

## ANÁLISE COMPARATIVA DE EDIFÍCIOS DE AÇO DE MÚLTIPLOS ANDARES SOB TERREMOTO

## **KLAUS QUEIROZ RIBEIRO**

MONOGRAFIA DE PROJETO FINAL EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL

# UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

FACULDADE DE TECNOLOGIA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

BRASÍLIA / DF: NOVEMBRO - 2018

## UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA FACULDADE DE TECNOLOGIA DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

## ANÁLISE COMPARATIVA DE EDIFÍCIOS DE AÇO DE MÚLTIPLOS ANDARES SOB TERREMOTO

### **KLAUS QUEIROZ RIBEIRO**

## ORIENTADOR: WILLIAM TAYLOR MATIAS SILVA CO – ORIENTADOR: LUCIANO MENDES BEZERRA

### MONOGRAFIA DE PROJETO FINAL EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL

BRASÍLIA / DF: NOVEMBRO–2018 UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA FACULDADE DE TECNOLOGIA

## UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA FACULDADE DE TECNOLOGIA DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

## ANÁLISE COMPARATIVA DE EDIFÍCIOS DE AÇO DE MÚLTIPLOS ANDARES SOB TERREMOTO

#### **KLAUS QUEIROZ RIBEIRO**

MONOGRAFIA DE PROJETO FINAL SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE BACHAREL EM ENGENHARIA CIVIL.

**APROVADA POR:** 

Prof. William Taylor Matias Silva, Dr. Ing. (ENC-UnB) (ORIENTADOR)

Prof. Luciano Mendes Bezerra, PhD (ENC-UnB) (EXAMINADOR INTERNO – CO-ORIENTADOR)

Hermano de Sousa Cardoso, DSc. (UFMG) (EXAMINADOR EXTERNO)

BRASÍLIA/DF, 14 DE NOVEMBRO DE 2018

#### FICHA CATALOGRÁFICA

 RIBEIRO, KLAUS QUEIROZ

 Análise Comparativa de Edifícios de Aço de Múltiplos Andares Sob Terremoto

 [Distrito Federal] 2018.

 xiii, 70p., 297 mm (ENC/FT/UnB, Bacharel, Engenharia Civil, 2018)

 Monografia de Projeto Final - Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

 Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

 1. Análise Dinâmica
 2. Análise Sísmica

 3. Edifícios Altos
 4. Dissipador de Energia

 I. ENC/FT/UnB
 II. Título (Bacharel)

#### **REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA**

RIBEIRO, K.Q. (2018). Análise Comparativa de Edifícios de Múltiplos Andares em Estruturas Metálicas. Monografia de Projeto Final, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 70 p.

#### **CESSÃO DE DIREITOS**

AUTOR: Klaus Queiroz Ribeiro.

TÍTULO: Análise Comparativa de Edifícios de Aço de Múltiplos Andares Sob Terremoto. GRAU: Bacharel em Engenharia Civil ANO: 2018

É concedida à Universidade de Brasília a permissão para reproduzir cópias desta monografia de Projeto Final e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta monografia de Projeto Final pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

Klaus Queiroz Ribeiro QE 17, Conjunto M, 32 – Guará II 71.050-132 – Brasília/DF – Brasil

## SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	.1
1.1.	OBJETIVOS	. 2
1	.1.1. GERAL	. 2
1	.1.2. ESPECÍFICOS	. 2
1.2.	METODOLOGIA	. 2
1.3.	ESTRUTURA DO TRABALHO	. 3
1.4.	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	. 3
2	SISTEMAS DE CONTRAVENTAMENTOS	6
<b>4.</b>		••
2.1.	CONTRAVENTAMENTOS TRELIÇADOS	.6
2.2.	OUTRIGGER	. 8
3.	ANÁLISE DINÂMICA	11
3.1.	FORMULAÇÃO PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	13
3	.1.1. MATRIZ DE RIGIDEZ K	15
	3.1.1.1. ELEMENTO VIGA	15
	3.1.1.2. ELEMENTO DE TRELIÇA PLANA	18
	3.1.1.3. ELEMENTO DE PÓRTICO PLANO	19
3	.1.2. MATRIZ DE MASSA M	20
	3.1.2.1. MATRIZ DE MASSA DISCRETA	20
	3.1.2.2. MATRIZ DE MASSA CONSISTENTE	21
3	.1.3. MATRIZ DE AMORTECIMENTO C	22
	3.1.3.1. MODOS E FREQUÊNCIAS NATURAIS (ANÁLISE MODAL)	23
3.2.	TRANSFORMAÇÃO PARA O REFERENCIAL GLOBAL	24

3.3	3. RESOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DE MOVIMENTO	25
3	3.3.1. INTEGRAÇÃO DE NEWMARK	26
3	3.3.2. INTEGRAÇÃO DE WILSON-θ	27
4.	EXCITAÇÃO SÍSMICA	30
4.1	. MOVIMENTO HARMÔNICO	32
4.2	2. EQUAÇÃO DE MOVIMENTO	35
5.	DISSIPADOR DE ENERGIA	38
5.1	. DISPOSITIVO ADAS	38
5.2	2. DISPOSITIVO TADAS	39
5.3	3. ELEMENTO LINK	40
6.	ANÁLISE NUMÉRICA	43
6.1	. DESCRIÇÃO DOS MODELOS	43
6.2	2. AÇÕES CONSIDERADAS	44
6.3	3. DISCRETIZAÇÃO DO MODELO EM PÓRTICO PLANO	44
6.4	I. ANÁLISE DINÂMICA	45
6	6.4.1. SAP2000	49
	6.4.1.1. ANÁLISE MODAL	49
	6.4.1.2. SISMO EL CENTRO	50
	6.4.1.3. ANÁLISE SÍSMICA	51
6	6.4.2. FEA_FRAMES	52
7.	ANÁLISE DOS RESULTADOS	54
7.1	. PÓRTICO 1	54
7.2	2. PÓRTICO 2	56
7.3	3. PÓRTICO 3	59

7.4. COMPARAÇÃO ENTRE OS PÓRTICOS	. 62
7.5. COMPARAÇÃO ENTRE O SAP2000 E FEA_FRAMES	. 65
8. CONCLUSÕES E SUGESTÕES	. 68
8.1. CONCLUSÕES	. 68
8.2. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	. 69
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	. 70

#### LISTA DE TABELAS

#### Tabela

## Página

Tabela 6.1 – Relação das seções dos pilares	44
Tabela 6.2 – Relação das seções das vigas	44
Tabela 6.3 – Propriedades mecânicas e geométricas dos elementos	45
Tabela 7.1 – Períodos e frequências do Pórtico 1	54
Tabela 7.2 – Deslocamentos de cada pavimento do Pórtico 1	56
Tabela 7.3 – Períodos e frequências do Pórtico 2	57
Tabela 7.4 – Deslocamentos de cada pavimento do Pórtico 2	59
Tabela 7.5 – Períodos e frequências do Pórtico 3	60
Tabela 7.6 – Deslocamentos de cada pavimento do Pórtico 3	62
Tabela 7.7 – Deslocamentos máximos e mínimos do Pórtico 1	67
Tabela 7.8 – Deslocamentos máximos e mínimos do Pórtico 2	67
Tabela 7.9 – Deslocamentos máximos e mínimos do Pórtico 3	67

### LISTA DE FIGURAS

### Figura

### Página

Figura 2.1 – Sistemas de contraventamentos	.7
Figura 2.2 – Sistemas de contraventamentos excêntricos	.7
Figura 2.3 – Sistemas de contraventamento em larga escala	. 8
Figura 2.4 – Edifício com sistema de <i>outriggers</i> .	.9
Figura 2.5 – Diferentes posições do outrigger e deslocamento no topo (ENGEL, 2002)	.9
Figura 2.6 – Diferentes posições de um segundo outrigger e deslocamento no topo (ENGE	ĽL,
2002)	10
Figura 3.1 – Deslocamentos nodais do elemento viga	16
Figura 3.2 – Deslocamentos nodais do elemento treliça	18
Figura 3.3 – Decomposição vetorial no plano	24
Figura 3.4 – Aceleração no intervalo de tempo $\Delta t$ (SORIANO, 2014)	26
Figura 3.5 – Aceleração no intervalo estendido de tempo (SORIANO, 2014)	28
Figura 4.1 – Acelerograma, sismo El Centro de 1940 (SORIANO, 2009)	30
Figura 4.2 - Mapeamento da aceleração sísmica horizontal (SORIANO 2009, apud. NE	3R
15421, 2006)	31
Figura 4.3 - Espectro de resposta do deslocamento relativo, sismo El Centro de 194	40
(SORIANO, 2009)	32
Figura 4.4 – Fator de amplificação do deslocamento relativo em função da razão de frequênci	ias
(SORIANO, 2009)	34
Figura 4.5 – Fator de amplificação do deslocamento absoluto em função da razão de frequênci	ias
(SORIANO, 2009)	35
Figura 4.6 – Pórtico submetido à ação sísmica	36
Figura 5.1 – Dispositivo ADAS (PARI, 2014)	39
Figura 5.2 – Dispositivo TADAS (PARI, 2014)	39
Figura 5.3 – Molas independentes do elemento link linear	41
Figura 5.4 – Amortecedores internos independentes do elemento link linear	41
Figura 6.1 – Planta baixa do edifício	43

Figura 6.2 – Indicação do pórtico analisado	45
Figura 6.3 – Pórtico rígido analisado	46
Figura 6.4 – Pórtico rígido com contraventamento	47
Figura 6.5 – Pórtico rígido com contraventamento e dissipadores de energia	48
Figura 6.6 – Análise modal	49
Figura 6.7 – Time History Function Definition	50
Figura 6.8 – Componente Norte-Sul do Sismo El Centro (Fonte Própria)	51
Figura 6.9 – Interface da Análise Sísmica	52
Figura 7.1 – Deslocamentos do 10° Pavimento do Pórtico 1	54
Figura 7.2 – Deslocamentos do 20° Pavimento do Pórtico 1	55
Figura 7.3 – Deslocamentos do 30° Pavimento do Pórtico 1	55
Figura 7.4 – Deslocamentos do Pórtico 1	56
Figura 7.5 – Deslocamentos do 10° Pavimento do Pórtico 2	57
Figura 7.6 – Deslocamentos do 20° Pavimento do Pórtico 2	58
Figura 7.7 – Deslocamentos do 30° Pavimento do Pórtico 2	58
Figura 7.8 – Deslocamentos do Pórtico 2	59
Figura 7.9 – Deslocamentos do 10° Pavimento do Pórtico 3	60
Figura 7.10 – Deslocamentos do 20° Pavimento do Pórtico 3	61
Figura 7.11 – Deslocamentos do 30° Pavimento do Pórtico 3	61
Figura 7.12 – Deslocamentos do Pórtico 3	62
Figura 7.13 – Comparação dos deslocamentos do 10° Pavimento	63
Figura 7.14 – Comparação dos deslocamentos do 20º Pavimento	63
Figura 7.15 – Comparação dos deslocamentos do 30° Pavimento	64
Figura 7.16 – Comparação entre softwares (Pórtico 1)	65
Figura 7.17 – Comparação entre softwares (Pórtico 2)	66
Figura 7.18 – Comparação entre softwares (Pórtico 3)	66

## LISTA DE SÍMBOLOS

## Símbolo Significado

$a_0, a_1$	Coeficientes para o amortecimento de Rayleigh;
$A_d^{\it rel}$	Fator de amplificação dinâmica do deslocamento relativo;
$A_d^{tot}$	Fator de amplificação dinâmica do deslocamento total;
С	Constante de amortecimento viscoso;
C <sub>ij</sub>	Coeficiente de influência de amortecimento;
С	Matriz de amortecimento
$C^{e}$	Matriz de amortecimento do elemento
Ε	Matriz de propriedades elásticas;
f(t)	Força externa no tempo;
$f_{\scriptscriptstyle A}$	Força de amortecimento;
$f_{\scriptscriptstyle E}$	Força elástica;
$f_I$	Força de inércia;
$f_{i}^{'}$	Pseudo-vetor de forças nodais;
$f_{\it mola}$	Força na mola do oscilador;
Ι	Momento de inércia;
k	Constante de rigidez;
$k_{ij}$	Coeficiente de influência de rigidez;
Κ	Matriz de rigidez;
K <sup>e</sup>	Matriz de rigidez do elemento;
K	Pseudo-matriz de rigidez;
L	Operador diferencial;
т	Massa;
m <sub>ij</sub>	Coeficiente de influência de massa;

m	Massa linear
М	Matriz de massa;
M <sup>e</sup>	Matriz de massa do elemento;
N	Função de forma;
r	Razão de frequências;
R	Matriz de rotação;
$R^{e}$	Matriz de rotação do elemento;
$q^{e}$	Forças nodais externas nos nós do elemento;
t	Tempo;
S <sub>a</sub>	Pseudo-aceleração absoluta espectral;
S <sub>d</sub>	Deslocamento relativo espectral;
S <sub>v</sub>	Pseudo-velocidade relativa espectral;
и	Deslocamento;
u <sup>e</sup>	Deslocamento nodal do elemento;
<i>ù</i>	Velocidade;
ü	Aceleração;
<i>u</i> <sub>b</sub>	Deslocamento da base;
U <sub>so</sub>	Amplitude do deslocamento da base;
<i>U</i> <sub>t</sub>	Deslocamento total;
$\Delta t$	Intervalo de tempo;
Е	Deformação axial;
К	Curvatura;
ξ	Razão de amortecimento;
ρ	Densidade de massa;
$\sigma_{_{xx}}$	Tensão normal a <i>x</i> ;
τ	Tempo em relação a $t_{i-1}$ ;

- $\omega$  Frequência angular;
- $\omega_n$  Frequência angular natural;
- v Campo de deslocamentos;
- $\dot{\upsilon}$  Campo de velocidades;
- $\ddot{v}$  Campo de acelerações;
- $\Phi$  Modo de vibração correspondente à frequência  $\omega$ ;

## 1. INTRODUÇÃO

O planeta vivenciou, a partir do século XIX, um rápido e intenso aumento populacional. A migração das pessoas do campo para os grandes centros urbanos criou problemas de escassez de terreno e superlotação. Assim, tais fatos levaram ao crescimento vertical dos centros urbanos, sendo os edifícios altos uma característica das grandes cidades atuais.

