Universidade de Brasília – UnB
Campus Gama – FGA
Engenharia Eletrônica

Filtros de Reconstrução e de Redução de Ruído para Projeções de Raios X em Tomografia Computadorizada, com Base em Modelos de Densidade Espectral de Potência

Gabriela Cristina Cardoso

Orientador: Dr. Cristiano Jacques Miosso

UnB – Universidade de Brasília

FGA – Faculdade Gama

Engenharia Eletrônica

Filtros de Reconstrução e de Redução de Ruído para Projeções de Raios X em Tomografia Computadorizada, Com Base em Modelos de Densidade Espectral de Potência

Gabriela Cristina Cardoso

Orientador: Cristiano Jacques Miosso

Trabalho de Conclusão de Curso
Engenharia Eletrônica

Brasília/DF, Dezembro de 2020

UnB – Universidade de Brasília
FGA – Faculdade Gama
Engenharia Eletrônica

Filtros de Reconstrução e de Redução de Ruído para Projeções de Raios X em Tomografia Computadorizada, Com Base em Modelos de Densidade Espectral de Potência

Gabriela Cristina Cardoso

Trabalho de Conclusão de Curso submetido à Faculdade UnB Gama da Universidade de Brasília, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de bacharel em engenharia eletrônica

Aprovada por:

Cristiano Jacques Miosso

(Orientador)

Adson Ferreira da Rocha, PhD

Fernando Vinícius Souza, MSc

Brasília/DF, Dezembro de 2020

Ficha Catalográfica

Cardoso, Gabriela Cristina
Filtros de Reconstrução e de Redução de Ruído para Projeções de Raios X em Tomografia Computadorizada, Com Base em Modelos de Densidade Espectral de Potência
49p., 210 × 297 mm (FGA/UnB Gama, Bacharelado em Engenharia Eletrônica, 2020).
Trabalho de Conclusão de Curso, Faculdade UnB Gama, Engenharia Eletrônica

1. Imageamento	2. Tomografia Computadorizada
3. *Processos Estocásticos*	4. Processamento de Sinais
I. FGA UnB/UnB.	II. Título (série)

Referência

Cardoso, Gabriela Cristina (2020). Filtros de Reconstrução e de Redução de Ruído para Projeções de Raios X em Tomografia Computadorizada, Com Base em Modelos de Densidade Espectral de Potência. Trabalho de Conclusão de Curso, Engenharia Eletrônica, Faculdade UnB Gama, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 49p.

Cessão de Direitos

Autor: Gabriela Cristina Cardoso

Título: Filtros de Reconstrução e de Redução de Ruído para Projeções de Raios X em Tomografia Computadorizada, Com Base em Modelos de Densidade Espectral de Potência

Grau: Bacharel em Engenharia Eletrônica

Ano: 2020

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta monografia de conclusão de curso e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta monografia pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

Gabriela Cristina Cardoso, gabccardoso@gmail.com

Brasília, DF – Brasil

Agradecimentos

Agradeço a Deus e aos meus pais por toda oportunidade que foi me dada até aqui. Concluir um curso superior em uma Universidade federal não é fácil por si só, e eu sei que eu não conseguiria sem ter todo o apoio financeiro e emocional dado pelos meus pais, José Luis e Patrícia Cristina, até aqui. Então, muito obrigada, eu amo muito vocês e nunca conseguirei agradecer o suficiente tudo que fizeram por mim. Agradeço ao meu irmão também.

Sou grata ao meu orientador, Cristiano Jacques, por ser um professor e orientador tão paciente e dedicado em ensinar de maneira que seja empolgante aprender. Fazer o trabalho de conclusão de curso é exaustivo e estressante, e tenho certeza que ter o senhor como orientador aliviou muito a carga emocional que esta trajetória exige.

Ao meu namorado, Gabriel Chules, que sempre me acalma e me incentiva a continuar, muito obrigada. Neste tempo de pandemia, você está sendo minha válvula de escape, e sei que seria muito difícil fazer tanto sem você do meu lado.

À minha amiga Fernanda que eu amo tanto, e mesmo distantes e em rotinas diferentes sempre arranjamos tempo para se apoiar e lembrar uma a outra o quanto nos amamos. Muito obrigada por sua amizade e por sempre acreditar em mim, estou com muita saudade.

Ao Douglas, um amigo tão especial, que nestes 5 anos de curso fez os dias na faculdade ficarem tão mais leves e divertidos, sonhando juntos com este dia que estaria escrevendo isto, muito obrigada, queria que pudéssemos nos ver e comemorar este momento. Daqui uns dias será a sua vez.

Obrigada a todos os meus amigos do curso de engenharia, que me ajudaram nesta trajetória compartilhando conhecimento e apoio. Aprendi muito o quanto é gratificante e enriquecedor quando ajudamos uns aos outros.

E por fim, agradeço a mim, que me dediquei tanto para chegar até aqui.

Resumo

O exame de imageamento realizado pela tomografia computadorizada é de grande utilidade e importância para a definição de diagnósticos médicos, e devido ao fato de os raios ionizantes, usados neste exame, serem aplicados diretamente nos corpos dos pacientes, deve ser levado em consideração a segurança e o bem-estar destes quando submetidos à CT para evitar danos colaterais.

A tomografia computadorizada usa comumente a retroprojeção filtrada como algoritmo de reconstrução. Porém este método requer muitas projeções para uma qualidade de imagem que permita um diagnóstico conclusivo. Pensando nisso, foi estudada a modelagem de um filtro que, combinado com filtros já existentes no método da retroprojeção filtrada, possibilite uma reconstrução que gere uma imagem com qualidade melhor e consequentemente seja possível reduzir o número de projeções utilizado e a exposição do paciente à radiação.

Para que seja feita a modelagem do filtro, foi primeiramente realizada uma análise dos tipos de ruído que mais influenciam a qualidade da imagem no exame de tomografia computadorizada, estes são o Gaussiano e o de Poisson. A partir desta análise feita, foi possível concluir e demonstrar o comportamento destes ruídos e modelar o filtro desenvolvido com base na respostas destes ruídos.

O filtro proposto foi inspirado no filtro ótimo de Wiener, tendo como base o comportamento da densidade espectral de potência das projeções de raio X e dos ruídos presentes. No caso da tomografia computadorizada, o filtro de Wiener não é o filtro ótimo pois o ruído de Poisson é dependente do sinal. Devido a isso foi estudado a influência do ruído de Poisson no resultado final da filtragem, e a resposta do filtro de Wiener mesmo ele não sendo o ideal para este caso específico.

O desenvolvimento do filtro foi feito a partir de um algorítimo que calcula uma integral numérica a partir do vetor de frequência, a ordem e a resposta em frequência do filtro desejado. Para confirmar a funcionalidade deste algorítimo, foi feito um teste gerando o filtro de Ram-Lak. A fórmula da resposta impulsional do filtro de Ram-Lak podia ser obtida analiticamente, só foi feita utilizando a integração numérica a fim de testar o algoritimo. Por fim, foram gerados e avaliados os filtros de Wiener.

Os tópicos que foram levados em consideração na avaliação dos filtros de Wiener foram, o quanto este melhora o resultado da retroprojeção quando aplicado o ruído Gaussiano e quando aplicado o ruído de Poisson. Foram utilizados parâmetros diferentes para cada teste, alternando entre a variação da quantidade de ruído aplicada nas projeções utilizadas na reconstrução da imagem e nas projeções utilizadas na composição do filtro.

Mesmo o filtro de Wiener ter sido projetado para ser um filtro ótimo no caso em que o ruído é independente do sinal e sua densidade espectral de potência é conhecida, foi testado o filtro com o ruído de Poisson, o qual é dependente, e assim não havia garantia que neste caso o filtro de Wiener seria um filtro ótimo. De fato os resultados mostram que quando se tem o ruído de Poisson, este filtro não é o recomendado a ser utilizado, sendo que mesmo quando o filtro de Wiener resulta na melhor SER possível, que é de aproximadamente 17dB, ainda é 5 decibéis menor que a SER resultante quando se utiliza apenas filtro de Ram-Lak.

