



Universidade de Brasília
Instituto de Ciências Exatas
Departamento de Estatística

Rafael Amorim dos Santos

Gráficos de Controle Bootstrap para percentis Log-simétricos

Brasília - DF, 2018

Rafael Amorim dos Santos

Gráficos de Controle Bootstrap para percentis Log-simétricos

Monografia apresentada ao Departamento de Estatística da Universidade de Brasília como requisito para a obtenção do grau de Bacharel em Estatística.

Orientador: Prof. **Dr. Helton Saulo Bezerra dos Santos**

Brasília - DF, 2018

Dedico este trabalho à minha mãe Fátima, por todo o apoio e incentivo nesta importante caminhada.

Agradecimentos

A Deus por tudo que Ele permite que aconteça em nossas vidas. A minha mãe Fátima pela sua fé em Deus e em mim, pelo grande apoio durante minha vida acadêmica, por não hesitar em proporcionar o melhor para meu desenvolvimento. Ao meu orientador, professor Helton Saulo, por todo apoio, troca de conhecimentos e amadurecimento dado ao longo deste último ano. Aos professores, Maria Teresa, Claudete, Ana Maria, Eduardo Gomes, Gládston, Jhames, Bernardo, Antônio Eduardo, George, Peter, Eduardo Nakano, Donald, Alan Ricardo, Raul Matsushita, Joanlise e demais reconheço um esforço gigante com muita paciência e sabedoria. Foram eles que me deram recursos e ferramentas para evoluir um pouco mais todos os dias. Aos amigos e colegas que surgiram ao longo desta caminhada e farão parte das próximas.

“... um fenômeno que pode ser previsto, pelo menos dentro dos limites associados a uma dada probabilidade, será considerado sob controle.”

Shewhart

Lista de ilustrações

Figura 1 – Gráfico de Controle Bootstrap percentil $W_{0.01}$ t -Student($\eta = 2.711, \phi = 0.003, \zeta = 4$)	29
Figura 2 – Gráfico de Controle Bootstrap percentil $W_{0.01}$ Slash($\eta = 2.499, \phi = 0.005, \zeta = 2.6$)	30

Lista de tabelas

Tabela 1 – Gerador de densidades $g(u)$ para algumas distribuições Log-simétricas . . .	15
Tabela 2 – Estimativas de máxima verossimilhança para LIC e LSC (sob controle), percentis $p = 0.01, 0.1, 0.5$, TAF $\gamma = 0.1, 0.01, 0.002$ ($k = 20$ e $m = 5$), Birnbaum-Saunders.	18
Tabela 3 – Desvios-padrão dos limites de Controle na Tabela 2 ($k = 20$ e $m = 5$), Birnbaum-Saunders.	19
Tabela 4 – Comprimento Médio da Sequência (sob controle) e erros-padrão, percentis $p = 0.01, 0.1, 0.5$, TAF $\gamma = 0.1, 0.01, 0.002$ ($k = 20$ e $m = 5$), Birnbaum-Saunders.	19
Tabela 5 – Estimativas de máxima verossimilhança para LIC e LSC (sob controle), percentis $p = 0.01, 0.1, 0.5$, TAF $\gamma = 0.1, 0.01, 0.002$ ($k = 20$ e $m = 5$), Log-Normal.	20
Tabela 6 – Desvios-padrão dos limites de Controle na Tabela 2 ($k = 20$ e $m = 5$), Log-Normal.	20
Tabela 7 – Comprimento Médio da Sequência (sob controle) e respectivos erros-padrão, percentis $p = 0.01, 0.1, 0.5$, TAF $\gamma = 0.1, 0.01, 0.002$ ($k = 20$ e $m = 5$), Log-Normal.	21
Tabela 8 – Estimativas de máxima verossimilhança para LIC e LSC (sob controle), percentis $p = 0.01, 0.1, 0.5$, TAF $\gamma = 0.1, 0.01, 0.002$ ($k = 20$ e $m = 5$), Log- t -Student.	21
Tabela 9 – Desvios-padrão dos limites de Controle na Tabela 2 ($k = 20$ e $m = 5$), Log- t -Student.	22
Tabela 10 – Comprimento Médio da Sequência (sob controle) e respectivos erros-padrão, percentis $p = 0.01, 0.1, 0.5$, TAF $\gamma = 0.1, 0.01, 0.002$ ($k = 20$ e $m = 5$), Log- t -Student.	22
Tabela 11 – Estimativas de máxima verossimilhança para LIC e LSC (sob controle), percentis $p = 0.01, 0.1, 0.5$, TAF $\gamma = 0.1, 0.01, 0.002$ ($k = 20$ e $m = 5$), Log-Exponencial-potência.	23

Tabela 12 – Desvios-padrão dos limites de Controle na Tabela 2 ($k = 20$ e $m = 5$), Log-Exponencial-potência.	23
Tabela 13 – Comprimento Médio da Sequência (sob controle) e respectivos erros- padrão, percentis $p = 0.01, 0.1, 0.5$, TAF $\gamma = 0.1, 0.01, 0.002$ ($k = 20$ e $m = 5$), Log-Exponencial-potência.	24
Tabela 14 – Tensões de falha em feixes de 1000 fibras de carbono (em GPa)	25
Tabela 15 – Estatísticas para amostra 150mm	25
Tabela 16 – Estatísticas para amostra 300mm	25
Tabela 17 – Critérios de ajuste para feixes de fibra de carbono com 150mm	26
Tabela 18 – Critérios de ajuste para feixes de fibra de carbono com 300mm	26
Tabela 19 – Amostras sob-controle. Log- t -Student($\eta = 2.711, \phi = 0.003, \zeta = 4$) . .	27
Tabela 20 – Amostras sob-controle. Log-Slash($\eta = 2.499, \phi = 0.005, \zeta = 2.6$)	27
Tabela 21 – Amostras fora de controle. Log- t -Student($\eta = 2.711, \phi = 0.03, \zeta = 4$) .	28
Tabela 22 – Amostras fora de controle. Log-Slash($\eta = 2.499, \phi = 0.05, \zeta = 2.6$) . .	29

Lista de abreviaturas e siglas

LC	Linha Central
LIC	Limite Inferior de Controle
LSC	Limite Superior de Controle
CMS	Comprimento Médio da Sequência
TAF	Taxa de Alarmes Falsos
EMV	Estimadores de Máxima Verossimilhança

Sumário

1	INTRODUÇÃO	12
2	METODOLOGIA	14
2.1	Distribuições Log-simétricas	14
2.2	Gráficos de Controle Bootstrap para percentis Log-simétricos	16
2.3	Simulação de Monte Carlo	17
3	APLICAÇÃO	25
4	CONCLUSÕES	31
	REFERÊNCIAS	32
	Apêndice A	34
	Apêndice B	37
	Apêndice C	38

Resumo

Nesse trabalho, o problema de monitorar uma mudança no percentil de uma população Log-simétrica é considerado. O método de Bootstrap paramétrico é usado para estabelecer limites de controle para monitoramento de percentis quando as medições do processo pertencem à família de distribuições Log-simétricas, as quais são particularmente úteis para descrever o comportamento de dados estritamente positivos e assimétricos. Esse trabalho generaliza a metodologia de Lio e Park (2008). Simulações de Monte Carlo são realizadas para investigar o comportamento e desempenho dos Gráficos de Controle Bootstrap para percentis propostos. Um exemplo ilustrativo sobre tensão de falha em fibras de carbono é apresentado.

Palavras-chave: Gráficos de Controle, Bootstrap, distribuições Log-simétricas, simulação de Monte Carlo, software R.

Abstract

In this work, the problem of monitoring a change in the percentile of a Log-symmetric population is considered. The parametric bootstrap method is used to establish control limits for percentiles monitoring when the process measurements belong to the family of Log-symmetric distributions, which are particularly useful for describing the behavior of strictly positive and asymmetric data. This work generalizes the methodology proposed by Lio e Park (2008). Monte Carlo simulations are carried out to investigate the behavior and performance of the proposed Bootstrap control charts for percentis. An illustrative example of failure stress on carbon fibers is presented.

Keywords: Control Charts, Bootstrap, Log-symmetric distributions, Monte Carlo simulation, R software.

1 Introdução

Projetos de engenharia envolvendo estruturas costumam exigir resistências mínimas para materiais submetidos à choques e fadiga; ver Christensen e Baker (1982). Por este motivo, ao se estudar processos de produção por meio de uma distribuição de probabilidade, o monitoramento de percentis inferiores são de maior interesse prático para o engenheiro/pesquisador; ver, por exemplo, Trietsch (1998) e Lio e Park (2008). Tais processos são comumente modelados por distribuições de probabilidade assimétricas e com suporte positivo; ver Morrison (1958). Nesses casos, Gráficos de Controle do tipo Shewhart não são adequados uma vez que eles assumem que os dados observados do processo provêm de uma distribuição Normal. Em adição, como enfatizam Padgett e Spurrier (1990), tais gráficos podem falhar em detectar importantes mudanças em percentis inferiores.

A distribuição Log-Normal (LIMPERT; STAHEL; ABBT, 2001) e Birnbaum-Saunders (BIRNBAUM; SAUNDERS, 1969) tem sido utilizadas em Controle de Qualidade como alternativa à Normal para modelar processos que apresentam assimetria e suporte positivo; alguns estudos são encontrados em Leiva et al. (2015), Lio e Park (2008), Buren, Watt e Marsalek (1997) e Morrison (1958). Essas distribuições são casos particulares da classe de distribuições Log-simétricas, obtidas quando a distribuição do logaritmo de uma variável aleatória é simétrica; ver Jones (2008). Outros exemplos de distribuições pertencentes a classe Log-simétrica são a Log-logística, Log-Laplace, Log-Exponencial-potência, Log- t -Student, Log-Slash, F, dentre outras. Tal classe engloba distribuições bimodais como casos especiais, além de distribuições que possuem caudas mais pesadas/leves do que os da distribuição Log-Normal; ver Vanegas e Paula (2016b). Recentemente, modelos de regressão baseados nas distribuições Log-simétricas foram estudados por Vanegas e Paula (2015), Vanegas e Paula (2016a).

