

Universidade de Brasília – UnB  
Campus Gama – FGA  
Engenharia Eletrônica

**IMPLEMENTAÇÃO E AVALIAÇÃO DE MÉTODOS DE  
*Compressive Sensing* COM PRÉ-FILTRAGEM PARA  
IMAGEAMENTO POR TOMOGRAFIA COMPUTADORIZADA**

**CAMILA FRANCO DE SOUSA**

Orientador: Dr. CRISTIANO JACQUES MIOSSO



**UNB – UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

**FGA – FACULDADE GAMA**

**ENGENHARIA ELETRÔNICA**

**IMPLEMENTAÇÃO E AVALIAÇÃO DE MÉTODOS DE *Compressive Sensing* COM PRÉ-FILTRAGEM PARA IMAGEAMENTO POR TOMOGRAFIA COMPUTADORIZADA**

**CAMILA FRANCO DE SOUSA**

**ORIENTADOR: CRISTIANO JACQUES MIOSSO**

**TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO  
ENGENHARIA ELETRÔNICA**

**BRASÍLIA/DF, DEZEMBRO DE 2019**

UNB – UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FGA – FACULDADE GAMA  
ENGENHARIA ELETRÔNICA

IMPLEMENTAÇÃO E AVALIAÇÃO DE MÉTODOS DE *Compressive Sensing* COM PRÉ-FILTRAGEM PARA IMAGEAMENTO POR TOMOGRAFIA COMPUTADORIZADA

CAMILA FRANCO DE SOUSA

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO SUBMETIDO À FACULDADE UNB GAMA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE BACHAREL EM ENGENHARIA ELETRÔNICA

APROVADA POR:

---

Cristiano Jacques Miosso

(Orientador)

---

Leandro Xavier Cardoso

---

Renan Utida Barbosa Ferreira

**FICHA CATALOGRÁFICA**

FRANCO, CAMILA

Implementação e Avaliação de Métodos de *Compressive Sensing* com Pré-Filtragem para Imageamento por Tomografia Computadorizada

[Distrito Federal], 2019.

45p., 210 × 297 mm (FGA/UnB Gama, Bacharelado em Engenharia Eletrônica, 2019).

Trabalho de Conclusão de Curso, Faculdade UnB Gama, Engenharia Eletrônica

- |                               |                               |
|-------------------------------|-------------------------------|
| 1. Imageamento médico         | 2. Tomografia Computadorizada |
| 3. <i>Compressive Sensing</i> | 4. Processamento de Sinais    |
| I. FGA UnB/UnB.               | II. Título (série)            |

**REFERÊNCIA**

FRANCO, CAMILA (2019). Implementação e Avaliação de Métodos de *Compressive Sensing* com Pré-Filtragem para Imageamento por Tomografia Computadorizada. Trabalho de Conclusão de Curso, Engenharia Eletrônica, Faculdade UnB Gama, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 45p.

**CESSÃO DE DIREITOS**

AUTOR: Camila Franco de Sousa

TÍTULO: Implementação e Avaliação de Métodos de *Compressive Sensing* com Pré-Filtragem para Imageamento por Tomografia Computadorizada

GRAU: Bacharel em Engenharia Eletrônica

ANO: 2019

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta monografia de conclusão de curso e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta monografia pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

---

imcamilafranco@gmail.com

Brasília, DF – Brasil

*“In a dark place we find ourselves, and a little more knowledge lights our way.”*

Yoda.

*Dedico este trabalho ao meu pai, Sr. Ademir de Sousa Catingueiro.*

## **AGRADECIMENTOS**

À Faculdade do Gama da Universidade de Brasília e ao corpo docente de Engenharia Eletrônica, por todo o progresso que tive ao longo desses anos.

Ao professor Cristiano Jacques Miosso, pelo seu trabalho extraordinário, por ser um orientador sempre atencioso e dedicado e estar sempre disposto a auxiliar todos os seus alunos da forma mais empática possível. Por ser uma das minhas maiores inspirações, acreditar no trabalho de seus alunos e sempre ajudá-los a se tornarem melhores profissionais.

Aos professores Leandro Xavier e Renan Utida pelo interesse em meu trabalho e pelas contribuições as quais proporcionaram relevantes melhorias nesse estudo.

Aos meus amigos, Yago Randerson e Keterly Eckhardt por todo o apoio, acolhimento e assistência em momentos obscuros.

Aos meus familiares, sobretudo ao meu irmão, Matheus, por sempre confiar em mim e por sermos os “fiéis escudeiros” um do outro durante as diversas batalhas que enfrentamos. Agradeço também ao meu Gonzaguinha.

## RESUMO

A Tomografia Computadorizada (TC) é um tipo de imageamento médico utilizado para a visualização de cortes ou imagens tridimensionais de diversas regiões do corpo. Na área da engenharia biomédica, é uma técnica usada para a realização de diagnósticos, triagens, exames preventivos. Essa forma de construção de imagens é bastante utilizada principalmente por sua rapidez e boa resolução espacial.

Contudo, a realização desse processo está relacionada com doses de radiação que podem ser prejudiciais ao paciente, a longo prazo. A dosagem é associada a diversos fatores, dentre os quais pode-se ressaltar o número de medidas necessárias para a reconstrução da imagem. Nesse contexto, o conceito de *Compressive Sensing* pode ser inserido, por ser uma técnica de redução da informação suficiente para a reconstrução de um sinal. A utilização de pré-filtragem de medidas culmina em um desempenho ainda melhor de reconstrução, em termos de tempo e qualidade do sinal.

Então, o presente trabalho propõe a implementação de um método de reconstrução usando-se pré-filtragem para o caso específico de medidas radiais provenientes da máquina de Tomografia Computadorizada. Para isso, estudam-se aspectos históricos e o processo de aquisição de medidas, feito pela detecção dos feixes de Raios X atenuados, em detrimento da quantidade de Raios X anteriores à travessia pelo objeto. Essas medidas, chamadas de projeções de Raios X, são apresentadas no domínio de Radon, através de uma representação gráfica conhecida como Sinograma.

Pelo Sinograma, pode-se fazer uma conversão das medidas para o domínio da frequência, conforme pontuado pelo Teorema dos Cortes de Fourier. Somado a isso, pode-se desempenhar uma pré-filtragem das medidas, uma vez que *Compressive Sensing* supõe que o sinal assume uma representação esparsa em um domínio transformado. Com isso, o método apresentado consiste em quatro etapas: a extração de medidas do sinograma para o domínio da frequência; a pré-filtragem dessas medidas utilizando-se três filtros bidimensionais de Haar; o uso de *Compressive Sensing* através da aplicação de um algoritmo de otimização para a reconstrução das três versões filtradas da imagem; e finalmente, a composição da imagem final.

Para a análise de desempenho, foram utilizados três bancos de dados de imagens reais feitas por Tomografia Computadorizada. Os resultados indicaram que o uso de *Compressive Sensing* com pré-filtragem para as componentes de informações extraídas do domínio de Radon foi superior ao método da Retroprojeção Filtrada, usada como algoritmo padrão de reconstrução para esse tipo de imagem. Para 500 medidas, a diferença entre as SNRs para uma imagem específica foi de 11,6dB. Além disso, a análise da interpolação das medidas do Sinograma foi realizada, culminando em uma maior qualidade de imagem, com diferença

entre as SNRs de até 15,1dB, para 230 medidas.

Com isso, concluiu-se que o método proposto permite a reconstrução de imagens com qualidade superior à técnica usualmente utilizada, com uma quantidade de informação reduzida, uma vez que para a reconstrução por Retroprojeção Filtrada é feita com um número de medidas na casa de  $10^3$  para se obter uma boa imagem, enquanto o método proposto utilizou 230 direções para a reconstrução.

**Palavras-chave:** Tomografia Computadorizada. *Compressive Sensing*. Pré-Filtragem.

## ABSTRACT

Computed Tomography (CT) is a type of medical imaging used for the visualization of sections or tridimensional images of different regions of the body. In the biomedical area, it is a technic used for performing diagnostics, triage, and physical examination. This form of image reconstruction is very used mainly because of it's speed and good spatial resolution.

However, this process is related to radiation doses that can be harmful to the health of the patient in the long term. The dosage is associated with multiple factors, where the number of measurements needed to perform image reconstruction is an important factor. In this context, the concept of *Compressive Sensing* can be inserted, by being a technic of reduction of the sufficient information used to reconstruct a signal. The using of pre-filtering of measurements leads to an even better reconstruction performance, in terms of time and signal quality.

Then, this work inserts an implementation of a reconstruction method using pre-filtering to the specific case of the radial line measurements from the CT Scanner. To this accomplishment, the historical aspects and the process of measurement acquisition, made by the detection of the attenuated X-ray beam, to the detriment of the quantity of the X-rays before their passage through the object are studied. These measurements called X-ray projections are presented in the Radon domain, by a graphic representation knew as Sinogram.

Through the Sinogram, a measurement conversion to the frequency domain can be made, as said by the Fourier Slice Theorem. Moreover, the pre-filtering of the measurements can be made, as the Compressive Sensing theory says that the signal must assume a sparse representation in a transformed domain. Thus, the presented method has four stages: the sinogram measurements extraction to the frequency domain; the pre-filtering of these measurements with the use of three bidimensional Haar filters; the usage of *Compressive Sensing* with an optimization algorithm implementation for performing the reconstruction of the three filtered images versions; and, finally, the final composition of the image.

For the performance analysis, three CT image datasets were used. The results indicate that the use of *Compressive Sensing* with pre-filtering for the components extracted from the Radon domain was superior to the method of Filtered Back Projection, used as the default reconstruction algorithm for that type of data. For 500 radial lines, the difference between their SNR for a specific image was 11.6dB. Besides, the Sinogram measurements

interpolation analysis was made, where the difference between their SNR was of 12.1dB, for 230 measurements.

Hence, it was concluded that the proposed method permits images reconstruction with better quality when compared with the default technic, with less information, since the Filtered Back Projection reconstruction is made with approximately  $10^3$  measurements to obtain an image with good quality, while the proposed method used 230 directions to perform the reconstruction.

**Keywords:** Computed Tomography. *Compressive Sensing*. Pre-Filtering.

## LISTA DE SÍMBOLOS, NOMENCLATURAS E ABREVIACÕES

<i>CT</i>	–	<i>Computed Tomography</i>
<i>SEM</i>	–	<i>Scanning Electron Microscope</i>
TC	–	Tomografia Computadorizada
<i>Gy</i>	–	<i>Gray</i>
<i>Sv</i>	–	<i>Sievert</i>
mAs	–	Miliampère-segundo
<i>CS</i>	–	<i>Compressive Sensing</i>
<i>UWB</i>	–	<i>Ultrawideband</i>
DTFT	–	<i>Transformada de Fourier de Tempo Discreto</i>
<i>SNR</i>	–	<i>Signal-to-noise Ratio</i>
<i>DICOM</i>	–	<i>Digital Image and Communication in Medicine</i>

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>2</b>
1.1	Contextualização . . . . .	2
1.2	Definição do Problema Científico e Proposta de Pesquisa . . . . .	4
1.3	Objetivos . . . . .	6
1.3.1	Objetivo Geral . . . . .	6
1.3.2	Objetivos Específicos . . . . .	7
1.4	Estrutura da Dissertação . . . . .	7
<b>2</b>	<b>Fundamentação teórica e Estado da Arte</b>	<b>9</b>
2.1	Tomografia Computadorizada por Raios X . . . . .	9
2.2	<i>CT Scanner</i> . . . . .	11
2.3	Transformada de Radon . . . . .	13
2.4	Sinograma . . . . .	15
2.5	Teorema dos Cortes de Fourier . . . . .	17
2.6	Retroprojeção Filtrada . . . . .	19
2.7	<i>Compressive Sensing</i> . . . . .	22
2.8	<i>Compressive Sensing</i> com pré-filtragem . . . . .	23
<b>3</b>	<b>Metodologia</b>	<b>25</b>
3.1	Bancos de imagens . . . . .	26

3.1.1	<i>NLM Visible Human Project</i> . . . . .	26
3.1.2	CQ500 . . . . .	26
3.1.3	Kaggle CT Medical Images . . . . .	26
3.2	Técnicas propostas para Imageamento com base nos Sinogramas, utilizando-se Pré-Filtragem e <i>Compressive sensing</i> . . . . .	27
3.2.1	Extração de Medidas em frequência . . . . .	27
3.2.2	Pré-Filtragem . . . . .	29
3.2.3	Reconstrução . . . . .	30
3.2.4	Composição espectral da Imagem . . . . .	31
3.2.5	Experimentos de Avaliação de Desempenho . . . . .	32
<b>4</b>	<b>Resultados e Discussões</b>	<b>33</b>
<b>5</b>	<b>Conclusão</b>	<b>42</b>

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Contextualização

A tomografia computadorizada (*CT*, do inglês *Computed Tomography*), constitui um processo de imageamento da estrutura interna de um objeto ou de alguma propriedade interior a ele. É um método não invasivo, ou seja, em que não há a necessidade de abertura ou corte. Para tanto, utilizam-se projeções de Raio X, as quais determinam a densidade do material ao longo de sua linha de passagem, um somatório das densidades individuais no decorrer do caminho do feixe [1]. A matemática básica utilizada neste procedimento foi desenvolvida por Johann Radon em 1917, onde dada a distribuição de densidade interna de um objeto, seu conteúdo e propriedades interiores podem ser reconstituídos por uma função. Assim, as projeções podem ser identificadas ou aproximadas pela transformada de Radon [2]. A matemática somada aos conceitos das propriedades dos Raios X permitem a implementação de um algoritmo de reconstrução de imagens. Produz-se, então, imagens bidimensionais de secções do corpo ou imagens tridimensionais provenientes de vários cortes ao longo de um eixo [3].

A densidade interna é obtida por meio da geração de feixes de Raios X que incidem através do objeto, a partir de diferentes direções, detectados na extremidade oposta de seus pontos de partida. Produz-se, dessa forma, uma imagem detalhada de seu interior [1]. Os Raios X são utilizados por possuírem características fundamentais para a implementação desse método de imageamento: propagam-se em linha reta e interagem com a matéria de acordo com a lei de Beer-Lambert – que relaciona o número de feixes que saem do objeto com a densidade do tecido ou material, por meio de um coeficiente de atenuação dos Raios X. A atenuação ocorre devido aos efeitos fotoelétrico e Compton. O efeito fotoelétrico se refere de forma primordial ao contraste no imageamento, enquanto o efeito Compton depende da densidade de elétrons, ou seja, apresenta a densidade física do material na imagem produzida. A formação dos Raios X ocorre de forma aleatória. Contudo, assumindo-se inicialmente que o número incidente é constante, a medição se dá pela diferença entre o número de Raios X na entrada e o sinal medido pelos detectores na outra extremidade do aparelho [4].

Os aparelhos de tomografia computadorizada, conhecidos como “Tomógrafos” (*CT scanners*), possuem um tubo de geração de Raios X e um detector em oposição, agrupados na forma de um anel circular. Esses componentes rotacionam ao redor do paciente para que as projeções possam ser adquiridas partindo-se de diferentes ângulos [4]. Assim, a densidade ao longo de cada linha que intercepta o objeto de análise pode ser determinada. Essas densidades totais subtraídas da gerada, as projeções de Raios X, são os dados de entrada utilizados em um algoritmo de reconstrução da imagem dos órgãos, tecidos e materiais internos do corpo cujo o conteúdo se deseja visualizar. Os aparelhos performam a reconstrução da imagem utilizando a técnica da “Retroprojeção Filtrada”, na qual cada projeção de Raios X é filtrada antes da realização de um processo de retroprojeção [1]. Com essa técnica o paciente fica exposto a uma certa dose de radiação, que depende de maneira elevada de um número suficiente de medições para a reconstrução da imagem. Então, a dose de radiação absorvida pelo paciente pode ser apontada como a principal limitação da Tomografia Computadorizada [5].