Desde o século passado, o cálculo de estruturas de edifícios tem passado por um desenvolvimento importante, devido principalmente ao auxílio do computador na elaboração de cálculos e projetos. Cada vez mais são desenvolvidos programas com a finalidade de analisar estruturas com elevados graus de complexidade e submetidos a diversos tipos de ações.

A análise estática é a forma mais simples e usual de avaliar uma estrutura, onde se considera que as ações a que ela está submetida também são estáticas, ou seja, não variam com o tempo.

Entretanto, uma estrutura sofre diversas ações que variam com o tempo, como as decorrentes das atividades humanas, equipamentos móveis, ventos, terremotos, dentre outros. Quando essas ações são intensas a ponto de desenvolver forças de inércia relevantes na estrutura, elas são classificadas como ações dinâmicas (SORIANO, 2014).

Verifica-se que o Brasil é um país em que não é comum a ocorrência de sismos relevantes, sendo o estudo desse fenômeno e seus efeitos sobre as estruturas deixados para casos particulares. Entretanto, mesmo com a pouca ocorrência de sismos no país, é importante a consideração desse tipo de excitação e o estudo do tema, visto a importância que tem em países próximos, bem como seu requerimento no projeto de estruturas especiais e de grande porte, como em instalações nucleares, barragens, sistemas de exploração de petróleo (SORIANO, 2009).

Nas últimas décadas houve um grande avanço no desenvolvimento de análises para a elaboração de projetos resistentes a sismos, desde métodos simples, como a aplicação de forças equivalentes, até métodos complexos de desenvolvimento de simulações numéricas e o estudo e utilização dos dispositivos dissipadores de energia.

As estruturas de contraventamento destacam-se como uma boa alternativa ao combate das ações dinâmicas, uma vez que auxiliam na absorção de forças laterais, diminuindo deslocamentos elevados ne estrutura. Eles podem também alterar a frequência fundamental da estrutura, diminuindo a possibilidade da mesma entrar em ressonância com ações como ventos e sismos, aumentando assim sua segurança (CHAVES, 2009).

#### **1.1. OBJETIVOS**

#### 1.1.1. GERAL

Este trabalho tem por objetivo avaliar o comportamento de um pórtico metálico plano de um edifício alto submetido a ações sísmicas.

#### **1.1.2. ESPECÍFICOS**

- Avaliar os efeitos das ações sísmicas no pórtico considerando diferentes tipologias de contraventamento;
- Avaliar os efeitos das ações sísmicas no pórtico inserindo o dispositivo dissipador de energia.
- Comparar os resultados obtidos entre os dois *softwares* utilizados.

#### **1.2. METODOLOGIA**

Nas análises realizadas serão consideradas simplificações no modelo, como a consideração do comportamento linear dos elementos estruturais e do dissipador de energia. Dessa forma, não serão discutidos parâmetros de projetos e de normas neste trabalho, sendo o objetivo principal a simples comparação do comportamento da estrutura nos diferentes casos apresentados.

Será utilizado o *software fea\_frames (finite element analysis of frames)* para a avaliação numérica das respostas ao carregamento sísmico, desenvolvido na Universidade de Brasília pelo professor William T. M. Silva. Para comparação e validação dos resultados, será utilizado o *software* comercial *SAP2000*.

#### **1.3. ESTRUTURA DO TRABALHO**

No capítulo 2 será explicado os conceitos básicos sobre os sistemas de contraventamento nas estruturas, sendo apresentados diversas tipologias desses sistemas.

No capítulo 3 será apresentado uma introdução à formulação teórica sobre análise dinâmica das estruturas, sendo mostrado a obtenção das matrizes de rigidez e massa da estrutura, bem como a resolução do sistema de equações de movimento pelo método da integração direta de *Newmark* e o método de *Wilson*  $\theta$ .

No capítulo 4 serão feitas considerações a respeito da análise sísmica, sendo apresentada uma introdução do estudo dos sismos e sua consideração em projetos estruturais.

No capítulo 5 será realizada uma breve descrição dos dispositivos dissipadores de energia.

No capítulo 6 será realizada a análise numérica do trabalho, onde serão mostradas as estruturas analisadas, bem como os parâmetros adotados para a análise em cada software utilizado.

No capítulo 7 será realizada a análise dos resultados, por meio de tabelas e gráficos ilustrando os dados obtidos.

No capítulo 8 serão feitas as conclusões obtidas neste trabalho, bem como sugestões para trabalhos futuros.

### 1.4. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Existem diversos estudos em todo o mundo sobre a análise dinâmica em estruturas, tema esse que vem sendo bastante desenvolvido nas últimas décadas e que está cada vez mais presente na vida dos engenheiros estruturais.

Aqui será realizada uma revisão bibliográfica do tema, restrito somente ao que foi desenvolvido no Departamento de Estruturas e Construção Civil da Universidade de Brasília acerca do tema, como teses de doutorado, dissertações de mestrado e trabalhos de conclusão de curso.

Chaves (2009), estudou o comportamento dinâmico de pórticos metálicos, utilizando para isso diversos tipos de contraventamentos e examinando a eficiência destes em relação aos deslocamentos máximos, quantidade de material utilizado, mudanças no primeiro modo de

vibração e no seu período natural, buscando-se uma tipologia de contraventamento mais eficiente e econômica.

As conclusões obtidas foram:

O sistema de contraventamento em "X" atingiu melhores resultados, mas o sistema em "V" e
"V" invertido obtiveram resultados semelhantes de forma mais econômica;

- Em uma estrutura de 50 pavimentos com o sistema em "X", a restrição do movimento lateral foi menor do que o mesmo sistema em uma estrutura de 30 pavimentos, indicando que o sistema estava próximo de seu limite de eficiência;

- A adição de rigidez e massa na estrutura ao mesmo tempo alterou o período natural e o primeiro modo de vibração da estrutura de forma imprevisível;

- Os contraventamentos obtiveram resultados satisfatórios sob carregamento de ventos, porém sob o carregamento sísmico os contraventamentos foram úteis para distanciar a frequência natural da estrutura da frequência do sismo, necessitando de outros dispositivos para a restrição do deslocamento horizontal.

Pari (2014) desenvolveu uma metodologia detalhada e eficiente para realizar a análise dinâmica tempo-historia não linear de estruturas com dissipadores metálicos de energia. Ele caracterizou a resposta global do dissipador metálico, para o qual é necessário definir um modelo para o seu comportamento força-deslocamento não linear, mostrar o algoritmo de integração deste modelo e apresentar a idealização de elemento finito do dissipador. O trabalho teve como objetivos específicos a criação de um programa computacional, em formato MATLAB, capaz de analisar pórticos planos com dissipadores metálicos de energia e mostrar a eficácia da metodologia proposta e a validade do programa criado, utilizando o *software* comercial SAP2000.

A conclusão obtida foi que a metodologia proposta se correlaciona bem com o procedimento do SAP2000 no cálculo da resposta de deslocamento da estrutura e do comportamento histerético dos elementos ADAS (*Added Damping And Stiffness*), validando-se assim o programa criado. Nota-se que, na medida em que o número de elementos ADAS aumenta, diferenças nas respostas são percebidas, que podem ser atribuídas ao fato de que modelos distintos foram utilizados para os elementos ADAS em cada procedimento.

Oliveira (2016) avaliou a resposta de um exemplo de pórtico plano metálico a um carregamento sísmico imposto na base, comparando três situações distintas na construção do pórtico, sendo elas a inclusão ou não de sistemas de contraventamento e dissipadores metálicos de energia.

O trabalho concluiu que o pórtico apresentou uma resposta ligeiramente melhor com a presença do contraventamento e uma resposta melhor ainda com o dissipador. Observou-se que o comportamento dos pórticos que não possuem dissipadores está intimamente relacionado às suas características, como frequências naturais de vibração e como estas se relacionam com o conteúdo de frequências do sismo. Já no caso do pórtico com dissipador, o comportamento é visivelmente alterado, tendo assim que os dispositivos amortecedores são uma boa opção para a melhora do desempenho da estrutura.

Silvestrin [2017] analisou diferentes estruturas para o combate a esforços laterais causados por ventos e terremotos, comparando os resultados em simulações numéricas de edifícios altos submetidos aos carregamentos de vento e sismos.

As conclusões obtidas foram que, quando submetidas ao carregamento de vento, os modelos se comportaram de formas bastante distintas, com o menor deslocamento obtido no modelo com maior rigidez. O sistema estrutural que obteve o melhor desempenho foi o sistema tubular contraventado, mas os contraventamentos simples apresentaram resultados bastante similares, exercendo menos peso na base do edifício. Os modelos de *Shear Walls* foram os que apresentaram os piores resultados, provavelmente devido ao fato de que esse tipo de sistema não é recomendado para edifícios com mais de 35 pavimentos.

O presente trabalho tem por objetivo a análise do comportamento de um pórtico metálico plano de um edifício alto submetido a ações dinâmicas. A novidade em relação aos trabalhos anteriores é a inserção de diferentes tipologias de contraventamentos e do dissipador de energia na análise para um edifício de múltiplos pavimentos.

5

#### 2. SISTEMAS DE CONTRAVENTAMENTOS

Os contraventamentos consistem em barras utilizadas para aumentar a resistência a deslocamentos horizontais em edifícios, sendo utilizados principalmente para fornecer estabilidade às estruturas que sofrem ação do vento. Os esforços verticais são resistidos através das vigas e colunas do edifício, enquanto os esforços horizontais através de elementos diagonais.

Para edifícios de pequeno porte, normalmente não é necessário a utilização desta técnica, pois os deslocamentos horizontais, principalmente devido ao vento, são pequenos. Entretanto, para edifícios de múltiplos andares, os contraventamentos são considerados parte essencial do projeto, com o obtivo de minimizar os grandes deslocamentos horizontais que essas estruturas sofreriam caso não a estrutura não fosse restringida lateralmente.

As construções contraventadas, quando submetidas a um carregamento lateral, funcionam de modo similar a uma treliça, onde as colunas atuam como banzos, as vigas atuam como montantes e os contraventamentos como as diagonais, sendo estes submetidos principalmente à esforços axiais.

Uma desvantagem dos contraventamentos é que eles restringem a arquitetura, podendo obstruir portas, janelas e limitando o uso interno do edifício. Devido a isso, eles geralmente são posicionados dentro de paredes e painéis compatíveis com a arquitetura e com os requisitos estruturais.

#### 2.1. CONTRAVENTAMENTOS TRELIÇADOS

Existem diversas formas de sistemas de contraventamentos. A escolha do sistema irá depender da utilização do edifício e de sua arquitetura. As formas mais usuais utilizadas são apresentadas na Figura 2.1, onde são mostrados, respectivamente, o sistema de simples diagonal, diagonal dupla, em "X", em "V" e em "V" invertido.



Figura 2.1 – Sistemas de contraventamentos

Caso seja necessário reduzir a obstrução lateral causada, os contraventamentos excêntricos podem ser utilizados. Neste caso, as barras não formam triângulos completos, sendo que as conexões entre as barras são afastadas, gerando um contraventamento menos rígido e de menor eficiência. A Figura 2.2 ilustra alguns exemplos desses sistemas.



