um valor igual ao da massa de testes para a massa de correção. Se o número de iterações é insuficiente para a correta indicação do valor da massa, isso sugere que a massa obtida como resposta é mais leve do que se buscava. Assim, o programa indica uma solução incorreta cuja razão  $m_T/m_D$  calculada pelo script para verificação do critério de confiabilidade é mais elevada do que deveria ser, sendo indicada como um valor dentro dos limites de tal intervalo e que resulta em um “falso positivo”. Por isso, é indicado ao realizador do balanceamento que sua solução se encontra na condição de aceitação das 3 voltas e, de forma errônea, o programa não entra no processo iterativo pela segunda vez. Portanto, o resultado ótimo dentro da capacidade de execução do MQVA não é atingido.

Para obter o número de iterações que otimize a relação tempo-resultado são testadas novas quantidades de iterações. Os valores escolhidos variam entre mil e 5 mil iterações e são comparados o tempo gasto pelo script e o resultado de balanceamento obtido, como registrado nas Tabs. (14) e (15).

Tabela 14. Teste de novos valores para o total de iterações - Ensaio com 3 voltas

<b>Ensaio</b>	<b>Número máximo de iterações</b>	<b>Precisão do balanceamento (%)</b>	<b>Tempo de execução (s)</b>
3 voltas	5.000	95,5±4,0	8,7±1,4
	4.000	95,8±2,3	7,2±1,7
	3.000	94,2±3,9	5,0±0,7
	2.000	95,1±3,1	4,2±2,3
	1.000	94,8±4,3	2,2±0,7

Tabela 15. Teste de novos valores para o total de iterações - Ensaio com 4 voltas

<b>Ensaio</b>	<b>Número máximo de iterações</b>	<b>Precisão do balanceamento (%)</b>	<b>Tempo de execução (s)</b>
4 voltas	5.000+5.000	77,6±1,3	18,7±1,5
	4.000+4.000	77,2±1,4	17,1±3,3
	3.000+3.000	77,4±1,4	11,1±0,6
	2.000+2.000	77,9±2,1	8,8±1,5
	1.000+1.000	65,6±3,7	2,2±0,5

A realização da análise descrita nas tabelas revela que para os ensaios de 2, 3 e 4 mil iterações, os resultados implicam na manutenção do sucesso do balanceamento para os casos de 3 e 4 voltas. Para os ensaios com 4 voltas, percebe-se que o tempo gasto com a inclusão da volta extra é aproximadamente o dobro dos ensaios com 3 voltas. Isso serve como indicativo de que o processo iterativo é realizado 2 vezes como esperado, comportamento que não se verifica apenas para o ensaio com mil iterações. A queda na precisão do balanceamento no teste com 4 voltas apenas em tal ensaio ratifica que o processo iterativo não ocorre da forma devida.

Portanto, propõe-se a adoção de um número máximo de 2 mil iterações para o processo de otimização como forma de maximizar a relação entre o tempo computacional gasto e os resultados obtidos.



## 6.4 TESTE DE IMPLANTAÇÃO DAS ALTERAÇÕES

A Tabela (16) reúne as alterações propostas nas seções 6.1 a 6.3 para a implementação do código computacional:

Tabela 16. Resumo das alterações propostas

Parâmetro	Valor atual	Valor proposto
<b>Incremento de massa</b>	0,01 $m_T$	0,1 $m_T$
<b>Incremento de ângulo</b>	$\Delta_{T,ORI}$	$\Delta_{T,ALT}$
<b>Número máximo de iterações</b>	10.000	2.000

Para verificar o impacto da adoção conjunta dos novos valores, o programa é novamente executado com as mudanças propostas testadas simultaneamente. Os resultados são comparados, nas Tabs. (17) e (18), aos obtidos com o uso dos valores atuais.

Tabela 17. Comparação entre os resultados após a adoção das alterações - Ensaio com 3 voltas

Ensaio	Cenário	Precisão do balanceamento (%)	Número de iterações para $\pm 5g$	Número de iterações para $\pm 5^\circ$	Tempo de execução (s)
3 voltas	Valores atuais	94,3 $\pm$ 3,0	472 $\pm$ 89	278 $\pm$ 242	18,9 $\pm$ 7,1
	Valores propostos	95,9 $\pm$ 5,3	56 $\pm$ 36	45 $\pm$ 42	4,5 $\pm$ 2,2

Tabela 18. Comparação entre os resultados após a adoção das alterações - Ensaio com 4 voltas

Ensaio	Cenário	Precisão do balanceamento (%)	Número de iterações para $\pm 5g$	Número de iterações para $\pm 5^\circ$	Tempo de execução (s)
4 voltas	Valores atuais	77,7 $\pm$ 1,1	10.000+(422 $\pm$ 87)	10.000+(389 $\pm$ 218)	31,0 $\pm$ 8,7
	Valores propostos	77,4 $\pm$ 1,3	2.000+(64 $\pm$ 33)	2.000+(65 $\pm$ 40)	8,8 $\pm$ 2,8

Os resultados representados permitem concluir que a adoção dos parâmetros sugeridos causa a redução do tempo gasto para executar o código em 4,2 vezes para o balanceamento com 3 voltas e 3,5 vezes para o balanceamento com 4 voltas. Isso é justificado pela redução do número de iterações gasto para alcance da região mais próxima ao valor final e a alteração do limite máximo de iterações que o programa realiza. Os resultados de massa e ângulo de correção obtidos mantém a precisão do balanceamento dentro do intervalo de confiança do valor original e dessa forma a correção da distribuição de massas não é prejudicada pelas mudanças.

## 7 CONCLUSÃO

O desenvolvimento do presente trabalho permitiu a análise do Método das Quatro Voltas Acelerado, método de balanceamento de rotores que dispensa a medição do ângulo de fase e utiliza algoritmo de otimização, aumentando sua rapidez de execução em relação ao Método das Quatro Voltas. A análise desenvolvida viabiliza a verificação do desempenho do método quanto à correção do desbalanceamento para sistemas submetidos a diversas condições de ensaio.

Os ensaios numéricos feitos forneceram a possibilidade de análise do balanceamento mediante a modelagem matemática de rotores isotrópicos e das forças originadas pela distribuição não-uniforme de massa em sistemas rotativos. De outro modo, os ensaios experimentais possibilitaram a realização do estudo em bancada de testes adaptada para reproduzir as condições propostas para os ensaios.