Entretanto, em termos de avanço tecnológico, a técnica consistiu em uma grande inovação na área de imageamento médico. Isso se deve ao fato de ela ser o primeiro método minucioso de visualização a partir de um corte do corpo sem haver a necessidade de incisão, em contraposto ao conveniente até então [4]. Apesar do uso anterior de Raios X para diagnóstico, a Tomografia Computadorizada permitiu a distinção de diferentes densidades inerentes a cada tecido. Podem-se sobressaltar diversos aspectos atrelados ao surgimento dessa técnica, como uma boa resolução da reprodução visual do corte, somada à grande diferenciação de estruturas, que revela a anatomia interna adquirida de determinado plano. Com isso, considerando-se sua aplicação na área biomédica, pode-se determinar com acurácia lesões internas não condicionadas a uma visualização superficial; realizar diagnósticos de emergência que necessitam de uma rápida identificação; planejar e acompanhar procedimentos cirúrgicos; analisar a evolução de doenças; detectar e dimensionar nódulos; revelar, acompanhar e categorizar diferentes tipos de câncer e seus estágios; obter imagens do corpo a partir dos planos transversal, sagital e coronal; visualizar e quantizar aspectos volumétricos do corpo [6]. Além disso, a Tomografia Computadorizada possui diversas aplicações tecnológicas e industriais: nas áreas aeroespacial, automotiva, transporte, indústria alimentícia, segurança, eletrônica e microeletrônica. Também é utilizada para a análise de materiais, metrologia dimensional e amplamente em áreas de pesquisa, como é o caso dos microscópios eletrônicos de varredura (*SEM*) [7].

Em adição a isso, tal como todas as técnicas de imageamento médico, o processo de imageamento da Tomografia Computadorizada possui aspectos negativos e benefícios. Dentre suas diversas vantagens, pode-se ressaltar o fato de ela ser não invasiva, ser rápida

e indolor, possuir uma boa resolução espacial, distinguir os diferentes órgãos e tecidos através de pequenas diferenças em suas densidades físicas e não necessitar da inserção de cateter arterial no paciente. Ela também possui alta diferenciação de órgãos e tecidos quando comparada com a Radiografia. Em relação à Ressonância Magnética, o processo possui um menor tempo de escaneamento e pós-processamento, menor custo, além de haver uma menor necessidade de sedação de pacientes por consequência da claustrofobia ou do tempo de exame. Ela também não demanda a utilização de um operador da máquina, como é o caso da Ultrassonografia, possuindo, também, melhor resolução espacial e alto desempenho na visualização global dos sistemas. Quando comparada com outros métodos de imageamento, como a Elastografia e imageamento óptico, sobressalta-se também no quesito da resolução espacial [3].

## 1.2 Definição do Problema Científico e Proposta de Pesquisa

Comparado a exames simples de Raios X, a Tomografia Computadorizada implica uma maior dose de radiação em contato com o paciente [5]. Esta desvantagem é ainda maior quando comparada a modalidades de imageamento como a Ressonância Magnética, que hoje permite uma resolução espacial comparável à da Tomografia, com melhor contraste, sem utilizar radiação ionizante [3]. Apesar dessa limitação, o uso da técnica vem crescendo em consequência dos constantes avanços tecnológicos na área. A visualização de imagens tridimensionais dos órgãos ou da região de interesse culminou em um incremento em sua utilização. Ademais, os avanços também fizeram com que o método se tornasse cada vez mais intuitivo aos usuários, tanto para os técnicos, quanto para os pacientes. O uso da Tomografia Computadorizada como forma de imageamento médico pode ser classificado de acordo com o propósito do exame – diagnóstico de pacientes que possuem algum sintoma ou triagem de pacientes que não têm sinal de alguma alteração do estado normal da saúde - ou conforme a população de pacientes – adulta ou pediátrica. Na população pediátrica há um crescimento do uso do método por conta de sua rapidez, não havendo a necessidade de sedação do paciente para evitar seus movimentos durante a aquisição da imagem. Tratando-se da população adulta, o crescimento do uso da técnica está relacionado aos exames preventivos em pacientes assintomáticos [5].

Para a medição da quantidade relevante de radiação ionizante em contato com o paciente, primordialmente deve-se aferir a dose absorvida durante a aquisição da imagem. Essa dose é a energia absorvida por unidade de massa, medida em *Gray* (*Gy*). Um *Gy* equivale a 1 joule de energia absorvida por quilograma. A quantificação do risco de exposição é aproximadamente estabelecida, a partir da distribuição da dose em determinado órgão individual. Como essa distribuição não é homogênea, ressalta-se o conceito de dose

efetiva, medida em *Sieverts* ( $Sv$ ), proporcional à uma estimativa genérica do dano geral causado pela exposição aos Raios X e, com isso, estima-se o seu risco real [5].

Dado um órgão individual, o estudo de sua exposição à radiação durante a técnica de TC depende de diversos fatores, dentre os quais se sobressalta o número de medidas. Além disso, o tubo de corrente e o tempo de aquisição em mAs, o tamanho do paciente, a faixa de varredura axial, a sobreposição de cortes adjacentes, a tensão do tubo e o *design* específico do *Scanner* também contribuem com estudo. Em alguns casos, esses aspectos são considerados, contudo essa prática não é tão difundida [5]. A dose de radiação é inversamente proporcional ao ruído relativo da imagem adquirida e, por isso, o número de aquisição das medidas para a reconstrução da imagem utilizando o algoritmo atual tende a ser alto [8]. No entanto, a dose de radiação inclusa em TC é considerada baixa – 15mSv em adultos até 30mSv em bebês prematuros [5] –, porém estudos epidemiológicos demonstram que a contínua exposição pode configurar o câncer induzido [9]. A influência dessa exposição é ainda maior se tratando de crianças, as quais apresentam maior risco de câncer devido à radiação: probabilidade que tende a aumentar conforme a Tomografia Computadorizada é realizada [5].

Essa consequência pode ser reduzida com o uso de alternativas, tais como: a aplicação de outras técnicas de imageamento [3]; otimização da dose e do ruído adquirido baseado em diferentes regiões do corpo; a diminuição da tensão do tubo; a modulação da corrente do tubo; o processo de reconstrução interativa; o uso de protocolos para a realização de TC em crianças; a restrição do uso contínuo e da repetição da técnica [10]. Somado a tais métodos, a utilização de *Compressive Sensing* na Tomografia Computadorizada, analisando versões esparsas das projeções, vem sendo amplamente investigada, com o intuito de atenuar as doses de radiação e os riscos atrelados a essa quantidade [11]. Apesar desse método possuir uma maior presença na técnica de Ressonância Magnética, havendo poucos estudos que a relacionam com TC, os resultados de seu uso nesse caso específico são bastante satisfatórios. No entanto, um grande espaço amostral de estudos que relacionam o uso de *Compressive Sensing* com Pré-Filtragem não foi encontrado para o caso de Tomografia Computadorizada.

A implantação da teoria de *CS* configurou um grande avanço na área de Processamento de Sinais. Essa modalidade emprega algoritmos variados que podem reconstruir fielmente um sinal original a partir de medidas comprimidas. Os sinais devem admitir uma representação esparsa ou compressível em seu domínio original ou em algum domínio transformado. Assim, *CS* permite uma amostragem do sinal em uma taxa bem menor que a Taxa de Nyquist, dependendo de sua esparsidade. Isso despertou bastante interesse por parte dos pesquisadores, culminando no uso de *Compressive Sensing* em várias áreas, tais como: rápida aquisição de vídeo, comunicação *UWB* e, em especial, como técnica

de imageamento em Ressonância Magnética. *CS* é utilizado na aquisição de sinais esparsos ou compressíveis, ou seja, sinais que possuem a propriedade de que toda a sua informação pode ser representada em poucos componentes significativos, quando comparado com o seu tamanho total. Na área biomédica, esse método é bastante usado em imageamento, porém também é aplicado no processamento de outros sinais biológicos, como ECG, EEG e sinais neurais, analisando suas características esparsas. Também é utilizado em *Genomic Sensing*, Microarranjo de DNA e estudo de proteínas [12].

A utilização do método da pré-filtragem em *Compressive Sensing* para a reconstrução do sinal demonstrou uma diminuição das medidas adquiridas, quando comparado com o uso convencional de uma transformada esparsificante. Utiliza-se filtros passa-alta aplicados nas amostras medidas pela máquina de TC. Então, desempenha-se a técnica de *Compressive Sensing* para o vetor de medidas filtrado. Ajusta-se tais amostras com as quantidades previamente determinadas para que a imagem seja reconstruída. Tais filtros podem converter o sinal em uma versão esparsificada e, assim, completa-se a imagem com os coeficientes originais e filtrados. Verificaram-se bons resultados do uso dessa técnica na reconstrução de imagens adquiridas em Ressonância Magnética, havendo uma diminuição das medidas convencionalmente suficientes: reduzindo-as pela metade, enquanto a qualidade se manteve [13].

Então, a aplicação de *Compressive Sensing* com o método da Pré-Filtragem é promovida como técnica de reconstrução da imagem adquirida em Tomografia Computadorizada, devido a redução do número de medidas. Por isso, o presente trabalho propõe a implementação e avaliação de algoritmos de *CS* utilizando Pré-Filtragem especificamente voltados para a reconstrução de imagens reais adquiridas em TC, para fins de análise e comparação com a técnica já utilizada nos aparelhos de tomografia existentes no mercado.

## 1.3 Objetivos

### 1.3.1 Objetivo Geral

O trabalho possui como objetivo a implementação de um método de reconstrução de imagens adquiridas pela máquina de Tomografia, de forma que a quantidade de informação suficiente para a formação da imagem seja menor que a quantidade utilizada pelo método clássico. Para tanto, os componentes provenientes da máquina, as projeções de Raios X, que estão no domínio de Radon, devem ser remodeladas para adequação ao espaço-k, no domínio da frequência. Tal ajuste, que se baseia no Teorema dos Cortes de Fourier, permite que as medidas resultantes sejam pré-filtradas no domínio da frequência.

Com isso, pode-se aproximar os coeficientes desejados aplicando-se interpolação às medidas. Esse cenário culmina na hipótese da imagem possuir maior qualidade, mesmo com a redução das medidas.

A reconstrução, então, é realizada usando-se *Compressive Sensing*, onde as medidas são filtradas previamente no domínio da frequência com filtros de *Haar* passa-altas bidimensionais. As versões filtradas, juntamente com versão não filtrada, compõem a imagem a ser reconstruída. Os resultados serão comparados com: (i) O método clássico – a Retroprojeção Filtrada – usada nos equipamentos de TC, (ii) O método ideal – com a utilização de *Compressive Sensing* com medidas provenientes do domínio bidimensional de Fourier da imagem –, (iii) O método proposto com a aproximação dos coeficientes desejados pelos seus vizinhos mais próximos. A comparação será em termos de qualidade do Sinal.

### 1.3.2 Objetivos Específicos

- Desenvolvimento de um algoritmo para a extração de medidas que anteriormente estavam no domínio de Radon, para o domínio de Fourier, utilizando o Teorema dos Cortes de Fourier;
- Implementação de um algoritmo de Pré-Filtragem das medidas resultantes, no domínio da frequência, utilizando os filtros escolhidos;
- Elaboração da técnica de *Compressive Sensing* para a reconstrução das versões filtradas oriundas do método anterior;
- Composição da imagem a partir das versões filtradas e das medidas resultantes do item 1;
- Análise e Avaliação das técnicas, pelo cálculo da SNR das imagens reconstruídas;
- Comparação com as técnicas de Retroprojeção Filtrada, o uso de *Compressive Sensing* com Pré-filtragem para as medidas adquiridas no domínio de Fourier e o método proposto utilizando-se interpolação linear.

## 1.4 Estrutura da Dissertação

Os conceitos gerais acerca da Tomografia Computadorizada, tais como seu histórico, suas implicações físicas, a estrutura do *CT Scanner*, propriedades físicas dos Raios X,

como os Raios X podem indicar as densidades pelas quais um objeto é composto e conceitos intrínsecos ao processo de imageamento são abordados no Capítulo 2. Introduce-se também o conceito da Transformada de Radon, de forma matemática e gráfica, com o auxílio da apresentação do Sinograma. O capítulo, então, generaliza a transformada de Radon para o espaço  $K$ , com a apresentação do Teorema dos cortes de Fourier. O método clássico de Reconstrução de imagens de Tomografia Computadorizada também é mostrado no capítulo 2. Por fim, os conceitos básicos acerca de *Compressive Sensing* com o uso de Pré-Filtragem para imageamento por Tomografia Computadorizada são abordados.

Aspectos relacionados à implementação das técnicas utilizadas para a reconstrução de imagens provenientes de bancos de imagens reais de Tomografia Computadorizada são descritos no Capítulo 3. Em linhas gerais, apresenta-se as etapas de reconstrução das imagens. Para isto, os bancos de imagens são apresentados, onde o número de imagens, características dos pacientes e quantidade de imagens utilizadas são referidos. Na Seção 3.2, os métodos implementados – extração de medidas, pré-filtragem, reconstrução e composição da imagem – são retratados de forma mais específica. Além disso, as ferramentas e cálculos utilizados para a avaliação de desempenho do método são indicados.

Os resultados são discutidos e comparados no Capítulo 4, onde evidencia-se a Relação Sinal-Ruído de cada imagem para o caso de estudo, contrastado com o uso da Retro-projeção Filtrada e de *Compressive Sensing* com Pré-Filtragem, porém com as medidas diretamente no domínio de Fourier, utilizado como padrão de comparação. As imagens reconstruídas também são apresentadas, bem como uma comparação gráfica entre os SNRs de uma imagem.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E ESTADO DA ARTE

Esse capítulo aborda os aspectos de estudo utilizados para a reconstrução de imagens provenientes do método de imageamento por Tomografia Computadorizada, bem como informações históricas acerca da técnica, aspectos matemáticos, gráficos e físicos ressaltando-se a aquisição de dados. Finalmente, a teoria de *Compressive Sensing* e Pré-Filtragem são inseridas em um cenário no qual apresenta-se a possibilidade de reconstrução de sinais, sobretudo de imagens, com medidas reduzidas vindas do equipamento de Tomografia.

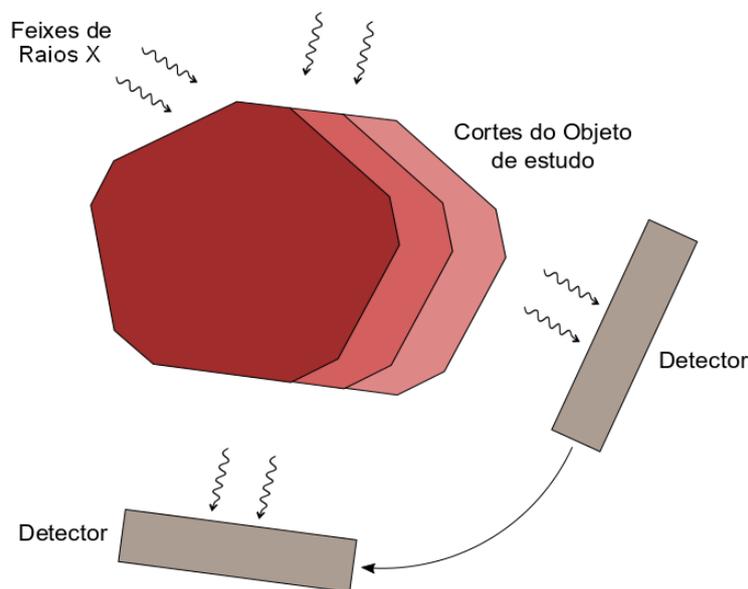
### 2.1 Tomografia Computadorizada por Raios X

A expressão “Tomografia” vem da palavra grega “tomos”, a qual representa “seção”. Em 1895, a radiação eletromagnética com comprimento de onda na faixa conhecida como “Raios X” e suas propriedades foram descobertas por *Wilhelm Roentgen*. Desde então, utiliza-se os Raios X para a produção de imagens humanas, voltadas para a medicina diagnóstica. Com isso, pôde-se determinar a densidade total de um objeto no decorrer da trajetória dos Raios X. A densidade total é chamada de “Projeções de Raios X”.