Quando o ruído aplicado foi o Gaussiano, o filtro de Wiener cascateado com o de Ram-Lak apresentou resultados melhores que o filtro de Ram-Lak sozinho quando a faixa de SNR das projeções utilizadas na reconstrução e no projeto do filtro era menor que aproximadamente 40dB.

Foram utilizadas imagens reais de tomografia computadorizada para a realização dos testes, as quais possuem alguns resíduos de ruídos mesmo que já tenham sido filtradas anteriormente. Como foram aplicados mais ruídos nestas projeções,para simular os ruídos presentes antes da imagem ser reconstruída, pode ser que os resultados difiram um pouco de quando se tem apenas as projeções tiradas diretamente do aparelho CT scanner, que é o utilizado no exame de tomografia computadorizada. Para este caso, foi desenvolvido um algorítimo que considere as projeções reais, ou seja, sem serem retiradas de imagens já reconstruídas.

Palavras-chave: Tomografia Computadorizada. Ruído gaussiano. Ruído de Poisson. Retroprojeção filtrada. Filtro de Ram-Lak. Densidade espectral de potência. Projeções. Ruído. Filtro de Wiener.

Abstract

The imaging examination performed by computed tomography is of great usefulness and importance for the definition of medical diagnoses, and due to the fact that ionizing rays, used in this examination, to be applied directly to the patient's bodies, must be taken into consideration the safety and well-being of the patient when submitted the CT to avoid collateral damage.

Computed tomography commonly uses filtered retroprojection as a reconstruction algorithm. However, this method requires many projections for a quality image that allows a conclusive diagnosis. With this in mind, the modeling of a filter was studied, which, combined with filters already existing in the retroprojection filtered method, allows a reconstruction that generates an image with better quality and consequently it is possible to reduce the number of projections used and the exposure of the patient to radiation.

For the filter to be modeled, an analysis was first carried out of the types of noise that most influence the image quality in the tomography computerized exam, these are Gaussian and Poisson. From this analysis, it was possible to conclude and demonstrate the behavior of these noises and model the filter developed based on the responses of these noises. The proposed filter was inspired by the optimal Wiener filter, based on the behavior of the power spectral density of the X-ray projections and the noise present. In the case of computed tomography, the Wiener filter is not the optimal filter because the Poisson's noise is dependent on the signal. Because of this, the influence of noise of Poisson was studied in the final result of the filtration, and the response of the Wiener filter was not ideal for this specific case.

The development of the filter was made using an algorithm that calculates an integral numeric from the frequency vector, the order and frequency response of the filter wanted. To confirm the functionality of this algorithm, a test was performed generating the Ram-Lak filter. The formula for the impulsional response of the Ram-Lak filter could be obtained analytically, it was only done using numerical integration in order to test the algorithm. Finally, the Wiener filters were generated and evaluated. The topics that were taken into account in the evaluation of the Wiener filters were, how much it improves the result of the rear projection when Gaussian noise is applied and when Poisson noise is applied. Different parameters were used for each test, alternating between the variation of the amount of noise applied in the projections used in the reconstruction of the image and in the projections used in the composition of the filter.

Even though the Wiener filter was designed to be an optimal filter in the event that the noise is independent of the signal and its power spectral density is known, the filter

was tested with the Poisson noise, which is signal dependent, and thus not there was a guarantee that in this case the Wiener filter would be an optimal filter. In fact, the results show that when Poisson noise is present, this filter is not the recommended one to be used, and even when the Wiener filter results in the best possible SER, which is approximately 17dB, it is still 5 decibels less than the resulting SER when using only Ram-Lak filter.

When the applied noise was white gaussian, the Wiener filter cascaded with that of Ram-Lak showed better results than the Ram-Lak filter alone when the SNR range of the projections used in the reconstruction and in the filter design was less than approximately 40dB .

Real computerized tomography images were used to perform the tests, which have some noise residues even though they have already been filtered previously. As more noise was applied to these projections, to simulate the noise present before the image is reconstructed, the results may differ slightly when you only have the projections taken directly from the CT scanner device, which is the one used in the computed tomography exam. For this case, it was developed an algorithm that considers real projections, that is, without being removed from images already rebuilt.

Keywords: Computed Tomography. Gaussian noise. Poisson's noise. Filtered back-projection. Ram-Lak's filter. Power Spectral density. Projections. Noise. Wiener's filter.

Sumário

Lista de Figuras

Lista de Símbolos, Nomenclaturas e Abreviações

CT	–	*Computed Tomography*
TC	–	Tomografia Computadorizada
MRI	–	*Magnetic resonance imaging*
DEP	–	Densidade Espectral de Potência
CS	–	*Compressive Sensing*
SNR	–	*Signal-to-noise Ratio*
SER	–	*Symbol error rate*
SSIM	–	*Structural similarity*

1 Introdução

1.1 Imageamento em Tomografia Computadorizada

A possibilidade de gerar uma imagem do interior de um corpo sem ter a necessidade de procedimentos invasivos, como abrir o paciente, foi um marco importante na medicina. A partir deste avanço tecnológico é possível realizar diagnósticos completos, como encontrar lesões e tumores em pouco tempo, além da viabilidade de planejar um tratamento e acompanhá-lo evitando maiores riscos ao paciente. Observe na figura 1.1 um exemplo de uma imagem do interior da cabeça de um paciente feito através da tomografia computadorizada.

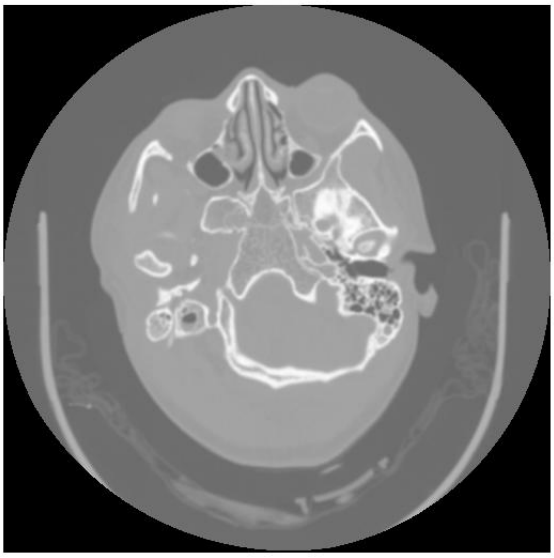

Figura 1.1. Imagem do cérebro de um paciente obtida através da tomografia computadorizada.

Atualmente existem múltiplos métodos para a realização do processo de imageamento além da tomografia computadorizada (CT), por exemplo, a ressonância magnética (MRI), a ultrassonografia, entre outros. Estas técnicas são baseadas em tecnologias distintas que

apresentam vantagens e desvantagens em variadas aplicações. A título de exemplo serão feitas comparações dos outros métodos citados acima em relação a tomografia computadorizada (CT) começando com a ressonância magnética (MRI).

A MRI utiliza radiação de radiofrequência para detectar a ressonância magnética das moléculas de hidrogênio, ao contrário da CT que usa radiação ionizante e mede a absorção dos raios X [1]. Uma desvantagem da CT em relação a MRI é que sua radiação ocasiona riscos de câncer, principalmente em crianças [2]. No levantamento bibliográfico não foi encontrada nenhuma evidência de alterações biológicas nos casos gerais relacionadas à ressonância magnética, porém, em alguns casos específicos ela também pode causar certos malefícios, por exemplo, quando feito um exame de ressonância magnética em mulheres grávidas este pode causar danos ao desenvolvimento do feto, como por exemplo, na sua audição [3]. Levando em consideração apenas a segurança do paciente, a MRI até então se mostrou um método mais vantajoso do que a tomografia computadorizada, mas apesar disso, este método requer um tempo maior para a aquisição de dados necessários para a reconstrução, além de possuir um custo maior que a CT [4].