Na construção de Gráficos de Controle para o monitoramento de percentis, o uso da técnica de Bootstrap paramétrico, amplamente discutida em Efron e Tibshirani (1993), possibilita a obtenção da distribuição amostral de um estimador do percentil através de amostras geradas parametricamente. A vantagem desta abordagem é a ausência de restrições em relação à distribuição dos dados, o que neste caso a torna bastante robusta. O uso desta técnica torna possível a construção de Gráficos de Controle apropriados para

os percentis inferiores. Nichols e Padgett (2005) por exemplo, construíram Gráficos de Controle Bootstrap para percentis da distribuição Weibull e observaram que esses gráficos detectam uma mudança no processo mais rápido que Gráficos de Controle de Shewhart. Lio e Park (2008) propuseram Gráficos de Controle Bootstrap como forma de se monitorar percentis da distribuição Birnbaum-Saunders em alternativa aos Gráficos de Shewhart dadas suas restrições.

Nesse contexto, o objetivo primário desse trabalho é propor Gráficos de Controle Bootstrap paramétricos baseados nas distribuições Log-simétricas. O método de Bootstrap paramétrico é usado para estabelecer limites de Controle para o monitoramento de percentis quando as medições do processo pertencem a família de distribuições Log-simétricas. Esse trabalho, dessa forma generaliza a metodologia proposta por Lio e Park (2008), uma vez que a distribuição Birnbaum-Saunders é um caso especial da família Log-simétrica. Dentre os objetivos secundários, têm-se: avaliar o desempenho dos Gráficos de Controle propostos por meio de simulações de Monte Carlo; aplicar os Gráficos de Controle propostos em um conjunto de dados reais e, implementar um algoritmo em linguagem R com a metodologia proposta.

O restante desse trabalho é composto da seguinte forma. O capítulo 2 apresenta a metodologia proposta. A Seção 2.1 trás a definição e algumas propriedades das distribuições da classe Log-simétrica. Em seguida, a Seção 2.2 expõe as etapas do algoritmo utilizado para construção dos Gráficos de Controle Bootstrap. Ainda, a Seção 2.3 apresenta os resultados das simulações de Monte Carlo usadas para avaliar o desempenho da metodologia proposta. O Capítulo 3 traz a análise de um conjunto de dados disponível na literatura. Finalmente, no Capítulo 4 são apresentadas as conclusões.

2 Metodologia

Este capítulo define a classe Log-simétrica, além de apresentar algumas características úteis, traz ainda as equações de máxima verossimilhança utilizadas no processo de estimação e o algoritmo desenvolvido para a construção dos Gráficos de Controle Bootstrap.

2.1 Distribuições Log-simétricas

Seja Y uma variável aleatória contínua com distribuição simétrica e parâmetro de localização $\mu \in \mathcal{R}$, parâmetro de dispersão $\phi > 0$, um gerador de densidade $g(\cdot)$ e função densidade de probabilidade (FDP)

$$f_Y(y; \mu, \phi, g) = \frac{1}{\sqrt{\phi}} g\left(\frac{(y - \mu)^2}{\phi}\right), \quad y \in \mathcal{R}, \quad (1)$$

com $g(u) > 0$ para $u > 0$ e $\int_0^\infty u^{-1/2} g(u) \partial u = 1$. A classe Log-simétrica surge ao definir $T = \exp(Y)$ que fornece uma variável aleatória cujo logaritmo pertence à classe simétrica; Jones (2008). A FDP de T pode ser representada como

$$f_T(t; \eta, \phi, g) = \frac{1}{\sqrt{\phi}t} g(\tilde{t}^2), \quad t > 0, \quad (2)$$

em que $\tilde{t} = \log([t/\eta]^{1/\sqrt{\phi}})$ e $\eta = \exp(\mu) > 0$ é o parâmetro de escala, denotando por $T \sim \text{LS}(\eta, \phi, g)$.

O gerador de densidade g é responsável por fornecer diferentes distribuições Log-simétricas. Vanegas e Paula (2016b) apresenta uma ampla variedade de funções geradoras de densidade para esta classe.

Conforme Saulo et al. (2018), algumas distribuições que fazem parte desta classe são a Log-Normal (CROW; SHIMIZU, 1988; JOHNSON; KOTZ; BALAKRISHNAN, 1994), Log-logística (MARSHALL; OLKIN, 2007), Log-Laplace (JOHNSON; KOTZ; BALAKRISHNAN, 1995), Log-Cauchy (MARSHALL; OLKIN, 2007), Log-Exponencial-potência (VANEGAS; PAULA, 2016b), Log- t -Student (VANEGAS; PAULA, 2016b), Log-Slash (VANEGAS; PAULA, 2016b), Harmonic Law (PODLASKI, 2008), Birnbaum-Saunders (BIRNBAUM; SAUNDERS, 1969; RIECK; NEDELMAN, 1991), Birnbaum-Saunders Generalizada (DÍAZ-GARCÍA; LEIVA, 2005), F (JOHNSON; KOTZ; BALAKRISHNAN,

1995), dentre outras. A Tabela 1 abaixo apresenta o gerador de densidades $g(\cdot)$ para algumas distribuições Log-simétricas.

Tabela 1 – Gerador de densidades $g(u)$ para algumas distribuições Log-simétricas

Distribuição	$g(u)$
Log-Normal(η, ϕ)	$\propto \exp\left(-\frac{1}{2}u\right)$
Log-Student- $t(\eta, \phi, \zeta)$	$\propto \left(1 + \frac{u}{\zeta}\right)^{-\frac{\zeta+1}{2}}, \zeta > 0$
Log-Exponencial-potência(η, ϕ, ζ)	$\propto \exp\left(-\frac{1}{2}u^{\frac{1}{1+\zeta}}\right), -1 < \zeta \leq 1$
Birnbaum-Saunders($\eta, \phi = 4, \zeta$)	$\propto \cosh(u^{1/2}) \exp\left(-\frac{2}{\zeta^2} \sinh^2(u^{1/2})\right), \zeta > 0$

Seja $T \sim \text{LS}(\eta, \phi, g)$, então algumas propriedades são:

- P1. $cT \sim \text{LS}(c\eta, \phi, g)$, com $c > 0$;
- P2. $T^c \sim \text{LS}(\eta^c, c^2\phi, g)$, com $c \neq 0$;
- P3. A mediana da distribuição de T é dada por η .
- P4. O valor do quantil é obtido pela função $W_p = \eta \exp\left(\sqrt{\phi} Z_\zeta^{(p)}\right)$, em que $Z_\zeta^{(p)}$ é o quantil $(100p)\%$ de $Z = (Y - \mu)/\sqrt{\phi} \sim S(0, 1, g(\cdot))$.

Note que as propriedades P1 e P2 revelam que distribuições Log-simétricas têm a característica de proporcionalidade e reciprocidade, respectivamente.

Estimação por máxima verossimilhança

Seja T_1, T_2, \dots, T_n uma amostra aleatória de tamanho n proveniente de uma variável aleatória T com FDP $f_T(t; \eta, \phi, g)$ dada em (2), e t_1, t_2, \dots, t_n os respectivos valores observados. Dada a independência assumida entre as variáveis T_1, T_2, \dots, T_n a função de verossimilhança do parâmetro $\boldsymbol{\theta} = (\eta, \phi)^\top$ é dada por

$$L(\boldsymbol{\theta}) = \prod_{i=1}^n L_i(\boldsymbol{\theta}), \quad (3)$$

em que $L_i(\boldsymbol{\theta}) = L(\boldsymbol{\theta}; t_i) = f_T(t_i; \boldsymbol{\theta})$ é a contribuição de cada item na amostra para a função $L(\boldsymbol{\theta})$. Desse modo, a função Log-verossimilhança é dada por

$$\ell(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^n \ell_i(\boldsymbol{\theta}), \quad (4)$$

em que

$$\ell_i(\boldsymbol{\theta}) = -\frac{1}{2} \log(\phi) - \log(t_i) + \log(g(\tilde{t}_i^2)). \quad (5)$$

Assim, para determinar a estimativa de máxima verossimilhança de $\boldsymbol{\theta}$ devemos resolver o sistema de equações $(U_\eta(\hat{\boldsymbol{\theta}}), U_\phi(\hat{\boldsymbol{\theta}})) = (\partial\ell(\hat{\boldsymbol{\theta}})/\partial\hat{\eta}, \partial\ell(\hat{\boldsymbol{\theta}})/\partial\hat{\phi}) = (0, 0)$, em que

$$U_\eta(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{\eta\phi} \log \left[\prod_{i=1}^n (t_i/\eta)^{v(\tilde{t}_i)} \right], \quad (6a)$$

$$U_\phi(\boldsymbol{\theta}) = -\frac{n}{2\phi} + \frac{1}{2\phi} \sum_{i=1}^n v(\tilde{t}_k) \tilde{t}_i^2, \quad (6b)$$

com

$$\tilde{t}_i = \log \left[(t_i/\eta)^{\frac{1}{\sqrt{(\phi)}}} \right], \quad v(t) = -2g'(t^2)/g(t^2).$$

2.2 Gráficos de Controle Bootstrap para percentis Log-simétricos

Nesta seção, um algoritmo baseado em Lio e Park (2008) é desenvolvido para a construção do Gráfico de Controle Bootstrap para o monitoramento de percentis de distribuições da classe Log-simétrica. Os passos para a construção do Gráfico de Controle são detalhados nas etapas abaixo.

Algoritmo Bootstrap

Passo 1. A partir de um processo estável e sob controle, coletamos um conjunto de k (20 a 30) amostras de tamanho m , geralmente 4, 5 ou 6. Assumimos que os dados sejam provenientes de uma distribuição Log-simétrica, testes de aderência podem ser feitos para confirmar isso.

Passo 2. Obter as estimativas de máxima verossimilhança para os parâmetros do modelo proposto utilizando todos os dados do conjunto no **Passo 1**.

Passo 3. Gerar uma amostra Bootstrap de tamanho m a partir das estimativas obtidas no **Passo 2**.

Passo 4. Obter as estimativas de máxima verossimilhança para os parâmetros do modelo proposto utilizando a amostra Bootstrap gerada no **Passo 3**.

Passo 5. Com as estimativas de máxima verossimilhança obtidas acima determinar a estimativa \hat{W}_p , em que W_p é o $100p$ -ésimo percentil da distribuição Log-simétrica (ver P4 na Seção 2.1).

Passo 6. Repetir os **Passos 3-5** um grande número de vezes ($B = 10.000$) para obter

a distribuição amostral do estimador \hat{W}_p .

Passo 7. Obter os quantis $\gamma/2$ e $(1 - \gamma/2)$ da distribuição amostral de \hat{W}_p . Aqui, γ é a Taxa de Alarmes Falsos, ou seja, a probabilidade de se observar valores fora dos limites encontrados mesmo o processo estando sob controle. Estes quantis são respectivamente os limites inferior (LIC) e superior (LSC) para o Gráfico de Controle Bootstrap. A linha central (LC) corresponde à estimativa \hat{W}_p a partir das estimativas de máxima verossimilhança obtidas no **Passo 2**.