Durante o começo do século vinte, havia o conhecimento de que o uso da “Tomografia Clássica” poderia culminar na construção de uma visualização de seções bidimensionais do corpo [1]. Até então, já utilizava-se termos como “Radiografia de seções do corpo”. Em 1937, William Watson desenvolveu uma técnica gráfica para a aquisição de imagens por cortes axiais [14]. No entanto, os Raios X transmitidos produziam imagens nítidas do corte desejado, enquanto os tecidos ao redor eram apresentados de forma pouco detalhada e com pouca clareza para ser considerado útil em diagnósticos médicos. Esse método não utilizava a transformada de Radon [1] e [14].

As primeiras implementações da Tomografia Computadorizada foram desenvolvidas por Korenblyum, Tetelbaum e Tyutin em 1958. A reconstrução foi baseada em um método de inversão de um fundamento analítico conhecido como transformada de Radon. Sua representação, conhecida como “Sinograma” foi capturada em um filme e processado

por um computador analógico [1]. Então, imagens de seções do corpo humano poderiam ser reconstruídas utilizando-se um número alto de projeções de Raios X oriundas de diferentes posições, como é mostrado na imagem 2.1 [14]. Em 1963, Allan Cormack desenvolveu uma solução matemática para a inversão da transformada de Radon, de forma que isso culminou na reconstrução de um corte de um objeto de formato irregular. A aplicação de técnicas de reconstrução utilizando Tomografia Computadorizada no imageamento médico ocorreu em 1972, após Godfrey Hounsfield projetar o primeiro *CT Scanner* disponível para a comercialização, tendo iniciado sua pesquisa em 1967 [1]. Apesar dos diversos termos usados para descrever a técnica, a expressão “Tomografia Computadorizada” foi estabelecida pela Sociedade Norte Americana de Radiologia e aceita pelo *American Journal of Roentgenology* [14].



**Figura 2.1.** Projeções provenientes de diferentes direções, com a emissão de radiação em cada seção do objeto o qual sua imagem será reconstruída.

Na tomografia, os Raios X interceptam o corpo do paciente e são absorvidos de diferentes formas por diferentes tecidos. Para a aquisição de dados, após a transmissão de medidas de Raios X através do paciente, sensores detectam esses valores de atenuação. Um número suficiente de medidas é usado para a reconstrução da imagem. Esses componentes são apresentados no domínio de Radon. No método convencional, a informação é coletada através de diferentes geometrias de feixe para varrer o paciente. O tubo de Raios X rotaciona em volta do objeto e coleta os dados da primeira seção. O paciente é movido para uma diferente posição para que o próximo corte seja adquirido. A radiação resul-

tante do corpo é medida pelos detectores por várias posições. Os valores de transmissão relativa, ou valores de atenuação, podem ser calculados da forma:

$$T = \log \frac{(I_0)}{(I)}, \quad (2.1)$$

onde  $T$  é a transmissão relativa,  $I_0$  é a intensidade de Raios X na origem e  $I$  a intensidade de Raios X no detector [14]. Para a reconstrução da imagem, um número alto de medidas é suficiente. Em geral, vistas na ordem de  $10^3$  são obtidas. Como pontuado por [15], o número total de medidas de transmissão = número de vistas  $\times$  número de raios em cada vista. Então, um algoritmo de reconstrução chamado "retroprojeção filtrada" é desempenhado. As imagens reconstruídas podem ser manipuladas de acordo com o tipo de análise pretendida. Imagens de corte axial podem ser reformatadas em imagens de cortes coronal, sagital e paraxial. Além disso, o aprimoramento de bordas, manipulação da escala de cinza, são exemplos de modificações que podem ser feitas na imagem. O protocolo padrão para realizar-se comunicação é o DICOM, estabelecido por: *American College of Radiology* e *National Electrical Manufacturers Association*. [14]

## 2.2 CT Scanner

O tubo de Raios X e os detectores se encontram interiores ao pórtico da máquina de Tomografia, os quais rotacionam ao redor do paciente durante a varredura. Os detectores convertem os fótons de Raios X em sinais elétricos, os quais são convertidos em dados digitais. Então, inicia-se o processo de reconstrução da imagem. Uma emissão de Raios X pode ser considerada uma coleção de fótons energéticos se movendo ao longo de uma linha reta. Ao atravessar um tecido, alguns fótons podem ser dispersos ou absorvidos. Tecidos mais densos tendem a dispersar ou absorver mais Raios X que os tecidos menos densos. [1]

A atenuação é dependente de vários aspectos, tais como: a densidade do tecido, a energia de radiação, a quantidade de elétrons por grama e o número atômico dos diversos materiais. Além disso, os feixes de Raios X podem ser homogêneos, onde todos os fótons possuem a mesma energia, e heterogêneos, nos quais os fótons possuem diferentes energias. Os feixes homogêneos satisfazem os requisitos para a lei de Lambert-Beer, que descreve o comportamento dos fótons durante sua travessia ao longo dos tecidos. [14] Com isso, pode-se estimar a densidade de um tecido interceptado. Isso é feito determinando-se o número de fótons contados pelo sensor receptor. Após isso, compara-se esse resultado com a quantidade de fótons oriundas da fonte de Raios X. [1]

De acordo com a lei de Lambert-Beer, o coeficiente de atenuação é constante para materiais homogêneos, para um feixe de Raios X monoenergético. A atenuação possui relação exponencial com a distância cruzada. Então, se um feixe de Raios X percorre um material  $M$  homogêneo ao longo de uma reta  $L$ , parametrizada pela distância  $s$ , a intensidade do feixe a uma distância  $D$  da origem é dada pelo axioma:

$$N(s) = e^{-\mu s}. \quad (2.2)$$

Derivando-se:

$$\frac{dN}{ds} = -\mu N. \quad (2.3)$$

A constante  $\mu$ , em cada ponto, é uma propriedade do material. O coeficiente linear de atenuação é uma função  $\mu = \mu(x, y)$  e seu valor é o coeficiente de atenuação do material localizado no ponto  $(x, y)$ .

Então, dada uma linha  $L$  transversa ao objeto desconhecido, os Raios X são gerados em certo ponto dessa linha, exterior ao objeto. Se  $N_0$  é o número de fótons emitidos pela fonte de Raios X e  $N_1$  o número de fótons remanescentes após a travessia ao longo de  $L$ , contados por um detector,

$$\int_L \mu(s) ds = \int_{N_0}^{N_1} -\frac{1}{N} dN = \ln\left(\frac{N_0}{N_1}\right). \quad (2.4)$$

De forma simplificada, a fração de fótons sobreviventes é tal que,

$$\mu D, \quad (2.5)$$

onde  $\mu$  é o coeficiente de atenuação do material e  $D$  é a distância do material pela qual os fótons percorrem. Estabelece-se que a distância  $d$  é um pequeno segmento de  $D$ . A partir da lei de Lambert-Beer, os fótons que saem do primeiro segmento de  $d$  vão conter  $N_0(1 - \mu d)$ . Se  $g \approx \frac{1}{e} \approx 0.3679$ ,  $1 - \mu d \approx g^{\mu d}$ . Então os fótons resultantes do número inicial  $N_0$  serão:

$$N_0(1 - \mu d) \approx N_0 g^{\mu d}, \quad (2.6)$$

ao longo do segmento  $d$ . O segundo segmento de comprimento  $d$  será uma fração de  $(1 - \mu d)$  de  $N_0 g^{\mu d}$ , tal que:

$$(1 - \mu d)(N_0 g^{\mu d}) \approx N_0 g^{\mu d} g^{\mu d} = N_0 g^{2\mu d}. \quad (2.7)$$

Analogamente, tem-se que  $N_0 g^{n\mu d}$  se mantêm nos  $n$  últimos segmentos de comprimento  $d$ . O  $n$ -ésimo segmento  $d$  tem como resultado  $N_1$ , o número de fótons remanescentes do

segmento  $D$ , o qual é definido como:

$$N_1 = N_0 g^{(\frac{D}{a})\mu d} = N_0 g^{D\mu}. \quad (2.8)$$

Então, se  $g^{D\mu} = \frac{N_1}{N_0}$ ,

$$D\mu = \log_g\left(\frac{N_1}{N_0}\right). \quad (2.9)$$

Com isso, a densidade total é:

$$\log_g\left(\frac{N_1}{N_0}\right). \quad (2.10)$$

Contudo, os feixes de Raios X utilizados na Tomografia Computadorizada se referem a fótons em diferentes níveis de energia que não são monocromáticos (homogêneos) como é assumido anteriormente. Então, o coeficiente de atenuação é uma função  $\mu = \mu(x, E_0)$ . Os fótons menos energéticos tendem a ser absorvidos ou dispersados antes, enquanto a composição do feixe de Raios X resultante é constituída de fótons mais energéticos. Por isso, estima-se  $\ln\left(\frac{N_0}{N_1}\right)$  em um certo nível de energia  $E_0$  baseando-se no número de fótons iniciais e o número de fótons resultantes. [1]

## 2.3 Transformada de Radon

Em 1917, Johann Radon provou que é possível reconstruir uma imagem oriunda de um objeto bidimensional ou tridimensional a partir de um número alto de projeções de diversas direções. Estima-se, dessa forma, as integrais de linhas a partir de um número finito de projeções, provenientes de regiões definidas. [14] Logo, a Tomografia é um processo de reconstrução de uma função desconhecida, por meio de sua transformada de Radon.

A transformada de Radon é utilizada para descrever a coleção de projeções de Raios X de um objeto ao longo de todas as linhas possíveis. A transformação de um objeto ou de uma função é definida pelas projeções de Raios X ao longo de todas as linhas possíveis em um plano. Cada linha possui uma direção específica e cada direção específica possui um ângulo específico. A transformada de Radon é uma função de duas variáveis. Para uma direção específica  $\theta$ , tem-se:

$$R_\theta f(s) = Rf(\theta, s). \quad (2.11)$$

Essa função define a projeção de Raios X de  $f$  na direção ortogonal a  $\theta$ , ao longo de uma linha localizada  $s$  unidades da origem. A visualização gráfica da transformada de Radon é chamada de Sinograma, que será mais detalhado na Seção 2.4.

A transformada de Radon é a densidade total  $f$  por toda extensão de uma linha  $L$ , a qual pode ser representada por uma integral da forma:

$$\int_L f(x)dx. \quad (2.12)$$

Uma linha em um plano é o local de pontos descritos pela equação linear  $a_1x_1 + a_2x_2 = s$ . O espaço euclidiano  $\mathbb{R}^2$  consiste em todos os pontos  $x(x_1, x_2)$ , nos quais  $x_1$  e  $x_2$  são números reais. O produto interno em  $\mathbb{R}^2$  é indicado por  $\langle a, x \rangle = a_1x_1 + a_2x_2$  para quaisquer dois pontos  $a, x, \in \mathbb{R}^2$ . Então,  $\langle a, x \rangle = s$ , que culmina em uma linha ortogonal ao vetor  $a = (a_1, a_2)$ , onde  $a$  é um vetor unitário. Nesse caso,

$$\langle \theta, x \rangle = s. \quad (2.13)$$

Isso determina a linha ortogonal ao vetor  $\theta$ , a uma distância  $c$  da origem da esfera unitária  $S^1$ . Assim, especificando-se um vetor unitário  $\theta$  e um número real  $s$ , indica-se uma linha no plano. Para  $\mathbb{R}^n$ ,  $\theta \in S^{n-1}$ , onde  $\theta$  é um vetor unitário e  $x \in \mathbb{R}^n$  é o conjunto de pontos que formam um hiperplano em  $\mathbb{R}^n$ .

Considera-se um subconjunto  $H$  de  $\mathbb{R}^n$  angulado a um vetor  $\theta$  disposto a uma distância  $s$  da origem se e somente se  $H = \theta^\perp + s\theta$ . Se  $H$  é o hiperplano  $\langle \theta, x \rangle = s$  e se  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{n-1}, \theta$  é uma base ortonormal de  $\mathbb{R}^n$ , então:

$$H = \{x_1\theta_1 + x_2\theta_2 + \dots + x_{n-1}\theta_{n-1} + s\theta : x_1, \dots, x_{n-1} \in \mathbb{R}\}. \quad (2.14)$$

Dado um hiperplano  $H$  definido por  $\langle \theta, x \rangle = s$  e uma função  $f$  definida em  $\mathbb{R}^n$ ,  $\{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{n-1}\}$  é uma base ortonormal de  $\theta^\perp$ .  $x' = (x_1, \dots, x_{n-1}) \in \mathbb{R}^{n-1}$  e a integral do hiperplano de  $f$  em  $H$  é:

$$\int_{\langle \theta, x \rangle = s} f(x)dx = \int_{x' \in \mathbb{R}^{n-1}} f(x_1\theta_1 + x_2\theta_2 + \dots + x_{n-1}\theta_{n-1} + s\theta)dx'. \quad (2.15)$$

A transformada de Radon  $R$  definida em  $L^1(\mathbb{R}^n)$  pela qual para qualquer função  $f$  em  $\mathbb{R}^n$  é integrável,  $Rf$  é definida por  $\theta \in S^{n-1}$  e  $s \in \mathbb{R}$ , de forma que:

$$Rf(\theta, s) = \int_{\langle \theta, x \rangle = s} f(x)dx. \quad (2.16)$$

Para um  $\theta \in S^{n-1}$  fixo, a projeção de Radon, ortogonal a  $\theta$ ,  $R_\theta f$ , é definida por

$$R_\theta f = Rf(\theta, s). \quad (2.17)$$

Se  $f$  é uma função integrável em  $\mathbb{R}^n$  e se  $\theta \in S^{n-1}$  é uma direção fixa, então  $R_\theta f(s)$  é definida por quase todo  $s$  em  $\mathbb{R}$ . A transformada de Radon é obtida através dos Raios X ao longo da função.