O imageamento médico feito a partir da ultrassonografia utiliza ondas sonoras de alta frequência, geralmente na faixa de MHz [5]. O processo deste método de imageamento consiste basicamente em um transdutor ultrassônico colocado em contato com o paciente, e a partir desse transdutor ondas sonoras de alta frequência serão propagadas através do corpo e refletem nos órgãos de volta à origem [6]. A forma como a onda sonora retorna à fonte depende do tecido que a refletiu [6]; em ossos, por exemplo, a atenuação das ondas sonoras é muito maior que nos tecidos moles [5]. As vantagens do uso da ultrassonografia no imageamento médico são principalmente a não utilização de radiação ionizante, como a CT, e a transmissão de informações em tempo real [6], apesar disso a CT tem uma resolução espacial melhor [6] o que pode ser de extrema importância em alguns casos.

A tomografia computadorizada (CT), como foi mostrado anteriormente, possui vantagens e desvantagens em aplicações médicas, e como os outros métodos de imageamento, esta técnica permite obter a geometria do interior de objetos sem que haja necessidade de cortá-los ou destruí-los para tal [1]. Além do auxílio na obtenção de diagnósticos baseados em imagens do interior do corpo do paciente, que ainda é a aplicação mais comum da CT [1], este método de imageamento é aplicado em diversas áreas de tecnologia, como as industriais, que estão usando cada dia mais a obtenção de imagens a partir da CT para um controle de qualidade e detecção de falhas [1].

Nos dias atuais a técnica mais usada para reconstrução de imagem na tomografia computadorizada (CT) é a retroprojeção filtrada, na qual é usado o modelo matemático da transformada de Radon para as projeções e as retroprojeções da imagem [7]. Existem

outras técnicas de reconstrução que são promissoras e dispõe de grandes vantagens, como por exemplo a compressive sensing devido ao seu potencial de obter imagens de alta qualidade com uma menor aquisição de dados [8], porém o uso não é tão difundido na CT. Isto se deve por algumas razões, como o conservadorismo da indústria médica e a natureza da tecnologia da tomografia computadorizada, que será discutida em detalhes posteriormente.

A busca pela melhora da qualidade da imagem e pelo conforto e segurança do paciente são o que todas as técnicas de reconstrução têm em comum. No entanto, essas diversas técnicas, sobretudo as mais recentes, podem sofrer com a influência dos vários ruídos presentes devido ao tipo de medição feito pela tomografia. Estes ruídos afetam a qualidade da imagem de diferentes maneiras, como no contrate e na nitidez, e devido a isto é importante o processo descaracterização e tratamento de cada um desses. Existem dois ruídos principais que influenciam na imagem gerada através da tomografia, o de Poisson e o Gaussiano. Os ruídos citados serão detalhados posteriormente, mas de forma resumida, a presença do ruído de Poisson se deve ao fato de que a tomografia é associada a contagem de fótons [9] e o ruído Gaussiano está presente em qualquer processo de medição [10].

1.2 O Problema do Ruído nas Projeções e sua Influência sobre a Qualidade Promovida pelo Filtro de Reconstrução

A Retroprojeção, como o nome sugere, faz o processo inverso das projeções, ou seja, ao invés de começar com um objeto no plano e projetar feixes de raios X nele, a retroprojeção usa o que foi projetado para reconstruir o objeto pelo qual os feixes de raio X passaram [11]. A retroprojeção filtrada, técnica comumente usada na tomografia computadorizada e tratada neste trabalho, é o processo de aplicação de filtro nas projeções de raio X.

O filtro ideal utilizado na retroprojeção filtrada é o filtro de Ram-Lak, porém este não leva em consideração a presença de ruídos. Como o ruído é distribuído em todas as frequências e as imagens possuem sinais concentrados mais nas baixas frequências, o uso do filtro de Ram-Lak para poucas projeções implica na amplificação de ruídos em altas frequências, tornando necessário um número grande de projeções para evitar ruídos que comprometam a qualidade da imagem. Estas afirmações são explicadas através da teoria dos cortes de Fourier, detalhada na Fundamentação.

A exposição a raios X impede que o processo de imageamento por tomografia computadorizada seja o mais seguro para o paciente, porém o tempo requerido para aquisição de dados e a qualidade da imagem que é gerada torna esta técnica de imageamento

muito vantajosa. Devido a isso, é de grande relevância diminuir o tempo de exposição à radiação que a CT gera de forma que não interfira significantemente na nitidez da imagem resultante. Este problema pode ser tratado de diferentes formas, inclusive com o desenvolvimento de um filtro que leve em consideração os ruídos.

No levantamento bibliográfico feito, foram encontrados estudos sobre os efeitos dos ruído presentes nas medidas das projeções de raio X sobre a qualidade da imagem, e também sobre a abordagem dos tipos de filtro que se usam em combinação com o Ram-Lak. Porém, as pesquisas encontradas não levam em consideração a modelagem estocástica do ruído e um estudo da densidade espectral de potência (PSD) do sinal para o desenvolvimento de um filtro a ser combinado com o de Ram-Lak.

Este trabalho faz uma avaliação empírica da densidade espectral de potência (PSD) das projeções de raio X, levando em consideração a PSD do sinal e do ruído. Foram desenvolvidos algoritmos para utilizar uma base de dados de projeções puras, porém não haviam instruções suficientes sobre estas projeções e por isso não foi possível testar um filtro com elas. Portando, para simular o filtro desenvolvido, foram acrescentados os ruídos de Poisson e Gaussiano nas projeções retiradas de imagens reais de CT, e gerada a PSD deles.

1.3 Proposta para Definição de Filtros a serem Combinados com os Filtros de Reconstrução

Diferentes tipos de ruídos podem influenciar na qualidade da imagem gerada através da tomografia computadorizada de diferentes formas, e os principais destes, conhecidos até então, são o ruído de Poisson e o ruído Gaussiano. Alguns ruídos podem também ser gerados no processo de reconstrução, mas somente os de obtenção das projeções de raios X serão considerados neste trabalho.

O ruído Gaussiano é bastante estudado teoricamente e do ponto de vista computacional, dado que é um ruído comum em qualquer equipamento eletrônico. Por ser independente do sinal, no caso da tomografia computadorizada, e possuir uma variância unitária e média nula [12], minimizar este ruído não é tão complexo em relação a outros, e devido a isso comumente é usada a técnica de aproximação de outros ruídos para uma distribuição Gaussiana [13]. A minimização deste ruído é baseada no método dos mínimos quadrados, o qual é o melhor estimador se o ruído Gaussiano é adicionado aos dados [14].

O tratamento do ruído particular de Poisson que existe na tomografia computadori-

zada é complexo pois se trata de um ruído dependente do sinal, dado que sua variância é equivalente ao seu valor esperado, o qual é uma taxa do sinal [12]. No caso deste ruído, será testado o quanto sua influencia prejudica na qualidade final do sinal, e qual o resultado se utilizar o filtro de Wiener utilizando a variância deste ruído mesmo que este filtro não tenha sido projetado para ruídos dependentes do sinal, como é o caso do ruído de Poisson.

A avaliação da influência dos ruídos em cada projeção é feita empiricamente, e para isso é necessário adicionar os diferentes ruídos nas projeções das imagens de Tomografia Computadorizada. Pensando nisso, foi desenvolvido um algorítimo que gera um filtro utilizando integrações numéricas. Os argumentos necessários para o funcionamento desta função programada são a resposta em frequência do filtro, o vetor de frequência e a ordem deste.

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo Geral

A proposta deste trabalho é apresentar e avaliar estratégias de reconstrução utilizando filtros combinados que leve em conta os ruídos presentes no processo de reconstrução usado na tomografia computadorizada. O propósito é que a estimação da PSD destes ruídos, juntamente com a estimação da densidade espectral de potência das projeções, possibilite desenvolver um filtro que apresente uma qualidade objetiva de imagem que os filtros já existentes quando cascateado com o filtro ideal da reconstrução, isto é, o Ram-Lak. A qualidade objetiva de imagem será avaliada por meio de métricas conhecidas e usuais, como a Relação Sinal Erro (SER) em dB.