Os resultados obtidos demonstram que o MQVA realiza o balanceamento de forma bem-sucedida com uso de três partidas do rotor, uma a menos em relação ao MQV. Observa-se que a compatibilidade da massa de testes com o sistema estudado é crítica para a precisão dos resultados, massas de testes que não se enquadram nos limites do índice de confiabilidade do MQVA impactam negativamente os valores obtidos, sobretudo se forem muito leves. Os resultados experimentais sugerem uma relação direta entre o valor da massa de testes usada e a precisão verificada, mas dentro dos limites do índice de confiabilidade, os resultados gerados sempre são adequados.

No que se refere ao posicionamento da massa de testes em relação à massa desbalanceada, conclui-se que o índice de precisão estabelecido para o método em estudo delimita com correção as zonas em que se verificam alta e baixa precisão. Ensaios realizados em sistemas que não atendem a nenhum dos dois índices apresentam resultados de balanceamento sensivelmente inferiores a ensaios em que pelo menos um dos índices é respeitado. Para tais configurações, a realização da quarta partida do rotor é suficiente para o aumento da precisão do balanceamento.

Os resultados experimentais não permitem a associação da variação do aumento da velocidade de rotação imposta com a precisão do desbalanceamento, indicando que a bancada utilizada apresenta outras causas de vibração que afetam o comportamento dinâmico do rotor com a mudança de frequência de rotação e não permitem a detecção do balanceamento de forma isolada. Para os ensaios numéricos, onde o desbalanceamento é a única fonte de excitação para o rotor, a relação entre aumento da velocidade e balanceamentos mais precisos é verificada.

Para a bancada usada, observou-se a necessidade de verificação do seu nível inicial de vibração para que as amplitudes medidas durante os ensaios fossem corrigidas de modo a retratarem apenas o desbalanceamento imposto em cada cenário. Tal procedimento mostrou-se imprescindível para o alcance de balanceamentos coerentes com as condições propostas.

O algoritmo utilizado pelo método em estudo é explorado e é verificada possibilidade de

aprimoramento de sua formulação. A função que compõe o código utiliza incrementos graduais para encontrar a massa de correção ideal e seu posicionamento para o balanceamento do rotor. O estudo realizado mostra que, variando-se tais incrementos e o número máximo de iterações permitido, é possível obter melhoria da eficiência computacional da rotina utilizada com a manutenção da precisão dos resultados.

A abrangência de atuação do Método das Quatro Voltas Acelerado pode ser estudada com abordagens mais específicas, podendo ser examinado seu desempenho para sistemas em que a movimentação do rotor esteja acoplada em diferentes planos e em sistemas nos quais ocorra efeito giroscópico e não haja simetria em relação aos esforços atuando nos mancais.

O objetivo de analisar o sucesso do Método das Quatro Voltas Acelerado foi, portanto, realizado possibilitando adquirir conhecimento acerca das principais características que influenciam seu comportamento e verificar que o método se apresenta como uma alternativa viável para a correção de distribuição de massa em rotores rígidos.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BAVASTRI, C.A. et al. **Otimização aplicada à identificação do desbalanceamento em sistemas rotativos**. In: CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA, 6., 2010, Campina Grande-PB.
- BRUEL & KJAER. **Static and Dynamic Balancing of Rigid Rotors: Balancing**. 20 p.
- DEN HARTOG, J.P. **Mechanical Vibrations**. Dover, New York, 1985. Reimpressão
- EISENMANN, R.C.E, Sr.; EISENMANN, R.C.E, Jr. **Machinery Malfunction Diagnosis and Correction**. Vibration Analysis and Troubleshooting for Process Industries. New Jersey: Prentice-Hall, Inc, 1998.792 p.
- EVERETT, L.J. **Two-Plane Balancing of a Rotor System Without Phase Response Measurements**. *Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design*, v. 109, p. 162-167, 1987.
- FEESE, T.D.; GRAZIER, P.E. **Balance This!:** Case histories from difficult balance jobs. In: TURBOMACHINERY SYMPOSIUM, 33., 2004, San Antonio, USA.
- FRISWELL, M.I. et al. **Dynamics of Rotating Machines**. New York: Cambridge University Press, 2010. 526 p.
- FOILES, W.C. et al. **Review: Rotor Balancing**. *Shock and Vibration*, 5., p.325-336, 1998.
- GOODMAN, T.P. **A least-squares method for computing balance corrections**. *Trans. American Society of Mechanical Engineers, J. Engineering for Industry*, v.86, p.273-279, 1964.
- GRIM, G.K. et al. **The Basic of Balancing 101**. Whitmore Lake: BTI – Balance Technology Inc. Michigan, USA. 2014. 14 p.
- GRIM, G.K. et al. **The Basic of Balancing 202**. Whitmore Lake: BTI – Balance Technology Inc. Michigan, USA. 2014. 28 p.
- GROBEL, L.P. **Balancing turbine-generator**. *General Electric Review*, 56. 1953
- HILLMAN, B. **Balancing Rigid Rotors in the Field**. Disponível em: <<http://www.reliableplant.com/Read/29478/field-balancing-rotors>>. Acesso em 15 de out. 2016.
- HOPKIRK, K.R. Notes on methods of balancing. *The Engineer* 170, p. 38-39. 1935.
- ISO 1940-1: **Mechanical vibration – balance quality requirements or rotors in a constant (rigid) state**. 2003.
- ISO 11342: **Mechanical vibration – Methods and criteria for the mechanical balancing of flexible rotors**. 1998.
- LINDSEY, J.R. **Significant developments in methods for balancing high-speed rotors**. In: CONF. AMERICAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERS VIBRATION, 69-Vibr-53, Philadelphia, EUA, 1969
- LEGROW, J.V. **Multiplane balancing of flexible rotors: A method of calculating correction weights**. Paper No.71-Vibr-52, Toronto, Canada, set. 1971
- LYONS, J. **Primer on Dynamic Balancing “Causes, Corrections and Consequences”**. *Maintech South '98 Conference and Exhibition*. Houston, EUA, 1998.
- OLIVEIRA NETO, J. P. **Balanceamento de rotores pelo método de otimização “Four Run Method Accelerated” com aplicação em hidrogenador**. In: XXXVII IBERIAN LATIN AMERICAN CONGRESS ON COMPUTACIONAL METHODS IN ENGINEERING, Brasília-DF, 2016.
- PEREIRA, J.C. **Introdução à dinâmica de rotores**. Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2005.
- RANGEL JUNIOR, J.S. **Análise rotodinâmica de equipamentos sujeitos à desbalanceamento estático, dinâmico e modal**. 82 p. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro. 2008.
- RAO, S.S. *Mechanical Vibrations*. New Jersey: Prentice-Hall, 2011, p.45.
- RATHBONE, T.C. Turbine vibration and balancing. *Trans. American Society of Mechanical Engineers*, v. 51, p.267-284, 1929
- THEARLE, E.L. **Dynamic Balancing of rotating machinery in the field**. *Trans. American Society of Mechanical Engineers, Journal of Applied Mechanics*, 55, p. 745-753. 1934
- WOWK, V. **Machinery Vibration – Balancing**. McGraw-Hill, 1995.
- YORIYAZ, H. **Método de Monte Carlo: princípios e aplicações em Física Médica**. Revista brasileira de Física Médica, n.3, p. 141-149, 2009.
- ZHOU, S.; SHI, J. **Active Balancing and Vibration Control of Rotating Machinery: A Survey**. *The Shock and Vibration Digest*, v. 33, n. 4, p. 361-371, 2001.