Se  $g : S^{n-1} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ , a Retroprojeção de  $g$  é a função  $R^\#g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{C}$ , definida por

$$R^\#g(x) = \int_{S^{n-1}} g(\theta, \langle x, \theta \rangle) d\theta. \quad (2.18)$$

$R^\#$  é chamado de adjunto formal da transformada de Radon. Então, se  $f$  é uma função mensurável de Lebesgue não negativa em  $\mathbb{R}^n$ ,

$$R^\#Rf = T * f, \quad (2.19)$$

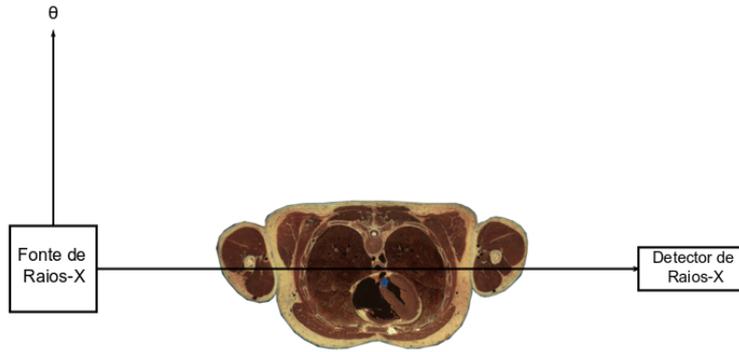
onde  $T$  é

$$T(x) = |S^{n-2}| \frac{1}{|x|}, \quad (2.20)$$

e  $|S^{n-2}|$  é a medida de dimensão  $n - 2$  da esfera unitária. [1]

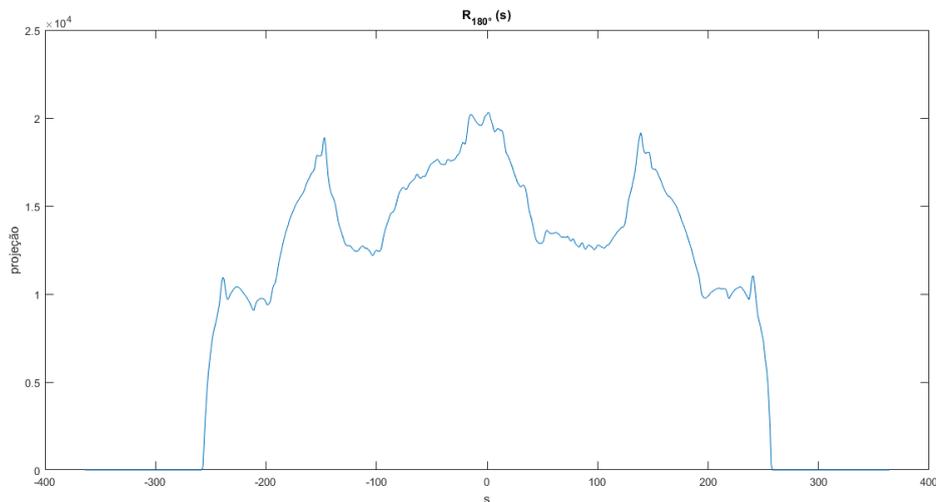
## 2.4 Sinograma

No sinograma é apresentada a densidade da função de duas variáveis  $Rf(\theta, s)$ , a qual é representada por uma escala de cinza. Essa função é a transformada de Radon. A figura 2.2 apresenta a direção  $\theta$  a partir do movimento do conjunto fonte-detector. Essa direção é perpendicular ao feixe de radiação. Então, existe uma linha no plano que é perpendicular a  $\theta$  e está a uma distância  $s$  da origem. Se a linha for movida paralelamente a ela mesma, sua distância  $s$  até a origem muda, enquanto o ângulo continua o mesmo. Em contraposto, se  $\theta$  varia de  $0^\circ$  a  $180^\circ$  pode-se obter as projeções de Raios X em todas as direções. Então, tem-se a transformada de Radon do objeto.



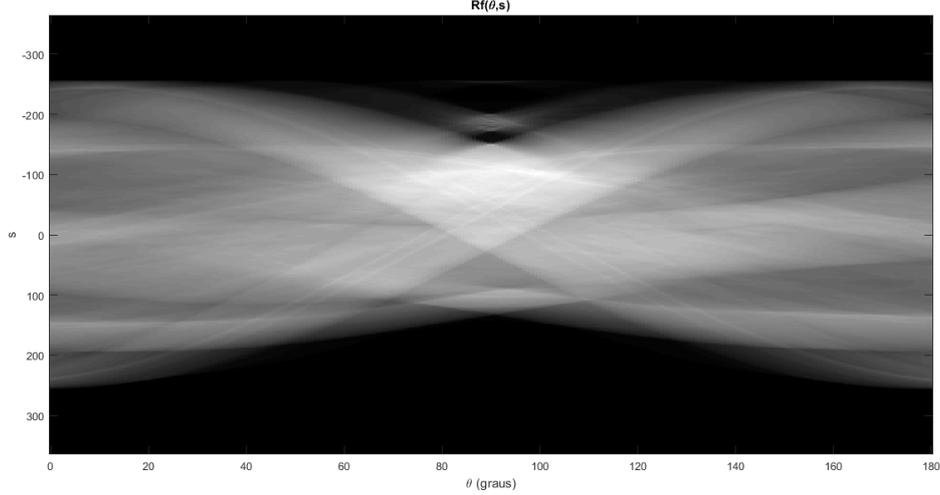
**Figura 2.2.** Diagrama conceitual do *CT Scanner*, com uma imagem de corte axial oriunda do banco [16].

Então, se  $Rf(\theta, s)$  representa a transformada de Radon, para um ângulo fixo  $\theta$ , define-se  $Rf_{\theta}(s)$ , que é descrito como a projeção de Raios X de  $f$  ao longo de uma linha perpendicular a  $\theta$ . Se  $\theta = 180$ , todas as linhas serão verticais, de forma que sua intersecção com o corpo é graficamente representada pelo gráfico 2.3.



**Figura 2.3.** Gráfico da projeção de Raios X do corte da figura 2.2 para  $\theta = 180^\circ$ .

A representação anterior apresenta o gráfico de  $R_{\theta}f$  com  $\theta=180^\circ$ , para cada distância  $s$ . A figura 2.4 mostra a visualização da transformada de Radon completa do corte, a partir de 230 ângulos, através do sinograma.



**Figura 2.4.** Gráfico do Sinograma do corte da figura 2.2 para 230 valores de  $\theta$  de  $0^\circ$  a  $180^\circ$ .

A partir do sinograma, pode-se visualizar os valores de cinza que numericamente correspondem a  $Rf(\theta, s)$  em cada direção  $\theta$ , para cada distância  $s$  da origem.

## 2.5 Teorema dos Cortes de Fourier

A transformada de Fourier é tal que

$$(\mathcal{F}f) = (2\pi)^{-\frac{n}{2}} \int_{\mathbb{R}^n} f(x) e^{-i\langle x, y \rangle} dx, \quad (2.21)$$

se  $f$  é uma função integrável em  $\mathbb{R}^n$ , onde  $\mathcal{F}f$  é a transformada de Fourier de  $f$ . Como consequência do Teorema de Fubini, que implica na decomposição de  $\mathbb{R}^n$  em hiperplanos:

$$\mathcal{F}f(s\theta) = (2\pi)^{-\frac{n}{2}} \int_{\mathbb{R}} \left[ \int_{\langle \theta, x \rangle = p} f(x) e^{-i\langle x, s\theta \rangle} dx \right] dp. \quad (2.22)$$

Contudo, se  $x$  é um hiperplano  $\langle \theta, x \rangle = p$ , então  $\langle x, s\theta \rangle = s\langle x, \theta \rangle = sp$ . O termo exponencial é constante na integral interior, então

$$\mathcal{F}_n f(s\theta) = (2\pi)^{-\frac{n}{2}} \int_{\mathbb{R}} \left[ \int_{\langle \theta, x \rangle = p} f(x) dx \right] e^{-isp} dp. \quad (2.23)$$

A integral interior é a transformada de Radon da função  $f$  no hiperplano  $\langle \theta, x \rangle$ . Por isso,

$$\mathcal{F}_n f(s\theta) = (2\pi)^{-\frac{n}{2}} \int_{\mathbb{R}} R_\theta f(p) e^{-isp} dp. \quad (2.24)$$

Por fim, se  $f$  é integrável em  $\mathbb{R}^n$  e  $\theta$  é um vetor unitário, então

$$\mathcal{F}_1 R_\theta f(s) = (2\pi)^{\frac{n-1}{2}} \mathcal{F}_n f(s\theta). \quad (2.25)$$

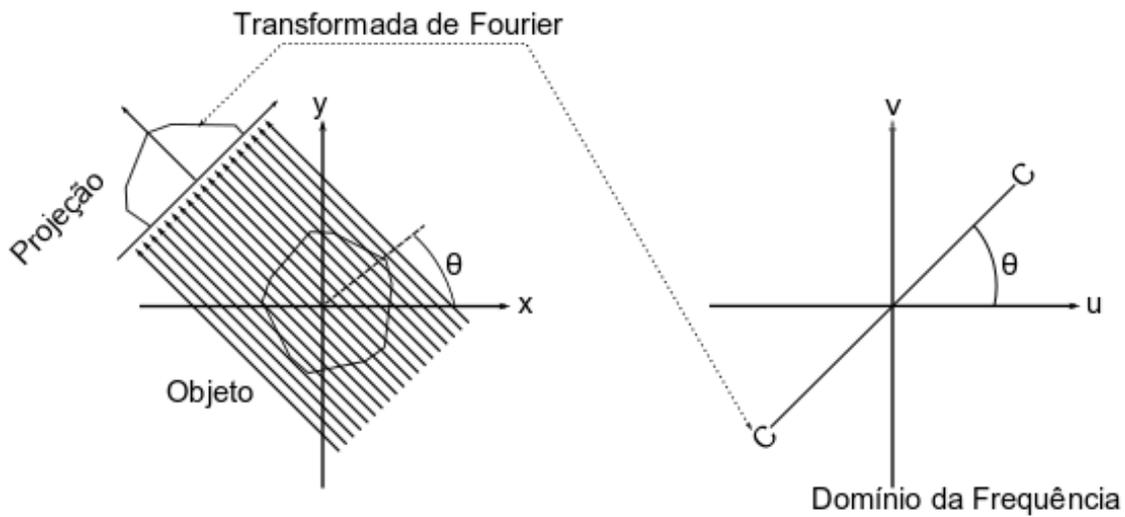
Isso implica que a transformada de Fourier da projeção no domínio de Radon ortogonal a  $\theta$  acarreta na transformada de Fourier de  $f$  restrita à fração do  $\mathbb{R}^n$  no decorrer da direção  $\theta$ .

Para o domínio bidimensional,

$$\mathcal{F}_1 R_\theta f(s) = (2\pi) \mathcal{F}_2 f(s\theta). \quad (2.26)$$

Ou seja, o Teorema dos cortes do Fourier enuncia que o a transformada de Fourier de  $R_\theta f(s)$  é igual a transformada de Fourier bidimensional de  $f$  quando avaliada na frequência bidimensional ao longo da linha angulada de  $\theta$  em relação ao eixo horizontal das frequências.

A propriedade da singularidade da Transformada de Fourier implica que se  $\mathcal{F}f = 0$ , então  $f = 0$ . Isso implica que a transformada de Fourier de uma projeção paralela de uma imagem  $f(x, y)$  na direção  $\theta$  é igual a uma seção da transformada bidimensional de Fourier  $F(u, v)$  ao longo da linha CC, processo demonstrado na figura 2.5, a um ângulo  $\theta$  do eixo  $u$  da imagem original. Então, a partir da aquisição das projeções, é possível estimar o objeto pela transformada inversa de Fourier. [17]



**Figura 2.5.** Representação gráfica do Teorema dos Cortes de Fourier, baseado em [17].

## 2.6 Retroprojeção Filtrada

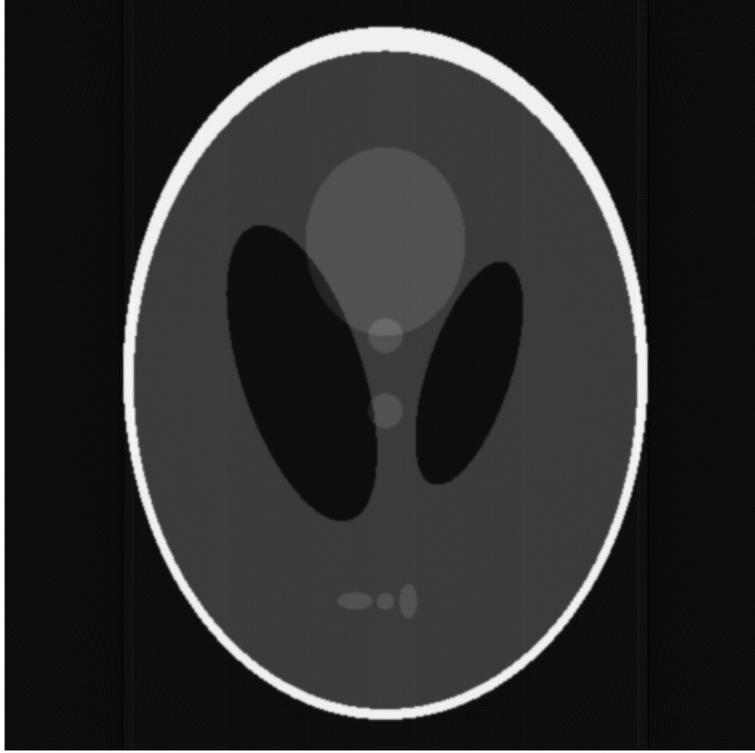
A aquisição de dados se dá pelo conjunto de medidas da transmissão de Raios X oriundos do paciente. Os valores medidos pelos sensores são os valores de atenuação. Após isso, as medidas são processadas por um computador. Ele utiliza técnicas matemáticas para reconstruir a imagem. [14]

A Retroprojeção é uma operação na qual visualiza-se um objeto, partindo-se das representações gráficas de cada projeção de Raios X  $R_{\theta}f$  de um objeto  $f$ , adquirida ao longo de uma linha ortogonal a direção  $\theta$ . Na Retroprojeção, os valores da função são visualizados em uma escala de cinza, na qual 1 representa a cor preta e 0 a cor branca. Assim, tem-se a contribuição de todas as Retroprojeções provenientes de diversas direções. A quantidade de direções utilizadas é diretamente proporcional à aparência do objeto de original. O resultado da Retroprojeção é uma função  $R'g$ , a qual representa um objeto em um plano e é uma função de duas variáveis,  $x$  e  $y$ . No entanto, a uso da Retroprojeção não culmina em uma boa reconstrução, como mostra a Figura 2.6.



**Figura 2.6.** Fantoma de tamanho 513x513 reconstruído a partir de 500 ângulos utilizando Retroprojeção.

Então, existem ruídos, ou artefatos, intrínsecos ao processo de reconstrução da imagem. No caso da tomografia, o ruído é proveniente do processo de Retroprojeção. Por isso, cada projeção de Raios X é filtrada antes do cálculo da retroprojeção. Então, quando a Retroprojeção é aplicada, o ruído é parcialmente eliminado, como pode ser visto na Figura 2.7. Além disso, em alguns momentos é necessário aprimorar a imagem com contraste, para que tecidos os quais possuem uma pequena diferença de densidade possam ser vistos a olho nu.



**Figura 2.7.** Fantoma de tamanho 513x513 reconstruído a partir de 500 ângulos utilizando Retroprojeção Filtrada.

O sinograma do objeto  $f$  é conhecido, por ser a informação coletada em todas as direções, através das projeções de Raios X. Essa é informação é a transformada de Radon de  $f$ .

Considerando-se que  $f$  é uma função integrável em  $\mathbb{R}^n$  e  $w$  uma função mensurável e limitada no cilindro  $S^{n-1} \times \mathbb{R}$ :

$$R'(w) * f = R'(w * Rf) \quad (2.27)$$

Definindo-se uma família de filtros  $A$  como  $R'(w)$ , e  $w$  como o *kernel* de reconstrução, pode-se obter uma identidade aproximada na qual  $A * f$  aproxima a função  $f$ . Com isso, a Equação 2.25 pode ser reescrita como:

$$A * f = R'(w * Rf) \quad (2.28)$$

Com  $Rf$  e  $w$  conhecidos. As duas famílias de *Kernels* de uso comum são: *Ramachandran-Lakshminarayanan Kernel*,  $w_{LR}$  e *Shepp-Logan Kernel*,  $W_{SL}$ . Essas famílias levam a uma aproximação da inversa da Transformada de Radon. Além disso, esses kernels foram pro-

jetados para a obtenção de uma melhor reconstrução, quando comparados com o filtro passa-baixas ideal. [1]

## 2.7 Compressive Sensing

*Compressive Sensing* (CS) é uma técnica de aquisição de sinais na qual a taxa de amostragem pode ser menor que a taxa de Nyquist, sob a condição de que alguns parâmetros específicos sejam contemplados. Dessa forma, a qualidade do sinal reconstruído é preservada. Mediante esse método, o número de medidas suficientes para a composição da informação é reduzido. Para tanto, o sinal deve assumir uma representação esparsa em um domínio transformado conhecido. Os dados adquiridos são lineares. [18].