1.4.2 Objetivos Específicos

Para que o objetivo geral seja atingido, é planejado o cumprimento das seguintes ações:

- A partir de uma base de dados de imagens reais de tomografia computadorizada, estimar a densidade espectral de potência das projeções empiricamente;
- Desenvolver um filtro que será cascateado com o filtro de Ram-Lak;
- Avaliar o impacto do filtro desenvolvido em termos da qualidade objetiva da re-

construção;

- Comparar o filtro desenvolvido com os filtros já existentes utilizados no processo de reconstrução da tomografia computadorizada em termos da qualidade objetiva da imagem reconstruída.

1.5 Estrutura da Dissertação

A dissertação está organizada de forma a introduzir o leitor ao assunto que será abordado neste trabalho, explicando superficialmente sobre tomografia computadorizada, suas aplicações, vantagens e desvantagens e uma breve explicação do que será discutido e trabalhado no decorrer do texto.

O capítulo dois apresenta uma fundamentação sobre a tomografia computadorizada por raios x, explicando com mais detalhes seu funcionamento e a importância da transformada de Radon. Neste capítulo é esclarecida a relação entre as projeções de raios X e a transformada de Fourier da imagem, que é expressa no teorema de cortes de Fourier, e como este teorema permite a reconstrução da imagem utilizando algoritmos como o da retroprojeção filtrada. Por fim, são apresentados os tipos principais de ruídos presentes na tomografia computadorizada que influenciam na qualidade final da reconstrução da imagem.

O capítulo seguinte apresentas os métodos utilizados para o desenvolvimento deste trabalho, explicando as ideias e fundamentações utilizadas na construção dos algoritmos, além dos resultados obtidos com a compilação destes.

A conclusão, capítulo 5, visa o encerramento deste trabalho, finalizando os principais abordados neste, descrevendo as expectativas das respostas em frequências dos filtros propostos e comparando com o resultado obtido.

2 Fundamentação teórica e Estado da Arte

2.1 Tomografia por Raios X

Em 1895 Wilhelm Roengten fez uma descoberta essencial para o imageamento a partir da tomografia computadorizada, os raios-X. A partir destes raios é possível determinar a densidade total em vários pontos do objeto através dos feixes que o atravessam, cálculo conhecido como projeções de raio-x [11]. Em 1917 Johan Radon formulou matematicamente a reconstrução de um objeto a partir de infinitas projeções [15], mostrando como definir um objeto plano usando linhas, e além disso, determinar objetos sólidos a partir de planos [11]. A demonstração matemática de Radon juntamente com a descoberta de Roengten foram fundamentais para o desenvolvimento da tomografia computadorizada.

O termo **tomografia** teve origem na palavra grega *tomos* que significa pedaço [11]. Esta tecnologia de imageamento foi de extrema importância para a medicina, mas muitas outras áreas também foram beneficiadas, como as industriais, medicina veterinária, mineração, entre outras.

O desenvolvimento da tomografia computadorizada não foi um processo imediato, tiveram diversos intermediadores. Em 1963 Allan M. Cormack percebeu a importância dos dados conhecidos do coeficiente de atenuação de cada feixe de raio X durante uma observação de tratamentos de radioterapia [15]. Em 1987 compartilhou o Prêmio Nobel de Fisiologia e Medicina com Godfrey N. Hounsfield, que desenvolveu o primeiro aparelho de tomografia computadorizada clínica [15].

O funcionamento da CT, de forma resumida, é baseado em um emissor de raios X em um ponto de um círculo, um detector destes raios do lado contrário e um computador a fim de fazer o processamento dos dados. O paciente fica no centro do círculo do aparelho e este irá girar emitindo e detectando feixes de raio X em diversos ângulos através da parte específica do corpo que é requerida a imagem [5]. O computador é responsável pelo processamento do algorítimo que possibilita a reconstrução da imagem.

As imagens geradas pela CT são compostas pelas cores branca, preta e escalas de

cinza e estas variam a partir dos valores das densidades dos diferentes tecidos do corpo, como mostra a imagem 2.1, a qual representa o abdome de um paciente.

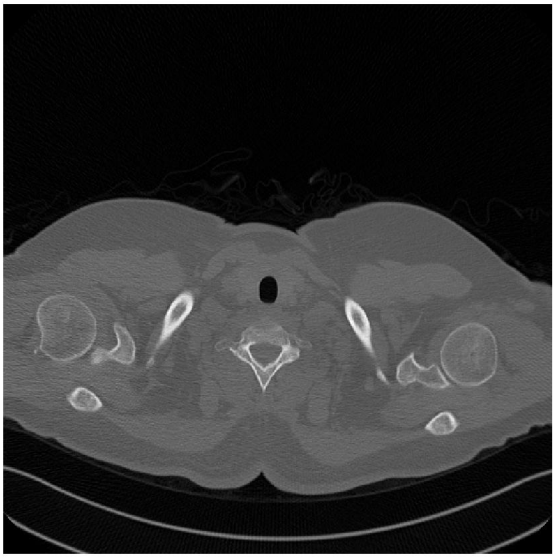

Figura 2.1. Imagem reconstruída de um abdome.

Cada tecido possui uma capacidade de absorção de radiação e devido a isto cada um atenua os feixes de raio X de forma diferente, característica chamada de coeficiente linear de atenuação [16]. O método usado para determinar este coeficiente linear de atenuação é o princípio utilizado pela tomografia computadorizada para gerar imagens [16].

2.2 Transformada de Radon

Devido ao fato de que os feixes de raios X possuem uma trajetória praticamente reta, pois sofrem uma difração insignificante, o princípio do imageamento a partir da tomografia por raio X está baseado nas integrais de linha destes feixes [16]. A matemática utilizada para descrever o conjunto de densidades de um objeto ao longo de um feixe de raio X usando integrais de linha foi desenvolvida por Johan Radon em 1917 [11], uma projeção é formada por um conjunto destas integrais de linha [17].

O CT scanner, aparelho usado para a realização da tomografia computadorizada, tem o funcionamento baseado na emissão de feixes de raios X de vários ângulos diferentes em direção a um objeto. Localizados do lado contrário de onde são emitidos feixes de raios X, detectores medem as radiações que chegam até eles, ou seja, que não foram absorvidas pelo objeto. A quantidade de energia que é mandada em uma determinada direção é

sempre conhecida, e a partir dos detectores é possível saber quanto desta energia que chegou do outro lado e assim calcular a quantidade desta absorvida pelo objeto. Esta energia absorvida é proporcional a integral de linha da densidade de massa dentro daquele objeto.

Na figura 2.2 é demonstrado como é feita a medição da densidade de massa de um objeto a partir de um feixe de raio X para o caso específico no qual $0 < \theta < \pi/2$ e $t > 0$. O feixe de raio X representado pela linha vermelha é mandado na direção de um objeto em um determinado ângulo θ, o qual está localizado entre o eixo x e a reta perpendicular ao feixe de raio X. A integral de linha deste feixe mede o que foi absorvido pelo objeto e é relacionado diretamente com $R_\theta(t)$, variável que representa o que foi medido pelos detectores.

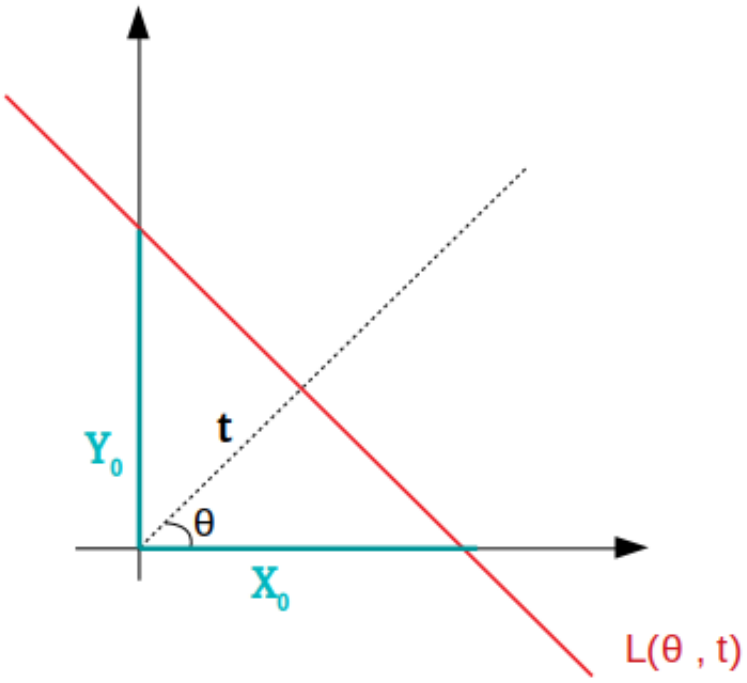

Figura 2.2. Geometria da integral de linha que gera a transformada de Radon.