# ANEXOS

		Pág.
<b>Anexo I</b>	<b>Proposição de Trabalho Prático para a disciplina de Vibrações 1</b>	<b>86</b>
<b>Anexo II</b>	<b>Código para modelagem matemática de um rotor rígido</b>	<b>94</b>
<b>Anexo III</b>	<b>Código para realização do balanceamento pelo MQVA</b>	<b>97</b>
<b>Anexo IV</b>	<b>Código correspondente à função de otimização usada no MQVA</b>	<b>101</b>

## Laboratório - Roteiro Experimental

# BALANCEAMENTO DE ROTOR

### OBJETIVO

O experimento tem por objetivo realizar o balanceamento de um rotor isotrópico rígido através do método de balanceamento *Four Run Method Accelerated*, ou Método das Quatro Voltas Acelerado (MQVA). A partir de um desbalanceamento imposto ao sistema, será feito o procedimento que visa determinar o peso da massa de correção e o ângulo no qual ela deve ser posicionada para neutralizar o desbalanceamento.

### INTRODUÇÃO

O desbalanceamento é uma condição causada pela distribuição não-uniforme de massa na estrutura de um elemento rotativo. Tal comportamento gera uma força centrífuga durante a operação do rotor que pode causar falhas no maquinário dependendo da magnitude da vibração gerada.

A equação do movimento para um rotor rígido submetido a forçamento devido ao desbalanceamento pode ser representada da seguinte forma:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F \quad (1)$$

A magnitude da força centrífuga  $F$  depende da massa excêntrica, da sua distância ao centro de rotação da máquina e da velocidade de operação do rotor, conforme a equação (2).

$$F = m_d r \omega^2 \quad (2)$$

Por se tratar de um forçamento em regime permanente, a forma geral da resposta do rotor ao desbalanceamento na direção  $x$  é dada por:

$$x(t) = A_x \cos(\omega t + \beta_x) \quad (3)$$

Na equação (3), a variável  $A_x$  representa a amplitude de vibração na direção  $x$  e  $\beta_x$  o ângulo de fase da movimentação oscilatória.

O Método das Quatro Voltas Acelerado prevê o balanceamento da máquina rotativa com medição apenas da amplitude de vibração do rotor, caracterizando-se como um procedimento de mais fácil realização em relação a outros métodos que preveem também a medição do ângulo de fase da vibração.

O método recebe esse nome por ser um aprimoramento do Método das Quatro Voltas, que necessita da realização de quatro voltas, isto é, de quatro acionamentos do rotor para a definição completa da solução. O MQVA indica a massa de correção e o ângulo de seu posicionamento com apenas três partidas da máquina, fornecendo mais agilidade ao processo.

Dessa forma, o procedimento consiste de três partidas da máquina nas seguintes condições:

- **1ª volta:** O rotor é posto em rotação nas mesmas condições em que opera, sem qualquer adição extra de massa;
- **2ª volta:** É adicionada uma massa conhecida (massa de teste) ao rotor em uma posição arbitrada pelo balanceador e o rotor é posto em funcionamento;
- **3ª volta:** Antes da partida do rotor, a massa adicionada na 2ª volta é retirada e adicionada a 180° do ponto onde estava posicionada, com o mesmo raio em relação ao centro da máquina.

Para cada volta, a amplitude de vibração apresentada pelo rotor é aferida com um acelerômetro. Para a realização do balanceamento usa-se o valor quadrático médio (RMS) da amplitude medida que é calculado pela raiz quadrada da média aritmética do quadrado dos valores adquiridos, conforme a equação (4):

$$x_{RMS} = \sqrt{\frac{(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2)}{n}} \quad (4)$$

A determinação da massa de correção e ângulo de seu posicionamento é feita de forma gráfica através dos seguintes passos:

- Primeiramente, deve-se determinar a origem para o sistema de coordenadas a ser utilizado para a execução do método, identificado como ponto (O);
- A amplitude de vibração da primeira volta ( $V_{RD}$ ) é representada por uma circunferência centrada em O de raio equivalente;
- São identificados dois pontos (1 e 2), distantes em 180° entre si, na circunferência  $V_{RD}$  que servirão como pontos centrais para as circunferências seguintes;
- A amplitude de vibração da segunda volta ( $V_{T1}$ ) é representada por uma circunferência centrada no ponto 1 de raio equivalente;
- A amplitude de vibração da terceira volta ( $V_{T2}$ ) é representada por uma circunferência centrada no ponto 2 de raio equivalente.

Após a conclusão desses passos, o resultado retratado na figura (1) é obtido.