Considera-se um sinal  $N$ -dimensional  $x$ , o qual possui projeções em funções de base em um domínio esparsa  $\hat{x}$  em sua maioria iguais a zero. Os  $n < N$  coeficientes da transformada  $\hat{x}$  são não nulos, onde  $T$  representa a matriz de transformação. Logo,

$$\hat{x} = Tx. \quad (2.29)$$

Ademais, se  $M_{m \times N}$  é uma matriz aleatória de distribuição normal, as medidas lineares são definidas por:

$$b = Mx. \quad (2.30)$$

Assim, as  $N$  componentes de  $x$  podem ser determinadas. Isso ocorre por meio de  $m$  medidas. As amostras utilizadas para a reconstrução do sinal são aproximadas pela obtenção do vetor  $\hat{x}$  mais esparsa que possui uma transformada inversa  $T^{-1}$ , constituindo-se, assim, as medidas apresentadas. Então, o resultado de um problema de minimização da  $L_p$  de  $\hat{x}$  é aproximado, em que  $0 \leq p \leq 1$ :

$$\min_{\hat{x}} \frac{1}{2} \|\hat{x}\|_p^p, \quad \text{s.a } \mathbf{A}\hat{x} = \mathbf{b}. \quad (2.31)$$

Quanto mais próximo  $p$  é de 0, menor será a quantidade de medidas  $m$  exigidas para se efetuar a reconstrução do sinal. Se  $p = 0$ , o problema de otimização torna-se um problema de complexidade de ordem combinatorial. Por isso, pode-se utilizar  $p = 1$ , obtendo-se, dessa forma, uma solução aproximada, de modo que a equação pode ser reescrita na forma:

$$\min_{\hat{x}} \frac{1}{2} \|\hat{x}\|_1, \quad \text{s.a } \mathbf{A}\hat{x} = \mathbf{b}, \quad (2.32)$$

onde  $A = MT^{-1}$  [19].

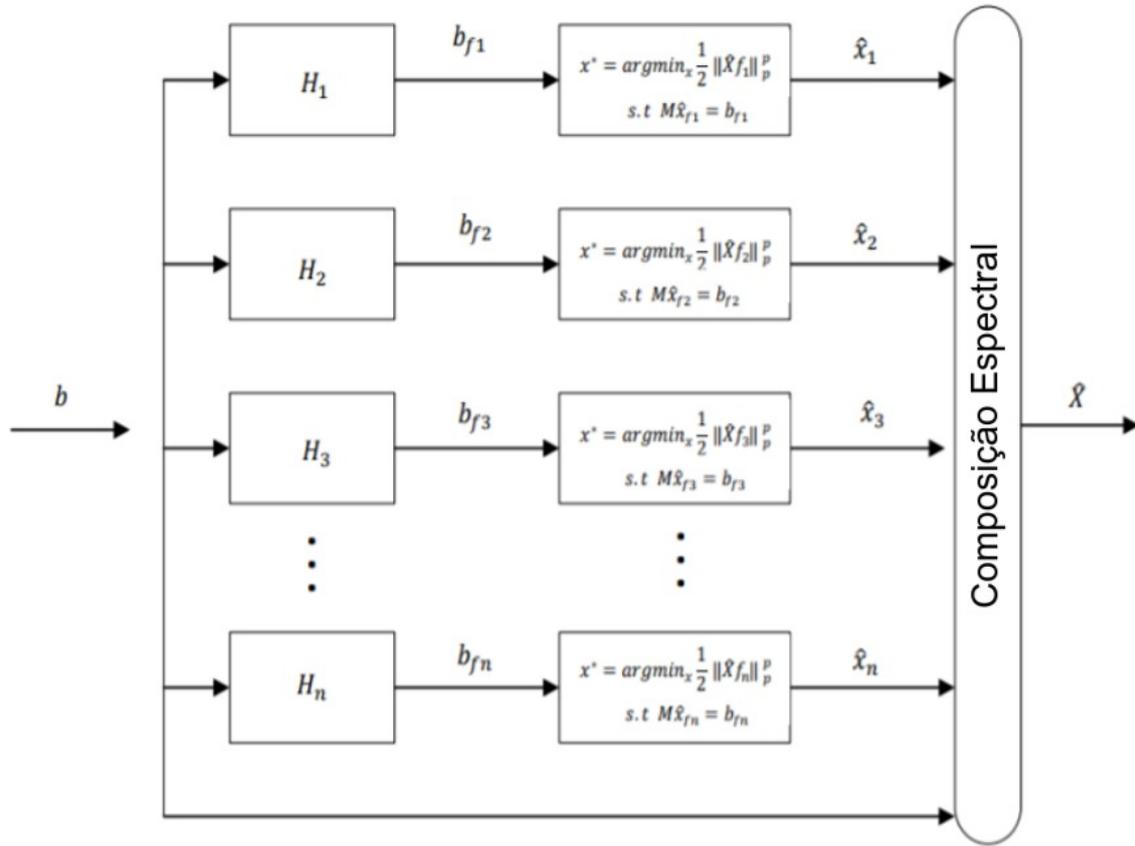
## 2.8 *Compressive Sensing* com pré-filtragem

Como uma alternativa ao uso de uma representação esparsa da imagem em um domínio conhecido, pode-se haver um pré-processamento das amostras no espaço- $k$ , que representa a transformada de Fourier da imagem. Dessa forma, versões filtradas da imagem são reconstruídas e acrescidas da versão não filtrada. Em [20], esse método é utilizado para o caso de imageamento por Ressonância Magnética, aumentando a qualidade da imagem em termos de análise da Relação Sinal-Ruído. Então, as medidas correspondentes a versões filtradas da imagem são calculadas anteriormente ao uso da técnica de *Compressive Sensing*. Assim, obtém-se a imagem a partir das informações espectrais fornecidas pelas versões filtradas. Os filtros bidimensionais  $h$ , também chamados de *kernels*, são formados pelo produto externo entre dois filtros  $1D$ . Considerando-se que a transformada de Fourier de  $h$  é  $H$  e que  $H$  possui número de *pixels* semelhante à imagem original. Além disso,  $b$  é o vetor de medidas da imagem no espaço  $k$ . As versões filtradas das medidas são tais que:

$$b_f = H_k \circ b \tag{2.33}$$

Em outras palavras,  $b_f$  corresponde ao produto de *Hadamard* entre  $H$  e  $b$  [20].

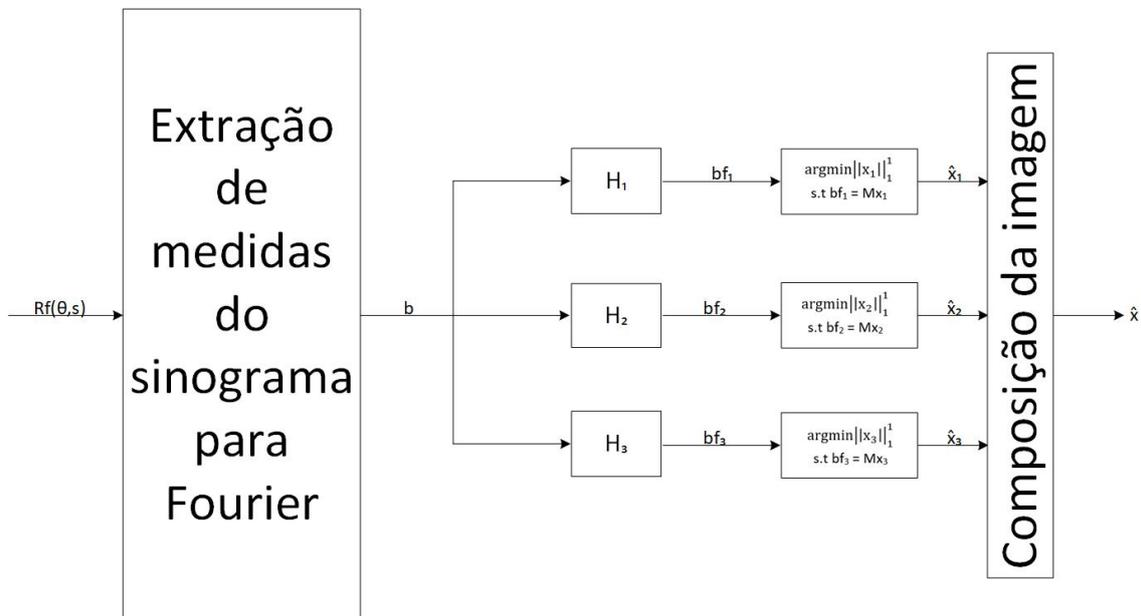
Então, o seguinte diagrama 2.8 mostra o processo de reconstrução da imagem, onde o vetor de medidas  $b$  é filtrado, as três versões filtradas são utilizadas como entrada de um algoritmo de reconstrução baseado em *Compressive Sensing* e por fim, as três versões reconstruídas da imagem passam por uma composição espectral e, em adição ao vetor  $b$  inicial, como resultado, tem-se a imagem final:



**Figura 2.8.** Diagrama de reconstrução do sinal usando *Compressive Sensing* com Pré-filtragem baseado em [20].

### 3 METODOLOGIA

O algoritmo de reconstrução foi implementado em quatro etapas, conforme apresentado pelo fluxograma. Foram utilizados três bancos distintos de imagens reais de Tomografia Computadorizada, descritos na Seção 3.1.



**Figura 3.1.** Fluxograma com as etapas de implementação: Extração de Medidas, Estrutura dos bancos de filtros proposta em [20] e Otimização por *Compressive Sensing*.

As imagens reais de Tomografia foram reconstruídas por meio de seu Sinograma. Para tanto, utilizou-se o Teorema dos Cortes de Fourier como fundamento para a implementação do método. As amostras no domínio de Radon foram adequadas para o domínio de Fourier. O processo de pré-filtragem foi então desempenhado, aplicado às medidas obtidas. Assim, as diferentes versões da imagem foram reconstruídas empregando-se CS.

## 3.1 Bancos de imagens

Para a validação prática do método de reconstrução, utilizou-se três bancos de imagens reais de tomografia, descritos nas seguintes subseções. Ao todo, o método foi empregado com o auxílio de 20 imagens reais de Tomografia Computadorizada.

### 3.1.1 NLM Visible Human Project

É um banco de domínio público que possui imagens de seções transversais adquiridas por meio de um cadáver masculino e um cadáver feminino. O conjunto de dados provêm de imageamento por Tomografia Computadorizada, Ressonância Magnética e imagens anatômicas. Para o caso de CT, as imagens de cortes axiais foram produzidas em um intervalo de 1mm com uma resolução de 512x512. Cada *pixel* foi composto por 12 bits de tons de cinza. O *o Visible Human Male* possui 1871 imagens de cortes para Tomografia Computadorizada, imagens anatômicas e imagens axiais anatômicas com maior resolução. O *Visible Human Female* dispõe de 5189 imagens anatômicas. [16]

### 3.1.2 CQ500

O conjunto de dados possui 193317 imagens de cortes axiais sem contraste disponíveis de forma pública. O banco consiste em 214 *scans* – de pessoas com idade média de 43,40 anos, com 43,92% mulheres – e 277 *scans* de pessoas com em média 51,70 anos, e 30,31% mulheres. [21]

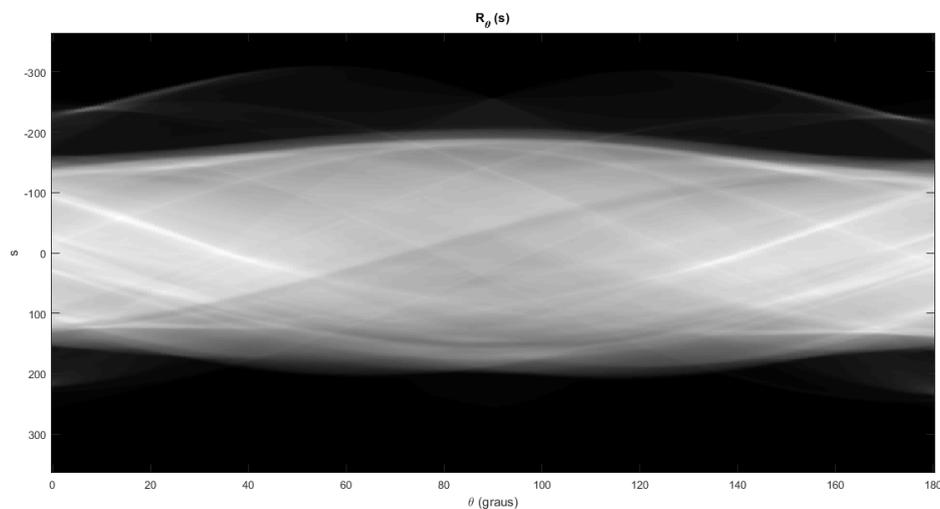
### 3.1.3 Kaggle CT Medical Images

Essa coleção de imagens de Tomografia Computadorizada com o uso de contraste é um subconjunto proveniente de um arquivo de imagens relacionadas a câncer. São 475 séries de 69 pacientes diferentes. [22]

## 3.2 Técnicas propostas para Imageamento com base nos Sinogramas, utilizando-se Pré-Filtragem e *Compressive sensing*

### 3.2.1 Extração de Medidas em frequência

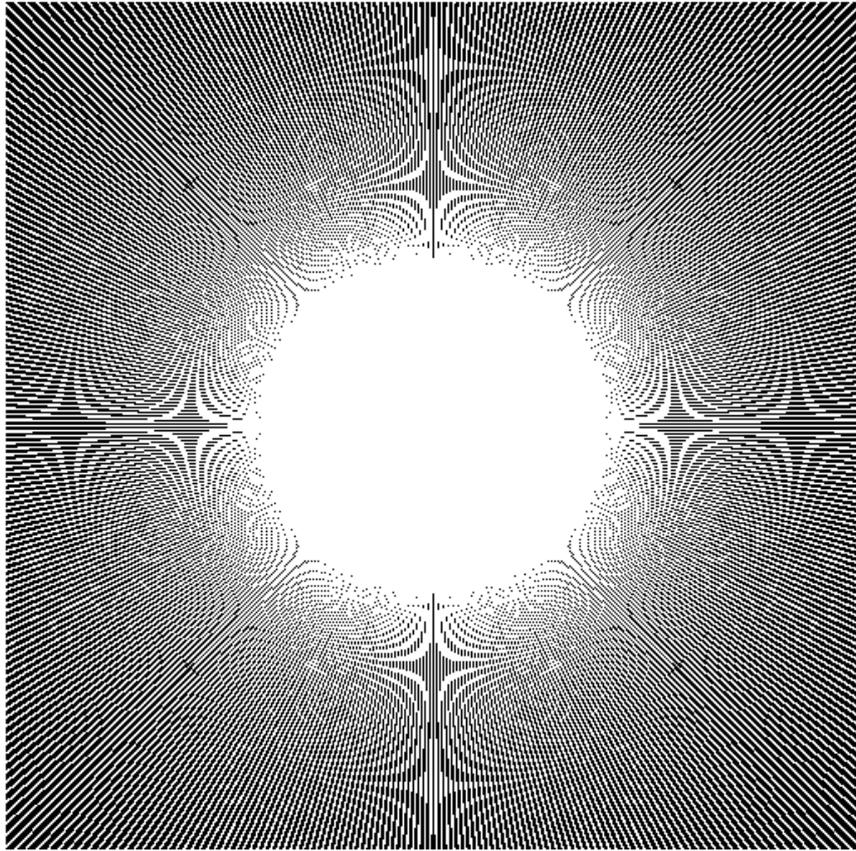
As medidas adquiridas pela máquina de Tomografia são apresentadas no domínio de Radon, ou seja, na forma de um Sinograma. A seguinte imagem apresenta um exemplo de representação de um Sinograma de uma imagem de Tomografia real, proveniente do banco de imagens *CQ500*. [21]



**Figura 3.2.** Sinograma para 230 ângulos, uniformemente espaçados, de 0 a  $\pi$  de uma imagem de corte axial do Banco de Filtros CQ500 [21].