Ao computar os limites de Controle, amostras futuras de subgrupos de tamanho m , são tomadas do processo em intervalos regulares de tempo, e W_p é estimado para cada um dos novos subgrupos pelo método da máxima verossimilhança (\hat{W}_p). Assim, se a estimativa \hat{W}_p estiver entre UCL e LCL do gráfico construído, calculado no **Passo 7**, o processo é assumido como estando em controle, caso contrário, pode-se dizer que está fora do controle. Desta forma, ao serem encontrados os limites de Controle Bootstrap, o processo é monitorado a partir da estatística \hat{W}_p .

2.3 Simulação de Monte Carlo

Nesta seção, um estudo de simulação de Monte Carlo foi realizado para avaliar o desempenho do Gráfico de Controle Bootstrap proposto. Este trabalho utilizou a ferramenta computacional R na sua versão 3.5.1 (2018). R é uma linguagem de programação e ambiente de desenvolvimento sem fins lucrativos, de código aberto, projetado para computação estatística e elaboração de gráficos baseada em pacotes. Mais detalhes e materiais de apoio podem ser obtidos em R Core Team (2018). Foram utilizados em especial os pacotes `ssym` (VANEGAS; PAULA, 2016c) e `gbs` (BARROS; LEIVA; PAULA, 2012). Este último se encontra na sua versão 1.0 e atualmente não está disponível no repositório de pacotes CRAN do R. Devido essa limitação algumas de suas funções (`rgbs` e `mlegbs`) foram incorporadas explicitamente aos códigos e dados os devidos créditos.

Para avaliar as simulações, estabelecemos a Taxa de Alarmes Falsos (TAF) γ como a probabilidade de erro Tipo I que é a probabilidade de se verificar pontos além dos Limites de Controle mesmo o processo ainda estando sob controle. Outra medida importante é o Comprimento Médio da Sequência (CMS). Esta estatística expressa o número de itens produzidos em um processo até que se observe o primeiro item fora dos limites com o

processo sob controle. Na prática ele equivale ao inverso da Taxa de Alarmes Falsos. Logo uma TAF de $\gamma = 0.01$ deve corresponder a um CMS de $1/\gamma = 100$. CMS acima deste valor indicam que os limites são muito largos logo, não detectariam mudanças, enquanto CMS baixos indicam limites muito próximos e acusariam mudanças no processo com maior frequência.

Para as simulações de Monte Carlo assume-se que o processo está sob controle. As distribuições dos dados utilizadas são Birnbaum-Saunders($\eta, \phi = 4, \zeta$), Log-Normal(η, ϕ), Log- t ($\eta, \phi, \zeta = 4$) com $\zeta = 4$ graus de liberdade, e Log-Power Exponencial($\eta, \phi, \zeta = 0.5$) com $\zeta = 0.5$. Para estas distribuições, fixou-se o parâmetro de locação $\eta = 1$ e os parâmetros de forma ζ , para Birnbaum-Saunders($\eta, \phi = 4, \zeta$) e escala ϕ , para as demais variando em 0.5, 1.0 e 2.0. O tamanho das amostras foi estabelecido em $m = 5$. O algoritmo avalia três percentis, a saber $p = 0.01$, $p = 0.1$ e $p = 0.5$. Para cada caso a Taxa de Alarmes Falsos (TAF) foi definida em $\gamma = 0.1$, $\gamma = 0.01$ e $\gamma = 0.002$.

Cada replicação de Monte Carlo consiste na execução dos **Passos 1 a 7** do algoritmo descrito na Seção 2.2. Para os resultados apresentados considerou-se $B = 10.000$ replicações. Após a simulação foram calculados os valores médios dos limites inferior e superior e seus respectivos erros-padrão.

Tabela 2 – Estimativas de máxima verossimilhança para LIC e LSC (sob controle), percentis $p = 0.01, 0.1, 0.5$, TAF $\gamma = 0.1, 0.01, 0.002$ ($k = 20$ e $m = 5$), Birnbaum-Saunders.

Parâmetro de forma	$p = 0.01$		$p = 0.1$		$p = 0.5$	
	LIC	LSC	LIC	LSC	LIC	LSC
	$\gamma = 0.1$ (TAF)					
$\zeta = 0.5$	0.209890	0.733992	0.367793	0.943337	0.699751	1.429248
$\zeta = 1.0$	0.068536	0.566615	0.159245	0.897564	0.514620	1.943739
$\zeta = 2.0$	0.017909	0.398630	0.049077	0.824652	0.330420	3.026968
	$\gamma = 0.01$ (TAF)					
$\zeta = 0.5$	0.148562	1.002362	0.283398	1.214235	0.574013	1.742364
$\zeta = 1.0$	0.042719	1.013528	0.106478	1.483738	0.357898	2.795378
$\zeta = 2.0$	0.010029	1.274741	0.029530	2.213408	0.175337	5.708131
	$\gamma = 0.002$ (TAF)					
$\zeta = 0.5$	0.124219	1.173721	0.247059	1.386342	0.516673	1.936262
$\zeta = 1.0$	0.033891	1.420407	0.087134	1.919538	0.296471	3.377452
$\zeta = 2.0$	0.007664	2.231053	0.022963	3.526388	0.128499	7.805356

Para determinar a eficiência dos limites de Controle obtidos utilizou-se o Comprimento Médio da Sequência (CMS). Em cada replicação da simulação, definidos os limites Bootstrap inferior e superior, foram geradas amostras sob controle do mesmo processo até que se observasse um percentil W_p além destes limites. A partir das $B = 10.000$ replicações o valor médio e desvio-padrão do CMS foram computados.

Tabela 3 – Desvios-padrão dos limites de Controle na Tabela 2 ($k = 20$ e $m = 5$), Birnbaum-Saunders.

Parâmetro de forma	$p = 0.01$		$p = 0.1$		$p = 0.5$	
	LIC	LSC	LIC	LSC	LIC	LSC
	$\gamma = 0.1$ (TAF)					
$\zeta = 0.5$	0.001703	0.005445	0.002224	0.005526	0.003170	0.006454
$\zeta = 1.0$	0.000797	0.008105	0.001550	0.010534	0.004341	0.016468
$\zeta = 2.0$	0.000229	0.010887	0.000602	0.019327	0.004853	0.044751
	$\gamma = 0.01$ (TAF)					
$\zeta = 0.5$	0.002641	0.015491	0.003826	0.015670	0.005953	0.017549
$\zeta = 1.0$	0.000994	0.031852	0.002155	0.037495	0.006633	0.051913
$\zeta = 2.0$	0.000267	0.073845	0.000738	0.106562	0.005540	0.179283
	$\gamma = 0.002$ (TAF)					
$\zeta = 0.5$	0.003950	0.033083	0.006092	0.033402	0.010032	0.037169
$\zeta = 1.0$	0.001390	0.077374	0.003122	0.086807	0.009882	0.115305
$\zeta = 2.0$	0.000366	0.211729	0.001034	0.277197	0.006928	0.425247

Tabela 4 – Comprimento Médio da Sequência (sob controle) e erros-padrão, percentis $p = 0.01, 0.1, 0.5$, TAF $\gamma = 0.1, 0.01, 0.002$ ($k = 20$ e $m = 5$), Birnbaum-Saunders.

Parâmetro de forma	$p = 0.01$		$p = 0.1$		$p = 0.5$	
	CMS	EP	CMS	EP	CMS	EP
	$\gamma = 0.1$ (TAF)		$1/\gamma = 10$			
$\zeta = 0.5$	10.05	0.094	10.04	0.095	10.01	0.094
$\zeta = 1.0$	9.94	0.096	9.95	0.094	9.79	0.094
$\zeta = 2.0$	10.04	0.094	9.99	0.094	9.92	0.095
	$\gamma = 0.01$ (TAF)		$1/\gamma = 100$			
$\zeta = 0.5$	99.13	0.965	99.77	0.984	99.00	0.965
$\zeta = 1.0$	99.15	0.980	99.18	0.983	98.04	0.965
$\zeta = 2.0$	99.40	0.961	100.04	0.993	99.79	0.995
	$\gamma = 0.002$ (TAF)		$1/\gamma = 500$			
$\zeta = 0.5$	477.61	4.457	480.90	4.523	472.80	4.455
$\zeta = 1.0$	480.38	4.563	482.02	4.527	476.91	4.569
$\zeta = 2.0$	468.88	4.457	465.19	4.421	479.89	4.580

Os limites de Controle, seus desvios-padrão e o CMS para cada percentil proposto

são apresentados nas Tabelas 2, 3 e 4 para a família Birnbaum-Saunders($\eta, \phi = 4, \zeta$).

Tabela 5 – Estimativas de máxima verossimilhança para LIC e LSC (sob controle), percentis $p = 0.01, 0.1, 0.5$, TAF $\gamma = 0.1, 0.01, 0.002$ ($k = 20$ e $m = 5$), Log-Normal.

Parâmetro de escala	$p = 0.01$		$p = 0.1$		$p = 0.5$	
	LIC	LSC	LIC	LSC	LIC	LSC
$\gamma = 0.1$ (TAF)						
$\phi = 0.5$	0.090698	0.636463	0.230729	0.918262	0.594487	1.681905
$\phi = 1.0$	0.033541	0.527530	0.125668	0.885876	0.479455	2.085507
$\phi = 2.0$	0.008221	0.405439	0.053183	0.843675	0.353314	2.830728
$\gamma = 0.01$ (TAF)						
$\phi = 0.5$	0.048203	0.993451	0.151701	1.313844	0.443148	2.257036
$\phi = 1.0$	0.013759	0.990018	0.069434	1.469700	0.316488	3.158068
$\phi = 2.0$	0.002337	0.986608	0.022990	1.723561	0.196427	5.088180
$\gamma = 0.002$ (TAF)						
$\phi = 0.5$	0.034137	1.242022	0.120567	1.585809	0.377989	2.646000
$\phi = 1.0$	0.008362	1.358551	0.050094	1.918152	0.253082	3.950999
$\phi = 2.0$	0.001156	1.542637	0.014482	2.508819	0.143104	7.014794

Tabela 6 – Desvios-padrão dos limites de Controle na Tabela 2 ($k = 20$ e $m = 5$), Log-Normal.