Figura 2.2 - Sistemas de contraventamentos excêntricos

Para edifícios muitos altos, uma tipologia utilizada são os contraventamentos de larga escala, no qual é feita a amarração de mais de um andar. Esta tipologia oferece uma melhor distribuição de cargas verticais e horizontais, sendo ela bastante eficiente. Alguns exemplos são mostrados na Figura 2.3.



Figura 2.3 – Sistemas de contraventamento em larga escala

Os contraventamentos que formam treliças completas são os mais eficazes (sistemas triangulares), com a desvantagem que sua utilização nem sempre é possível devido à utilização do edifício. Os contraventamentos excêntricos (sistemas não triangulares), ao contrário do sistema triangular, introduzem nas barras momentos fletores, tornando-os menos rígidos, porém com a vantagem de serem mais flexíveis do ponto de vista arquitetônico.

#### **2.2. OUTRIGGER**

O sistema *outrigger* consiste na utilização de treliças horizontais conectando as colunas de um mesmo nível aumentando significativamente a rigidez lateral da estrutura.

De forma a tornar a estrutura mais eficiente, com todas as colunas contribuindo para a resistência dos esforços, utiliza-se uma treliça que envolve o edifício no nível dos *outriggers*. Eles geralmente são posicionados em andares de manutenção, de forma a não restringir a utilização do pavimento.



Figura 2.4 – Edifício com sistema de *outriggers*.

A localização do *outrigger* em relação à altura do edifício também é importante. Em edifícios de 50 pavimentos, a eficiência máxima é atingida próxima ao 30° pavimento. A Figura 2.5 ilustra tal fato.



Figura 2.5 – Diferentes posições do outrigger e deslocamento no topo (ENGEL, 2002)

Caso sejam utilizados dois *outriggers*, a rigidez lateral aumenta, sendo a eficiência máxima do segundo *outrigger* também próxima ao 30° pavimento, como mostrado na Figura 2.6.



Figura 2.6 – Diferentes posições de um segundo outrigger e deslocamento no topo (ENGEL, 2002)

## 3. ANÁLISE DINÂMICA

Em um sistema, o grau de liberdade pode ser definido como o número de deslocamentos independentes necessários para definir as posições das massas em relação à posição inicial das mesmas em uma análise dinâmica (CHOPRA, 1995).

Em uma viga, por exemplo, considerando sua massa distribuída continuamente, para se determinar as forças inerciais devido ao carregamento dinâmico, os deslocamentos e acelerações deveriam ser definidos em cada ponto da viga, onde a formulação do problema se daria por meio de equações diferenciais parciais. Caso seja assumida que a massa é concentrada em pontos discretos, a análise do sistema seria bastante simplificada, pois seria necessário definir apenas os deslocamentos e acelerações desses pontos (CLOUGH; PENZIEN, 2003).

Um modelo contínuo possui, em tese, infinitos graus de liberdade. Assim, é comum proceder a análise em modelos discretizados, baseados em uma configuração geométrica especificada por um número finito de parâmetros independentes entre si (SORIANO, 2014).

Para um sistema de n deslocamentos, o equilíbrio de forças associado a cada grau de liberdade pode ser descrito por:

$$f_{I1} + f_{A1} + f_{E1} = f_{1}(t)$$

$$f_{I2} + f_{A2} + f_{E2} = f_{2}(t)$$

$$\vdots$$

$$f_{Ii} + f_{Ai} + f_{Ei} = f_{i}(t)$$

$$\vdots$$

$$f_{In} + f_{An} + f_{En} = f_{n}(t)$$
(3.1)

onde  $f_I, f_A, f_E$  e f(t) são, respectivamente, as forças de inércia, amortecimento, elástica e externa associadas a cada grau de liberdade.

As forças associadas a um dos graus de liberdade *i* são melhores escritas como uma combinação linear que relacione os deslocamentos e suas derivadas por meios de coeficientes apropriados.

Assim, pode-se escrever a força de inércia associada ao grau de liberdade *i* como:

$$f_{Ii} = m_{i1}\ddot{u}_1 + m_{i2}\ddot{u}_2 + \dots + m_{ii}\ddot{u}_i + \dots + m_{in}\ddot{u}_n$$
(3.2)

a força de amortecimento relacionada a esse grau como:

$$f_{Ai} = c_{i1}\dot{u}_1 + c_{i2}\dot{u}_2 + \dots + c_{ii}\dot{u}_i + \dots + c_{in}\dot{u}_n$$
(3.3)

e a força elástica como:

$$f_{Ei} = k_{i1}u_1 + k_{i2}u_2 + \dots + k_{ii}u_i + \dots + k_{in}u_n$$
(3.4)

Os coeficientes  $m_{ij}$ ,  $c_{ij}$  e  $k_{ij}$  são, respectivamente, os coeficientes de influência de massa, amortecimento e rigidez, onde  $m_{ij}$  corresponde à força no nó *i* devido a uma aceleração unitária no nó *j*;  $c_{ij}$  corresponde à força no nó *i* devido a uma velocidade unitária do nó *j* e  $k_{ij}$ corresponde à força no nó *i* devido a um deslocamento unitário do nó *j*.

Dessa forma, os termos podem ser reescritos como:

$$f_{I} = \begin{cases} f_{I1} \\ f_{I2} \\ \vdots \\ f_{Ii} \\ \vdots \\ f_{In} \end{cases} = \begin{cases} m_{11} & m_{12} & \cdots & m_{1i} & \cdots & m_{1n} \\ m_{21} & m_{22} & \cdots & m_{1i} & \cdots & m_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ m_{i1} & m_{i2} & \cdots & m_{ii} & \cdots & m_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{n1} & m_{n2} & \cdots & m_{ni} & \cdots & m_{nn} \end{cases} \begin{bmatrix} \ddot{u}_{1} \\ \ddot{u}_{2} \\ \vdots \\ \ddot{u}_{i} \\ \vdots \\ \ddot{u}_{n} \end{cases} = M\ddot{u}$$
(3.5)  
$$f_{A} = \begin{cases} f_{A1} \\ f_{A2} \\ \vdots \\ f_{An} \\ \vdots \\ f_{An} \end{cases} = \begin{cases} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{1i} & \cdots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ c_{i1} & c_{i2} & \cdots & c_{in} & & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \cdots & c_{nn} \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \cdots & c_{ni} & \cdots & c_{nn} \end{cases} \begin{bmatrix} \dot{u}_{1} \\ \dot{u}_{2} \\ \vdots \\ \dot{u}_{n} \end{bmatrix} = C\dot{u}$$
(3.6)

$$f_{E} = \begin{cases} f_{E1} \\ f_{E2} \\ \vdots \\ f_{Ei} \\ \vdots \\ f_{En} \end{cases} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \cdots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \cdots & k_{1i} & \cdots & k_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ k_{i1} & k_{i2} & \cdots & k_{in} & \cdots & k_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{n1} & k_{n2} & \cdots & k_{ni} & \cdots & k_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{1} \\ u_{2} \\ \vdots \\ u_{i} \\ \vdots \\ u_{i} \\ \vdots \\ u_{n} \end{bmatrix} = Ku$$
(3.7)

Assim, chega-se a seguinte equação de movimento para o sistema de n graus de liberdade:

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = f(t) \tag{3.8}$$

onde as matrizes M, C e K são denominadas, respectivamente, matriz de massa, matriz de amortecimento e matriz de rigidez.

### 3.1. FORMULAÇÃO PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Tendo-se o elemento finito definido pelos nós i, j, etc, e o contorno definido por retas, o campo de deslocamento pode ser dado por:

$$\upsilon = \sum_{k} N_{k} u_{k}^{e} = \begin{bmatrix} N_{i} & N_{j} & \dots \end{bmatrix} \begin{cases} u_{i}^{e} \\ u_{j}^{e} \\ \vdots \end{cases} = N u^{e}$$
(3.9)

Onde  $u_k^e$  representam os deslocamentos nodais e  $N_K$  são funções de forma apropriadas. Os campos de velocidade e acelerações são dados de forma similar por:

$$\dot{\upsilon} = N\dot{u}^e \tag{3.10}$$

$$\ddot{\upsilon} = N\ddot{u}^e \tag{3.11}$$

Com as equações 3.10 e 3.11, as componentes da força de inércia e de amortecimento viscoso que agem sobre uma unidade de volume do elemento, considerando  $\rho$  e *c* constantes, é dada por:

$$f_I = \rho \ddot{\upsilon} = \rho N \ddot{u}^e \tag{3.12}$$

$$f_I = \rho \ddot{\upsilon} = \rho N \ddot{u}^e \tag{3.13}$$

As deformações do elemento podem ser escritas da forma:

$$\varepsilon = L\upsilon = LNu^e = Bu^e \tag{3.14}$$

onde L é um operador diferencial apropriado e define-se que B = LN.

A relação entre tensões e deformações é dada por:

$$\sigma = E\varepsilon = EBu^e \tag{3.15}$$

onde *E* é uma matriz de propriedades elásticas do material.

As forças nodais externas aplicadas nos nós do elemento são dadas por:

$$q^{e} = \begin{cases} q_{i}^{e} \\ q_{j}^{e} \\ \vdots \end{cases}$$
(3.16)

Nos casos de equilíbrio à ação dinâmica, as forças nodais externas, dadas por  $q^e$  devem ser estaticamente equivalentes às forças internas desenvolvidas no elemento. Assim, considerando um deslocamento virtual  $\delta u$  nos nós do elemento, o trabalho virtual das forças externas é dado por:

$$\delta u^{e^{T}} q^{e} \tag{3.17}$$

O trabalho virtual por unidade de volume realizado pelas forças internas é dado pela soma dos trabalhos das forças internas, das forças de inércia e das forças de amortecimento. Assim, ele é escrito da forma:

$$\delta \upsilon^T f_I + \delta \upsilon^T f_A + \delta \varepsilon^T \sigma \tag{3.18}$$

Considerando que:

$$\delta \varepsilon = B \delta u^e \tag{3.19}$$

$$\delta \upsilon = N \delta u^e \tag{3.20}$$

e as equações 3.12, 3.13 e 3.15, igualando o trabalho das forças externas e o trabalho das forças internas, tem-se:

$$\delta u^{e^{T}} q^{e} = \int_{V^{e}} \delta v^{T} f_{I} dV^{e} + \int_{V^{e}} \delta v^{T} f_{A} dV^{e} + \int_{V^{e}} \delta \varepsilon^{T} \sigma dV^{e}$$
(3.21)

$$\delta u^{e^T} q^e = \int_{V^e} \delta u^{e^T} N^T \rho N \ddot{u}^e dV^e + \int_{V^e} \delta u^{e^T} N^T c N \dot{u}^e dV^e + \int_{V^e} \delta u^{e^T} B^T E B u^e dV^e$$
(3.22)

$$q^{e} = \left(\int_{V^{e}} N^{T} \rho N dV^{e}\right) \ddot{u}^{e} + \left(\int_{V^{e}} N^{T} c N dV^{e}\right) \dot{u}^{e} + \left(\int_{V^{e}} B^{T} E B dV^{e}\right) u^{e}$$
(3.23)

A equação de movimento para um elemento da estrutura pode então ser escrita como:

$$M^{e} \ddot{u}^{e} + C^{e} \dot{u}^{e} + K^{e} u^{e} = f^{e}$$
(3.24)

sendo que as matrizes de massa, amortecimento e rigidez do elemento são dadas por:

$$M^{e} = \int_{V^{e}} N^{T} \rho N dV^{e}$$
(3.25)

$$C^{e} = \int_{V^{e}} N^{T} c N dV^{e}$$
(3.26)

$$K^{e} = \int_{V^{e}} B^{T} E B dV^{e}$$
(3.27)

#### **3.1.1. MATRIZ DE RIGIDEZ K**

#### 3.1.1.1. ELEMENTO VIGA

Considerando-se um elemento de viga, de comprimento L, no qual são desconsideradas deformações devido ao esforço cortante. O elemento pode ser descrito pelos quatro deslocamentos independentes  $u_i^e$  da Figura 3.1.