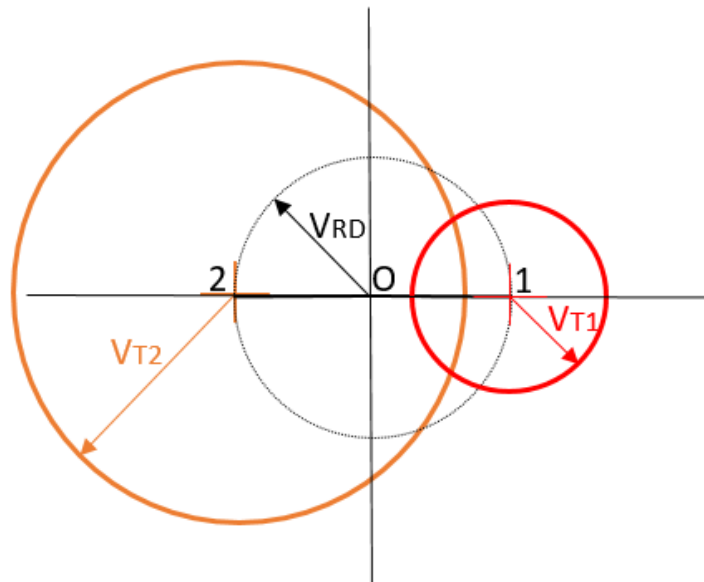


Figura 1 - Representação gráfica do MQVA

Observa-se que as circunferências  $V_{T1}$  e  $V_{T2}$  se interceptam em 2 posições.

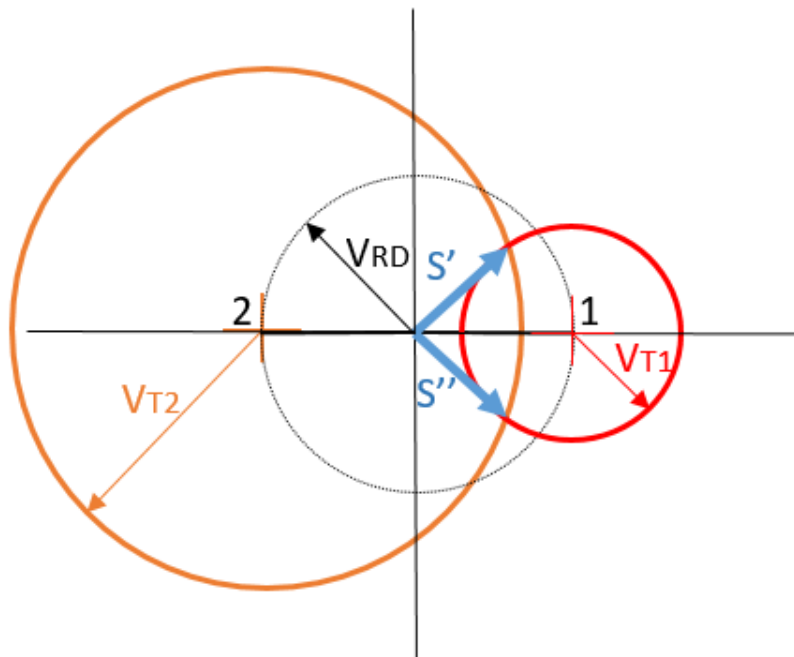


Figura 2 - Soluções apresentadas pelo MQVA

Os vetores  $S'$  e  $S''$ , figura (2), ligam a origem do sistema de coordenadas às interseções entre as circunferências e representam as duas possibilidades de solução após a realização das três voltas. Ambos possuem o mesmo módulo, sendo distinguidos pelo ângulo em relação ao eixo horizontal da representação gráfica.

O cálculo do peso da massa de correção necessária para balancear o rotor é feito a partir da equação (5). Como o módulo  $S$  é igual para os dois vetores, o valor da massa já é conhecido após as três voltas.



$$m_S = m_T \frac{V_{RD}}{S} \quad (5)$$

Na formulação,  $m_T$  é a massa de testes usada no balanceamento,  $V_{RD}$  indica a amplitude aferida para a primeira volta realizada e  $S$  é o módulo dos vetores  $S'$  e  $S''$ .

Para o posicionamento da massa de correção, os ângulos entre os vetores  $S'$  e  $S''$  e a horizontal representam as duas opções válidas. Recomenda-se que o responsável pelo balanceamento posicione a massa de correção calculada em uma das duas posições e acione o rotor novamente. Se a vibração resultante ainda for significativa, a troca da massa de correção para a outra posição sugerida balanceará o rotor.

É necessário ressaltar que o posicionamento da massa de correção indicada pelo método deve ser feito seguindo o mesmo sentido de rotação, horário ou anti-horário, observado no gráfico e o ângulo deve ser medido em relação ao ponto de posicionamento da primeira massa de testes.

A bancada experimental a ser utilizada foi desenvolvida e montada na Universidade de Brasília (UnB – FT/EnM/GDS) e é composta por:

1. Eixo rígido com disco acoplado
2. Suportes de madeira com rolamentos radiais
3. Estrutura da máquina rotativa
4. Acelerômetro piezoelétrico
5. Massas usadas para o balanceamento
6. Placa de aquisição de dados

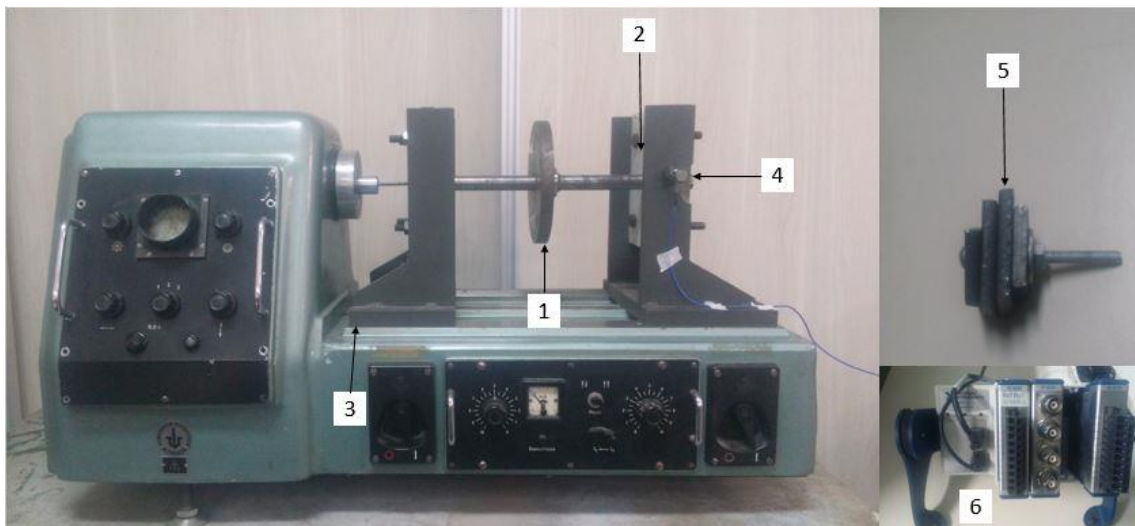


Figura 3 - Bancada experimental

## ASPECTOS CONSTRUTIVOS E INSTRUMENTAÇÃO

A bancada experimental é caracterizada pela estrutura rotativa a ser testada e pelas massas a serem adicionadas para realização do balanceamento.