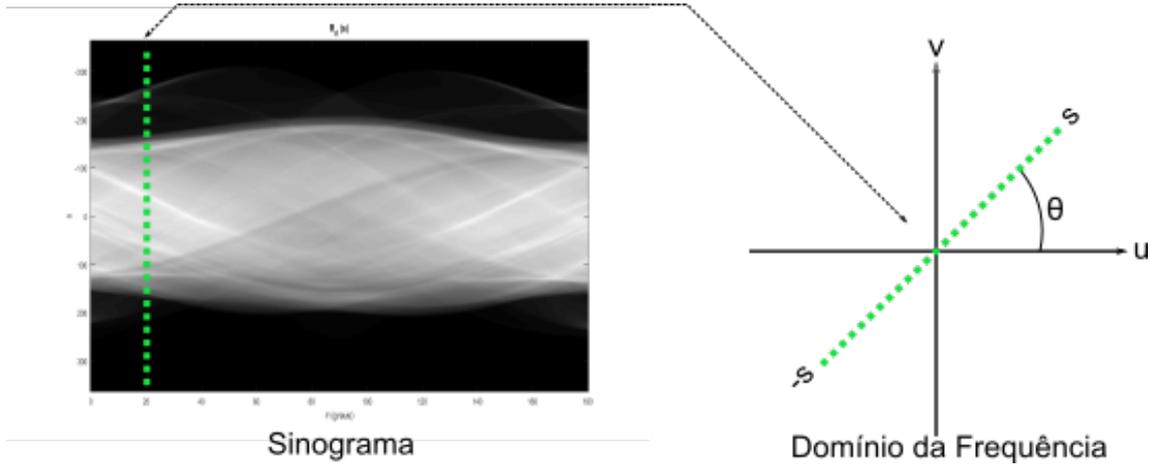
Para a aplicação do método de *Compressive Sensing* com as medidas pré-filtradas no domínio da frequência, é necessário que essas componentes representem linhas radiais no espaço- $k$ . Isso porque, para o uso da pré-filtragem, as medidas devem estar no domínio da frequência. Por isso, a informação apresentada no domínio de Radon foi convertida para o domínio de Fourier. Isso foi feito baseado no Teorema dos Cortes de Fourier. As linhas radiais no espaço- $k$  são compostas por representações espaciais das amostras espectrais da imagem.

Como CS utiliza um processo iterativo de otimização numérica, as transformadas associadas a essas iterações são calculadas diversas vezes. Isso pode levar a um alto custo computacional. Então, as linhas radiais foram representadas em um *grid* cartesiano. Isso permite que a Transformada Rápida de Fourier (FFT) seja usada. A figura 3.3 mostra a representação para 230 linhas radiais.



**Figura 3.3.** Linhas radiais do espaço  $k$  aproximadas em um plano cartesiano para 230 ângulos.

Essa representação é uma máscara a ser aplicada à transformada de Fourier da imagem. Contudo, as medidas derivadas da máquina de Tomografia não estão no domínio de Fourier, mas sim no domínio de Radon no formato de um Sinograma. Por isso, aplica-se o Teorema dos Cortes de Fourier, descrito no capítulo 2. Assim, a partir da transformada de Fourier das projeções em um ângulo  $\theta$  específico do sinograma, aproxima-se as linhas radiais em um *grid* cartesiano representando o espaço- $k$ . A imagem 3.4 demonstra o processo de aquisição de medidas a partir das amostras dos valores de projeções de um sinograma para o domínio da frequência.



**Figura 3.4.** Medidas do Sinograma para o espaço  $k$ .

No entanto, as medidas no *grid* cartesiano não estão estritamente nas posições radiais corretas de frequência bidimensional para dado ângulo, devido à amostragem da linha contínua. Então, os pontos uniformemente distribuídos, que correspondem a amostras da linha contínua, foram interpolados para aproximar os lugares apropriados no *grid* cartesiano. Assim, como abordagem inicial, os valores foram aproximados por seus vizinhos mais próximos, por interpolação linear. Esse resultado foi comparado com a segunda abordagem, que contou com a interpolação *spline* cúbica dos pontos amostrados da linha contínua. Ademais, os vetores de componentes de medidas do Sinograma não possuem a componente 0 no centro do vetor, como é o caso do domínio da frequência. Por isso, desempenhou-se a transformada rápida de Fourier (FFT2) bidimensional com uma correção de fase, para a composição da matriz  $A$  – definida no capítulo 2 –, previamente à Pré-filtragem. Essa correção de fase é necessária, pois no Sinograma o vetor amostrado vai de 1 a uma distância  $s$  e no domínio da frequência, o centro está equidistante de  $\frac{s}{2}$ .

### 3.2.2 Pré-Filtragem

Sabe-se que  $b$  representa as medidas resultantes da extração dos parâmetros provenientes do Sinograma, obtidos pelo *CT Scanner* e então adaptadas para o domínio de Fourier. Para a execução da pré-filtragem das medidas, usou-se filtros  $h_k$  bidimensionais. A escolha do banco de filtros foi baseada no aumento da esparsidade da imagem, de forma que as medidas foram filtradas utilizando-se um banco de filtros de *Haar* bidimensionais, passa-altas na horizontal, vertical e diagonal:

$$h1 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, h2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \text{ e } h3 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

De forma que a transformada de Fourier de cada filtro é representada por  $H_k$ . Os coeficientes filtrados por cada filtro são:  $b_k = H_k \cdot b$ . As medidas filtradas combinadas com as medidas originais permitem a reconstrução da imagem. Portanto, após o processo de pré-filtragem, realiza-se a técnica de otimização pela minimização da  $L_1$ .

### 3.2.3 Reconstrução

Para a resolução da equação 2.32, o algoritmo IRLS (do inglês, *Iteratively Reweighted Least Squares*) foi empregado. Tal abordagem é uma técnica de solução iterativa, usada para a reconstrução de sinais esparsos, a partir de medidas lineares. Para isso, a equação 2.32 é reescrita com o método IRLS:

$$\min_{\hat{\mathbf{x}}} \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N w_k^{p-2} \hat{x}_k^2, \quad \text{s.a. } \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{b}, \quad (3.1)$$

onde o parâmetro de peso  $w_k$  é modificado a cada iteração, da forma:

$$w_k^{(m)} = \hat{x}_k^{(m-1)}, \quad (3.2)$$

onde  $w^{(m)}$  é o valor do vetor de pesos a serem usados na  $m$ -ésima iteração e  $\hat{x}^{(m-1)}$  é a  $(m-1)$ -ésima iteração. O intuito é que o seu valor seja próximo de  $\hat{x}_k$ , de forma que a função 3.1 aproxima:

$$\sum_{k=1}^N |\hat{x}_k|^p. \quad (3.3)$$

Assim,  $\hat{x}^{(m-1)}$  será próximo de  $\hat{x}^{(m)}$ , a partir de uma tolerância igual a  $10^{-8}$  e, dessa forma, compatível com a função original.[19] O sinal pode ser reconstruído a partir de um vetor  $\mathbf{b}$  de medidas lineares suficientes, incrementando-se o  $m$  até a convergência:

$$\min_{\hat{\mathbf{x}}} \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N |w_k^{(m)}|^{p-2} \hat{x}_k^2, \quad \text{s.a. } \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{b}. \quad (3.4)$$

A equação 3.4 corresponde a minimização da  $L_2$ :

$$\hat{x}^{(m)} = Q^{(m)} A^H (A Q^{(m)} A^H)^{-1} b, \quad (3.5)$$

onde

$$Q = \text{diag}(q_1, q_2, q_3, \dots, q_N), \quad (3.6)$$

$$q_k = v_k^{(2-p)}. \quad (3.7)$$

E,

$$v_k = |\hat{x}_k| + \mu. \quad (3.8)$$

As iterações usadas para a reconstrução do sinal esparso requer uma regularização durante a definição de  $Q^{(m)}$ , conseqüente da inversão de matriz. Então, uma constante  $\mu$  é adicionada em  $q_k$ . Então,  $\hat{x}$  é iniciado e atualizado em cada iteração. [19]

A matriz  $A$  em geral possui uma dimensão elevada, o que acarreta em dificuldades de armazenamento. Isso gera uma maior complexidade computacional em termos de operações de matrizes. Por isso, um método indireto de resolução de sistemas de equações foi adicionado à técnica. Com o auxílio do do algoritmo *SYMMLQ*, é possível calcular  $Ax = b$  sem a matriz  $A$  pelo  $\hat{x}$ . [23]

O valor de  $\mu$  é iniciado em 1, de forma que o critério de parada das iterações do método indireto é:

$$\frac{\|\hat{x}^m - \hat{x}^{m-1}\|}{1 + \|\hat{x}^{m-1}\|} \leq \frac{\sqrt{\mu}}{100}, \quad (3.9)$$

enquanto o critério de parada do estágio do IRLS é definido atualizando-se o  $\mu$  – reduzido por um fator de 10 – até que ele alcance um valor específico, que foi testado durante as simulações e estabelecido como  $\mu \leq 10^{-8}$ . [19]

### 3.2.4 Composição espectral da Imagem

A recomposição espectral é performada após a detenção das versões filtradas  $\hat{x}_k$  reconstruídas pelo algoritmo de otimização. Primeiro, gera-se uma imagem de zeros do tamanho da imagem original. Essa imagem vazia é completada com as medidas  $b$  anteriores à pré-filtragem, em suas posições originais. Para a composição do restante da imagem, procura-se nas três versões filtradas, em cada posição, a que possui maior ganho. Assim, o valor de  $X$  nessa posição é definido, calculando-se:

$$X(position) = \frac{\hat{x}_i(position)}{H_i(position)}, \quad (3.10)$$

onde  $x_i$  e  $H_i$  são a versão filtrada e o filtro de maior ganho. Nesse caso,  $i = 3$ , pois foram utilizados três filtros. Após a composição, a transformada inversa de Fourier em 2-D – com ajuste de fase – é feita para a reconstrução da imagem original.

### 3.2.5 Experimentos de Avaliação de Desempenho

Para a verificação do método, foram utilizadas quatro imagens de cortes axiais adquiridas por Tomografia Computadorizada do conjunto de dados do *Visible Human Male*, do banco descrito na subseção 3.1.1. Além disso, 6 imagens do banco de dados apresentado na subseção 3.1.2 foram usadas. Dispôs-se de 10 imagens do grupo da subseção 3.1.3. Para cada conjunto de dados, foram aplicados: a Retroprojeção Filtrada – método convencional utilizado nas máquinas de tomografia; *Compressive Sensing* com Pré-Filtragem para medidas no domínio de Fourier – o equivalente ao caso ideal, se as medidas provenientes da máquina de tomografia estivessem no domínio da frequência. E por fim, as duas abordagens do método desenvolvido – (i) com interpolação linear e (ii) interpolação *spline* cúbica, com o uso de *Compressive Sensing* e Pré-filtragem para as medidas iniciais no domínio de Radon foram desempenhadas.

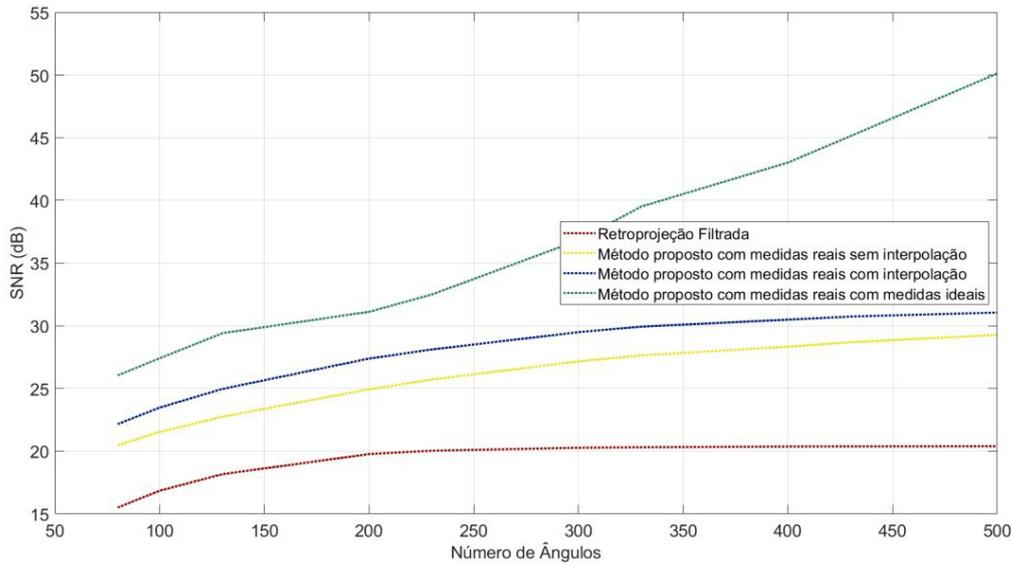
A métrica de qualidade foi feita, para cada caso, por meio do cálculo da relação sinal-ruído (SNR):

$$SNR_{dB} = 20 \log_{10} \left( \frac{\|x\|_2}{\|x_r - x\|_2} \right). \quad (3.11)$$

Para cada caso (Retroprojeção Filtrada, CS com Pré-Filtragem com as medidas no domínio de Fourier, o método proposto com aproximação das medidas por interpolação linear e o método proposto por aproximação das medidas por interpolação *spline* cúbica), os ângulos foram definidos por: 230 ângulos de 0° a 180°. Além disso, para uma imagem proveniente do banco de dados descrito na subseção 3.1.2, escolhida aleatoriamente, foram calculados os valores da relação sinal-ruído para diferentes números de ângulos. Com isso, pode-se pontuar que os resultados esperados são melhores em relação ao método de reconstrução que utiliza Retroprojeção Filtrada e piores quando comparados com o caso do uso de *Compressive Sensing* com Pré-Filtragem e as medidas originais no domínio de Fourier, por possuir desempenho superestimado.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

As seguinte figura, 4.1, indica a SNR para uma mesma imagem, pela quantidade de ângulos  $\theta$ . Essa medida foi calculada para uma variação de 80 a 500 números de linhas radiais, com passos de 10. A imagem 6, proveniente do banco [21] foi utilizada.



**Figura 4.1.** Gráfico da SNR(dB) por quantidade de ângulos, para comparação entre o uso do método proposto com interpolação, método proposto sem interpolação, CS e Pré-Filtragem com medidas no domínio de Fourier e Retroprojeção Filtrada .

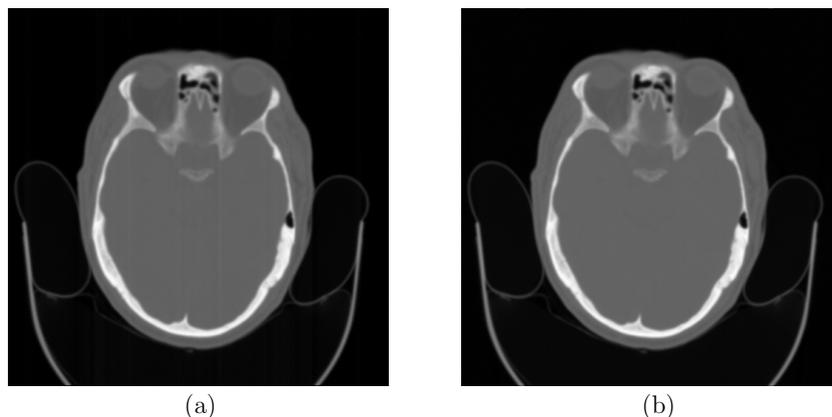
Com o auxílio do gráfico, pode-se ver que o método proposto (Extração de medidas no domínio de Radon para o domínio de Fourier, com o auxílio da interpolação das amostras na linha contínua e sua aproximação para um *grid* cartesiano, com o uso subsequente da Pré-Filtragem do vetor de medidas subamostradas como entrada para um algoritmo de *Compressive Sensing* e por fim, culminando na implementação de uma composição espectral para a construção da imagem final), possui melhor desempenho em termos de SNR em relação ao uso da Retroprojeção Filtrada, método clássico utilizado nas máquinas de tomografia. Além disso, os resultados se mostram superiores em termos de qualidade objetiva quando comparados com o uso de aproximação das amostras na linha contínua

pelo seu vizinho mais próximo. Em relação ao uso de medidas no domínio de Fourier, a técnica proposta possui um desempenho menor. Isso acontece pelo fato de que nesse caso, considera-se o cenário ideal, no qual as medidas da máquina de Tomografia estariam no domínio de Fourier. No entanto, as amostras da imagem no caso de CT não estão no domínio de Fourier e sim, no domínio de Radon. Por isso, a extração das medidas com base no Teorema dos Cortes de Fourier foi desempenhada. Isso é demonstrado na tabela 4.1, na qual a SNR pode ser visualizada para cada uma das 20 imagens.