Dessa forma, o campo de deslocamento é descrito por:

$$\upsilon = N_1 u_1^e + N_2 u_2^e + N_3 u_3^e + N_4 u_4^e \tag{3.28}$$

$$\upsilon = Nu^e \tag{3.29}$$

onde as funções  $N_i$  são funções de forma do elemento, dadas por:

$$N_1 = 1 - \frac{3x^2}{l^2} + \frac{2x^3}{l^3}$$
(3.30)

$$N_2 = x - \frac{2x^2}{l} + \frac{x^3}{l^2}$$
(3.31)

$$N_3 = \frac{3x^2}{l^2} + \frac{2x^3}{l^3} \tag{3.32}$$

$$N_4 = -\frac{x^2}{l} + \frac{x^3}{l^2} \tag{3.33}$$



Figura 3.1 - Deslocamentos nodais do elemento viga

Considera-se que as deformações ocorrem apenas ao longo do eixo da viga. A deformação em uma seção da viga é dada por:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{d^2 \upsilon}{dx^2} \, y = \kappa y \tag{3.34}$$

A tensão na direção x é dada por:

$$\sigma_{xx} = E\varepsilon = E\kappa y \tag{3.35}$$

Dessa forma, o trabalho virtual das forças internas é dado por:

$$\delta W_i = \int_{V^e} \delta \varepsilon^T \sigma dV^e = \int_{0}^{L} \int_{A^e} \delta \varepsilon_{xx} \sigma_{xx} dA^e dx$$
(3.36)

$$\delta W_i = \int_{0}^{L} \int_{A^e} \delta \kappa y E \kappa y dA^e dx = \int_{0}^{L} E \kappa \delta \kappa \int_{A^e} y^2 dA^e dx$$
(3.37)

$$\delta W_i = \int_0^L EI \kappa \delta \kappa dx = \int_0^L \delta \kappa M dx$$
(3.38)

As deformações e tensões generalizadas podem ser definidas, para o elemento viga, como:

$$\varepsilon = \kappa = \frac{d^2 \upsilon}{dx^2} = \upsilon_{,xx}$$
(3.39)  
$$\sigma = E\varepsilon = M = EI\kappa$$
(3.40)

$$\sigma = E\varepsilon = M = EI\kappa \tag{3.40}$$

O operador L, em 3.14, aparece na derivada segunda em relação a x, definindo a matriz *B* por:

$$B = LN = \frac{d}{dx^2} N = N_{,xx}$$
(3.41)

De forma análoga, a matriz *E*, em 3.15, é escrita como:

$$E = EI \tag{3.42}$$

Modificando-se a equação 3.27, a matriz de rigidez do elemento viga pode ser obtida por:

$$K^{e} = \int_{0}^{L} N_{,xx}^{T} EIN_{,xx} dx$$
 (3.43)

onde os elementos da matriz podem ser obtidos por:

$$k_{ij}^{e} = EI \int_{0}^{L} N_{i,xx} N_{j,xx} dx$$
(3.44)

Por fim, resulta-se na matriz de rigidez do elemento viga, dado por:

$$K^{e} = \frac{EI}{L^{3}} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^{2} & -6L & 2L^{2} \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^{2} & -6L & 4L^{2} \end{bmatrix}$$
(3.45)

### 3.1.1.2. ELEMENTO DE TRELIÇA PLANA

Um elemento de treliça plana pode ser descrito por dois deslocamentos, como mostra a Figura 3.2.



Figura 3.2 - Deslocamentos nodais do elemento treliça

Assim, o campo de deslocamentos do elemento é:

$$\boldsymbol{\upsilon} = \begin{bmatrix} N_1 & N_2 \end{bmatrix} \begin{cases} u_1 \\ u_2 \end{cases}$$
(3.46)

onde as funções de forma  $N_1$  e  $N_2$  são dadas por:

$$N_1 = 1 - \frac{x}{L}$$
(3.47)

$$N_2 = \frac{x}{L} \tag{3.48}$$

As deformações e as tensões são dadas por:

$$\mathcal{E}_{xx} = \frac{d\upsilon}{dx} = N_{,x}u^e \tag{3.49}$$

$$\sigma_{xx} = E\varepsilon \tag{3.50}$$

Assim, o trabalho virtual realizado pelas forças internas é dado por:

$$\delta W_i = \int_{V^e} \delta \varepsilon^T \sigma_{xx} dA^e dx = \delta W_i = \int_{0}^{L} \int_{A^e} \delta u^e N_{,x}^T E N_{,x} dA^e dx$$
(3.51)

A matriz de rigidez do elemento será:

$$K^{e} = \int_{0}^{L} N_{,x}^{T} EAN_{,x} dx$$
 (3.52)

onde os elementos da matriz são dados por:

$$k_{ij}^{e} = EA \int_{0}^{L} N_{i,x} N_{j,x} dx$$
(3.53)

A matriz de rigidez para o elemento de treliça plana é dada então por:

$$K^{e} = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$
(3.54)

#### **3.1.1.3. ELEMENTO DE PÓRTICO PLANO**

Os nós de um elemento de pórtico apresentam seis deslocamentos possíveis, sendo que quatro deles podem ser correspondentes ao elemento de viga e dois deles podem ser correspondentes ao elemento de treliça plana. Assim, observa-se que o elemento de pórtico plano pode ser descrito como uma combinação dos elementos de viga e de treliça plana.

A matriz de rigidez, então, é dada de forma similar aos outros dois, sendo dada por:

$$K^{e} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{-EA}{L} & 0 & 0\\ 0 & \frac{12EI}{L^{3}} & \frac{6EI}{L^{2}} & 0 & \frac{-12EI}{L^{3}} & \frac{6EI}{L^{2}} \\ 0 & \frac{6EI}{L^{2}} & \frac{4EI}{L} & 0 & \frac{-6EI}{L^{2}} & \frac{2EI}{L} \\ \frac{-EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-12EI}{L^{3}} & \frac{-6EI}{L^{2}} & 0 & \frac{12EI}{L^{3}} & \frac{-6EI}{L^{2}} \\ 0 & \frac{6EI}{L^{2}} & \frac{2EI}{L} & 0 & \frac{-6EI}{L^{2}} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}$$
(3.55)

#### **3.1.2. MATRIZ DE MASSA M**

#### **3.1.2.1. MATRIZ DE MASSA DISCRETA**

Para se obter as matrizes de massa discreta, considera-se um processo simplificado, onde temse que a massa é concentrada nos nós do elemento.

Para um elemento de treliça plana, metade da massa da barra é concentrada em cada extremidade, sendo a matriz de massa desse elemento dada por:

$$M^{e} = \frac{m'L}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0\\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(3.56)

onde m' é massa por unidade de comprimento, dada por:

$$m = \rho A \tag{3.57}$$

Para o elemento de viga, desconsiderando a inércia à rotação, ou seja, associando a matriz de massa apenas aos graus de liberdade de deslocamento vertical e não aos de rotação, obtém a matriz de massa para a viga:

$$M^{e} = \frac{mL}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(3.58)

Para o elemento de pórtico plano, combina-se os elementos de viga e de treliça plana, obtendose:

#### **3.1.2.2. MATRIZ DE MASSA CONSISTENTE**

A matriz de massa consistente é obtida pela formulação do método dos elementos finitos, conforme 3.25, sendo para um elemento de área de seção constante dada por:

$$M^{e} = \int_{V^{e}} N^{T} \rho N dV^{e} = m \int_{0}^{L} N^{T} N dx \qquad (3.60)$$

Com a equação 3.60, a matriz de massa consistente para o elemento de treliça plana é dada por:

$$M^{e} = \frac{mL}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1\\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$
(3.61)

Para o elemento de viga, a matriz de massa consistente é dada por:

$$M^{e} = \frac{mL}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22L & 54 & -13L \\ 22L & 4L^{2} & 13L & -3L^{2} \\ 54 & 13L & 156 & -22L \\ -13L & -3L^{2} & -22L & 4L^{2} \end{bmatrix}$$
(3.62)

Por fim, para o elemento de pórtico plano, a matriz obtida é:

$$M^{e} = \frac{mL}{420} \begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 \\ 0 & 156 & 22L & 0 & 54 & -13L \\ 0 & 22L & 4L^{2} & 0 & 13L & -3L^{2} \\ 70 & 0 & 0 & 140 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & 13L & 0 & 156 & -22L \\ 0 & -13L & -3L^{2} & 0 & -22L & 4L^{2} \end{bmatrix}$$
(3.63)

#### **3.1.3. MATRIZ DE AMORTECIMENTO C**

Para estruturas práticas, a matriz de amortecimento não deve ser calculada das dimensões estruturais, medidas dos membros estruturais e o amortecimento dos materiais estruturais utilizados. Pode-se determinar a matriz de amortecimento a partir das propriedades de amortecimento dos elementos estruturais individuais, de forma semelhante a como a matriz de rigidez é obtida. Porém, não é prático determinar a matriz de amortecimento desse modo, pois as propriedades de amortecimento dos materiais não são bem estabelecidas. Mesmo estas propriedades fossem conhecidas, a matriz de amortecimento não representaria grande parte das perdas de energia em conexões de aço, abertura e fechamento de microfissuras no concreto, tensões de elementos não estruturais e a própria fricção entre a estrutura e elementos não estruturais (CHOPRA, 2007).

Dessa forma, a matriz de amortecimento de uma estrutura deve ser determinada a partir de suas taxas de amortecimento modal, que representam todos os mecanismos de dissipação de energia. Essas taxas são obtidas a partir de dados disponíveis de estruturas semelhantes submetidas a grandes vibrações no passado.

O amortecimento clássico é uma idealização apropriada se mecanismos semelhantes de amortecimento são distribuídos por toda a estrutura. Segundo o procedimento de Rayleigh, o qual é consistente com dados experimentais, a matriz de amortecimento clássica C é (CHOPRA, 2007):

$$C = a_0 M + a_1 K \tag{3.64}$$

A taxa de amortecimento para o enésimo modo do sistema é:

$$\xi_n = \frac{a_0}{2} \frac{1}{\omega_n} + \frac{a_1}{2} \omega_n \tag{3.65}$$

onde  $\omega_n$  é a enésima frequência natural correspondente ao enésimo modo.

Os coeficientes  $a_0$  e  $a_1$  podem ser determinados a partir de taxas de amortecimento especificadas  $\xi_i$  e  $\xi_j$  para o i-ésimo e j-ésimo modos, respectivamente. Se ambos os modos são assumidos para ter a mesma taxa de amortecimento  $\xi$ , o qual é razoável baseado em dados experimentais, então:

$$a_0 = \xi \frac{2\omega_i \omega_j}{\omega_i + \omega_i} \qquad a_1 = \xi \frac{2}{\omega_i + \omega_i}$$
(3.66)

A matriz de amortecimento C é então conhecida da equação 3.64.

Observa-se que é preciso calcular as frequências naturais da estrutura para se obter a matriz de amortecimento clássica do sistema, como mostrado a seguir.

#### 3.1.3.1. MODOS E FREQUÊNCIAS NATURAIS (ANÁLISE MODAL)

Admitimos que o amortecimento normalmente presente nas estruturas é relativamente pequeno e que não altera o cálculo das frequências naturais e modos do sistema. Dessa forma, o efeito do amortecimento é negligenciado na determinação das frequências naturais e modos de vibração do sistema estrutural (PAZ; LEIGH, 2004).

A vibração livre requer que o vetor de força R seja igual a zero. Assim,

$$M\ddot{u} + Ku = 0 \tag{3.67}$$

Para vibrações livres da estrutura sem amortecimento, a solução da equação 3.67 tem a forma:

$$U = \Phi \sin(\omega t) \tag{3.68}$$
onde  $\omega$  é a frequência natural e  $\Phi$  é o modo de vibração correspondente à frequência  $\omega$ . Substituindo a equação 3.68 em equação 3.67 e reorganizando os termos, resultará:

$$\left[K - \omega^2 M\right] \Phi = 0 \tag{3.69}$$

A equação 3.69 tem uma formulação matemática conhecida como um problema de autovalor e autovetor. Existem diversos métodos numéricos para a sua resolução, extraindo-se os autovalores (frequências) e autovetores (modos de vibrar) da estrutura.

## 3.2. TRANSFORMAÇÃO PARA O REFERENCIAL GLOBAL

Supondo-se que o nó de um elemento sofre um deslocamento u em relação ao referencial local do elemento (plano *xy*), os componentes do deslocamento são  $u_x$  e  $u_y$ . A figura X ilustra a decomposição vetorial no plano.



Figura 3.3 – Decomposição vetorial no plano

A matriz de rotação R é utilizada para transformar esses deslocamentos para o referencial global *XY*:

$$R = \begin{bmatrix} \lambda_{xX} & \lambda_{xY} \\ \lambda_{yX} & \lambda_{yY} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$$
(3.70)

Para o elemento de pórtico plano considerado, que possui dois nós, utiliza-se a matriz de rotação do elemento, expandida adequadamente. Desse modo, a transformação dos deslocamentos nodais no referencial local para o referencial global escreve-se como:

$$u^e = R^e u_G^e \tag{3.71}$$

Para o caso de pórtico plano, a matriz de rotação é dada por:

$$R^{e} = \begin{bmatrix} R & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(3.72)

### 3.3. RESOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DE MOVIMENTO

Na análise dinâmica, onde se tem a linearidade física e/ou amortecimento não proporcional, a alternativa que se tem é efetuar a integração numérica do sistema global de equilíbrio dinâmico, o que é denominado método de integração direta. Estes procedimentos costumam ser desenvolvidos para operar em sistemas lineares, onde são estudadas as suas condições de estabilidade e precisão, e então são extrapolados para aplicações em sistemas não-lineares (SORIANO, 2009).