A instrumentação necessária para este ensaio está contida nas Tabs. (1) e (2), bem como as grandezas a serem medidas.

Tabela 1 – Componentes do experimento - PT.

Peças	Montagem	Função
1 – Rotor	Eixo rígido com disco acoplado e bi apoiado em mancais flexíveis	Ser testado quanto ao balanceamento
2 – Massa desbalanceada e massas de testes	Placas de aço que são acopladas ao disco sendo fixadas por parafusos e porcas	Alterar a distribuição da massa do rotor

Tabela 2 – Instrumentação do experimento - PC.

Instrumento	Grandeza a ser medida
Acelerômetro	Aceleração da movimentação do rotor
Balança digital	Massas de testes
Placa de aquisição de dados	Leitura do sinal emitido pelo acelerômetro

## HIPÓTESES PRINCIPAIS

1. O rotor em estudo é rígido;
2. A dimensão das massas de teste é desprezada;
3. O rotor está originalmente balanceado.

## MONTAGEM EXPERIMENTAL

1. Posicione o disco acoplado ao eixo de forma central entre os mancais;
2. O acelerômetro deve ser acoplado a uma base magnética e posicionado na lateral da estrutura de suporte da bancada;
3. O cabo do acelerômetro deve ser conectado à placa de aquisição de dados NI-DAQ 9234.

## **PROCEDIMENTOS**

1. Determinar o peso das massas de desbalanceamento e de teste;
2. Determinar a velocidade de operação do rotor;
3. Calcular a amplitude RMS da vibração do rotor no acionamento sem adição de massa para detectar a vibração residual que ele apresenta, essa amplitude de vibração será usada durante a realização do MQVA (Volta 0);
4. Calcular a amplitude RMS da vibração para o acionamento no qual a massa desbalanceada é adicionada ao sistema (Volta 1);
5. Calcular a amplitude RMS da vibração para o acionamento com a massa de testes posicionada em 1 (Volta 2);
6. Calcular a amplitude RMS da vibração para o acionamento com a massa de testes posicionada em 2 (Volta 3);
7. Subtrair a amplitude medida para a volta 0 da amplitude das demais voltas para eliminar a vibração residual apresentada pela bancada;
8. Realizar o procedimento gráfico representando as amplitudes obtidas;
9. Calcular a massa e o ângulo de correção segundo o MQVA;

## **RESULTADO E DISCUSSÕES**

Baseando-se no modelo teórico apresentado calcule a força centrífuga gerada pelo desbalanceamento imposto e a força após a aplicação da solução fornecida pelo MQVA e compare-as. Quanto do desbalanceamento original foi anulado com a realização do processo?

## FOLHA DE ANOTAÇÃO – Balanceamento de Rotor

Nome: \_\_\_\_\_ Matrícula: \_\_\_\_\_

Data do Experimento: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

Tabela 3 – Instrumentação do experimento - PT.

<b>Instrumento</b>	<b>Erro instrumental</b>	<b>Grandeza a ser medida</b>
Balança digital	$\pm$ _____ kg	Peso das massas de teste
Acelerômetro	$\pm$ _____ mV	Amplitudes de vibração
Inversor	$\pm$ _____ Hz	Velocidade de operação do rotor

Tabela 4 - Definição do experimento

<b>Grandeza</b>	<b>Valor</b>
Massa desbalanceada	_____ kg
Massa de testes	_____ kg
Velocidade de rotação	_____ rpm

Tabela 5 - Amplitudes de vibração medidas

<b>Amplitudes a serem usadas no MQVA</b>	<b>Amplitude de vibração</b>
Volta nas condições originais do rotor (V0)	_____ mV
Volta com a massa desbalanceada (V1)	_____ mV
Volta com a massa de testes na posição 1 (V2)	_____ mV
Volta com a massa de testes na posição 2 (V3)	_____ mV
$VRD = V1 - V0$	_____ mV
$VT1 = V2 - V0$	_____ mV
$VT2 = V3 - V0$	_____ mV

Tabela 6 - Resultados obtidos

<b>Resultado</b>	<b>Valor</b>
Massa de correção (MS)	_____ kg
Ângulo de correção	_____ °