Parâmetro de escala	$p = 0.01$		$p = 0.1$		$p = 0.5$	
	LIC	LSC	LIC	LSC	LIC	LSC
$\gamma = 0.1$ (TAF)						
$\phi = 0.5$	0.001269	0.007005	0.002140	0.007765	0.003824	0.010960
$\phi = 1.0$	0.000693	0.007892	0.001703	0.010435	0.004563	0.019763
$\phi = 2.0$	0.000226	0.008562	0.000988	0.014081	0.004821	0.036727
$\gamma = 0.01$ (TAF)						
$\phi = 0.5$	0.001608	0.021765	0.003397	0.023192	0.006834	0.034467
$\phi = 1.0$	0.000649	0.031514	0.002167	0.038799	0.006951	0.068882
$\phi = 2.0$	0.000160	0.043105	0.001025	0.061769	0.005989	0.152010
$\gamma = 0.002$ (TAF)						
$\phi = 0.5$	0.002111	0.048007	0.005063	0.052566	0.011264	0.078972
$\phi = 1.0$	0.000774	0.075377	0.002975	0.093616	0.010083	0.160811
$\phi = 2.0$	0.000145	0.124948	0.001246	0.173289	0.007978	0.418047

Como esperado, ao diminuir o valor da TAF γ , a distância entre limites aumenta. Ainda, com a mudança do percentil avaliado em $p = 0.01, 0.1$ e 0.5 , os limites se tornam mais afastados, o parâmetro de forma também interfere na largura dos limites, como se vê na Tabela 2 para $p = 0.5$ e $\gamma = 0.002$ em $\zeta = 1$ (0.296471, 3.377452) e $\zeta = 2$ (0.128499, 7.805356), este intervalo é consideravelmente maior que o primeiro.

Tabela 7 – Comprimento Médio da Sequência (sob controle) e respectivos erros-padrão, percentis $p = 0.01, 0.1, 0.5$, TAF $\gamma = 0.1, 0.01, 0.002$ ($k = 20$ e $m = 5$), Log-Normal.

Parâmetro de escala	$p = 0.01$		$p = 0.1$		$p = 0.5$	
	CMS	EP	CMS	EP	CMS	EP
	$\gamma = 0.1$ (TAF)		$1/\gamma = 10$			
$\phi = 0.5$	10.19	0.098	9.92	0.087	9.44	0.090
$\phi = 1.0$	10.34	0.096	9.91	0.087	9.70	0.091
$\phi = 2.0$	10.40	0.100	10.51	0.099	9.97	0.095
	$\gamma = 0.01$ (TAF)		$1/\gamma = 100$			
$\phi = 0.5$	95.62	0.971	95.76	0.953	97.46	0.962
$\phi = 1.0$	95.93	0.953	95.06	0.953	101.79	1.043
$\phi = 2.0$	96.63	0.905	100.04	1.030	100.45	1.013
	$\gamma = 0.002$ (TAF)		$1/\gamma = 500$			
$\phi = 0.5$	504.16	5.000	490.28	4.747	476.35	4.542
$\phi = 1.0$	456.81	4.250	478.31	4.629	480.76	4.748
$\phi = 2.0$	485.10	4.832	478.03	4.541	469.96	4.478

Tabela 8 – Estimativas de máxima verossimilhança para LIC e LSC (sob controle), percentis $p = 0.01, 0.1, 0.5$, TAF $\gamma = 0.1, 0.01, 0.002$ ($k = 20$ e $m = 5$), Log- t -Student.

Parâmetro de escala	$p = 0.01$		$p = 0.1$		$p = 0.5$	
	LIC	LSC	LIC	LSC	LIC	LSC
	$\gamma = 0.1$ (TAF)					
$\phi = 0.5$	0.009755	0.449378	0.124271	0.886489	0.523216	1.911862
$\phi = 1.0$	0.001435	0.322583	0.052395	0.843646	0.400111	2.498083
$\phi = 2.0$	0.000095	0.201673	0.015397	0.785157	0.273596	3.653338
	$\gamma = 0.01$ (TAF)					
$\phi = 0.5$	0.000995	0.794236	0.042974	1.324727	0.334721	2.993733
$\phi = 1.0$	0.000058	0.721390	0.011725	1.489256	0.212531	4.718905
$\phi = 2.0$	0.000001	0.629426	0.001838	1.752955	0.111630	8.966642
	$\gamma = 0.002$ (TAF)					
$\phi = 0.5$	0.000169	1.043216	0.018909	1.658824	0.250609	4.040126
$\phi = 1.0$	0.000005	1.060882	0.003714	2.043073	0.140009	7.178019
$\phi = 2.0$	0.000000	1.086873	0.000366	2.746799	0.061650	16.172098

Para os três percentis avaliados os desvios-padrão dos limites são relativamente baixos, o que comprova a eficiência do método Bootstrap paramétrico como alternativa para estimar estas quantidades. Observa-se na Tabela 3 que os limites superiores apresentam desvios-padrão mais altos que os limites inferiores.

Tabela 9 – Desvios-padrão dos limites de Controle na Tabela 2 ($k = 20$ e $m = 5$), Log- t -Student.

Parâmetro de escala	$p = 0.01$		$p = 0.1$		$p = 0.5$	
	LIC	LSC	LIC	LSC	LIC	LSC
$\gamma = 0.1$ (TAF)						
$\phi = 0.5$	0.000403	0.006386	0.002431	0.008257	0.004698	0.017971
$\phi = 1.0$	0.000084	0.006561	0.001476	0.010743	0.005309	0.032545
$\phi = 2.0$	0.000008	0.005749	0.000599	0.014476	0.005141	0.068304
$\gamma = 0.01$ (TAF)						
$\phi = 0.5$	0.000157	0.022110	0.002990	0.027171	0.008659	0.081236
$\phi = 1.0$	0.000012	0.027653	0.001168	0.044617	0.007939	0.175167
$\phi = 2.0$	0.000000	0.034066	0.000260	0.075905	0.005998	0.453656
$\gamma = 0.002$ (TAF)						
$\phi = 0.5$	0.000063	0.050134	0.003163	0.071482	0.014569	0.236757
$\phi = 1.0$	0.000003	0.072997	0.000874	0.121976	0.011726	0.596255
$\phi = 2.0$	0.000000	0.105701	0.000127	0.224270	0.006991	1.907264

Tabela 10 – Comprimento Médio da Sequência (sob controle) e respectivos erros-padrão, percentis $p = 0.01, 0.1, 0.5$, TAF $\gamma = 0.1, 0.01, 0.002$ ($k = 20$ e $m = 5$), Log- t -Student.

Parâmetro de escala	$p = 0.01$		$p = 0.1$		$p = 0.5$	
	CMS	EP	CMS	EP	CMS	EP
$\gamma = 0.1$ (TAF)			$1/\gamma = 10$			
$\phi = 0.5$	10.11	0.095	10.31	0.100	9.77	0.095
$\phi = 1.0$	10.24	0.096	10.11	0.101	9.81	0.093
$\phi = 2.0$	9.76	0.093	9.58	0.091	10.01	0.092
$\gamma = 0.01$ (TAF)			$1/\gamma = 100$			
$\phi = 0.5$	102.84	1.007	103.21	1.024	100.87	0.994
$\phi = 1.0$	99.03	0.997	97.13	0.986	101.39	1.051
$\phi = 2.0$	100.06	1.048	99.12	1.000	98.03	0.927
$\gamma = 0.002$ (TAF)			$1/\gamma = 500$			
$\phi = 0.5$	450.44	4.034	494.74	4.711	470.07	4.264
$\phi = 1.0$	467.70	4.421	459.53	4.419	479.84	4.661
$\phi = 2.0$	468.99	4.273	458.36	4.168	463.66	4.144

Os CMS obtidos na Tabela 4 se aproximam dos valores esperados conforme a TAF γ definida em cada situação, como é o caso em $p = 0.1$, $\gamma = 0.01$ e $\zeta = 0.5$ que CMS = 99.77. Surgem pequenas divergências apenas nos casos de TAF muito baixas, $\gamma = 0.002$, evidenciando que os limites de Controle são coerentes com os resultados teóricos.

Tabela 11 – Estimativas de máxima verossimilhança para LIC e LSC (sob controle), percentis $p = 0.01, 0.1, 0.5$, TAF $\gamma = 0.1, 0.01, 0.002$ ($k = 20$ e $m = 5$), Log-Exponencial-potência.

Parâmetro de escala	$p = 0.01$		$p = 0.1$		$p = 0.5$	
	LIC	LSC	LIC	LSC	LIC	LSC
	$\gamma = 0.1$ (TAF)					
$\phi = 0.5$	0.021142	0.547154	0.121089	1.008012	0.435162	2.299570
$\phi = 1.0$	0.004281	0.425717	0.050457	1.010886	0.307848	3.245989
$\phi = 2.0$	0.000447	0.299052	0.014684	1.015482	0.189318	5.285270
	$\gamma = 0.01$ (TAF)					
$\phi = 0.5$	0.005553	0.971379	0.052376	1.659585	0.246050	4.060085
$\phi = 1.0$	0.000646	0.963277	0.015426	2.054228	0.137771	7.241480
$\phi = 2.0$	0.000031	0.944255	0.002741	2.761270	0.060787	16.568926
	$\gamma = 0.002$ (TAF)					
$\phi = 0.5$	0.002500	1.323131	0.031374	2.212451	0.176049	5.701066
$\phi = 1.0$	0.000211	1.491441	0.007506	3.088436	0.086012	11.749853
$\phi = 2.0$	0.000006	1.754902	0.001001	4.914932	0.031132	33.009548

Tabela 12 – Desvios-padrão dos limites de Controle na Tabela 2 ($k = 20$ e $m = 5$), Log-Exponencial-potência.

Parâmetro de escala	$p = 0.01$		$p = 0.1$		$p = 0.5$	
	LIC	LSC	LIC	LSC	LIC	LSC
	$\gamma = 0.1$ (TAF)					
$\phi = 0.5$	0.000603	0.007675	0.002159	0.011571	0.005436	0.027628
$\phi = 1.0$	0.000176	0.008291	0.001308	0.016064	0.005444	0.055596
$\phi = 2.0$	0.000025	0.008211	0.000520	0.022782	0.004555	0.135535
	$\gamma = 0.01$ (TAF)					
$\phi = 0.5$	0.000395	0.028449	0.002391	0.043992	0.007792	0.131987
$\phi = 1.0$	0.000069	0.038967	0.001030	0.078317	0.006374	0.314602
$\phi = 2.0$	0.000005	0.054119	0.000261	0.153188	0.003906	1.041460
	$\gamma = 0.002$ (TAF)					
$\phi = 0.5$	0.000379	0.077566	0.003093	0.119308	0.011024	0.365825
$\phi = 1.0$	0.000045	0.121113	0.001010	0.240032	0.007493	1.058758
$\phi = 2.0$	0.000002	0.205910	0.000185	0.525456	0.004028	4.282971

De um modo geral, os resultados das Tabelas 5, 6 e 7 para família Log-Normal(η, ϕ), Tabelas 8, 9 e 10, no caso da família log- t -Student($\eta, \phi, \zeta = 4$) e Tabelas 11, 12 e 13 para a família Log-Exponencial-potência($\eta, \phi, \zeta = 0.5$) apresentam conclusões equivalentes aos da família Birnbaum-Saunders($\eta, \phi = 4, \zeta$) relatados acima.