Quanto maior o resultado da integral de linha, maior foi a absorção daquele feixe pelo objeto, pois é proporcional a densidade do segmento de reta. R_θ(t) é calculado a partir da equação

$$R_\theta(t) = \int_{L(\Theta,t)} I \cdot dL,$$

sendo I a imagem utilizada, L a linha que é integrada e θ o ângulo entre o eixo x e a reta perpendicular à linha.

A integral de linha do R_θ(t) é definida por

$$\int_{L(\Theta,t)} I \cdot dL = \int_a^b I(\alpha(r)) \cdot \left\|\alpha(r)'\right\| dr,$$

onde, a variável α(r) representa a posição ao longo da linha em termos de duas coordenadas, x e y, parametrizadas. O r percorre a linha a medida que é variado de a até b, portanto a variável r é a única que traduz o comprimento que já foi percorrido.

O primeiro passo para realizar o cálculo da integral de linha é fazer a parametrização da reta. A partir da equação da reta,

$$y(x) = m \cdot x + b, \tag{2.1}$$

deve-se manipular as variáveis para que y fique em função somente de x.

Fazendo a relação entre $sen(\theta)$ e as variáveis b e t, obtém-se

$$sen(\theta) = \frac{t}{b} \rightarrow b = \frac{t}{sen(\theta)},$$

onde, b fica em função das variáveis t e θ.

Para deixar a variável m em função de θ é preciso substituir o resultado de b, encontrado na equação anterior, na equação da reta 2.1 quando y é igual a zero,

$$m = -\frac{cos(\theta)}{sen(\theta)}.$$

Por fim, é preciso substituir os valores de b e m, encontrados acima, na equação da reta 2.1. Isto resulta em uma equação em função de θ e t definida por

$$y(x) = -\frac{cos(\theta)}{sen(\theta)}x + \frac{t}{sen(\theta)}.$$

Portanto a variável α(x) para $0 < \theta < \pi/2$ e $t > 0$ resulta em

$$\alpha(x) = \left(x, -\frac{cos(\theta)}{sen(\theta)}x + \frac{t}{sen(\theta)}\right).$$

O último passo é calcular a integral de linha utilizando o α(x) encontrado,

$$R_\theta(t) = \int_{-\infty}^{\infty} I\left(x, -\frac{cos(\theta)}{sen(\theta)}x + \frac{t}{sen(\theta)}\right)\frac{1}{sen(\theta)}dx, \tag{2.2}$$

onde, $R_\theta(t)$ representa os feixes de raio X que não foram absorvidos pelo objeto no qual a tomografia computadorizada é realizada. Este resultado foi calculado considerando $t > 0$ e $0 < \theta < \pi/2$, mas para todos os outros casos o resultado será análogo.

2.3 Teorema dos Cortes de Fourier

O teorema dos cortes de Fourier prova que o resultado da transformada de Fourier de uma projeção paralela unidimensional é o mesmo que a transformada de Fourier da imagem (transformada bidimensional). Isto significa que, a partir dos dados das projeções de raio X deve ser possível estimar o objeto através da transformada inversa bidimensional de Fourier [17]. Para provar este teorema, considere a equação 2.2, o primeiro passo será fazer a transformada de Fourier desta que é dada por

$$R_\theta(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_\theta(t) \cdot e^{-j2\pi ft}.$$

Ao substituir $R_\theta(t)$ pelo resultado encontrado, $R_\theta(f)$ resulta em

$$R_\theta(f) = \iint_{-\infty}^{\infty} I\left(x, -\frac{cos(\theta)}{sen(\theta)}x + \frac{t}{sen(\theta)}\right)\frac{1}{sen(\theta)}e^{-j2\pi ft}dxdt.$$

O próximo passo é o cálculo da transformada de Fourier da imagem, que também será uma integral dupla pois é em domínio bidimensional, em função da frequência horizontal e vertical. A fórmula utilizada para este passo é a própria transformada de Fourier de uma função bidimensional, e o resultado é definido como

$$\hat{I}(f_h, f_v) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} I(x,y)e^{-j2\pi(f_h x + f_v y)}dxdt.$$

Agora, é necessário fazer uma mudança de variáveis na equação acima, trocando a variável de integração de y para t. Isto resulta

$$\hat{I}(f_h, f_v) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} I\left(x, -\frac{cos(\theta)}{sen(\theta)}x + \frac{t}{sen(\theta)}\right)\frac{1}{sen(\theta)}e^{-j2\pi\left(f_h x + f_v\left(x, \frac{-cos(theta)}{sen(\theta)}x + \frac{t}{sen(\theta)}\right)\right)}dxdt. \tag{2.3}$$

Como o teorema dos cortes de Fourier afirma que a transformada de Fourier de uma projeção coincide com a transformada bidimensional ao longo de uma linha, é necessário analisar o comportamento nessa linha. Para isto, as frequências f_h e f_v devem ser relacionados a uma única frequência f da origem, assim a equação ficará em função de uma

única variável.

A frequência horizontal, f_h, é dada por

$$f_h = fcos(\theta), \tag{2.4}$$

e a frequência vertical, f_v, por

$$f_v = fsen(\theta). \tag{2.5}$$

Dado que as frequências estão em função de uma única variável, o passo final é substituir os valores destas frequências na equação 2.3. O resultado é dado por

$$\hat{I}(f_h, f_v) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} I\left(x, \frac{-cos(\theta)}{sen(\theta)}x + \frac{t}{sen(\theta)}\right)\frac{1}{sen(\theta)}e^{-j2\pi tf}dxdt, \tag{2.6}$$

o qual coincide com a transformada de Fourier de uma projeção unidimensional.

2.4 O Algoritmo de Retroprojeção Filtrada

Através das projeções adquiridas pelo CT scanner, deve ser usado um método para a construção da imagem do objeto desconhecido. Um dos métodos mais usual para isso é o da reconstrução analítica, utilizado no processo da retroprojeção filtrada. Este é baseado na inversão do modelo contínuo da tomografia computadorizada [18].

A retroprojeção filtrada é o algoritmo mais comum usado para a reconstrução das imagens na CT e consiste na escolha prévia de um filtro para realizar a filtragem de cada projeção. Este algoritmo é baseado em uma discretização da transformada inversa da fórmula matemática desenvolvida por Radon (eq. 2.2) [19].

Na figura a seguir 2.3, são feitas as retroprojeções das imagens sem nenhum filtro e utilizando, primeiro cinco ângulos, depois cinquenta e por último quinhentos. Posteriormente, na figura 2.4, são feitas também as reconstruções utilizando os mesmos valores de ângulos, porém estas fazem o uso do filtro de Ram-Lak. Observe a diferença entre elas.