## ANEXO II: Código para modelagem matemática de um rotor rígido

---

```
clear all; clc; close all

format long

amply1GL = zeros(100,1); %Matriz para receber os valores de amplitude
gerados na 1ª volta
amp2y1GL = zeros(100,1); %Matriz para receber os valores de amplitude
gerados na 2ª volta
amp3y1GL = zeros(100,1); %Matriz para receber os valores de amplitude
gerados na 3ª volta
amp4y1GL = zeros(100,1); %Matriz para receber os valores de amplitude
gerados na 4ª volta

%%Dados do rotor
m = input('Qual o valor da massa do rotor?'); % massa[kg]
mdesb = input('Qual o valor da massa desbalanceada?'); % massa
desbalanceada[kg]
ky1 = input('Qual a rigidez dos mancais no plano analisado?'); % rigidez
[N/m]
ky2 = ky1; %Iguais em condição isotrópica
exc = input('Qual a excentricidade da massa desbalanceada?'); %
excentricidade da massa desbalanceada[m]
f = input('Qual a frequência de rotação do eixo em Hz?');
w = 2*pi*f(i); % conversão de [Hz] para [rad/s]
psiy = input('Qual o coeficiente de amortecimento do sistema?');
t = 0:f/1000:100/f(i); %tempo de coleta de dados

%%Dados da massa de testes
mteste = ('Qual o valor da massa de testes usada?'); %[kg]
ang = ('Em qual ângulo (em graus) a massa de testes é posicionada?'); %[°]
thetavolta2 = ang*pi/180; % conversão graus para radianos[rad]
thetavolta3 = thetavolta2 + pi; %Posicionamento na volta 3
thetavolta4 = thetavolta2 + pi/2; %Posicionamento na volta 4

%%Dados do sistema
kyt = ky1+ky2; %Rigidez equivalente
lambda = kyt/m;
freqnaty = sqrt(lambda); %Frequência natural [rad/s]
fnaty = freqnaty/(2*pi); %Frequência natural [Hz]
cy1 = 2*psiy*freqnaty*m; %Amortecimento
cy2 = cy1; %Iguais em condição isotrópica
cyt = cy1+cy2; %Amortecimento equivalente
psiy = cyt/(2*m*freqnaty); %Coeficiente de amortecimento resultante
freqnatamorty = freqnaty*sqrt(1-psiy^2); %Frequência natural amortecida
[rad/s]
fnatamorty = freqnatamorty/(2*pi); %Frequência natural amortecida [Hz]

%%Forçamento imposto
Fdesb = mdesb*exc*w*w; %Força centrífuga devido á massa desbalanceada
Fteste= mteste*exc*w*w; %Força centrífuga devido á massa de testes
Ftotalvolta1=Fdesb; %Força resultante para a volta 1
Ftotalvolta2=sqrt(Fdesb^2+Fteste^2+2*Fdesb*Fteste*cos(thetavolta2)); %Força
resultante para a volta 2
Ftotalvolta3=sqrt(Fdesb^2+Fteste^2+2*Fdesb*Fteste*cos(thetavolta3)); %Força
resultante para a volta 3
```

```

Ftotalvolta4=sqrt (Fdesb^2+Fteste^2+2*Fdesb*Fteste*cos (thetavolta4)); %Força
resultante para a volta 4

%%Forças na direção y
Qvolta1 = Ftotalvolta1*sin(w*t);
Qvolta2 = Ftotalvolta2*sin(w*t);
Qvolta3 = Ftotalvolta3*sin(w*t);
Qvolta4 = Ftotalvolta4*sin(w*t);

%%Matrizes para receber os valores de amplitude calculados
Amplitudesvolta1 = zeros(length(t),1);
Amplitudesvolta2 = zeros(length(t),1);
Amplitudesvolta3 = zeros(length(t),1);
Amplitudesvolta4 = zeros(length(t),1);

%%Inversão das matrizes para cálculo da amplitude de reposta dos rotores
fimiteracao = length(t);
for i=1:fimiteracao
    Amplitudesvolta1(i) = inv(-w*w*m+w*li*cyt+kyt)*Qvolta1(i);
    Amplitudesvolta2(i) = inv(-w*w*m+w*li*cyt+kyt)*Qvolta2(i);
    Amplitudesvolta3(i) = inv(-w*w*m+w*li*cyt+kyt)*Qvolta3(i);
    Amplitudesvolta4(i) = inv(-w*w*m+w*li*cyt+kyt)*Qvolta4(i);
end

%%Obtenção das amplitudes RMS
amp1y1GL(1) = rms(Amplitudesvolta1);
amp2y1GL(1) = rms(Amplitudesvolta2);
amp3y1GL(1) = rms(Amplitudesvolta3);
amp4y1GL(1) = rms(Amplitudesvolta4);

%% Matrizes para receber dados acrescidos de ruído
amp1y1GLr1 =zeros(100,1);
amp1y1GLr10 =zeros(100,1);
amp2y1GLr1 =zeros(100,1);
amp2y1GLr10 =zeros(100,1);
amp3y1GLr1 =zeros(100,1);
amp3y1GLr10 =zeros(100,1);
amp4y1GLr1 =zeros(100,1);
amp4y1GLr10 =zeros(100,1);

%%Definição do ruído
for j=1:100
    Volta1ruido1 = zeros(length(t),1);
    Volta1ruido10 = zeros(length(t),1);
    Volta2ruido1 = zeros(length(t),1);
    Volta2ruido10 = zeros(length(t),1);
    Volta3ruido1 = zeros(length(t),1);
    Volta3ruido10 = zeros(length(t),1);
    Volta4ruido1 = zeros(length(t),1);
    Volta4ruido10 = zeros(length(t),1);
    fimiteracao = length(t);
    %%Acréscimo do ruído em cada valor de amplitude calculado
    for i=1:fimiteracao

        Volta1ruido1(i) = Amplitudesvolta1(i)+0.01*amp1y1GL(1)*(-1+2*rand);
        Volta1ruido10(i) = Amplitudesvolta1(i)+0.1*amp1y1GL(1)*(-1+2*rand);
        Volta2ruido1(i) = Amplitudesvolta2(i)+0.01*amp2y1GL(1)*(-1+2*rand);
        Volta2ruido10(i) = Amplitudesvolta2(i)+0.1*amp2y1GL(1)*(-1+2*rand);
        Volta3ruido1(i) = Amplitudesvolta3(i)+0.01*amp3y1GL(1)*(-1+2*rand);
        Volta3ruido10(i) = Amplitudesvolta3(i)+0.1*amp3y1GL(1)*(-1+2*rand);
        Volta4ruido1(i) = Amplitudesvolta4(i)+0.01*amp4y1GL(1)*(-1+2*rand);
    end
end

```

```
Volta4ruído10(i) = Amplitudesvolta4(i)+0.1*amp4y1GL(1)*(-1+2*rand);

end

%Amplitude RMS dos sinais acrescidos de ruído
amp1y1GLr1 = rms(Volta1ruído1);
amp1y1GLr10 = rms(Volta1ruído10);
amp2y1GLr1 = rms(Volta2ruído1);
amp2y1GLr10 = rms(Volta2ruído10);
amp3y1GLr1 = rms(Volta3ruído1);
amp3y1GLr10 = rms(Volta3ruído10);
amp4y1GLr1 = rms(Volta4ruído1);
amp4y1GLr10 = rms(Volta4ruído10);

end
```