Tabela 13 – Comprimento Médio da Sequência (sob controle) e respectivos erros-padrão, percentis $p = 0.01, 0.1, 0.5$, TAF $\gamma = 0.1, 0.01, 0.002$ ($k = 20$ e $m = 5$), Log-Exponencial-potência.

Parâmetro de escala	$p = 0.01$		$p = 0.1$		$p = 0.5$	
	CMS	EP	CMS	EP	CMS	EP
	$\gamma = 0.1$ (TAF)		$1/\gamma = 10$			
$\phi = 0.5$	10.15	0.100	10.23	0.094	10.10	0.093
$\phi = 1.0$	10.37	0.090	11.03	0.108	10.23	0.093
$\phi = 2.0$	10.04	0.097	10.00	0.098	9.68	0.092
	$\gamma = 0.01$ (TAF)		$1/\gamma = 100$			
$\phi = 0.5$	98.99	0.985	96.87	0.961	96.52	0.972
$\phi = 1.0$	95.40	0.995	97.44	0.956	100.52	0.925
$\phi = 2.0$	98.16	0.996	97.03	0.938	101.52	1.092
	$\gamma = 0.002$ (TAF)		$1/\gamma = 500$			
$\phi = 0.5$	483.63	4.349	473.49	4.456	467.84	4.410
$\phi = 1.0$	482.27	4.720	477.08	4.590	463.85	4.465
$\phi = 2.0$	466.05	4.572	462.75	4.735	498.55	4.675

3 Aplicação

Este capítulo ilustra a aplicação dos Gráficos de Controle Bootstrap para o conjunto de dados disponível em Crowder (2017). Os dados foram coletados a partir de experimentos realizados no Departamento de Ciência dos Materiais e Engenharia da Universidade de Surrey. A Tabela 14 apresenta a tensão de falha para duas amostras de feixes de 1.000 fibras de carbono com comprimentos de 150 e 300mm embutidas em resina.

Tabela 14 – Tensões de falha em feixes de 1000 fibras de carbono (em GPa)

150mm									
2.11	2.26	2.34	2.44	2.51	2.51	2.57	2.57	2.61	2.61
2.61	2.65	2.67	2.71	2.71	2.71	2.75	2.75	2.75	2.75
2.77	2.77	2.79	2.83	2.83	2.83	2.87	2.87	2.9	2.9
2.92	2.94								
300mm									
1.889	2.115	2.177	2.259	2.279	2.32	2.341	2.341	2.382	2.382
2.402	2.443	2.464	2.485	2.505	2.505	2.526	2.587	2.608	2.649
2.669	2.69	2.69	2.71	2.751	2.751	2.854	2.854	2.875	

Estes dados estão associados a um processo de tensão de falha e por este motivo há o interesse em construir Gráficos de Controle Bootstrap para monitorar possíveis mudanças no seu primeiro percentil. Assumindo que os dados sejam provenientes de um processo estável e sob controle estatístico, o próximo passo é verificar qual distribuição Log-simétrica melhor se ajusta ao processo. As principais medidas estatísticas para cada amostra são apresentados abaixo

Tabela 15 – Estatísticas para amostra 150mm

Mín.	1º quartil	Mediana	Média	3º quartil	Máx.	Desvio P.	Coef. Assimetria
2.11	2.6	2.73	2.68	2.83	2.94	0.195	-1.049

Tabela 16 – Estatísticas para amostra 300mm

Mín.	1º quartil	Mediana	Média	3º quartil	Máx.	Desvio P.	Coef. Assimetria
1.88	2.34	2.50	2.50	2.69	2.87	0.236	-0.409

A seguir, para cada amostra foram estimados os parâmetros das principais distribuições Log-simétricas e os respectivos critérios de ajuste AIC e BIC.

Tabela 17 – Critérios de ajuste para feixes de fibra de carbono com 150mm

Família	ϕ	η	ζ	<i>AIC</i>	<i>BIC</i>
Birnbaum-Saunders	4	2.673	0.075	-7.786	-4.855
Log-Normal	0.006	2.6742	0	-7.810	-4.878
Log- <i>t</i> -Student	0.003	2.711	4	-10.930	-7.998
Log-Exponencial-Potência	0.002	2.71	0.5	-10.09	-7.158
Log-Slash	0.002	2.698	2	-10.136	-7.204
Log-Hiperbólica	0.002	2.709	1	-10.592	-7.660

Tabela 18 – Critérios de ajuste para feixes de fibra de carbono com 300mm

Família	ϕ	η	ζ	<i>AIC</i>	<i>BIC</i>
Birnbaum-Saunders	4	2.488	0.096	3.146	5.880
Log-Normal	0.009	2.489	0	3.136	5.870
Log- <i>t</i> -Student	0.008	2.497	15	2.894	5.628
Log-Exponencial-Potência	0.007	2.492	0.1	3.086	5.820
Log-Slash	0.005	2.499	2.6	2.862	5.596
Log-Hiperbólica	0.055	2.496	7.3	2.920	5.654

Baseando-se nos menores valores para AIC e BIC, a amostra de feixes com 150mm apresentou melhor ajuste à distribuição Log-*t*-Student, conforme Tabela 17, com as estimativas $\hat{\phi} = 0.003$, $\hat{\eta} = 2.711$, $\hat{\zeta} = 4$ e primeiro percentil $W_{0.01} = 2.208$. Para a segunda amostra o melhor ajuste foi obtido com a distribuição Log-Slash, conforme Tabela 18, e as estimativas $\hat{\phi} = 0.005$, $\hat{\eta} = 2.499$, $\hat{\zeta} = 2.6$ e primeiro percentil $W_{0.01} = 1.758$. A partir destas estimativas, foram simuladas para cada distribuição, 20 amostras de tamanho $m = 5$ independentes entre si. Os dados são apresentados nas Tabelas 19 e 20.

Tabela 19 – Amostras sob-controle. Log- t -Student($\eta = 2.711, \phi = 0.003, \zeta = 4$)

Subgrupo	Tensão de ruptura				
1	2.7181	2.4165	2.6555	2.8465	2.8105
2	2.3971	2.8197	2.6647	2.8207	2.6634
3	2.7300	2.8310	2.4661	2.6956	2.5946
4	2.6657	2.8258	2.9255	2.8389	2.6848
5	2.4781	2.7884	2.6664	2.7301	3.1030
6	2.2940	2.7248	2.8668	2.8850	2.7836
7	2.5644	2.7307	2.8657	2.3733	2.7127
8	3.0153	2.6888	2.5179	2.4982	2.6582
9	2.7764	2.5973	3.0866	2.5447	2.5618
10	2.6861	2.7283	2.7192	3.1966	2.7711
11	2.6342	2.8648	3.0285	2.7593	2.8313
12	2.5052	2.7239	2.7476	2.7925	2.7750
13	2.5420	2.8485	2.9199	2.7809	2.5776
14	2.6851	2.4763	2.7415	2.7753	2.3771
15	2.4658	2.7172	2.7638	2.9410	2.6782
16	2.7374	3.1237	2.5515	2.7599	2.8005
17	2.7325	2.5098	2.6545	2.7378	3.0702
18	2.5825	2.4347	3.0869	2.5678	2.7008
19	3.2392	2.7058	2.7319	2.8700	2.3878
20	2.8658	2.9785	2.4350	2.8270	2.4549

Tabela 20 – Amostras sob-controle. Log-Slash($\eta = 2.499, \phi = 0.005, \zeta = 2.6$)

Subgrupo	Tensão de ruptura				
1	2.6068	2.5365	2.5540	2.7062	2.1136
2	2.4722	2.5469	2.8424	2.2879	2.5945
3	2.4379	2.3017	2.3377	2.7682	2.2842
4	3.6869	2.8259	2.3344	2.2468	2.5814
5	2.3127	2.7099	2.3198	2.5661	2.3291
6	2.7148	2.8469	2.4616	2.4112	2.3027
7	2.1998	2.5251	2.4718	2.3440	3.0851
8	2.6207	2.4725	2.2404	2.5463	2.6226
9	2.9027	2.3514	2.7512	2.1396	2.5926
10	2.2849	2.8746	2.5214	2.8361	2.8086
11	2.6415	2.3580	2.5048	2.6933	2.1821
12	2.6711	2.6739	2.3095	2.1360	2.8090
13	2.1913	2.9403	2.2886	2.3838	2.2821
14	2.7189	2.5276	2.5075	2.3398	2.2325
15	2.6465	1.8399	2.4860	2.4377	2.3503
16	2.5102	2.2922	2.3513	2.2491	2.4384
17	2.7423	2.0717	2.5931	2.8167	2.4806
18	2.3163	2.6613	2.1566	2.2883	2.6913
19	2.5786	2.2897	2.7430	2.5677	2.1261
20	2.6872	2.3123	2.5650	2.4719	2.2785

O Gráfico de Controle Bootstrap para o primeiro percentil $W_{0.01}$ de ambas distribuições foi construído a partir das 20 amostras geradas assumindo controle estatístico. Os limites de Controle foram definidos através dos quantis da distribuição amostral de $\hat{W}_{0.01}$ considerando uma Taxa de Alarmes Falsos TAF $\gamma = 0.01$. A linha central foi definida pela estimativa de $\hat{W}_{0.01}$ utilizando as estimativas de máxima verossimilhança dos parâmetros de cada distribuição.

Nosso interesse está em verificar mudanças para menor nos percentis inferiores, para isso se considera que o processo gerador das amostras 150mm e 300mm tenha alterado seu parâmetro de forma para a Log- t -Student em $\phi = 0.03$, e o primeiro percentil passou a ser $W_{0.01} = 1.416$ e $\phi = 0.05$ para Log-Slash obtendo $W_{0.01} = 0.822$. A partir desta mudança, foram geradas 20 amostras de tamanho $m = 5$ apresentadas nas Tabelas 21 e 22.