As integrações numéricas são divididas em explícitas e implícitas. No processo da integração de diferença central, que é um processo explícito, a solução no instante  $t_i$  é obtida com a condição de equilíbrio no instante anterior, e para matrizes de massa e amortecimento diagonais, não se tem a resolução de um sistema de equações algébricas em cada etapa de integração, mas requer o arbítrio de intervalos de tempo muito pequenos para a estabilidade numérica. Devido a isso, a integração explícita não costuma ser utilizada em análise dinâmica.

Por outro lado, nas integrações implícitas, a solução no instante  $t_i$  é obtida com a condição de equilíbrio desse mesmo instante. Assim, tem-se a resolução de um sistema de equações algébricas em cada discretização da variável tempo, porém não se precisa ter intervalos de tempo muito curtos como nas integrações explícitas. Dentre os métodos de integração

implícitas, destacam-se as integrações de Newmark e Wilson- $\theta$ , processos estes que estão implementados no programa *fea\_frames* que será utilizado.

### 3.3.1. INTEGRAÇÃO DE NEWMARK

A integração de Newmark baseia-se na hipótese de aceleração constante durante o intervalo de tempo  $\Delta t$  e é incondicionalmente estável. Considerando um intervalo de tempo  $\Delta t = t_i - t_{i-1}$  e aceleração dada por  $\ddot{u}(t)$ , tem-se:

$$\ddot{u}(\tau) = \frac{1}{2} (\ddot{u}_i - \ddot{u}_{i-1}) \quad ; \quad 0 < \tau < \Delta t$$
(3.73)

Integrando a equação 3.73 em relação a  $\tau$ , obtém-se:

$$\dot{u}(\tau) = \dot{u}_{i-1} + \frac{\ddot{u}_i - \ddot{u}_{i-1}}{2}\tau$$
(3.74)

$$u(\tau) = u_{i-1} + \dot{u}_{i-1}\tau + \frac{\ddot{u}_i - \ddot{u}_{i-1}}{4}\tau^2$$
(3.75)



Figura 3.4 – Aceleração no intervalo de tempo  $\Delta t$  (SORIANO, 2014) No caso em que  $\tau = \Delta t$ , tem-se:

$$\dot{u}(\tau = \Delta t) = \dot{u}_{i} = \dot{u}_{i-1} + \frac{\ddot{u}_{i-1}}{2}\Delta t$$
(3.76)

$$u(\tau = \Delta t) = u_i = u_{i-1} + \dot{u}_{i-1}\Delta t + \frac{\ddot{u}_i - \ddot{u}_{i-1}}{4}\Delta t^2$$
(3.77)

Reajustando as equações 3.76 e 3.77, as aceleração e velocidades são escritas por:

$$\ddot{u}_{i} = -\ddot{u}_{i-1} + \frac{4}{\Delta t^{2}} (u_{i} - u_{i-1} - \dot{u}_{i-1} \Delta t)$$
(3.78)

$$\dot{u}_{i} = -\dot{u}_{i-1} + \frac{2}{\Delta t} (u_{i} - u_{i-1})$$
(3.79)

Com a substituição dessas expressões de velocidade e de aceleração no sistema global de equações de equilíbrio ( $M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = f(t)$ ), obtém-se o sistema de equações algébricas:

$$K'u_i = f'_i \tag{3.80}$$

onde K' e  $f_i'$  são chamados respectivamente de pseudo-matriz de rigidez e pseudo-vetor de forças nodais, sendo dados por:

$$K' = K + \frac{4M}{\Delta t^2} + \frac{2C}{\Delta t}$$
(3.81)

$$f_{i}' = f_{i} + M\left(\ddot{u}_{i-1} + \frac{4\dot{u}_{i-1}}{\Delta t} + \frac{4u_{i-1}}{\Delta t^{2}}\right) + C\left(\dot{u}_{i-1} + \frac{2u_{i-1}}{\Delta t}\right)$$
(3.82)

Assim, a resposta no instante i depende do deslocamento, velocidade e aceleração do instante anterior, dado por:

$$u_i = \frac{f_i}{K}$$
(3.83)

# 3.3.2. INTEGRAÇÃO DE WILSON-θ

A integração de Wilson- $\theta$  baseia-se na hipótese de aceleração linear no intervalo de tempo estendido ( $\theta \Delta t$ ), como mostra a Figura 3.5.



Figura 3.5 - Aceleração no intervalo estendido de tempo (SORIANO, 2014)

A lei de aceleração linear nesse caso é dada por:

$$\ddot{u}(\tau) = \ddot{u}_{i-1} + \left(u_{\theta} - u_{i-1}\right) \frac{\tau}{\theta \Delta t} \quad ; \quad 0 < \tau < \theta \Delta t \tag{3.84}$$

Considerando  $\tau = t_{\theta}$  e integrando, tem-se:

$$\dot{u}_{\theta} = \dot{u}_{i-1} + (\ddot{u}_{\theta} - \ddot{u}_{i-1})\theta \frac{\Delta t}{2}$$
(3.85)

$$u_{\theta} = u_{i-1} + \dot{u}_{i-1}\theta\Delta t + (\ddot{u}_{\theta} - 2\ddot{u}_{i-1})\theta^2 \frac{\Delta t^2}{6}$$
(3.86)

A resolução do sistema é dada por:

$$\ddot{u}_{\theta} = \frac{6}{\theta^2 \Delta t^2} \left( u_{\theta} - u_{i-1} \right) - \frac{6}{\theta \Delta t} \dot{u}_{i-1} - 2\ddot{u}_{i-1}$$
(3.87)

$$\dot{u}_{\theta} = \frac{3}{\theta \Delta t} \left( u_{\theta} - u_{i-1} \right) - 2\dot{u}_{i-1} - \frac{\theta \Delta t}{2} \ddot{u}_{i-1}$$
(3.88)

A equação de equilíbrio no instante  $t_{\theta}$  é dada por:

$$M\ddot{u}_{\theta} + C\dot{u}_{\theta} + Ku_{\theta} = f_{i-1} + \theta (f_i - f_{i-1})$$
(3.89)

e substituindo as equações 3.87 e 3.88 na equação 3.89, obtém-se:

$$K'u_{\theta} = f_i^{'} \tag{3.90}$$

A pseudo-matriz de rigidez e o pseudo-vetor de forças nodais nesse caso são dados por:

$$K' = K + \frac{6M}{\theta^2 \Delta t^2} + \frac{3C}{\theta \Delta t}$$
(3.91)

$$f_{i} = f_{i-1} + \theta \left( f_{i} - f_{i-1} \right) + 6m \left( \frac{\ddot{u}_{i-1}}{3} + \frac{\dot{u}_{i-1}}{\theta \Delta t} + \frac{u_{i-1}}{\theta^{2} \Delta t^{2}} \right) + c \left( \frac{\theta \Delta t}{2} \ddot{u}_{i-1} + 2\dot{u}_{i-1} + \frac{3u_{i-1}}{\theta \Delta t} \right)$$
(3.92)

Para  $\tau = \Delta t$ , determina-se a resposta no instante  $t_i$  fazendo-se a integração analítica da equação 3.84, onde se obtém:

$$\dot{u}_{i} = \dot{u}_{i-1} + \ddot{u}_{i-1}\Delta t + (\ddot{u}_{\theta} - \ddot{u}_{i-1})\frac{\Delta t}{2\theta}$$
(3.93)

$$u_{i} = u_{i-1} + \dot{u}_{i-1}\Delta t + \ddot{u}_{i-1}\frac{\Delta t^{2}}{2} + (\ddot{u}_{\theta} - \ddot{u}_{i-1})\frac{\Delta t^{2}}{6\theta}$$
(3.94)

Dessa forma, a aceleração, velocidade e deslocamento para o instante  $t_i$  são dados por:

$$\ddot{u}_{i} = \frac{6}{\theta^{3} \Delta t^{2}} \left( u_{\theta} - u_{i-1} \right) - \frac{6}{\theta^{2} \Delta t} \dot{u}_{i-1} + \left( 1 - \frac{3}{\theta} \right) \ddot{u}_{i-1}$$
(3.95)

$$\dot{u}_{i} = \dot{u}_{i-1} + \frac{\Delta t}{2} \left( \ddot{u}_{i} + \ddot{u}_{i-1} \right)$$
(3.96)

$$u_{i} = u_{i-1} + \Delta t \dot{u}_{i-1} + \frac{\Delta t^{2}}{6} (\ddot{u}_{i} + 2\ddot{u}_{i-1})$$
(3.97)

# 4. EXCITAÇÃO SÍSMICA

Os terremotos, ou sismos, são importantes ações dinâmicas a que uma estrutura pode ser submetida em sua base. Eles são geralmente causados devido ao deslocamento brusco de uma placa tectônica em relação à outra que lhe seja adjacente, resultando em uma enorme dissipação de energia. A magnitude dos sismos é normalmente medida pela *Escala Richter*, sendo um terremoto considerado destrutivo a partir de 5 graus, e o de maior magnitude registrado aconteceu em 1960, no Chile, atingindo 9,5 graus (SORIANO, 2009).

O Brasil está localizado no centro da Placa Sul-Americana. Devido a isso, a sismicidade no país tem um nível muito reduzido, diferentemente do que ocorre em locais sobre o limite da placa, como a cordilheira dos Andes. Entretanto, mesmo com a pouca ocorrência de sismos no país, é importante a consideração desse tipo de excitação principalmente em instalações nucleares, barragens e sistemas de exploração de petróleo (SORIANO, 2009).

A norma NBR 15421 (2006), que se destina ao projeto de estruturas civis usuais resistentes a sismos, divide o país em 5 zonas sísmicas, de 0 a 4, como mostra a Figura 4.2. Também é indicado as acelerações máximas horizontais características de projeto, normalizadas em relação aos terrenos da classe B (rocha) e em percentuais da aceleração da gravidade, g.

Os sismos são registrados através de históricos de aceleração denominados acelerogramas. A Figura 4.1 mostra a componente Norte-Sul do sismo *El Centro*, de magnitude 6,7, duração de 30s e aceleração de pico de 3,13 m/s<sup>2</sup>, ou 0,319g, ocorrido em 18 de maio de 1940 (SORIANO, 2009).



Figura 4.1 – Acelerograma, sismo El Centro de 1940 (SORIANO, 2009)



Figura 4.2 – Mapeamento da aceleração sísmica horizontal (SORIANO 2009, apud. NBR 15421, 2006)

Em análise de estrutura é interessante conhecer, principalmente, os valores máximos de resposta. São importantes representações que expressem valores de pico, sem consideração de sinal, de osciladores simples com diferentes períodos e amortecimentos, sendo estas representações chamadas de espectros.

A partir do histórico de deslocamentos, obtém-se o deslocamento de pico, denominado deslocamento relativo espectral, dado por:

$$S_d(T_n,\xi) = u_{\max} \tag{4.1}$$

que se trata de uma função do período natural e do amortecimento.

A representação gráfica do deslocamento relativo espectral versus período (ou frequência) natural é denominada espectro de resposta de deslocamento, e é mostrada na Figura 4.3.



Figura 4.3 – Espectro de resposta do deslocamento relativo, sismo El Centro de 1940 (SORIANO, 2009)

Outra resposta máxima comumente adotada é a pseudo-velocidade relativa espectral, que é mais simples de ser calculada do que a velocidade relativa de pico verdadeira que ocorre em um instante diferente, requerido o histórico de velocidades verdadeiro. Ela é definida por:

$$S_v = \omega_n S_d \tag{4.2}$$

Além das anteriores, têm-se também a pseudo-aceleração absoluta espectral, que é determinada em osciladores não amortecidos, pois apresentam pouca diferença em relação à aceleração absoluta dos osciladores subamortecidos. Ela é dada por:

$$S_a = \omega_n^2 S_d \tag{4.3}$$

Pode-se obter a força máxima na mola do oscilador da seguinte forma:

$$f_{mola} = kS_d = \frac{kS_a}{\omega_n^2} \,\mathbf{v} \tag{4.4}$$

$$f_{mola} = mS_a = m\omega_n^2 S_d \tag{4.5}$$

### 4.1. MOVIMENTO HARMÔNICO

Considera-se inicialmente o movimento harmônico da base, dada por:

$$u_b = u_{so} \cos(\omega t) \tag{4.6}$$

sendo a força equivalente de excitação dada por:

$$f = -m\ddot{u}_b = u_{so}\omega^2 \cos(\omega t) \tag{4.7}$$

Desse modo, a solução em regime permanente da equação 4.10 tem a seguinte forma:

$$u(t) = \frac{u_{so}r^2}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2r\xi)^2}}\cos(\omega t - \theta)$$
(4.8)

A partir dessa solução, define-se o fator de amplificação do deslocamento relativo como a razão entre a amplitude máxima desse deslocamento e a amplitude máxima do deslocamento de base, dado por:

$$A_d^{rel} = \frac{u_{\text{max}}}{u_{so}} \frac{r^2}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2r\xi)^2}}$$
(4.9)

A Figura 4.4 mostra a representação do fator de amplificação do deslocamento relativo versus razão de frequência, com diversos valores de razão de amortecimento. Percebe-se que quando a frequência de excitação é pequena, bem menores que a frequência natural, o deslocamento relativo à base é pequeno, não sendo desenvolvidas grandes forças de inércia. Quando a razão de frequências está próxima de 1, o deslocamento relativo é grande. Para frequências muito maiores que a frequência natural, o deslocamento relativo é basicamente igual ao deslocamento de base, devido ao desenvolvimento de grandes forças de inércia (SORIANO, 2009).