### ANEXO III: Código para realização do balanceamento pelo MQVA

---

```
clc; clear all; clf; close all;
disp('inicio')

% _____ Variáveis do Rotor

r=input('Raio de aplicação das massas de teste [m]=');
w=input('Velocidade de rotação do rotor [rad/s]=');

% _____ Massas de Teste

mt1=('Massa de teste [kg]='); % massa de teste 1 [kg]
mt2=mt1; % massa de teste 2 [kg]
mt3=0; % massa de teste 3 [kg]

theta1=0; %Ângulo de teste 1 [°]
theta2=fgamma(180); %Ângulo de teste 2 [°]
theta3=fgamma(90); %Ângulo de teste 3 [°]

% _____ Relação entre Desbalanceamento e a Voltagem medida no osciloscópio
ka=input('Relação entre Força centrífuga e o desbalanceamento medido
[N/m]=');

% _____ Variáveis derivadas dos dados acima
%Conversão dos ângulos em radianos
theta1=theta1*pi/180;
theta2=theta2*pi/180;
theta3=theta3*pi/180;

%Amplitudes de resposta obtidas
Vd=input('Amplitude de resposta do rotor sem massa de teste');
Vt1=input('Amplitude de resposta do rotor com massa de testes a 0°');
Vt2=input('Amplitude de resposta do rotor com massa de testes a 180°');
Vt3=input('Amplitude de resposta do rotor com massa de testes a 90°');

%Massas relativas a combinação da massa desbalanceada e cada massa de
testes

mr1=(Vt1*ka)/(w^2*r);
mr2=(Vt2*ka)/(w^2*r);
mr3=(Vt3*ka)/(w^2*r);

% _____ Condicionamento inicial para entrada no processo iterativo

%Garantindo entrada no comando while da função
mteste1=100*mr1;
mteste2=100*mr2;
mteste3=100*mr3;
if mt3==0
    condini=(abs(mteste1-mr1)/mr1)+(abs(mteste2-mr2)/mr2); %Condição de
parada com 2 massas
else
    condini=(abs(mteste1-mr1)/mr1)+(abs(mteste2-mr2)/mr2)+(abs(mteste3-
mr3)/mr3); %Condição de parada com 3 massas
end
```

```

%Variáveis iniciais do processo iterativo
mini=mt;           % amplitude da tentativa inicial
thetaini=0;       % ângulo da tentativa inicial

%Entrada na função com apenas 2 massas de teste
[mf,af]=estoc(mt1,mt2,mt3,theta1,theta2,theta3,mini,thetaini,condini,Vr1,Vr
2,Vr3,Vrd,mr1,mr2,mr3);

%Condicionante de parada para massas de testes extremas
if abs(mt/md)<=0.1 && abs(mt/md)>=10
    disp('*****')
    disp('Refaça o teste, pois a massa de teste escolhida está muito');
    disp('aquém a da massa de desbalanceamento');
    disp(['mt/md=', num2str(abs(mt/mf))]);
    disp(['theta= ',num2str(af),'° ou theta= ',num2str(360-af),'°']);
    disp(['md=', num2str(abs(mf))]);
    disp('*****')
    break
end

%Traçando os círculos que representam graficamente o método com apenas 2
massas de teste
u=1;
Ff=mf*w^2*r;
Vf=Ff/ka;

for angx=0:2*pi()/360:2*pi()
    cdy(u)=sin(angx)*Vd;
    c1y(u)=sin(angx)*Vt1;
    c2y(u)=sin(angx)*Vt2;
    cfy(u)=sin(angx)*Vf;

    cdx(u)=cos(angx)*Vd;
    c1x(u)=cos(angx)*Vt1+Vd;
    c2x(u)=cos(angx)*Vt2-Vd;
    cfx(u)=cos(angx)*Vf;

    u=u+1;
end
figure(1)
plot(cdx,cdy,'m');
hold on
plot(c1x,c1y,'g');
hold on
plot(c2x,c2y,'b');
hold on
plot(cfx,cfy,'c');
hold on
title('Diagrama de círculos')
grid

%Verificação das condições de precisão e confiabilidade
if (55<af && af<125) || (235<af && af<305) %Condição boa

    disp('*****')
    disp('O resultado está numa região de baixa incerteza');
    disp('Logo, com apenas duas massas de testes, o resultado é:');
    disp(['md= ',num2str(mf), 'kg']);
    disp(['theta= ',num2str(af),'° ou theta= ',num2str(360-af),'°']);

```

```

disp('*****')
break

elseif abs(mt/md)>=0.3 && abs(mt/md)<=3

disp('*****')
disp('O resultado está numa região de média ou alta incerteza.');
```

Mas está atende ao indicador de confiabilidade  $0.3 \leq mt/md \leq 3$ ');

```

disp(['mt/md=', num2str(abs(mt/mf)), ' | md=', num2str(abs(mf))]);
disp('Logo, com apenas duas massas de testes, o resultado é:');
disp(['md= ', num2str(mf), 'kg']);
disp(['theta= ', num2str(af), '° ou theta= ', num2str(360-af), '°']);
disp('*****')

else
disp('*****')
disp('O resultado está numa região de média ou alta incerteza.');
```

E não atende ao indicador de confiabilidade  $0.3 \leq mt/md \leq 3$ ');

```

disp(['mt/md=', num2str(abs(mt/mf)), ' | md=', num2str(abs(mf))]);
disp('Logo, o balanceador deverá inserir a mt3=mt1, em 90°.');
disp('Aperte "Enter" para continuar');
pause

%Entrada de dados da mt3
mt3=mt1;
theta3=fgamma(90);
theta3=theta3*pi/180;

%_____Condicionamento inicial para entrada no processo iterativo

mini=mf; % amplitude da tentativa inicial
thetaini=0; % ângulo da tentativa inicial
Vt3=input('Voltagem com massa de testes à 90°'); %Entrada da amplitude
de reposta obtida para a quarta volta
Vr3=fgamma(Vt3);

%Garantindo entrada no comando while da função
mteste3=100*mt3;

if mt3==0
condini=(abs(mteste1-mr1)/mr1)+(abs(mteste2-mr2)/mr2);
else
condini=(abs(mteste1-mr1)/mr1)+(abs(mteste2-mr2)/mr2)+(abs(mteste3-
mr3)/mr3);
end

[mf,af]=estoc(mt1,mt2,mt3,theta1,theta2,theta3,mini,thetaini,condini,Vr1,Vr
2,Vr3,Vrd,mr1,mr2,mr3);
disp('*****')
disp('Com a mt3');
disp(['md= ', num2str(mf), 'kg']);
disp(['theta= ', num2str(af), '°']);
disp('*****')

%Traçando os círculos com as 3 massas de teste
u=1;
for angx=0:2*pi()/360:2*pi()
```

```

    cdy(u)=sin(angx)*Vd;
    c1y(u)=sin(angx)*Vt1;
    c2y(u)=sin(angx)*Vt2;
    c3y(u)=sin(angx)*Vt3+Vd;

    cdx(u)=cos(angx)*Vd;
    c1x(u)=cos(angx)*Vt1+Vd;
    c2x(u)=cos(angx)*Vt2-Vd;
    c3x(u)=cos(angx)*Vt3;

    u=u+1;
end
figure(2)
plot(cdx,cdy,'m');
hold on
plot(c1x,c1y,'g');
hold on
plot(c2x,c2y);
hold on
plot(c3x,c3y);
hold on
title('Diagrama de círculos')
grid
end