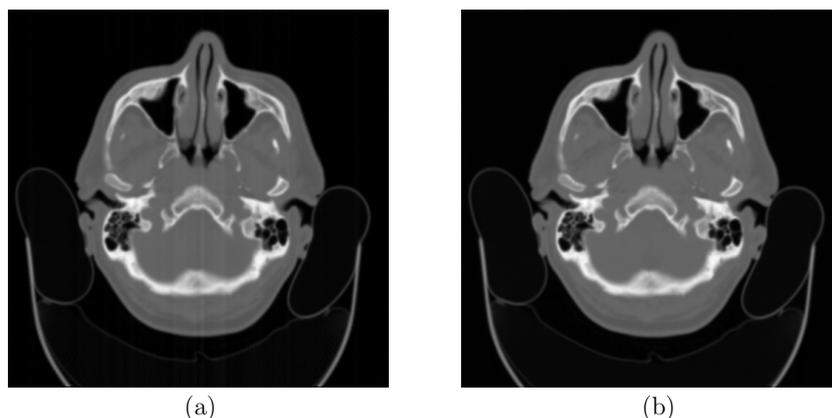
**Tabela 4.1.** SNR(dB) de cada imagem para  $\theta = 230$ .

Número da Imagem	SNR(dB)			
	Retroprojeção Filtrada	Medidas na frequência	Medidas do Sinograma com aproximação pelo vizinho mais próximo	Medidas do Sinograma com aproximação por Interpolação <i>spline</i> cúbica
1	24,6	43,9	31,2	39,5
2	23,1	40,6	28,6	37,3
3	24,5	43,5	31,0	39,4
4	24,7	44,9	32,5	39,8
5	24,6	45,0	32,6	39,6
6	24,1	42,1	30,0	38,5
7	20,6	39,4	27,6	34,4
8	19,3	35,5	26,3	31,6
9	25,6	46,9	33,2	34,2
10	18,0	29,2	23,7	26,2
11	26,3	46,7	34,0	34,6
12	25,9	46,2	33,9	34,9
13	21,7	38,9	29,0	34,5
14	22,6	39,2	28,8	34,7
15	25,1	44,8	33,3	35,0
16	27,3	47,4	35,4	35,8
17	20,0	44,1	25,7	32,1
18	20,6	39,8	27,7	31,5
19	21,1	42,3	26,5	29,1
20	23,6	45,0	28,6	32,3

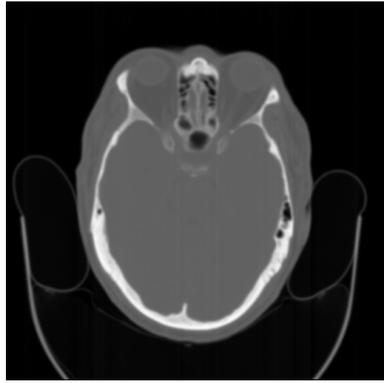
As 20 imagens reconstruídas podem ser visualizadas a seguir, onde as figuras de 4.2 a 4.21 correspondem às 20 imagens provenientes dos bancos de dados, das quais pode-se comparar subjetivamente a reconstrução utilizando Retroprojeção Filtrada e a recuperação da informação utilizando a técnica proposta, com o uso de interpolação das medidas do Sinograma. As seguintes imagens mostram os dois métodos para 230 ângulos. Pode-se ver que subjetivamente, o método proposto apresentou melhor desempenho na reconstrução das imagens. No caso da Retroprojeção Filtrada, pode-se visualizar artefatos de reconstrução devido ao baixo número de projeções utilizadas para a recuperação da imagem. Já com o uso de *Compressive Sensing*, mesmo com a subamostragem das medidas, a qualidade das imagens é superior.



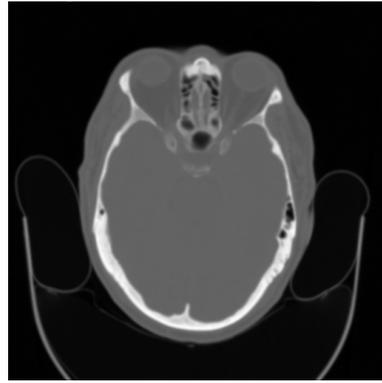
**Figura 4.2.** Exemplo de uma imagem real de TC reconstruída com 230 projeções: (a) Usando Retroprojeção Filtrada; (b) Usando *Compressive Sensing* com Pre-filtragem e medidas do sinograma interpoladas.



**Figura 4.3.** Exemplo de uma imagem real de TC reconstruída com 230 projeções: (a) Usando Retroprojeção Filtrada; (b) Usando *Compressive Sensing* com Pre-filtragem e medidas do sinograma interpoladas.

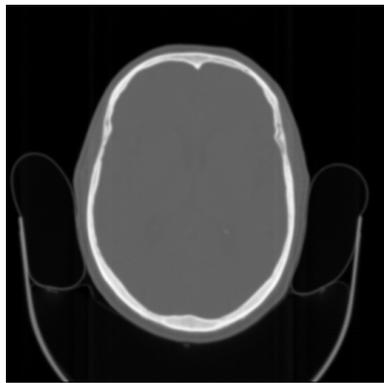


(a)

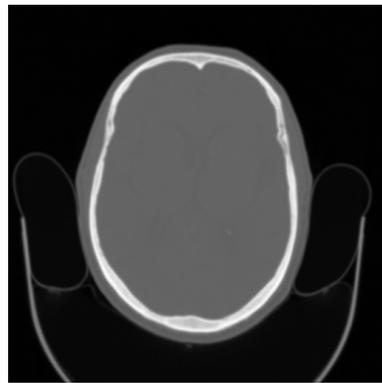


(b)

**Figura 4.4.** Exemplo de uma imagem real de TC reconstruída com 230 projeções: (a) Usando Retroprojeção Filtrada; (b) Usando *Compressive Sensing* com Pre-filtragem e medidas do sinograma interpoladas.

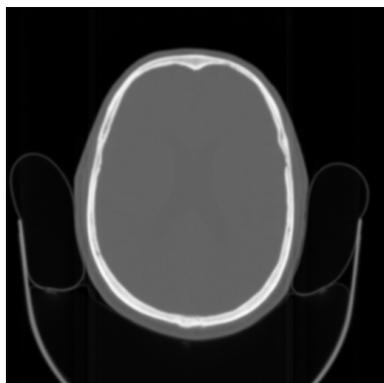


(a)

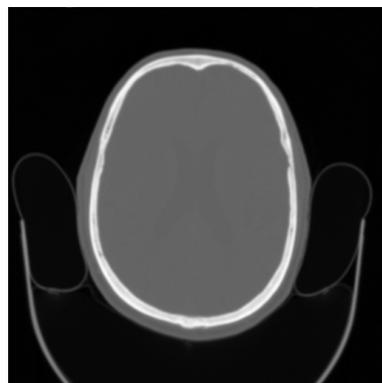


(b)

**Figura 4.5.** Exemplo de uma imagem real de TC reconstruída com 230 projeções: (a) Usando Retroprojeção Filtrada; (b) Usando *Compressive Sensing* com Pre-filtragem e medidas do sinograma interpoladas.

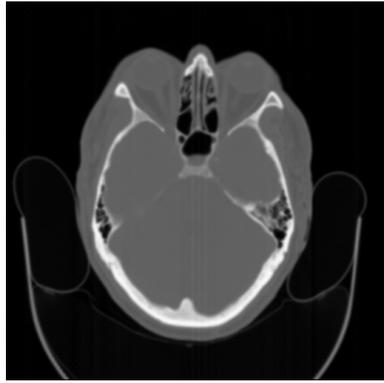


(a)

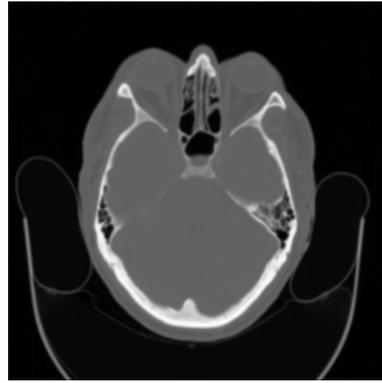


(b)

**Figura 4.6.** Exemplo de uma imagem real de TC reconstruída com 230 projeções: (a) Usando Retroprojeção Filtrada; (b) Usando *Compressive Sensing* com Pre-filtragem e medidas do sinograma interpoladas.

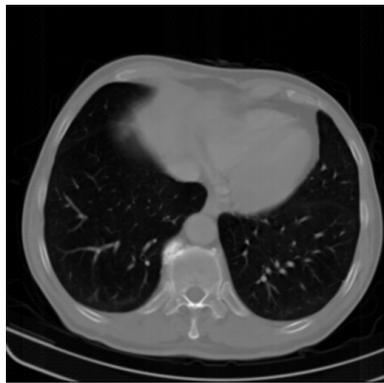


(a)

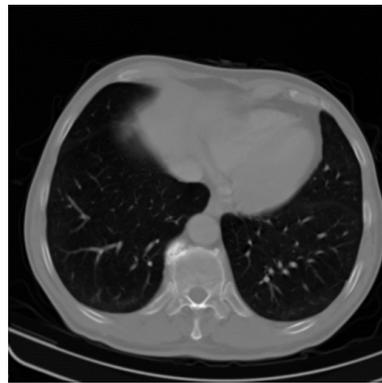


(b)

**Figura 4.7.** Exemplo de uma imagem real de TC reconstruída com 230 projeções: (a) Usando Retroprojeção Filtrada; (b) Usando *Compressive Sensing* com Pre-filtragem e medidas do sinograma interpoladas.



(a)



(b)

**Figura 4.8.** Exemplo de uma imagem real de TC reconstruída com 230 projeções: (a) Usando Retroprojeção Filtrada; (b) Usando *Compressive Sensing* com Pre-filtragem e medidas do sinograma interpoladas.

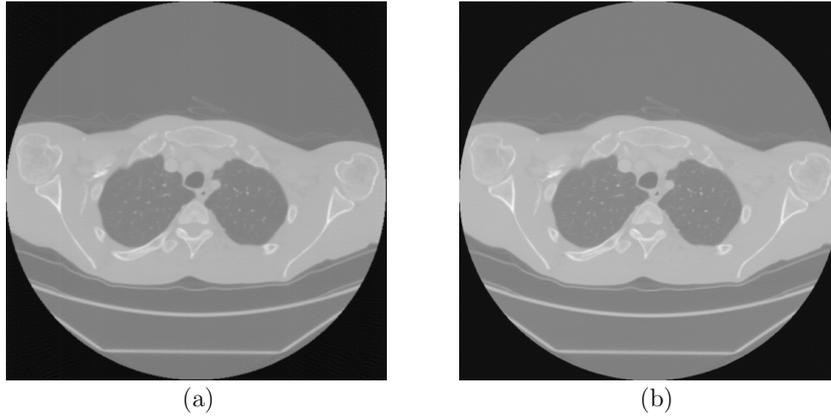


(a)

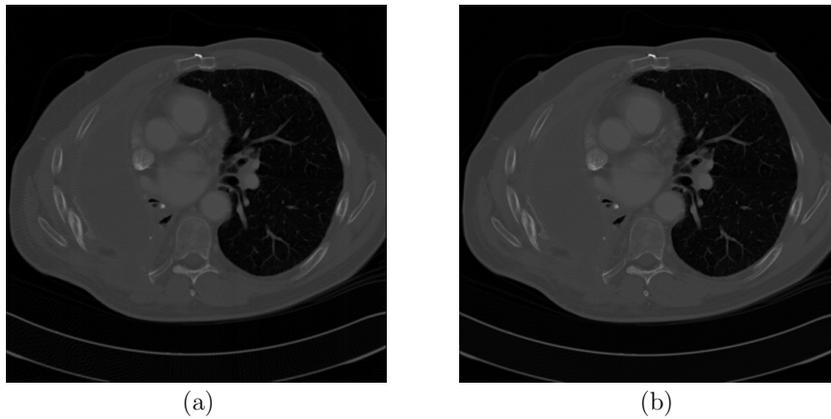


(b)

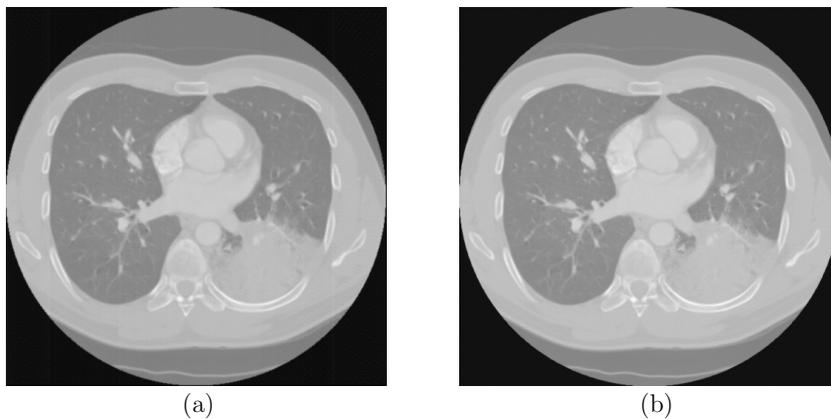
**Figura 4.9.** Exemplo de uma imagem real de TC reconstruída com 230 projeções: (a) Usando Retroprojeção Filtrada; (b) Usando *Compressive Sensing* com Pre-filtragem e medidas do sinograma interpoladas.



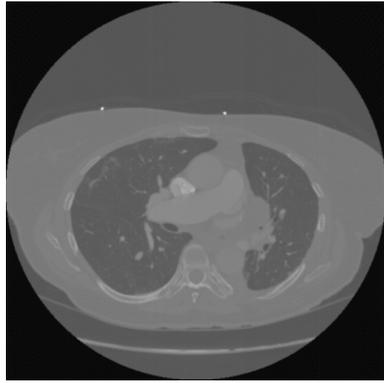
**Figura 4.10.** Exemplo de uma imagem real de TC reconstruída com 230 projeções: (a) Usando Retroprojeção Filtrada; (b) Usando *Compressive Sensing* com Pre-filtragem e medidas do sinograma interpoladas.



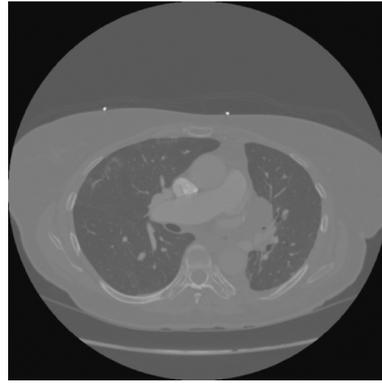
**Figura 4.11.** Exemplo de uma imagem real de TC reconstruída com 230 projeções: (a) Usando Retroprojeção Filtrada; (b) Usando *Compressive Sensing* com Pre-filtragem e medidas do sinograma interpoladas.



**Figura 4.12.** Exemplo de uma imagem real de TC reconstruída com 230 projeções: (a) Usando Retroprojeção Filtrada; (b) Usando *Compressive Sensing* com Pre-filtragem e medidas do sinograma interpoladas.