Figura 4.4 – Fator de amplificação do deslocamento relativo em função da razão de frequências (SORIANO, 2009)

Em termos do deslocamento absoluto, a equação de equilíbrio do oscilador sob movimento harmônico de suporte tem a forma:

$$m\ddot{u}_t + c(\dot{u}_t + \dot{u}_b) + k(u_t - u_b) = 0$$
(4.10)

$$m\ddot{u}_t + k\dot{u}_t + cu_t = ku_{so}\cos(\omega t) - cu_{so}\omega\cos(\omega t)$$
(4.11)

Pode-se mostrar que a solução desta equação é dada por:

$$u(t) = \frac{u_{so}\sqrt{1 + (2r\xi)^2}}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2r\xi)^2}}\cos(\omega t + \beta - \theta)$$
(4.12)

em que:

$$\beta = \operatorname{arctg}(2r\xi) \tag{4.13}$$

A partir disso, define-se o fator de ampliação do deslocamento absoluto ou fator de transmissibilidade como a razão entre a amplitude máxima desse deslocamento e a amplitude máxima do deslocamento de base, dada por:

$$A_d^{tot} = \frac{u_{\text{max}}}{u_{so}} \frac{\sqrt{1 + (2r\xi)^2}}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2r\xi)^2}}$$
(4.14)

De acordo com a Figura 4.5, tem-se que para frequências de excitação pequenas, o deslocamento absoluto da estrutura é praticamente igual ao deslocamento da base. Para frequências muito maiores que a frequência natural, a estrutura quase não se move e o deslocamento relativo é praticamente igual e contrário ao deslocamento da base (SORIANO, 2009).



Figura 4.5 – Fator de amplificação do deslocamento absoluto em função da razão de frequências (SORIANO, 2009)

## 4.2. EQUAÇÃO DE MOVIMENTO

Considerando-se a Figura 4.6, tem-se que:

- Nós livres: 3, 4, ...,  $n \rightarrow n_f$  = número de graus de liberdade livres;
- Nós restringidos: 1, 2  $\rightarrow n_p =$  número de graus de liberdade restringidos.

A ação sísmica irá provocar um movimento de corpo rígido da base na direção horizontal, e, dessa forma, os nós que estão em contato com o solo (nós de contorno) se moverão horizontalmente. Assim, o deslocamento, velocidade e aceleração de corpo rígido dos nós restringidos são expressos por:

$$u_{pr} = l_p d(t), \quad \dot{u}_{pr} = l_p v(t), \quad \ddot{u}_{pr} = l_p a(t)$$
 (4.15)

sendo que:

$$l_p^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{(1xn_p)}$$
(4.16)



Figura 4.6 – Pórtico submetido à ação sísmica

O movimento de corpo rígido da base produzirá deslocamentos, velocidades e acelerações nos nós livres denominados como:  $u_{fr}$ ,  $\dot{u}_{fr}$  e  $\ddot{u}_{fr}$ . Considerando o movimento sísmico dos nós de contorno e sua influência no movimento dos nós livres, a equação de movimento pode ser escrita por:

$$\begin{bmatrix} M_{ff} & M_{fp} \\ M_{pf} & M_{pp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_f + \ddot{u}_{fr} \\ l_p a(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{ff} & C_{fp} \\ C_{pf} & C_{pp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_f + \dot{u}_{fr} \\ l_p v(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{ff} & K_{fp} \\ K_{pf} & K_{pp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_f + u_{fr} \\ l_p d(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(4.17)

Nesta equação, as acelerações, velocidades e deslocamentos dos nós livres surgem devido à ação sísmica da base, ou seja, através das variáveis  $\ddot{u}_{fr}$ , $\dot{u}_{fr}$ , $u_{fr}$ . Dessa forma, quando se desenvolve a primeira linha da equação, obtém-se:

$$M_{ff}\ddot{u}_{f} + M_{ff}\ddot{u}_{fr} + C_{ff}\dot{u}_{f} + C_{ff}\dot{u}_{fr} + K_{ff}u_{f} = 0$$
(4.18)

Nos nós livres, que não estão em contato com o solo, não se aplicam diretamente as acelerações sísmicas a(t), velocidades v(t) e deslocamentos d(t). Dessa forma, tem-se:

$$M_{fp}l_{p}a(t) = 0, \quad C_{fp}l_{p}v(t) = 0$$
 (4.19)

Nos nós livres não há forças externas diretamente aplicadas. Portanto:

$$K_{ff}u_{fr} + K_{fp}l_{p}d(t) = 0 (4.20)$$

$$u_{fr} = -K_{ff}^{-1}K_{fp}l_{p}d(t)$$
(4.21)

$$\ddot{u}_{fr} = -K_{ff}^{-1}K_{fp}l_{p}a(t)$$
(4.22)

$$l_{f} = -K_{ff}^{-1}K_{fp}l_{p} \to \ddot{u}_{fr} = l_{f}a(t)$$
(4.23)

Pode-se desconsiderar os efeitos viscosos frente aos efeitos inerciais produzidos pela ação sísmica, ou seja,  $C_{ff}\dot{u}_{fr} \ll M_{ff}\ddot{u}_{fr}$ . Finalmente, a equação para a ação sísmica pode ser escrita da forma:

$$M_{ff}\ddot{u}_{f} + C_{ff}\dot{u}_{f} + K_{ff}u_{f} = -M_{ff}l_{f}a(t)$$
(4.24)

### 5. DISSIPADOR DE ENERGIA

Os dissipadores metálicos de energia são dispositivos que têm por objetivo amortecer a energia de entrada dos sismos para reduzir a resposta de vibração da estrutura. Estes dispositivos oferecem grande capacidade de amortecimento com volumes pequenos em relação à totalidade do edifício, conseguindo-se isto pois suas formas geométricas induzem a que o escoamento se apresente na maior parte ou totalidade do metal, variando seu efeito de amortecimento com a amplitude da resposta de vibração (PARI, 2014).

Dentre as vantagens do uso desses dispositivos, pode-se citar:

- São econômicos em sua instalação e reposição, são bastante duráveis e confiáveis;
- Baseiam-se na capacidade do aço, cobre e outras ligas metálicas, de sustentar muitos ciclos do comportamento de desempenho histerético estável para dissipar a energia de entrada;
- O comportamento histerético não depende da velocidade ou aceleração da resposta, mas dos níveis de deformação atingidos (PARI, 2014).

#### 5.1. DISPOSITIVO ADAS

Os dispositivos ADAS (*Added Damping And Stiffness*) consistem em múltiplas placas de aço em paralelo em forma de "X", como mostrado na Figura 5.1. Sua base é conectada na parte superior do contraventamento tipo *Chevron* (V invertido) e sua mesa na parte inferior da viga do pavimento.

A quantidade de placas de aço em paralelo não é fixa, podendo-se ajustar o dissipador de acordo com a necessidade da estrutura. As placas são impedidas de giro em ambos os extremos, sendo que um deslocamento relativo entre estes na direção perpendicular ao plano da placa produz uma distribuição linear de momentos fletores, simétrica e com dupla curvatura (PARI, 2014).

O dispositivo reduz a resposta sísmica de estruturas através de sua deformação plástica, aumentando significativamente a energia histerética dissipada na estrutura. Este trabalho não possui um enfoque no estudo desse dispositivo, sendo que para uma compreensão mais aprofundada sobre as características e o comportamento do dispositivo ADAS, recomenda-se como bibliografia Whittaker et. al, 1989.



Figura 5.1 – Dispositivo ADAS (PARI, 2014)

### 5.2. DISPOSITIVO TADAS

O dispositivo TADAS (*Triangular Plate Added Damping And Stiffness*) é um dissipador constituído de placas triangulares de aço, como mostra a Figura 5.2. A base maior da placa ligase ao nível da viga de uma estrutura de pórticos, e a outra se articula com uma união de pino a dois contraventamentos dirigidos à base dos pilares do pórtico (PARI, 2014).

No dispositivo TADAS o efeito das cargas de gravidade da estrutura pode ser separado completamente do dissipador usando orifícios ovalados no extremo livre, desse modo, para grandes deformações, os deslocamentos verticais nesse extremo não estão restringidos. Assim, ao se gerar plasticidade por flexão, a resposta inelástica do dispositivo é altamente previsível (PARI, 2014).



Figura 5.2 - Dispositivo TADAS (PARI, 2014)

#### **5.3. ELEMENTO LINK**

Atualmente, o método dos elementos finitos (MEF) é o mais adequado para análises de estruturas que possuam dissipadores metálicos. Segundo o método, é necessário estabelecer uma idealização de elemento finito para o dissipador ADAS, que é chamado de "elemento link", o qual é criado para modelar o comportamento linear e não linear do dissipador metálico ADAS (PARI, 2014).

Cada elemento link conecta dois nós, **i** e **j**, com os dois nós compartilhando a mesma localização no espaço, criando um elemento de comprimento zero.

Para cada um dos nós conectados, existem 3 graus de liberdade de deslocamento: deslocamento axial, deslocamento de cisalhamento e deslocamento por flexão pura. Dependendo das propriedades atribuídas ao elemento, este contribui em rigidez e amortecimento.

Neste trabalho foram realizadas análises lineares dos links. Cada propriedade do link é assumida de ser composta por três "molas" internas, uma para cada um dos três deslocamentos internos, e três "amortecedores" internos, um para cada uma das três velocidades internas. As relações força-deslocamento destas molas são independentes uma das outras, ou seja, não acopladas. As relações força-velocidade dos amortecedores são igualmente independentes.

A Figura 5.3 mostra as molas para os três deslocamentos, e a Figura 5.4 mostra os amortecedores para a três velocidades internas.

As equações das forças nos nós do elemento link linear podem ser escritas matricialmente conforme a equação 5.1.

As relações para o comportamento de amortecimento linear são semelhantes às de forçadeslocamento, onde os termos de rigidez são substituídos com os coeficientes de amortecimento, e os deslocamentos são substituídos com as velocidades correspondentes. A forma matricial do amortecimento pode ser vista na equação 5.2.

Mais detalhes sobre dissipadores metálicos de energia e elementos link podem ser consultados na dissertação de PARI (2014).



Figura 5.3 - Molas independentes do elemento link linear



Figura 5.4 – Amortecedores internos independentes do elemento link linear

$$\begin{bmatrix} K_{1} & 0 & 0 & -K_{1} & 0 & 0 \\ 0 & K_{2} & 0 & 0 & -K_{2} & 0 \\ 0 & 0 & K_{3} & 0 & 0 & -K_{3} \\ -K_{1} & 0 & 0 & K_{1} & 0 & 0 \\ 0 & -K_{2} & 0 & 0 & K_{2} & 0 \\ 0 & 0 & -K_{3} & 0 & 0 & K_{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{a} \\ v_{a} \\ \theta_{a} \\ v_{b} \\ \theta_{b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -K_{1}(u_{b} - u_{a}) \\ -K_{2}(v_{b} - v_{a}) \\ -K_{3}(\theta_{b} - \theta_{a}) \\ K_{1}(u_{b} - u_{a}) \\ K_{2}(v_{b} - v_{a}) \\ K_{3}(\theta_{b} - \theta_{a}) \end{bmatrix}$$
(5.1)

$$\begin{bmatrix} C_{1} & 0 & 0 & -C_{1} & 0 & 0 \\ 0 & C_{2} & 0 & 0 & -C_{2} & 0 \\ 0 & 0 & C_{3} & 0 & 0 & -C_{3} \\ -C_{1} & 0 & 0 & C_{1} & 0 & 0 \\ 0 & -C_{2} & 0 & 0 & C_{2} & 0 \\ 0 & 0 & -C_{3} & 0 & 0 & C_{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_{a} \\ \dot{v}_{a} \\ \dot{\theta}_{a} \\ \dot{\theta}_{b} \\ \dot{v}_{b} \\ \dot{\theta}_{b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -C_{1}(\dot{u}_{b} - \dot{u}_{a}) \\ -C_{2}(\dot{v}_{b} - \dot{v}_{a}) \\ -C_{3}(\dot{\theta}_{b} - \dot{\theta}_{a}) \\ C_{1}(\dot{u}_{b} - \dot{u}_{a}) \\ C_{2}(\dot{v}_{b} - \dot{v}_{a}) \\ C_{3}(\dot{\theta}_{b} - \dot{\theta}_{a}) \end{bmatrix}$$
(5.2)

# 6. ANÁLISE NUMÉRICA

# 6.1. DESCRIÇÃO DOS MODELOS

Este trabalho analisa uma estrutura metálica com trinta pavimentos, com pé-direito de 2,85 metros, pré-dimensionada de acordo com a ABNT NBR 8800.