```

## ANEXO IV: Código correspondente à função de otimização usada no MQVA

```

function[mf,af]=estoc(mt1,mt2,mt3,theta1,theta2,theta3,mini,thetaini,condini,
Vr1,Vr2,Vr3,Vrd,mr1,mr2,mr3)
clear theta m Dist DmA DistA jj Dist cond j Dthetafin Dthetaini DthetaAv
thetaE int

%Definição da função objetivo
D=inline('abs(abs(exp(i*theta)+(m1/m)*exp(i*theta1)))-
abs(Vr1/Vrd))+abs(abs(exp(i*theta)+(m2/m)*exp(i*theta2))-
abs(Vr2/Vrd))+abs(abs(exp(i*theta)+(m3/m)*exp(i*theta3))-
abs(Vr3/Vrd))','m1','m2','m3','theta1','theta2','theta3','Vr1','Vr2','Vr
3','Vrd','m','theta');

%_____Incrementos dados a cada iteração

DmA=0.01*mt1;
Dthetaini=pi/2;
N=500;

%_____Criando uma diminuição gradual na amplitude Dtheta

Dthetafin=Dthetaini/N;
DthetaAv=linspace(Dthetaini,Dthetafin,N);

%_____Armazenamento das condições iniciais

m(1)=mini;
theta(1)=thetaini;
cond(1)=condini;
Dist(1)=D(mt1,mt2,mt3,theta1,theta2,theta3,Vr1,Vr2,Vr3,Vrd,m(1),theta(1));

%_____Variáveis iniciais para início do processo
iterativo

mA=m(1);
thetaA=theta(1);
DistA=Dist(1);

%_____Contadores

j=1;
jj=0;

%%Realização do processo de otimização com a verificação das condições de
parada
while cond(j)>1e-2
    j=j+1;

    if j>10000 %condição de parada senão alcançar a convergência
        break
    elseif j>N %se passa das 500 iterações e o angulo se fixa em 0,18°
        DthetaAv(j)=DthetaAv(N); %assume o último valor de variação (o
menor deles). A variação só será de 0,18°
        DthetaA=DthetaAv(N); %DthetaA é o angulo que vai assumindo a forma
de Dthetaavg(j), percorrendo pelo vetor
    elseif j<=N
        DthetaA=DthetaAv(j); %DthetaAvg(j) é cada ponto do vetor Dthetaav
    end
end

```

```

    m(j)=mA+DmA*randn;           % massa de teste tendo adicionado a si o
incremento DmA
    theta(j)=thetaA+DthetaA*randn; % angulo thetaA = 0 + incremento que
começa como 90 e decresce
    Dist(j)=D(mt1,mt2,theta1,theta2,Vr1,Vr2,Vrd,m(j),theta(j));

    if Dist(j)<DistA           % se a nova distância for menor que a anterior,
entra-se no processo de inclusão de novos valores no vetor válido
        jj=jj+1;           % número de distâncias encontradas que são menores
que a anterior (que entraram no vetor válido)
        mA=m(j);           % a amplitude recebe o novo valor válido
        mE(jj)=mA;         % a amplitude válida compõe o vetor que contém a
sequencia de resultados válidos para esta condicional

        thetaA=theta(j); % o ângulo recebe o novo valor válido
        thetaE(jj)=thetaA;% o ângulo válido compõe o vetor que contém a
sequencia de resultados válidos para esta condicional

        int=fix(thetaE(jj)/(2*pi)); %Reduz para o inteiro imediatamente
inferior, dessa forma, se o ângulo for 0<x<360 ele indicará 0
        thetaE(jj)=thetaE(jj)-int*2*pi; %serve para anular as voltas extras
eventualmente dadas e apresentar angulo entre 0 e 360

        if thetaE(jj)<0
            thetaE(jj)=thetaE(jj)+2*pi; %se o angulo resultante for
negativo, ele soma 360°, tornando-o positivo
        end

        thetaA=thetaE(jj); %Obtém valores calculados na linha 53 e assim
alcança resultado cada vez mais próximo do desejado
        DistA=Dist(j); % a distância recebe o novo valor válido
        DistE(jj)=DistA;% a distância válida compõe o vetor que contém a
sequencia de resultados válidos para esta condicional
    end
    %%Variável massa de verificação
    mteste1=sqrt(mt1^2+mA^2+2*mt1*mA*cos(thetaA));
    mteste2=sqrt(mt2^2+mA^2+2*mt2*mA*cos(abs(theta2-thetaA)));
    mteste3=sqrt(mt3^2+mA^2+2*mt3*mA*cos(abs(theta3-thetaA)));
    %%Varifica se foram realizados 3 ou 4 voltas
    if mt3==0
        cond(j)=(abs(mteste1-mr1)/mr1)+(abs(mteste2-mr2)/mr2);
    else
        cond(j)=(abs(mteste1-mr1)/mr1)+(abs(mteste2-mr2)/mr2)+(abs(mteste3-
mr3)/mr3);
    end
end
%%Apresentação dos resultados finais
af=thetaA+pi;
intf=fix(af/(2*pi));
af=180/pi*(af-intf*2*pi);

mf=mA;

end

```