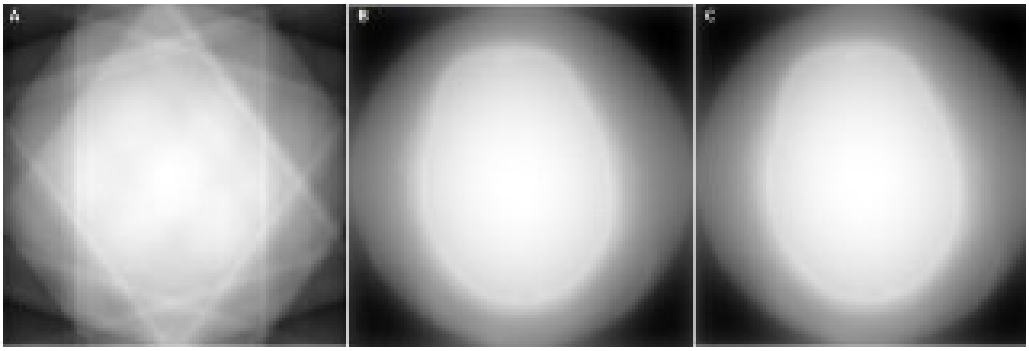

Figura 2.3. Imagem reconstruída sem filtro utilizando diferentes quantidades de ângulos; A) Com 5 ângulos; B) Com 50 ângulos; C) Com 500 ângulos

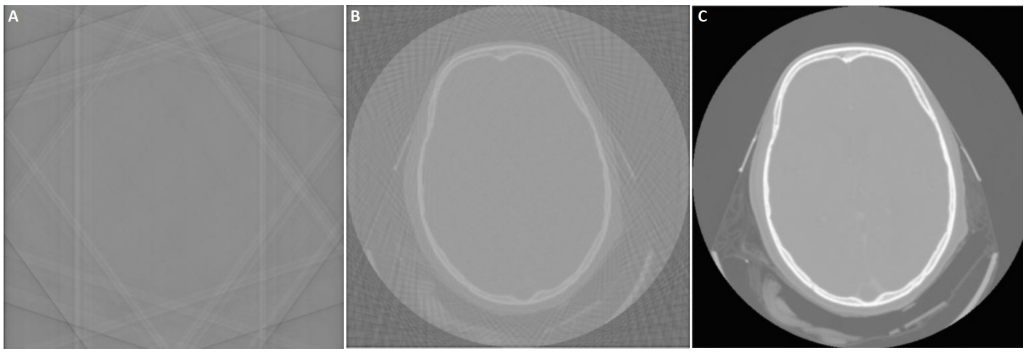

Figura 2.4. Imagem reconstruída com filtro de Ram-Lak utilizando diferentes quantidades de ângulos; A) Com 5 ângulos; B) Com 50 ângulos; C) Com 500 ângulos

As figuras mostram como o uso do filtro é importante na retroprojeção, pois só quando ele é utilizado que é possível tornar a imagem nítida. Quando as projeções não são filtradas, não importa o número que se usa delas, a imagem reconstruída nunca se torna legível.

Idealmente, o filtro utilizado na retroprojeção filtrada é o filtro de Ram-Lak, o qual é um filtro rampa. Porém este filtro não considera ruídos nas projeções, e devido a isso enfatiza os ruídos em altas frequências.

Para melhor explicar porque o filtro ideal do algoritmo de retroprojeção filtrada é o de Ram-Lak e quais os problemas que ele gera com a presença de ruídos, deve-se retomar o teorema dos cortes de Fourier. Este teorema mostra que a transformada bidimensional de Fourier de um objeto é obtida através da junção de transformadas de Fourier unidimensionais [15]. Para uma melhor visualização do significado desse teorema, observe a figura 2.5, os retângulos azuis representam uma faixa de frequência correspondente ao conteúdo da transformada de Fourier unidimensional de cada projeção em um ângulo θ, a parte mais externa da circunferência representa as altas frequências, e a parte interna

as baixas.

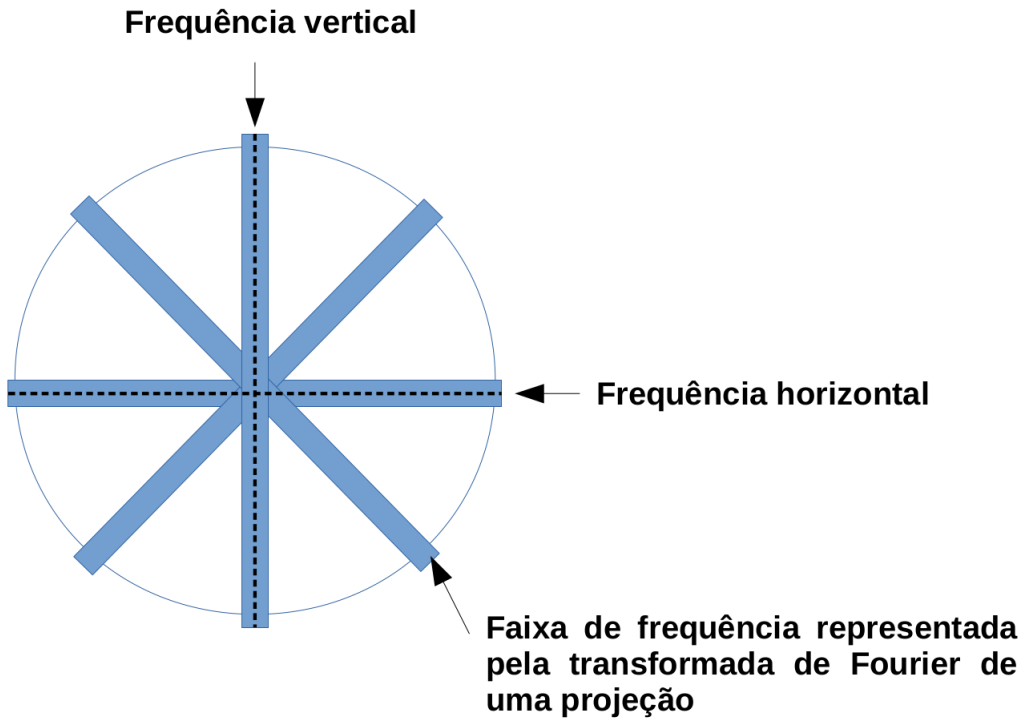

Figura 2.5. Faixas de frequência em domínio bidimensional representadas pelas transformadas de Fourier em domínio unidimensional das projeções de raio x, segundo o teorema dos cortes de Fourier, em processo de reconstrução por raios x.

É perceptível que as frequências baixas terão uma maior concentração, e esse resultado não é o que se espera, pois consequentemente estas frequências serão mais enfatizadas que as altas. A fim de solucionar isto é comumente usado o filtro rampa, ou de Ram-Lak. Este filtro é o ideal, teoricamente, dado que ele aumenta o ganho em altas frequências, tornando o resultado proporcional sem levar em consideração a presença de ruídos.

O uso exclusivo de um filtro de Ram-Lak gera uma menor robustez a ruídos, pois estes são enfatizados pelo filtro em altas frequências, onde a presença de sinal é menor e há uma maior concentração de ruídos. Neste sentido, combinar Ram-Lak com outro filtro específico pode melhorar a qualidade de imagem para uma mesma quantidade de projeções e até mesmo viabilizar a utilização de menos projeções para a reconstrução.

2.5 Tipos de Ruídos Presentes em Reconstrução por Raios X

O processo de reconstrução da tomografia computadorizada descrito neste capítulo, vai desde a emissão dos feixes de raios X até a filtragem dos dados obtidos e calculados. Como em todos os casos reais, este não apresenta as respostas ideais vistas na teoria

devido a presença de diferentes ruídos. A fim de aproximar ao máximo do ideal, é necessário identificar e tratar todos os ruídos que se apresentam durante o processo.

A tomografia computadorizada realiza contagem de fótons nas projeções, essa contagem gera ruído de Poisson no processo de reconstrução. Como a contagem de fótons é estimada a partir de um sinal de tensão elétrica na saída dos detectores, o que é feita é uma medição de sinais elétricos, e devido a isso tem a presença de ruído aditivo Gaussiano, o qual está presente em qualquer sistema que disponha de dispositivos eletrônicos.

As varáveis aleatórias contínuas e discretas possuem diferentes características que tornam necessárias formas distintas de representação de seus modelos probabilísticos. O modelo de variáveis discretas é representado pela Função Massa de Probabilidade (PMF) e é o modelo utilizado na distribuição de Poisson, e o modelo para variáveis contínuas é representado pela Função Densidade de Probabilidade (PDF) [10], este é utilizado na distribuição Gaussiana.