A planta do edifício, de dezesseis por quarenta metros, é mostrada na Figura 6.1. Os vãos foram escolhidos com base em SALES (1995), que aponta vãos econômicos para vigas metálicas entre nove e doze metros para vigas principais e entre seis e doze para secundárias.

A estrutura foi pré-dimensionada para uso em modelos acadêmicos na tentativa de simular um projeto real com especificação de uso e das cargas atuantes na edificação.



Figura 6.1 – Planta baixa do edifício

O pré-dimensionamento dos pilares foi feito de forma a minimizar a massa da estrutura e os consequentes esforços. Dessa forma, ocorre uma gradual redução da seção transversal dos pilares ao longo da altura do edifício. A variação das seções é mostrada na Tabela 6.1.

PAVIMENTOS	SEÇÃO DO PILAR
1 - 10	CS 750 x 687
11 - 20	CS 600 x 402
21 - 30	CS 450 x 291

Tabela 6.1 – Relação das seções dos pilares

As seções das vigas são mostradas na Tabela 6.2.

Tabela 6.2 – Relação das seções das vigas

ELEMENTO	SEÇÃO
V1 e V5	VS 750 x 170
V2 a V4 e V6 a V10	VS 500 x 73

O modelo estrutural foi desenvolvido com base no estudo de FRANCA (2003) e no projeto do Edifício Parque Fairmont, obtido no livro de DIAS (1999), criando um modelo acadêmico sem considerações como caixa de elevadores, escadas, reservatórios de água, sistemas prediais, dentre outros. Dessa forma, a análise presente neste trabalho não representa um projeto real.

#### 6.2. AÇÕES CONSIDERADAS

Em um edifício, as ações consideradas para dimensionamento normalmente são: permanentes, variáveis, vento, sismo, temperatura e cargas de montagem.

Neste trabalho acadêmico, para simplificação, foram consideradas somente as cargas permanentes devido ao peso próprio da estrutura e os efeitos de sismo.

### 6.3. DISCRETIZAÇÃO DO MODELO EM PÓRTICO PLANO

Como dito no capítulo 6.1, o pré-dimensionamento foi realizado com a estrutura em 3 dimensões. Porém, os modelos analisados neste trabalho foram simplificados para pórticos planos, contemplando apenas o pórtico central do edifício que possui os pilares P3, P8 e P13, ligados à viga V8, como mostrado na Figura 6.2.



Figura 6.2 – Indicação do pórtico analisado

# 6.4. ANÁLISE DINÂMICA

Neste trabalho foram analisados os efeitos sísmicos em três pórticos distintos:

- 1) Pórtico rígido;
- 2) Pórtico rígido com contraventamento;
- 3) Pórtico rígido com contraventamento e dissipadores metálicos de energia.

A análise numérica foi feita por meio do software comercial *SAP2000* e pelo software acadêmico *fea\_frames*, este desenvolvido pelo Professor William T. M. Silva.

As propriedades dos elementos utilizados são mostradas na Tabela 6.3.

PILARES						
Perfil	Pavimentos	A (cm <sup>2</sup> )	$I_z (cm^4)$	$I_y (cm^4)$	$I_t (cm^4)$	
CS 750 x 687	1 - 10	875,7	907500	313063	5141	
CS 600 x 402	11 - 20	512,3	337991	113470	1546	
CS 450 x 291	21 - 30	370,2	135186	47877	1095	
VIGAS						
VS 500x 73	1 - 30	92,4	42770	3256	36,5	
CONTRAVENTAMENTOS						
TC 219,1 x 6,4	1 - 30	42,8	2421	2421	4841	
<b>Perfis Metálicos</b> : $E = 200$ GPa, $G = 77$ GPa; $\rho = 7849,13$ kg/m <sup>3</sup>						
<b>Dissipadores</b> : $K_d = 5 \times 10^6 \text{ N/m}$ , $C_d = 5 \times 10^6 \text{ N.s/m}$						

Tabela 6.3 – Propriedades mecânicas e geométricas dos elementos

As discretizações dos três pórticos analisados podem ser vistas nas Figuras 6.3, 6.4 e 6.5.



Figura 6.3 – Pórtico rígido analisado



Figura 6.4 – Pórtico rígido com contraventamento



Figura 6.5 – Pórtico rígido com contraventamento e dissipadores de energia

#### 6.4.1. SAP2000

O *SAP2000* possui grande versatilidade em sua operação, sendo simples o posicionamento de barras, cabos e tirantes, restrições de deslocamentos, aplicação de cargas, rotações e momentos, e a rápida coleta de resultados.

O software calcula de maneira automática o peso próprio dos elementos da estrutura, de acordo com as propriedades de cada perfil metálico utilizado.

### 6.4.1.1. ANÁLISE MODAL

As frequências naturais e os modos de vibração da estrutura foram determinados no *SAP2000* através da interface *Analysis Case Data – Modal*, conforme a Figura 6.6.

Neste trabalho, foram considerados os dez primeiros modos de vibração, com a análise sendo feita por meio de autovalores (*Eigen Vectors*) e uma tolerância de 10<sup>-9</sup>.

ad Case Name	Notes	Load Case Type
MODAL Set Def Name	e Modify/Show	Modal v Design
tiffness to Use		Type of Modes
Zero Initial Conditions - Unstressed State		Eigen Vectors
Stiffness at End of Nonlinear Case		O Ritz Vectors
Important Note: Loads from the Nonlinear Case are I case	NOT included in the current	
lumber of Modes		Mass Source
Maximum Number of Modes	10	MSSSRC1
Minimum Number of Modes	1	
oads Applied		
Show Advanced Load Parameters		
ther Parameters		
Frequency Shift (Center)	0,	OK
Cutoff Frequency (Radius)	0,	ÖK
		Cancel

Figura 6.6 – Análise modal

#### 6.4.1.2. SISMO EL CENTRO

Para simular o efeito sísmico nos modelos analisados foram utilizados os dados de aceleração da componente norte-sul do sismo El Centro. O arquivo de dados contém as acelerações em função da aceleração da gravidade, com espaços de tempo de 0,02s.

Na interface gráfica *Time History Function Definition* é possível inserir os dados do El Centro, como mostra a Figura 6.7.

O sismo El Centro ocorreu em 18 de maio de 1940, no Vale Imperial na região Sudeste da Califórnia. Ele teve magnitude 6,7, duração de 30s e aceleração de pico de 3,13 m/s<sup>2</sup>, ou 0,319g. A Figura 6.8 mostra a componente norte-sul do sismo.

Function Nar	ne			El Centro	)		
Function File		Values	s are:				
File Name	Browse	۲	Time	and Fund	ction Valu	es	
c:\users\klaus\desktop\el centro g.txt		0	Value	s at Equ	al Interva	s of	
		Forma	t Type				
Header Lines to Skip	0	۲	Free	Format			
Prefix Characters per Line to Skip	0	0	Fixed	Format			
			Chara	acters pe	r Item		
Number of Points per Line	1						
Convert to User Defined	View File						

Figura 6.7 – Time History Function Definition



Figura 6.8 – Componente Norte-Sul do Sismo El Centro (Fonte Própria)

### 6.4.1.3. ANÁLISE SÍSMICA

A análise sísmica no domínio do tempo (*time history*) foi do tipo transiente e linear. Foi realizada somente a análise linear, por se tratar de um modelo acadêmico sem considerações de projeto. Tanto no *SAP2000* quanto no software *fea\_frames* utilizou-se o método da integração direta de Newmark.

Na interface gráfica *Load Case Data – Linear Direct Integration History*, no item *Loads Applied*, o sismo é adicionado na análise.

Em *Load Type* é selecionado *Accel*, em *Load Name* é selecionado o eixo U1, correspondente ao indicativo da direção do sismo. A função, correspondente às acelerações do sismo El Centro, introduzidas como mostrado no item 6.4.1.2, é selecionada em *Function*.

O fator de escala (*Scale Factor*) de 9,81 para a função El Centro se deve ao fato de os dados das acelerações do sismo estarem em termos da aceleração da gravidade.

O número de passos é de 1500 e o tempo de caso passo é de 0,02s, o que dá uma análise dos primeiros 30 segundos do sismo. A interface da análise sísmica é mostrada na Figura 6.9.

oad Case Name	Notes	Load Case Type	
Sismo Set Def Name	Modify/Show	Time History	✓ Design
tiffness to Use <ul> <li>Zero Initial Conditions - Unstressed State</li> </ul>		Analysis Type Linear	Solution Type O Modal
Stiffness at End of Nonlinear Case         Important Note:       Loads from the Nonlinear Case are NOT in case         Iodal Load Case       Use Modes from Case	Cluded in the current	<ul> <li>Nonlinear</li> <li>History Type</li> <li>Transient</li> <li>Periodic</li> </ul>	<ul> <li>Direct Integration</li> </ul>
.oads Applied Load Type Load Name Function Scale Fac	stor	Mass Source MSSSRC1	
Accel     U1     VI     VI     VI       Accel     U1     El Centro     9,81       El Centro     9,81       Show Advanced Load Parameters	Add Modify V Delete		
ime Step Data			
Number of Output Time Steps Output Time Step Size	0,02		
Damping Proportional	Modify/Show	[	ОК

Figura 6.9 – Interface da Análise Sísmica

#### 6.4.2. FEA\_FRAMES

O programa acadêmico *fea\_frames* é escrito na linguagem de programação Fortran. A entrada de dados se dá através de arquivos de texto com os dados do modelo a ser analisado. São necessárias as coordenadas cartesianas de cada nó da estrutura. As vigas, os pilares, contraventamentos e dissipadores metálicos são definidos como elementos, possuindo nós iniciais e finais.

Para cada estrutura, são realizadas duas análises: análise modal e análise sísmica. Na análise modal, extraem-se os modos de vibração e as correspondentes frequências naturais da estrutura. As duas primeiras frequências são utilizadas para calcular os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  do amortecimento de *Rayleigh*, que são utilizados na análise sísmica.

A tolerância de convergência adotada foi de 10<sup>-9</sup> e o número máximo de iterações de 300.

Para a análise sísmica foi utilizada a matriz de massa consistente, com o método de integração de *Newmark*. A duração de cada passo de tempo foi de 0,02s, com um total de passos de 1500, totalizando 30s de análise sísmica.

Os dissipadores metálicos de energia foram modelados assumindo que os graus de liberdade da direção vertical e rotacional foram restringidos.

# 7. ANÁLISE DOS RESULTADOS

# 7.1. PÓRTICO 1

O Pórtico 1 é o pórtico rígido mostrado na Figura 6.3. Os resultados dos períodos e frequências dos 10 modos de vibração obtidos pelo *SAP2000* são mostrados na Tabela 7.1.

Modo	Período (s)	Frequência (Hz)	Frequência (rad/s)
1	1,3467	0,7425	4,6654
2	0,4766	2,0981	13,1830
3	0,2699	3,7049	23,2787
4	0,1763	5,6710	35,6322
5	0,1285	7,7797	48,8810
6	0,0982	10,1880	64,0132
7	0,0763	13,1056	82,3446
8	0,0659	15,1807	95,3829
9	0,0621	16,1064	101,1994
10	0,0584	17,1301	107,6316

Tabela 7.1 – Períodos e frequências do Pórtico 1

Analisou-se os deslocamentos da estrutura nos  $10^{\circ}$ ,  $20^{\circ}$  e  $30^{\circ}$  pavimentos do edifício. Os resultados são mostrados nas Figuras 7.1 a 7.3.