Tabela 21 – Amostras fora de controle. Log- t -Student($\eta = 2.711$, $\phi = 0.03$, $\zeta = 4$)

Subgrupo	Tensão de ruptura				
21	2.0820	2.9726	2.7076	2.5519	2.7981
22	2.7510	2.5657	2.9686	3.3433	2.3806
23	2.1174	2.2128	2.0758	2.9506	2.6610
24	3.1664	2.7627	2.5692	2.4216	4.1822
25	3.2492	2.4023	2.8657	3.8130	2.1429
26	1.5911	2.5026	3.8057	2.4068	3.4358
27	2.7332	3.1598	2.3614	3.5657	4.5365
28	3.3339	2.5930	2.3664	2.4359	2.1653
29	2.8865	3.1703	2.0132	2.1294	2.5016
30	2.9201	2.5081	3.2581	2.6745	2.7353
31	1.6660	2.3727	3.5468	2.1695	1.7520
32	3.5128	3.2156	1.7330	2.5628	2.7704
33	2.4639	2.9872	2.5469	3.1224	2.3957
34	3.1024	2.8978	2.6273	2.5134	3.0987
35	2.5433	2.6227	2.1681	2.0420	2.0241
36	2.8352	2.7044	3.3029	2.9608	3.6160
37	2.5763	2.9221	2.9630	2.5266	2.1969
38	2.0472	2.7964	2.0887	3.7019	4.3576
39	1.8066	2.5287	2.3044	2.5283	2.6501
40	3.3597	5.1022	2.0527	2.7401	2.3927

As Figuras 1 e 2 mostram os Gráficos Bootstrap e seus limites gerados a partir das 20 primeiras amostras do processo tido estável e sob controle. Os percentis Bootstrap $\hat{W}_{0.01}$ para as amostras 21 a 40 do segundo processo foram inseridos. Da Figura 1, verifica-se que somente 9 dos 20 percentis calculados se encontram dentro dos limites de Controle, para a Figura 1, 7 percentis se encontram fora dos limites de controle, valor acima do esperado.

O que deixa claro que o primeiro percentil $W_{0,01}$ do processo original sofreu uma mudança para baixo em ambos os processos. O Gráfico de Controle Bootstrap se mostra eficiente ao detectar esta mudança, evidenciando um processo fora de controle, como esperado.

Tabela 22 – Amostras fora de controle. Log-Slash($\eta = 2.499, \phi = 0.05, \zeta = 2.6$)

Subgrupo	Tensão de ruptura				
21	2.7348	2.7878	3.6659	3.5721	2.0508
22	4.3136	2.2027	5.1498	2.4472	2.0449
23	2.3325	1.4498	2.5021	2.2068	2.0044
24	2.3234	2.9324	2.4664	2.3210	3.4781
25	3.3671	1.7688	2.0127	2.2705	2.2819
26	4.6751	3.3845	2.1638	2.5104	2.0733
27	2.8385	2.6633	2.7487	0.9441	3.5006
28	2.4399	2.8351	3.4345	3.3344	2.5594
29	2.5640	2.6165	1.4579	1.5854	2.9302
30	2.0771	3.2953	2.7707	3.1663	2.2911
31	3.1187	3.0672	1.5153	2.6222	1.8120
32	2.5930	2.3076	2.5526	2.8044	2.4265
33	1.4229	2.3341	3.6020	1.9788	2.1912
34	1.9601	2.3307	2.9077	1.5745	1.7021
35	2.5048	3.5434	2.8933	2.5777	4.8882
36	3.3482	2.0774	1.9633	2.9587	2.4322
37	2.1031	4.6251	1.8298	2.1876	3.5645
38	4.2695	2.4320	2.7289	1.8364	2.8148
39	2.8977	3.2191	2.0079	2.4455	2.3340
40	1.6704	2.7603	3.1882	2.5238	2.5161

Figura 1 – Gráfico de Controle Bootstrap percentil $W_{0,01}$ t -Student($\eta = 2.711, \phi = 0.003, \zeta = 4$)

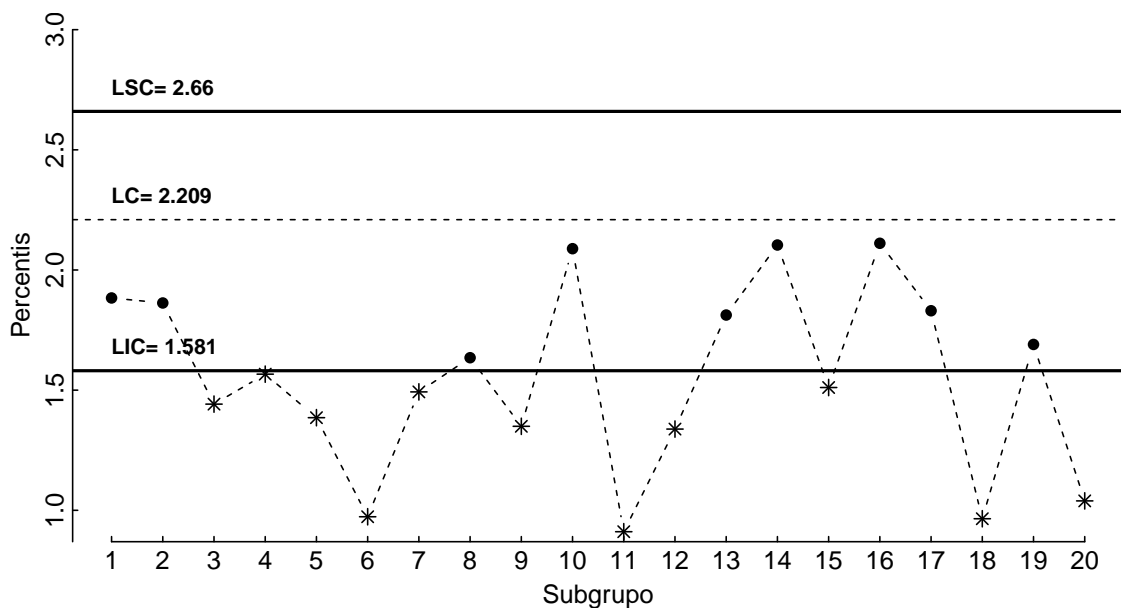
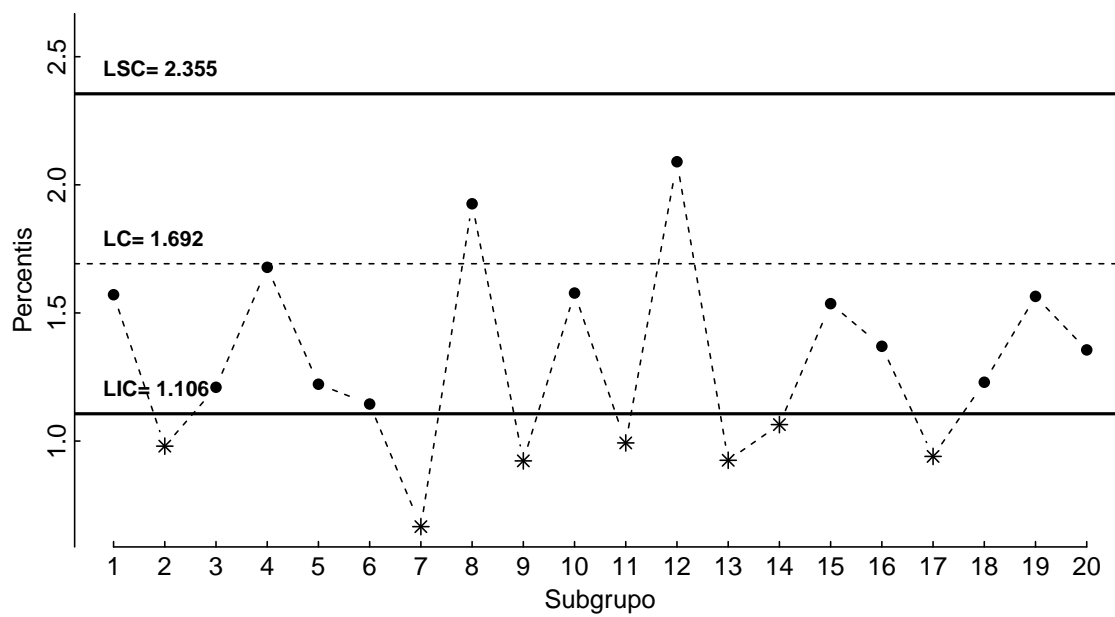


Figura 2 – Gráfico de Controle Bootstrap percentil $W_{0.01}$ Slash($\eta = 2.499, \phi = 0.005, \zeta = 2.6$)



4 Conclusões

Nesse trabalho, Gráficos de Controle Bootstrap paramétricos foram propostos como forma de se monitorar os percentis inferiores de processos onde os dados provêm de uma distribuição Log-simétrica. Os gráficos apresentados são uma generalização da metodologia tratada por Lio e Park (2008) e são úteis para dados provenientes de distribuições assimétricas, com suporte positivo, unimodais ou bimodais, e que possuem caudas mais pesadas/leves do que os da distribuição Log-Normal. Um estudo de simulação de Monte Carlo foi realizado para avaliar o comportamento dos gráficos Bootstrap propostos. Os valores obtidos para os comprimentos médios da sequência sustentam a suposição dos limites serem apropriados para se monitorar o processo. Os resultados correspondem aos valores teóricos para Taxas de Alarmes Falsos usuais $0.01 \leq \gamma \leq 0.1$, divergindo levemente quando se exigem taxas muito baixas, $\gamma < 0.01$. Em situações práticas, mudanças repentinas no percentil sob consideração podem ocorrer e os Gráficos de Controle Bootstrap se mostraram eficientes em detectá-las sendo nestes casos, mais apropriados que os Gráficos de Controle convencionais de Shewhart, levando em conta o fato de se lidar com amostras pequenas. Por fim, um exemplo com dados de tensão de falha em fibras de carbono foi realizado, ilustrando a potencialidade da metodologia proposta.

Um pacote em R está sendo desenvolvido e nesse Gráficos de Controle Bootstrap serão gerados para a distribuição Log-simétrica com o melhor ajuste aos dados; alguns códigos preliminares são apresentados no Apêndice.