A distribuição de Poisson representa o número de ocorrências de um raro evento em um extenso número de amostras [20]. Seu modelo probabilístico descreve fenômenos que ocorrem aleatoriamente no tempo, enquanto há um número médio de ocorrências por unidade de tempo conhecido [10]. O ruído de Poisson que está presente nas projeções acarreta um problema na filtragem por ser dependente do sinal, dado que sua variância e seu valor esperado são iguais e equivalem à uma taxa do sinal [12].

Ao contrário da de Poisson, a distribuição Gaussiana é independente do sinal, o que facilita sua filtragem, além de sua média ser nula e sua variância ser unitária. Os ruídos que não possuem distribuição Gaussiana têm sidos frequentemente aproximados ao modelo Gaussiano, no qual é comumente utilizado o método dos mínimos quadrados para a sua redução, este até então é o melhor estimador estatístico quando o ruído Gaussiano é adicionado ao sinal [14].

3 Método Proposto para Análise Espectral e Projeto dos Filtros em Tomografia Computadorizada

3.1 Filtros Propostos para Tratamento das Projeções de Raios X

A primeira etapa da execução deste trabalho consiste em um estudo da densidade espectral de potência das projeções de imagens reais da tomografia computadorizada e um estudo da densidade espectral de potência do ruído, ambos serão feitos empiricamente. A metodologia usada se resume em usar o filtro de Ram-Lak, filtro teórico de reconstrução, para filtrar cada projeção fornecida pelo aparelho de tomografia computadorizada. Para a obtenção de um filtro melhor na presença de ruídos, foi desenvolvido um filtro com resposta $H_r(f)$ que será cascateado com o de Ram-Lak. Observe na imagem 3.1 o diagrama de blocos do processo que foi realizado.

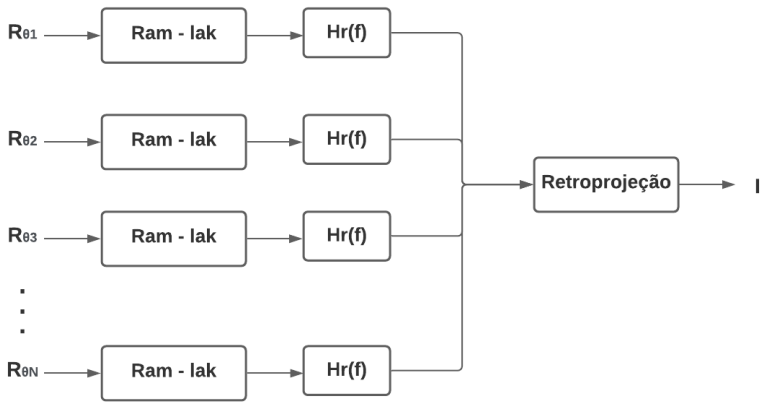

Figura 3.1. Diagrama de blocos do sistema de formação de imagens levando em conta os filtros de reconstrução e de tratamento do ruído.

A proposta deste trabalho foi fazer um levantamento de filtros, os quais possuam uma resposta que compensem regiões de frequência que tem pouco sinal e muito ruído, todos estes baseados na PSD do sinal e do ruído.

A fim de determinar a densidade espectral de potência das projeções foi feito um estudo empírico, no qual diversas imagens de tomografia tiveram suas projeções calculadas, e para cada projeção foi calculado o valor esperado do módulo ao quadrado da transformada de Fourier.

A ideia principal foi realizar a modelagem de um filtro com resposta $H_r(f)$ a ser cascateado com o filtro de Ram-Lak de forma que apresente melhorias significantes na relação sinal ruído nas projeções da imagem reconstruída quando comparadas a partir das métricas que serão usadas (SER e SSIM).

A abordagem utilizada para a escolha do filtro desenvolvido foi a realização de testes empíricos de filtros modelados a partir da relação das densidades espectrais de potência das projeções e dos ruídos.

O primeiro passo para a definição do filtro é o equacionamento da relação das densidades espectrais de potência do ruído e do sinal,

$$(H^o)_r(f) = argminE\left[\left|\frac{H(f)\cdot[H_{RL}(f)\hat{R}_\Theta(f) + H_{RL}(f)\hat{\eta}(f)] - H_{RL}(f)\hat{R}_\Theta(f)}{H_{RL}(f)\hat{R}_\Theta(f)}\right|^2\right],$$

sendo o numerador o sinal que se tem menos o sinal ideal, e no denominador apenas o sinal ideal, que é a projeção multiplicada pelo filtro de Ram-Lak.

Como o filtro de Ram-Lak está presente em todas as variáveis do numerador e denominador, é possível simplificar a equação retirando este filtro. A equação simplificada é dada por

$$(H^o)_r(f) = argminE\left[\left|\frac{H(f)\cdot[\hat{R}_\theta(f) + \hat{\eta}(f)] - \hat{R}_\theta(f)}{\hat{R}_\theta(f)}\right|^2\right]. \tag{3.1}$$

Com o intuito de deixar a equação mais sucinta, as variáveis são divididas por $\hat{R}_\theta$(f), resultando por fim em

$$(H^o)_r(f) = argminE\left[\left|H_r(f) - 1 + \frac{H_r(f)\hat{\eta}(f)}{\hat{R}_\theta(f)}\right|^2\right]. \tag{3.2}$$

3.2 Filtro Ótimo para Tratamento das Projeções de Raios X e Outras Possibilidades de Filtragem

Para o desenvolvimento do filtro que será utilizado na reconstrução foi tomado um ponto de partida exatamente igual ao do filtro de Wiener, o qual é um filtro ótimo. Porém, na resolução final deste filtro é considerada nula a correlação cruzada entre o sinal e o ruído, de fato o filtro de Wienner assume que o sinal e o ruído são independentes entre si. Isto não corresponde a realidade de tomografia computadorizada, já que o ruído de Poisson neste caso tem como variância o valor esperado da projeção [13].

Mesmo sabendo que o filtro ótimo de Wiener não corresponde ao filtro ótimo para a tomografia computadorizada, foram realizados testes utilizando este filtro nas projeções para verificar se mesmo não considerando a dependência do ruído de Poisson no sinal, ainda assim os resultados de filtragem das projeções com este filtro cascateado com o filtro de Ram-Lak seriam melhores do que apenas utilizar o filtro de Ram-Lak.

O filtro de Wiener é dado por

$$H(f) = \frac{E\left(\left|\hat{R_\theta(f)}\right|^2\right)}{E\left(\left|\hat{R_\theta(f)}\right|^2\right) + E\left(\left|\hat{\eta_\theta(f)}\right|^2\right)}. \tag{3.3}$$

3.3 Estimação da Densidade Espectral de Potência do Ruído

O aparelho usado na tomografia computadorizada fornece a transformada de Radon $R_\theta(t)$. Considerando o θ fixo, este $R_\theta(t)$ é definido como

$$R_\Theta(t) = I_\theta(t) + \eta(t),$$

onde, $I_\theta(t)$ é o valor ideal somado a um ruído e $\eta(t)$ é o ruído, o qual possui distribuição de Poisson pois a medida da CT é via contagem de fótons. A projeção é resultado do que foi emitido menos a contagem de fótons.

Foram feitos testes empíricos para gerar a função massa probabilidade do ruído $\eta(t)$ e observar sua distribuição via o software MATLAB. O resultado foi uma distribuição de Poisson assim como a da contagem de fótons. A função massa de probabilidade (PMF) marginal é dada por

$$P_t(x) = e^{-\lambda} \cdot \frac{\lambda^x}{x!},$$

a qual é uma PMF de Poisson para cada t. O $\eta(t)$ é um processo estocástico ao longo das posições e λ é o valor esperado, este coincide com a variância e é dependente do sinal [12].