Figura 7.1 – Deslocamentos do 10º Pavimento do Pórtico 1



Figura 7.2 – Deslocamentos do 20º Pavimento do Pórtico 1



Figura 7.3 – Deslocamentos do 30º Pavimento do Pórtico 1

Os deslocamentos máximos e mínimos de cada pavimento podem ser observados na Tabela 7.2.

A Figura 7.4 ilustra as diferenças de deslocamentos em cada pavimento do Pórtico 1.

		10° Pavimento	20° Pavimento	30° Pavimento	
Deslocamento	Min	-0,042	-0,099	-0,136	
<b>(m)</b>	Máx	0,039	0,092	0,128	

Pórtico 1 0,15 0,1 Deslocamento (m) 0,05 0 -0,05 -0,1 -0,15 5 10 15 20 25 0 30 Tempo (s) 20° Pavimento 30° Pavimento 10° Pavimento

Tabela 7.2 - Deslocamentos de cada pavimento do Pórtico 1

Figura 7.4 - Deslocamentos do Pórtico 1

Observa-se que quanto maior a altura analisada, maiores são os deslocamentos devido ao sismo.

# 7.2. PÓRTICO 2

O Pórtico 2 é o pórtico rígido com contraventamento, apresentado na Figura 6.4. Os resultados dos períodos e frequências dos 10 modos de vibração obtidos pelo *SAP2000* são mostrados na Tabela 7.3.

Modo	Período (s)	Frequência (Hz)	Frequência (rad/s)
1	0,5372	1,8616	11,6966
2	0,1874	5,3372	33,5348
3	0,0987	10,1349	63,6792
4	0,0699	14,3128	89,9301
5	0,0657	15,2291	95,6870
6	0,0503	19,8716	124,8571
7	0,0413	24,2106	152,1197
8	0,0364	27,4956	172,7598
9	0,0325	30,7431	193,1644
10	0,0285	35,1485	220,8447

Tabela 7.3 – Períodos e frequências do Pórtico 2

Analisou-se os deslocamentos da estrutura nos 10°, 20° e 30° pavimentos do pórtico. Os resultados são mostrados nas Figuras 7.5 a 7.7.



Figura 7.5 – Deslocamentos do  $10^{\circ}$  Pavimento do Pórtico 2



Figura 7.6 - Deslocamentos do 20º Pavimento do Pórtico 2



Figura 7.7 – Deslocamentos do 30º Pavimento do Pórtico 2

Os deslocamentos máximos e mínimos de cada pavimento podem ser observados na Tabela 7.4.

A Figura 7.8 ilustra as diferenças de deslocamentos em cada pavimento do Pórtico 2.

		10° Pavimento	20° Pavimento	30° Pavimento
Deslocamento	Min	-0,030	-0,065	-0,094
<b>(m)</b>	Máx	0,026	0,057	0,085

Tabela 7.4 – Deslocamentos de cada pavimento do Pórtico 2



Figura 7.8 – Deslocamentos do Pórtico 2

Observa-se, assim como no Pórtico 1, que quanto maior a altura analisada maior é o deslocamento devido ao efeito sísmico.

## 7.3. PÓRTICO 3

O Pórtico 3 é o pórtico rígido com contraventamento e dissipadores metálicos de energia, apresentado na Figura 6.5. Os resultados dos períodos e frequências dos 10 modos de vibração obtidos pelo *SAP2000* são mostrados na Tabela 7.5.
Modo	Período (s)	Frequência (Hz)	Frequência (rad/s)
1	0,5285	1,8920	11,8876
2	0,1854	5,3936	33,8892
3	0,0984	10,1610	63,8435
4	0,0656	15,2530	95,8376
5	0,0621	16,1049	101,1903
6	0,0502	19,9026	125,0516
7	0,0411	24,3298	152,8689
8	0,0360	27,7766	174,5256
9	0,0325	30,7913	193,4672
10	0,0281	35,6366	223,9113

Tabela 7.5 – Períodos e frequências do Pórtico 3

Analisou-se os deslocamentos da estrutura nos 10°, 20° e 30° pavimentos do pórtico. Os resultados são mostrados nas Figuras 7.9 a 7.11.



Figura 7.9 – Deslocamentos do 10° Pavimento do Pórtico 3



Figura 7.10 – Deslocamentos do  $20^{\circ}$  Pavimento do Pórtico 3



Figura 7.11 – Deslocamentos do 30° Pavimento do Pórtico 3

Os deslocamentos máximos e mínimos de cada pavimento podem ser observados na Tabela 7.6.

A Figura 7.12 ilustra as diferenças de deslocamentos em cada pavimento do Pórtico 3.

		10° Pavimento	20° Pavimento	30° Pavimento
Deslocamento	Min	-0,018	-0,037	-0,052
( <b>m</b> )	Máx	0,012	0,025	0,036

Tabela 7.6 – Deslocamentos de cada pavimento do Pórtico 3



Figura 7.12 – Deslocamentos do Pórtico 3

Observa-se, assim como nos Pórticos 1 e 2, que quanto maior a altura da análise, maiores são os deslocamentos obtidos devido ao sismo.

## 7.4. COMPARAÇÃO ENTRE OS PÓRTICOS

Para se analisar a influência que o sistema de contraventamentos e os dissipadores metálicos de energia causam nos deslocamentos da estrutura, para cada pavimento plotou-se gráficos para se visualizar tais efeitos. Estes são mostrados nas Figuras 7.13 a 7.15.



Figura 7.13 – Comparação dos deslocamentos do  $10^{\circ}$  Pavimento



Figura 7.14 - Comparação dos deslocamentos do 20º Pavimento



Figura 7.15 - Comparação dos deslocamentos do 30º Pavimento

Verifica-se, pelas imagens 7.13 a 7.15, que os deslocamentos do Pórtico 1 são maiores que os do Pórtico 2. Tal fato ocorre devido ao sistema de contraventamentos utilizado, que tem como objetivo diminuir os deslocamentos laterais das estruturas submetidas às ações dinâmicas, como ventos e sismos.

Observa-se que a influência dos dissipadores de energia na redução dos deslocamentos laterais aumenta proporcionalmente à altura do edifício. No 10° Pavimento, os deslocamentos do Pórtico 2 e 3 apresentam poucas diferenças de amplitude; já no 30° Pavimento os deslocamentos do Pórtico 3 apresentam reduções significativas em relação ao Pórtico 2.

De forma geral, para o 30° Pavimento, o Pórtico 2 apresentou uma redução de 62% dos deslocamentos horizontais em relação ao Pórtico 1, enquanto o Pórtico 3 apresentou uma redução de 57% dos deslocamentos horizontais em relação ao Pórtico 2.

## 7.5. COMPARAÇÃO ENTRE O SAP2000 E FEA\_FRAMES

Os resultados mostrados nos itens anteriores foram obtidos por meio do software comercial *SAP2000*. Todas as análises mostradas até agora foram também calculadas por meio do software acadêmico *fea\_frames*, desenvolvido pelo Professor William T. M. Silva.

A comparação dos resultados do *SAP2000* e do *fea\_frames*, para o 30° Pavimento do edifício, são mostradas nas Figuras 7.16 a 7.18.



Figura 7.16 – Comparação entre softwares (Pórtico 1)



Figura 7.17 – Comparação entre softwares (Pórtico 2)



Figura 7.18 – Comparação entre softwares (Pórtico 3)

As Tabelas 7.7 a 7.9 ilustram os deslocamentos máximos e mínimos do 30° Pavimento obtidos pelos dois softwares, para os Pórtico 1, Pórtico 2 e Pórtico 3, respectivamente.

		SAP2000	fea_frames
Deslocamento	Min	-0,136	-0,133
( <b>m</b> )	Máx	0,128	0,117

Tabela 7.7 – Deslocamentos máximos e mínimos do Pórtico 1

Tabela 7.8 – Deslocamentos máximos e mínimos do Pórtico 2

		SAP2000	fea_frames
Deslocamento	Min	-0,094	-0,086
( <b>m</b> )	Máx	0,085	0,094

Tabela 7.9 - Deslocamentos máximos e mínimos do Pórtico 3

		SAP2000	fea_frames
Deslocamento	Min	-0,052	-0,045
( <b>m</b> )	Máx	0,036	0,045

Observa-se, na Figura 7.16, que os dois softwares apresentam amplitudes de deslocamentos muito semelhantes para o Pórtico 1. A partir dos 10 segundos na análise ocorre uma defasagem na resposta.

O Pórtico 2 é o que apresenta as respostas mais semelhantes entre os dois softwares, como mostrado na Figura 7.17. Observa-se uma defasagem nas respostas no período compreendido entre 10 e 20 segundos.

O Pórtico 3, que possui os dissipadores metálicos de energia, é o que apresentou a maior discrepância dos resultados entre os dois softwares, como observado na Figura 7.18. Apesar disso, a amplitude dos deslocamentos não apresenta diferenças significativas.

## 8. CONCLUSÕES E SUGESTÕES

#### 8.1. CONCLUSÕES

Em todos os pórticos analisados, os deslocamentos dos pavimentos superiores foram maiores que os dos pavimentos inferiores.

A adição dos elementos de contraventamento alterou a frequência natural e aumentou a massa da estrutura. Observa-se que o contraventamento utilizado, do tipo "V" invertido, diminuiu os deslocamentos laterais devido ao sismo em comparação com a estrutura de pórtico rígido.

A influência dos dissipadores metálicos de energia na redução dos deslocamentos laterais aumenta proporcionalmente à altura do edifício. No 10° Pavimento, os deslocamentos do Pórtico 2 e 3 apresentam poucas diferenças de amplitude; já no 30° Pavimento os deslocamentos do Pórtico 3 apresentam reduções significativas em relação ao Pórtico 2.

De forma geral, para o 30° Pavimento, o Pórtico 2 apresentou uma redução de 62% dos deslocamentos horizontais em relação ao Pórtico 1, enquanto o Pórtico 3 apresentou uma redução de 57% dos deslocamentos horizontais em relação ao Pórtico 2.

Na comparação entre o software *SAP2000* e o software *fea\_frames* observa-se que os dois softwares apresentam amplitudes de deslocamentos muito semelhantes para o Pórtico 1. Porém, a partir dos 10 segundos da análise ocorre uma defasagem na resposta.

O Pórtico 2 é o que apresenta as respostas mais semelhantes entre os dois softwares. Observase uma defasagem nas respostas no período compreendido entre 10 e 20 segundos.

O Pórtico 3, que possui os dissipadores metálicos de energia, é o que apresentou a maior discrepância dos resultados entre os dois softwares. Apesar disso, a amplitude dos deslocamentos não apresenta diferenças significativas.

### 8.2. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

A análise feita neste trabalho propôs simplificações quanto ao estudo da estrutura analisada. Recomenda-se o estudo da estrutura em três dimensões, podendo-se avaliar com mais realidade o comportamento do edifício com relação às ações dinâmicas impostas.

Sugere-se a análise de diferentes tipos de sistemas de contraventamento, variando a posição entre pavimentos e distribuição ao longo da altura, comparando-se os resultados de forma a identificar os sistemas mais eficientes.

Recomenda-se um estudo mais detalhado sobre a eficiência do posicionamento dos dispositivos dissipadores de energia ao longo da altura do edifício.

# **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 15421 – Projeto de estruturas resistentes a sismos. Rio de Janeiro: ABNT, 2006.

CHAVES, J. R. F. **Análise dinâmica de pórticos metálicos contraventados**. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil. Publicação E.DM-008A/09, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília. Brasília, 2009.

CHOPRA, Anil K. Dynamics of Structures. 1ª Ed. New Jersey: Prentice-Hall, 1995.

CLOUGH, Ray W.; PENZIEN, Joseph. **Dynamics of Structures**. 3<sup>a</sup> Ed. Berkeley: Computers & Structures, Inc, 2003.

DIAS, L. A de M. Estruturas de Aço no Brasil. Zigurate Editora, São Paulo, 1999.

ENGEL, H. Sistemas Estruturais. Editorial Gustavo Gili AS, Barcelona, 2002.

FRANCA, M. P. A. Estudo da Eficiência dos Contraventamentos Treliçados em Edifícios com Estruturas de Aço. Dissertação de Mestrado, Universidade de Pernambuco. Recife, 2003.

PARI, D. M. C. **Análise sísmica de pórticos planos com dissipadores metálicos de energia**. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil. Publicação E.DM-003A/14, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília. Brasília, 2014.

SORIANO, Humberto Lima. Introdução à dinâmica das estruturas. 1ª Ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2014.

SORIANO, Humberto Lima. **Elementos finitos. Formulação e aplicação na estática e dinâmica das estruturas**. 1ª Ed. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2009.

SORIANO, Humberto Lima. Análise de estruturas. Formulação matricial e implementação computacional. 1ª Ed. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2005.

SENNETT, R.E. Matrix analysis of structures. Waveland Press, Inc, 2000.