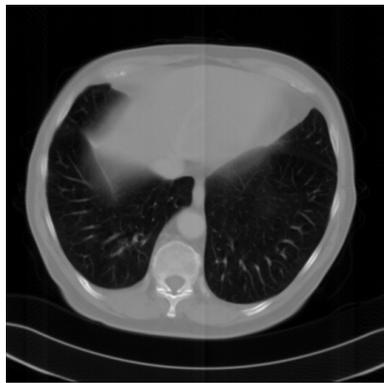


(a)

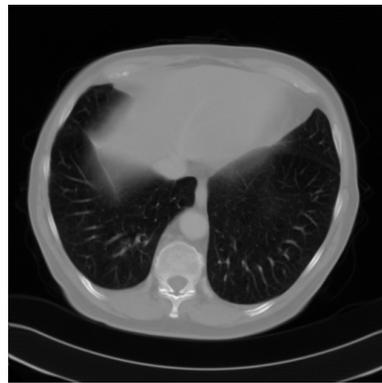


(b)

**Figura 4.13.** Exemplo de uma imagem real de TC reconstruída com 230 projeções: (a) Usando Retroprojeção Filtrada; (b) Usando *Compressive Sensing* com Pre-filtragem e medidas do sinograma interpoladas.



(a)

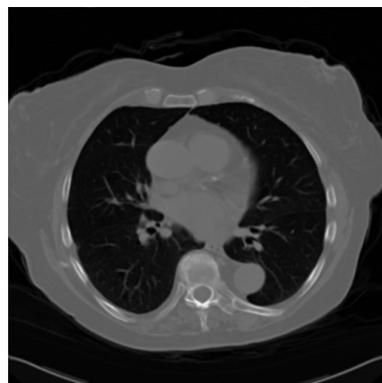


(b)

**Figura 4.14.** Exemplo de uma imagem real de TC reconstruída com 230 projeções: (a) Usando Retroprojeção Filtrada; (b) Usando *Compressive Sensing* com Pre-filtragem e medidas do sinograma interpoladas.

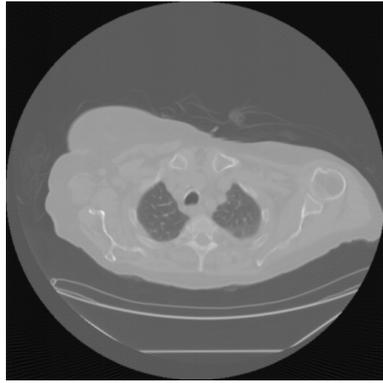


(a)

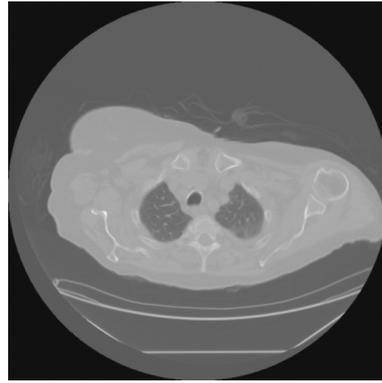


(b)

**Figura 4.15.** Exemplo de uma imagem real de TC reconstruída com 230 projeções: (a) Usando Retroprojeção Filtrada; (b) Usando *Compressive Sensing* com Pre-filtragem e medidas do sinograma interpoladas.

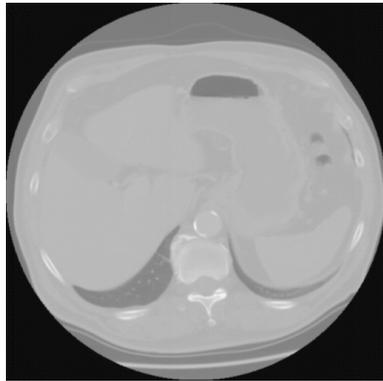


(a)

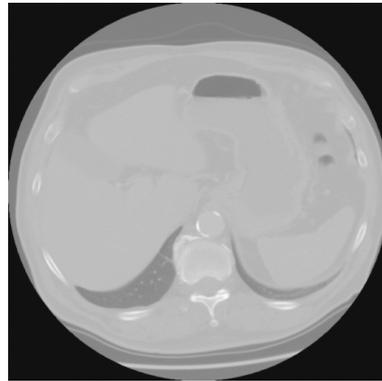


(b)

**Figura 4.16.** Exemplo de uma imagem real de TC reconstruída com 230 projeções: (a) Usando Retroprojeção Filtrada; (b) Usando *Compressive Sensing* com Pre-filtragem e medidas do sinograma interpoladas.

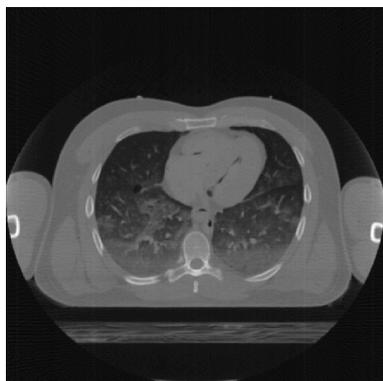


(a)

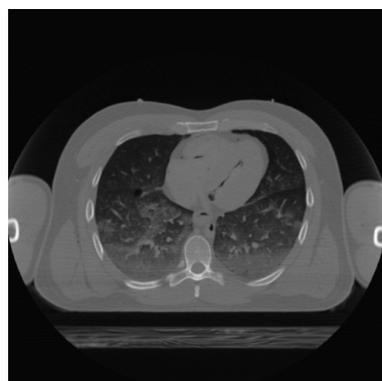


(b)

**Figura 4.17.** Exemplo de uma imagem real de TC reconstruída com 230 projeções: (a) Usando Retroprojeção Filtrada; (b) Usando *Compressive Sensing* com Pre-filtragem e medidas do sinograma interpoladas.

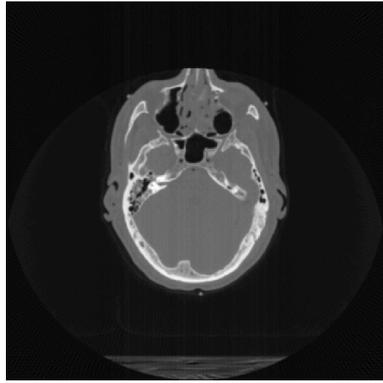


(a)

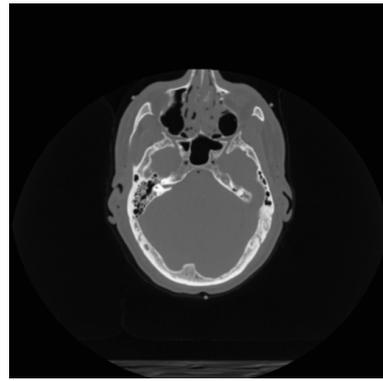


(b)

**Figura 4.18.** Exemplo de uma imagem real de TC reconstruída com 230 projeções: (a) Usando Retroprojeção Filtrada; (b) Usando *Compressive Sensing* com Pre-filtragem e medidas do sinograma interpoladas.

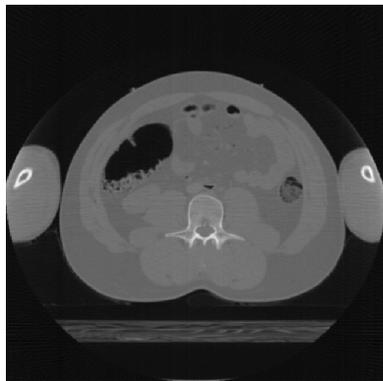


(a)

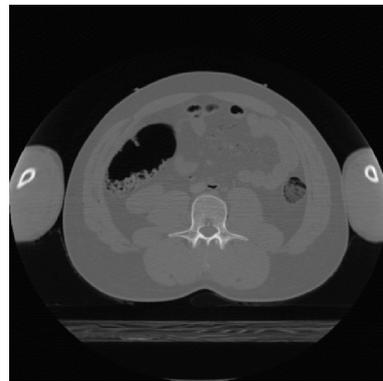


(b)

**Figura 4.19.** Exemplo de uma imagem real de TC reconstruída com 230 projeções: (a) Usando Retroprojeção Filtrada; (b) Usando *Compressive Sensing* com Pre-filtragem e medidas do sinograma interpoladas.

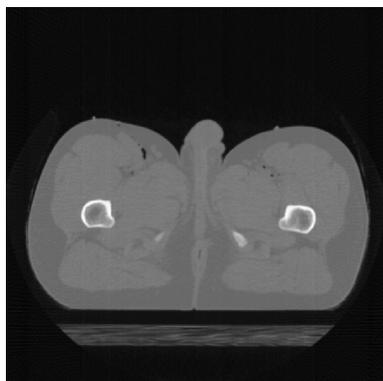


(a)

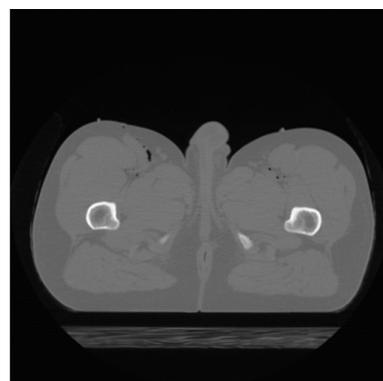


(b)

**Figura 4.20.** Exemplo de uma imagem real de TC reconstruída com 230 projeções: (a) Usando Retroprojeção Filtrada; (b) Usando *Compressive Sensing* com Pre-filtragem e medidas do sinograma interpoladas.



(a)



(b)

**Figura 4.21.** Exemplo de uma imagem real de TC reconstruída com 230 projeções: (a) Usando Retroprojeção Filtrada; (b) Usando *Compressive Sensing* com Pre-filtragem e medidas do sinograma interpoladas.

## 5 CONCLUSÃO

No presente trabalho, descreveu-se o uso de uma técnica de redução do número de medidas, fornecidas por feixes de Raios X e, por consequência, atenuação da dose de radiação intrínseca ao processo de Tomografia Computadorizada. Para tanto, um processo de extração de medidas provenientes de *CT Scanners* foi desempenhado. Esses componentes, que são representados no domínio de Radon, através do Sinograma, foram convertidos para o domínio da frequência. Esse estudo baseou-se na utilização do Teorema dos Cortes de Fourier. Com isso, desempenhou-se uma Pré-Filtragem das medidas provenientes da extração, utilizando três filtros passa-altas bidimensionais. Então, com o uso de *Compressive Sensing*, a partir de algoritmos de otimização, reconstruiu-se imagens reais de Tomografia Computadorizada.

O método proposto apresentou resultados superiores em termos de SNR ao uso da técnica de Retroprojeção Filtrada, algoritmo comum para a reconstrução quando se trata desse tipo de imageamento médico. Em comparação a aplicação de *Compressive Sensing* com Pré-Filtragem nas medidas já no domínio da frequência, o procedimento apresentado possui desempenho inferior em termos de SNR. No entanto, esse cenário era esperado, uma vez que as medidas no domínio de Fourier é uma aproximação artificial do caso real.

A Relação Sinal-Ruído visualizada demonstrou as mesmas tendências para os resultados obtidos, com a variação da quantidade de medidas,  $\theta$  para a realização da reconstrução. Essa tendência também é ressaltada através da observação de diferentes cortes provenientes dos três bancos de dados, para uma quantidade fixa de  $\theta$ , que demonstra um comportamento similar para as diversas seções.

Com base nos resultados, pode-se inferir que o uso da técnica proposta de extração de medidas no domínio de Radon para o domínio de Fourier pode ser estudada, permitindo uma análise maior acerca do uso da interpolação dos ângulos das projeções medidas através do Sinograma. Além disso, o uso de um maior conjunto de dados para avaliação de desempenho pode culminar em um estudo mais específico do uso da técnica. Além disso, a implementação do método proposto para outras geometrias de varredura do objeto, tais como a Tomografia Computadorizada Helicoidal pode ser investigada.

# Referências Bibliográficas

- [1] Andrew Markoe. *Analytic Tomography*. Encyclopedia of Mathematics and its Applications. Cambridge University Press, 2006.
- [2] Stanley R. Deans. *The Radon Transform and Some of Its Applications*. John Wiley & Sons, 1983.
- [3] Mohsen & Salama Dina. Kasban, Hany & El-bendary. A comparative study of medical imaging techniques. *International Journal of Information Science and Intelligent System*, 4(2):37–58, March 2015.
- [4] R. Nick Bryan. *Introduction to the Science of Medical Imaging*. Cambridge University Press, 2009.
- [5] David J. Brenner e Eric J. Hall. Computed tomography — an increasing source of radiation exposure. *New England Journal of Medicine*, 357(22):2277–2284, 2007. PMID: 18046031.
- [6] G.D. Rubin. Computed tomography: revolutionizing the practice of medicine for 40 years. *Radiology*, 273(2S):181–200, October 2014.
- [7] L. De Chiffre, S. Carmignato, J.-P. Kruth, R. Schmitt, e A. Weckenmann. Industrial applications of computed tomography. *CIRP Annals*, 63(2):655–677, 2014.
- [8] C.J Martin, D.G Sutton, e P.F Sharp. Balancing patient dose and image quality. *Applied Radiation and Isotopes*, 50(1):1 – 19, 1999.
- [9] David J et al. Brenner. Cancer risks attributable to low doses of ionizing radiation: assessing what we really know. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 100(24), 2003.
- [10] Jonathan E. Tucker Justin E. Costello, Nathan D. Cecava e Jennifer L. Bau. Ct radiation dose: Current controversies and dose reduction strategies. *American Journal of Roentgenology*, 201(6), 2013.

- [11] Yoseob Han, Jae Jun Yoo, e Jong Chul Ye. Deep residual learning for compressed sensing CT reconstruction via persistent homology analysis. *CoRR*, abs/1611.06391, 2016.
- [12] M. Rani, S. B. Dhok, e R. B. Deshmukh. A systematic review of compressive sensing: Concepts, implementations and applications. *IEEE Access*, 6:4875–4894, 2018.
- [13] Jonathan A. Lima, Cristiano J. Miosso, Mylène C. Q. Farias, e Ricardo von Borries. Evaluation of different types of filters in magnetic resonance imaging using compressive sensing with pre-filtering. In *40th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society, EMBC 2018, Honolulu, HI, USA, July 18-21, 2018*, pages 5575–5578, 2018.
- [14] E. Seeram. *Computed Tomography: Physical Principles, Clinical Applications, and Quality Control*. W.B. Saunders, 2001.
- [15] Perry. Sprawls. *Physical principles of medical imaging / Perry Sprawls, Jr.* Aspen Publishers Rockville, Md, 1987.
- [16] M. J. Ackerman. The visible human project. *Proceedings of the IEEE*, 86(3):504–511, March 1998.
- [17] Avinash C Kak e Malcolm Slaney. *Principles of Computerized Tomographic Imaging*. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA, USA, 2001.
- [18] Y. Wang, H. Bai, e Y. Zhao. Image reconstruction from patch compressive sensing measurements. In *2018 IEEE Fourth International Conference on Multimedia Big Data (BigMM)*, pages 1–4, Sep. 2018.
- [19] C. J. Miosso, R. von Borries, M. Argaez, L. Velazquez, C. Quintero, e C. M. Potes. Compressive sensing reconstruction with prior information by iteratively reweighted least-squares. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 57(6):2424–2431, June 2009.
- [20] C. J. Miosso, R. von Borries, e J. H. Pierluissi. Compressive sensing method for improved reconstruction of gradient-sparse magnetic resonance images. In *2009 Conference Record of the Forty-Third Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, pages 799–806, Nov 2009.
- [21] Qure.ai. Non-contrast head/brain ct cq500 dataset.
- [22] Watson M. Holback C. Jarosz R. Kirk S. Lee Y. ... Lemmerman J. Albertina, B. Radiology data from the cancer genome atlas lung adenocarcinoma [tcga-luad] collection, 2016. The Cancer Imaging Archive. <http://doi.org/10.7937/K9/TCIA.2016.JGNIHEP5>.

- [23] Sou-Cheng T. Choi, Christopher C. Paige, e Michael A. Saunders. Minres-qlp: A krylov subspace method for indefinite or singular symmetric systems. *SIAM J. Sci. Comput.*, 33(4):1810–1836, August 2011.