Referências

- BARROS, M.; LEIVA, V.; PAULA, G. A. *gbs: Package for Generalized Birnbaum-Saunders Distributions*. [S.l.], 2012. R package version 1.0. Disponível em: [⟨https://CRAN.R-project.org/package=gbs⟩](https://CRAN.R-project.org/package=gbs).
- BIRNBAUM, Z. W.; SAUNDERS, S. C. A new family of life distributions. *Journal of Applied Probability*, v. 6, p. 319–327, 1969.
- BUREN, M. V.; WATT, W.; MARSALEK, J. Application of the log-normal and normal distributions to stormwater quality parameters. *Water Research*, v. 31, p. 95–104, 1997.
- CHRISTENSEN, P. T.; BAKER, M. J. *Structural Reliability Theory and Its Applications*. Berlin: Springer, 1982. v. 1.
- CROW, E. L.; SHIMIZU, K. *Lognormal Distributions: Theory and Applications*. New York, US: Dekker, 1988.
- CROWDER, M. J. *Statistical analysis of reliability data*. [S.l.]: Routledge, 2017.
- DÍAZ-GARCÍA, J.; LEIVA, V. A new family of life distributions based on elliptically contoured distributions. *Journal of Statistical Planning and Inference*, v. 128, p. 445–457, 2005.
- EFRON, B.; TIBSHIRANI, R. J. *An introduction to the bootstrap*. New York: Chapman & Hall, 1993. v. 1.
- JOHNSON, N.; KOTZ, S.; BALAKRISHNAN, N. *Continuous Univariate Distributions*. New York, US: Wiley, 1994. v. 1.
- JOHNSON, N.; KOTZ, S.; BALAKRISHNAN, N. *Continuous Univariate Distributions*. New York, US: Wiley, 1995. v. 2.
- JONES, M. C. On reciprocal symmetry. *Journal of Statistical Planning and Inference*, v. 138, p. 3039–3043, 2008.
- LEIVA, V. et al. A criterion for environmental assessment using Birnbaum-Saunders attribute control charts. *Environmetrics*, v. 26, p. 463–476, 2015.
- LIMPERT, E.; STAHEL, W. A.; ABBT, M. Log-normal distributions across the sciences: Keys and clues. *BioScience*, v. 51, p. 341–352, 2001.
- LIO, Y. L.; PARK, C. A bootstrap control chart for birnbaum-saunders percentiles. *Quality and Reliability Engineering International*, v. 24, p. 585–600, 2008.
- MARSHALL, A.; OLKIN, I. *Life Distributions*. New York, US: Springer, 2007.
- MORRISON, L. W. The lognormal distribution in quality control. *Journal of the Royal Statistical Society. Series C (Applied Statistics)*, v. 7, p. 160–172, 1958.
- NICHOLS, M. D.; PADGETT, W. J. A bootstrap control chart for weibull percentiles. *Quality and Reliability Engineering International*, v. 22, p. 141–151, 2005.

- PADGETT, W. J.; SPURRIER, J. D. Shewart-type charts for percentiles of strength distributions. *Journal of Quality Technology*, v. 22, p. 283–288, 1990.
- PODLASKI, R. Characterization of diameter distribution data in near-natural forests using the Birnbaum-Saunders distribution. *Canadian Journal of Forest Research*, v. 18, p. 518–527, 2008.
- R Core Team. *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. Vienna, Austria, 2018. Disponível em: <https://www.R-project.org/>.
- RIECK, J.; NEDELMAN, J. A log-linear model for the Birnbaum-Saunders distribution. *Technometrics*, v. 3, p. 51–60, 1991.
- SAULO, H. et al. A class of asymmetric regression models for left-censored data. <https://arxiv.org/abs/1803.06732>, 2018.
- TRIETSCH, D. *Statistical Quality Control A Loss Minimization Approach*. Singapore: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 1998. v. 1.
- VANEGAS, L. H.; PAULA, G. A. A semiparametric approach for joint modeling of median and skewness. *Test*, v. 24, p. 110–135, 2015.
- VANEGAS, L. H.; PAULA, G. A. An extension of log-symmetric regression models: R codes and applications. *Journal of Statistical Simulation and Computation*, v. 86, p. 1709–1735, 2016.
- VANEGAS, L. H.; PAULA, G. A. Log-symmetric distributions: statistical properties and parameter estimation. *Brazilian Journal of Probability and Statistics*, v. 30, p. 196–220, 2016.
- VANEGAS, L. H.; PAULA, G. A. *ssym: Fitting Semi-Parametric log-Symmetric Regression Models*. [S.l.], 2016. R package version 1.5.7. Disponível em: <https://CRAN.R-project.org/package=ssym>.

Apêndice A

Simulação classe log-simétrica

```
1 #=====
2 #Simulacao Monte Carlo Log-simetrica 15/11/18
3 rm(list=ls())
4 require(ssym) #Geracao de v.a. logsim.
5 #par(mar=c(4,4,.5,.5), mfrow=c(1,1), cex=.8)
6
7 # i:amostra
8 # j:simulacao
9 # k:familia
10 # l:param
11
12 #=====
13 #Objetos
14 n <- 20 #Amostras sob controle coletadas
15 m <- 5 #Tamanho amostral
16 M <- m * n
17 eta <- 1 #Par. de locacao
18 phi <- c(.5, 1, 2) #Par. de dispersao
19 family <- c("Normal", "Student", "Powerexp")
20 xi <- list(c(0,1), c(4), c(.5)) #Par. extra
21
22 k <- 1 #Qual familia sera simulada 1:Log-Normal, 2:Log-t, 3:Log-
    PowerExp
23 l <- 1 #param. phi
24
25 ##Geracao
26 Z <- rvgs(M, family[k], xi=xi[[k]]) #Amostra Simetrica
27 Y <- eta * exp(sqrt(phi[l]) * Z) #Amostra log-Simetrica
28
29 ##Estimacao
30 x <- rep(1, M)
31 fit <- ssym.l(log(Y) ~ x, family = family[k], xi = xi[[k]])
32 ml.eta <- exp(fit$theta.mu)
33 ml.phi <- exp(fit$theta.phi)
34
35 ##Subamostragem
36 b <- 100
37 B <- 10000 #Amostragens
38 W <- matrix(NA, nrow=B, ncol=3) #Cada coluna corresp. a um gama
39 CMS_1 <- CMS_2 <- CMS_3 <- matrix(NA, nrow=b, ncol=3)
40 LU_1 <- LU_2 <- LU_3 <- matrix(NA, nrow=b, ncol=6)
41 p <- c(.01, .10, .50)
42 gama <- c(.1, .01, .002)
43
44 z <- matrix(c(-2.326348,-1.281552,0,
45             -3.746947,-1.533206,0,
46             -3.354739,-1.582636,0), nrow=3, byrow=T)
47
48 #=====
49 #Simulacao
50 for(j in 1:b){
51   for(i in 1:B){
52     tryCatch({
53       Z <- rvgs(m, family[k], xi=xi[[k]]) #Amostra Simetrica
54       Y <- eta * exp(sqrt(phi[l]) * Z) #Amostra log-Simetrica
55
56       #Estimacao sub-amostra
57       x <- rep(1, m)
58       fit <- ssym.l(log(Y) ~ x, family = family[k], xi = xi[[k]])
```

```

59     ml.eta <- exp(fit$theta.mu)
60     ml.phi <- exp(fit$theta.phi)
61
62     #Quantile-p
63     W[i,] <- ml.eta * exp(sqrt(ml.phi) * z[k,])
64     }, error=function(e){cat(conditionMessage(e), "\n")})
65 }
66 LU_1[j,] <- quantile(W[,1], c(gama/2, 1-gama/2), na.rm=T) #Qtl 1
67 LU_2[j,] <- quantile(W[,2], c(gama/2, 1-gama/2), na.rm=T) #Qtl 2
68 LU_3[j,] <- quantile(W[,3], c(gama/2, 1-gama/2), na.rm=T) #Qtl 3
69 CMS_1[j,1] <- which(W[,1] < LU_1[j,1] | W[,1] > LU_1[j,4])[1]
70 CMS_1[j,2] <- which(W[,1] < LU_1[j,2] | W[,1] > LU_1[j,5])[1]
71 CMS_1[j,3] <- which(W[,1] < LU_1[j,3] | W[,1] > LU_1[j,6])[1]
72 CMS_2[j,1] <- which(W[,2] < LU_2[j,1] | W[,2] > LU_2[j,4])[1]
73 CMS_2[j,2] <- which(W[,2] < LU_2[j,2] | W[,2] > LU_2[j,5])[1]
74 CMS_2[j,3] <- which(W[,2] < LU_2[j,3] | W[,2] > LU_2[j,6])[1]
75 CMS_3[j,1] <- which(W[,3] < LU_3[j,1] | W[,3] > LU_3[j,4])[1]
76 CMS_3[j,2] <- which(W[,3] < LU_3[j,2] | W[,3] > LU_3[j,5])[1]
77 CMS_3[j,3] <- which(W[,3] < LU_3[j,3] | W[,3] > LU_3[j,6])[1]
78 if(j%20==0)print(format(Sys.time(), "%H:%M:%S"), quote=F)
79 }
80
81 #=====
82 #Armazenamento sub-tabelas
83 Nome <- c("N", "t", "Px")
84 dir.create("C:/Rsim")
85 save(list = c("LU_1", "LU_2", "LU_3", "CMS_1", "CMS_2", "CMS_3"),
86       paste("C:/Rsim/", Nome[k], "_", phi[l], "_", round(runif(1),4),
87            ".Rdata", sep=""))
88 #=====
89 #Compilacao das Tabelas
90 rm(list=ls())
91 setwd("C:/Rsim")
92 Nome <- c("N") #, "t", "Px")
93 Phi <- c("_0.5", "_1", "_2")
94
95 t <- 10 #Nro sub-tabelas
96 b <- 100
97 B <- t*b
98 LU_1X <- LU_2X <- LU_3X <- matrix(NA, nrow=B, ncol=6)
99 CMS_1X <- CMS_2X <- CMS_3X <- matrix(NA, nrow=B, ncol=3)
100
101 #Mescla de arquivos de simulacoes
102 for(nome in Nome){
103   for(phix in Phi){
104     for(ka in 0:(t-1)){
105       load(paste(nome, phix, "_", ka+1, ".Rdata", sep=""))
106       LU_1X[(b*ka+1):(b*ka+b),] <- LU_1
107       LU_2X[(b*ka+1):(b*ka+b),] <- LU_2
108       LU_3X[(b*ka+1):(b*ka+b),] <- LU_3
109       CMS_1X[(b*ka+1):(b*ka+b),] <- CMS_1
110       CMS_2X[(b*ka+1):(b*ka+b),] <- CMS_2
111       CMS_3X[(b*ka+1):(b*ka+b),] <- CMS_3
112     }
113     save(list = c("LU_1X", "LU_2X", "LU_3X", "CMS_1X", "CMS_2X", "CMS_3X", "B"),
114         file = paste("C:/Rsim/", nome, phix, ".RData", sep=""))
115   }
116 }
117
118 #=====
119 #Analise dos Resultados

```

```

120 rm(list=ls())
121 setwd("C:/Rsim") #Pasta dos arquivos
122
123 Nome <- c("N") #, "t", "Px")
124 Phi <- c("_0.5", "_1", "_2")
125
126 lim <- matrix(NA, nrow=9, ncol=6)
127 sd.lim <- matrix(NA, nrow=9, ncol=6)
128 cms <- matrix(NA, nrow=9, ncol=6)
129 LU <- c("LU_1X", "LU_2X", "LU_3X")
130 CMS <- c("CMS_1X", "CMS_2X", "CMS_3X")
131
132 nome <- Nome[1] #Familia a ser tabelado
133 for(jt in 1:3){
134   phi <- Phi[jt]
135   load(paste(nome, phi, ".RData", sep="")) #Le os arquivos gerados
      acima
136   for(k in 1:3){
137     D <- get(LU[k])
138     Q <- get(CMS[k])
139     lin <- seq(jt, 9, 3)
140     col <- c(2*k+c(-1,0))
141     col2 <- seq(1,6,2)[k]
142     lim[lin, col] <- matrix(round(apply(D, 2, mean)[c(1,4,2,5,3,6)
      ],6), nrow=3, byrow=T)
143     sd.lim[lin, col] <- matrix(round(apply(D, 2, sd)[c(1,4,2,5,3,6)
      ],6), nrow=3, byrow=T)
144     cms[lin, col2] <- matrix(round(apply(Q, 2, mean),2), nrow=3,
      byrow=T)
145     cms[lin, (col2+1)] <- matrix(round(apply(Q, 2, sd)/sqrt(B),3),
      nrow=3, byrow=T)
146   }
147 }
148
149 nomes <- list(rep(c(0.1,0.01,0.002),each=3), rep(c(.01,.1,.5), each
      =2))
150 dimnames(lim) <- nomes
151 dimnames(sd.lim) <- nomes
152 dimnames(cms) <- nomes
153
154 lim
155 sd.lim
156 cms
157 #=====

```

SimLogSym.R

Apêndice B

Dados de tensão de falha

```
1 #Department of Materials Science and Engineering, University of
   Surrey
2 require(ssym)
3 require(gbs)
4
5 mm150 <- c(2.11,2.26,2.34,2.44,2.51,2.51,2.57,2.57,2.61,2.61,
6   2.61,2.65,2.67,2.71,2.71,2.71,2.75,2.75,2.75,2.75,2.77,
7   2.77,2.79,2.83,2.83,2.83,2.87,2.87,2.9,2.9,2.92,2.94)
8
9 mm300 <- c(1.889,2.115,2.177,2.259,2.279,2.32,2.341,2.341,
10  2.382,2.382,2.402,2.443,2.464,2.485,2.505,2.505,2.526,2.587,
11  2.608,2.649,2.669,2.69,2.69,2.71,2.751,2.751,2.854,2.854,2.875)
12
13 (logBS <- mllogsym(mm150, family="BS"))
14 (logNO <- mllogsym(mm150, family="Normal", linf=0, lsup=0))
15 (logST <- mllogsym(mm150, family="Student", linf=2, lsup=20,by=1))
16 (logPO <- mllogsym(mm150, family="Powerexp", linf=-.5, lsup=.5, by
   =0.1))
17 (logSL <- mllogsym(mm150, family="Slash", linf=2, lsup=20 , by=0.1))
18 (logHY <- mllogsym(mm150, family="Hyperbolic", linf=1, lsup=20,by=.1)
   )
19
20 (logBS <- mllogsym(mm300, family="BS"))
21 (logNO <- mllogsym(mm300, family="Normal", linf=0, lsup=0))
22 (logST <- mllogsym(mm300, family="Student", linf=1, lsup=20,by=1))
23 (logPO <- mllogsym(mm300, family="Powerexp", linf=-.5, lsup=.5, by
   =0.1))
24 (logSL <- mllogsym(mm300, family="Slash", linf=1, lsup=20 , by=0.1))
25 (logHY <- mllogsym(mm300, family="Hyperbolic", linf=1, lsup=20,by=.1)
   )
```

LogBootData.R

Apêndice C

Código para o Gráfico Bootstrap

```
1 #Amostra 20x5 sob controle com parametros eta e phi
2 #Amostra 20x5 fora de controle com parametros eta e phi_alt
3
4 #Estimo os parametros da amostra completa
5 #Gero uma amostra m=5 a partir destas estimativas
6 #Estimo os parametros desta amostra
7 #Defino a estatistica W_0.01
8 #Repito o processo 10.000
9 #Defino o quantil alpha/2 e 1-alpha/2 da distribuicao empirica de W
10 #Defino a linha central W_0.01
11
12 #Estimo os parametros de cada linha da amostra fora de controle
13 #Defino a estatistica W_0.01
14 #Ploto cada estatistica W_0.01 no Grafico de Controle
15 require(ssym)
16 B <- 10000
17 n <- 20
18 m <- 5
19
20 in.t <- matrix(2.711 * exp(sqrt(.003) * rvg(n*m, family = "Student",
      xi = 4)), nrow = 20, ncol = 5, byrow = T)
21 out.t <- matrix(2.711 * exp(sqrt(.03) * rvg(n*m, family = "Student",
      xi = 4)), nrow = 20, ncol = 5, byrow = T)
22 in.s <- matrix(2.499 * exp(sqrt(.005) * rvg(n*m, family = "Slash",
      xi = 2.6)), nrow = 20, ncol = 5, byrow = T)
23 out.s <- matrix(2.499 * exp(sqrt(.05) * rvg(n*m, family = "Slash",
      xi = 2.6)), nrow = 20, ncol = 5, byrow = T)
24 #=====
25 ml.est <- ssym.l(log(c(in.t)) ~ rep(1, n*m), family = "Student", xi =
      4)
26 ml.eta <- exp(ml.est$theta.mu)
27 ml.phi <- exp(ml.est$theta.phi)
28
29 W <- numeric(B)
30 alpha <- 0.01
31
32 for(i in 1:B){
33   sample <- ml.eta * exp(sqrt(ml.phi) * rvg(m, family = "Student",
      xi = 4))
34   ml.est <- ssym.l(log(sample) ~ rep(1, m), family = "Student", xi =
      4)
35   eta <- exp(ml.est$theta.mu)
36   phi <- exp(ml.est$theta.phi)
37   W[i] <- eta * exp(sqrt(phi) * qt(.01, df = 4))
38 }
39
40 lcl <- quantile(W, alpha/2)
41 cl <- ml.eta * exp(sqrt(ml.phi) * qt(.01, df = 4))
42 ucl <- quantile(W, 1 - alpha/2)
43
44 W <- numeric()
45 for(i in 1:n){
46   ml.est <- ssym.l(log(out.t[i,]) ~ rep(1, m), family = "Student", xi
      = 4)
47   eta <- exp(ml.est$theta.mu)
48   phi <- exp(ml.est$theta.phi)
49   W[i] <- eta * exp(sqrt(phi) * qt(.01, df = 4))
50 }
51
```

```

52 par(mar = c(2.8, 2.8, .5, .5), bty = "n", mgp = c(1.2, .1, 0), tck =
    .01, family = "sans", adj = .5)
53 plot(1:length(W), W, main="", xlab="Subgrupo", ylab="Percentis",
54     pch=ifelse(W >= lcl & W <=ucl, 16, 8), type="b", lty=2,
55     ylim = c(.6*lcl, 1.1*ucl), axes=F, xpd=T)
56 axis(1, 1:length(W), labels=1:length(W))
57 axis(2, seq(0,3,.5))
58 abline(h=c1, lty=2)
59 abline(h=c(lcl, ucl), lty=1, lwd=2)
60 par(adj = 0)
61 text(1, c(lcl, cl, ucl)+.1, paste(c("LIC=", "LC=", "LSC="),
62     round(c(lcl, cl, ucl),3)), cex=.8,
        font=2)
63 #=====
64 ml.est <- ssym.l(log(c(in.s)) ~ rep(1, n*m), family = "Slash", xi =
    2.6)
65 ml.eta <- exp(ml.est$theta.mu)
66 ml.phi <- exp(ml.est$theta.phi)
67
68 W <- numeric(B)
69 alpha <- 0.01
70 qS <- qSlash(.01, xi = 2.6)
71
72 for(i in 1:B){
73     sample <- ml.eta * exp(sqrt(ml.phi) * rvgs(m, family = "Slash", xi
    = 2.6))
74     ml.est <- ssym.l(log(sample) ~ rep(1, m), family = "Slash", xi =
    2.6)
75     eta <- exp(ml.est$theta.mu)
76     phi <- exp(ml.est$theta.phi)
77     W[i] <- eta * exp(sqrt(phi) * qS)
78 }
79
80 lcl <- quantile(W, alpha/2)
81 cl <- ml.eta * exp(sqrt(ml.phi) * qSlash(.01, xi = 2.6))
82 ucl <- quantile(W, 1 - alpha/2)
83
84 W <- numeric()
85 for(i in 1:n){
86     ml.est <- ssym.l(log(out.s[i,]) ~ rep(1, m), family = "Slash", xi =
    2.6)
87     eta <- exp(ml.est$theta.mu)
88     phi <- exp(ml.est$theta.phi)
89     W[i] <- eta * exp(sqrt(phi) * qSlash(.01, xi = 4))
90 }
91
92 par(mar = c(2.8, 2.8, .5, .5), bty = "n", mgp = c(1.2, .1, 0), tck =
    .01, family = "sans", adj = .5)
93 plot(1:length(W), W, main="", xlab="Subgrupo", ylab="Percentis",
94     pch=ifelse(W >= lcl & W <=ucl, 16, 8), type="b", lty=2,
95     ylim = c(.6*lcl, 1.1*ucl), axes=F, xpd=T)
96 axis(1, 1:length(W), labels=1:length(W))
97 axis(2, seq(0,3,.5))
98 abline(h=c1, lty=2)
99 abline(h=c(lcl, ucl), lty=1, lwd=2)
100 par(adj = 0)
101 text(1, c(lcl, cl, ucl)+.1, paste(c("LIC=", "LC=", "LSC="),
102     round(c(lcl, cl, ucl),3)), cex=.8,
        font=2)
103 #=====

```

BootChart.R