Considerando que os ruídos em duas posições diferentes são independentes um do outro, a equação da probabilidade de η(t) ser x1 e x2 para t1 $\not\equiv$ t2 é dada por

$$P_{t1,t2}(x1, x2) = P_{ti}(x1) \cdot P_{t2}(x2),$$

e a função de autocorrelação por

$$R(t1, t2) = E_{t1} \cdot E_{t2}.$$

Se duas variáveis aleatórias são independentes entre si, a probabilidade da combinação entre elas é o produto das duas probabilidades, ou seja, a probabilidade fatora [21]. Se isto acontece, a correlação também fatora para o caso da distribuição de Poisson. Agora para duas posições iguais, a função de autocorrelação resulta em

$$R(t1, t2) = E(X_{t1}^2) = VAR(X) + E(X_{t1})^2.$$

Considerando que os valores esperados (λ) nas posições t1 e t2 são iguais, a função de autocorrelação para t1$\neq$t2 é

$$R(t1, t2) = \lambda^2,$$

e para t1=t2 é

$$R(t1, t1) = \lambda + \lambda^2.$$

Por fim, se duas variáveis aleatórias com distribuição de Poisson são independentes entre si, a função de autocorrelação resulta em

$$R(t1, t2) = \lambda^2 + \lambda \cdot \delta[t1 - t2]. \tag{3.4}$$

Nota-se que a função de autocorrelação não depende do valor absoluto, só depende da diferença entre dois pontos no caso de todos os valores esperados coincidirem. Pela propriedade de Poisson, se a média é a mesma em todos os pontos, a correlação só varia com a diferença entre estes, portanto pode-se garantir estacionariedade no sentido amplo no caso do processo de Poisson [21].

No caso da tomografia computadorizada, o ruído com distribuição de Poisson é de-

pendente do sinal, e consequentemente o valor de λ irá variar em diferentes posições, e por isso não é possível considerar a estacionariedade neste caso, o que gera um desafio na hora da filtragem. Para realizar o projeto do filtro, é importante considerar a dependência do sinal com ruído.

3.4 Estimação da Densidade Espectral de Potência das Projeções

O método adotado para estimar a densidade espectral das projeções coincide com o teorema de Wiener que afirma que a DEP definida como a transformada de Fourier da autocorrelação coincide com o valor esperado do módulo de Fourier ao quadrado, e essa convergência é para ponto a ponto [22].

No diagrama abaixo é mostrado como foi feito o processo de estimar a densidade espectral de potência das projeções, onde RT é a transformada de Radon, CFT é a transformada de Fourier das colunas, $||^2$ é o módulo ao quadrado da transformada de Fourier, CA é uma coluna que contém a média ao longo de cada linha e A representa a média de todos os valores da última coluna gerada.

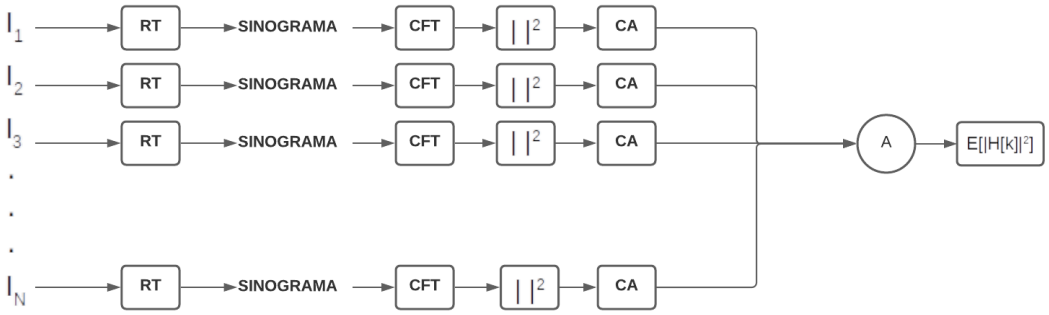

Figura 3.2. Diagrama de blocos do processo realizado para a definição da densidade espectral de potência do ruído.

A PSD das projeções é estimada apenas empiricamente através do software MATLAB. As projeções utilizadas para estimar essa PSD foram retiradas de uma imagem já reconstruída, pois não foi possível ter acesso a projeções puras, o que seria o ideal dado os processos pelos quais as projeções passam na hora de reconstruir a imagem.

3.5 Bancos de dados utilizada nas experimentações

As imagens utilizadas no trabalho foram retiradas de dois bancos de dados. O primeiro do Centre of Advanced, foi responsável pelo fornecimento das imagens de cabeça

feitas com a CT, esta base foi utilizada apenas na introdução e fundamentação teórica deste trabalho. E o segundo banco [23] foi responsável pelas imagens do abdome utilizadas nos testes.

Este segundo banco possui mais de 10 milhões de imagens, de 301 estudos com 151 participantes. Além de imagens reais de tomografia computadorizada, ele contém as projeções utilizadas na reconstrução de cada imagem, e também projeções de fantomas.

Para todos os testes realizados neste trabalho foram utilizadas as imagens "1-001.dcm"e "1-003.dcm"do paciente C02 retiradas do banco [23].

Para um trabalho futuro, seria interessante utilizar diretamente as projeções da tomografia. Para isso, é necessário fazer um estudo mais aprofundado para entender de que forma estas projeções são organizadas e como gerar uma imagem a partir delas. Isto não foi feito neste trabalho porque este estudo fugia do escopo principal proposto.

3.6 Experimentações Numéricas com Filtros já Existentes

Para efeito de comparação dos erros presentes na reconstrução (SER), primeiro foram feitos testes com imagens reais de tomografia computadorizada de um banco de dados [23] e aplicados cinco diferentes filtros nas projeções de cada uma dessas. Os filtros usados foram os de Ram-Lak, filtro de Cosseno, Hamming, Hann e Shepp-Logan.

Os testes foram feitos considerando o ruído Gaussiano branco e o ruído de Poisson separadamente e fixando primeiramente o número de projeções e depois fixando somente a relação sinal ruído (SNR) das projeções. A SNR foi fixada de acordo com o ruído que estava sendo aplicado na imagem. Observando o experimento com o número de projeções fixado, foi escolhida a SNR em que os filtros apresentavam o melhor resultado possível.

Os ruídos foram aplicados separadamente a título de comparação comportamental entre eles, assim é possível observar o comportamento do filtro no tratamento do ruído específico e também a influência daquele ruído na imagem reconstruída.

A fim de apresentar resultados mais concretos e sem as influências dos ruídos e filtros das imagens utilizadas, seria necessário utilizar projeções puras, sem serem retiradas de uma imagem já reconstruída, e para isso também foi feito um algorítimo considerando estas projeções.

3.7 Função do Projeto do Filtro

Para o projeto do filtro proposto, foi desenvolvida uma função que recebe a resposta em frequência do filtro, o vetor de frequência, a ordem e a janela. Este programa foi pensado para filtros mais complicados e sem formulação analítica.

No projeto, o comprimento do filtro já é limitado pela ordem, pois foi determinado que ele vá desde a metade do valor da ordem negativa, até a metade da ordem positiva, o que gera de forma automática uma janela retangular. Porém, pode-se escolher o tipo de janela do filtro, e caso não se escolha, a janela usada é a de hamming. É necessário atentar que a ordem escolhida tem sempre que ser par, para que o comprimento do filtro seja ímpar e portanto perfeitamente simétrico e real.

O vetor de frequência do projeto é limitado em ± 0.5, e é feita uma integração numérica nesta faixa da seguinte expressão,

$$h = H(f) \cdot e^{j2\pi fn} \tag{3.5}$$

onde, $H(f)$ é a resposta em frequência do filtro e n é o comprimento deste.

Para realizar esta integração numérica, foi utilizada a função trapz do matlab, que já faz automaticamente a integração apenas fornecendo o intervalo da integral, e a expressão que vai dentro desta.

Para testar se a função desenvolvida para o projeto do filtro estava funcionando corretamente, foi projetado o filtro de Ram-Lak. É possível obter uma fórmula da sua resposta analiticamente, porém ele foi gerado por este algorítimo por ser um filtro interessante para o teste, dado que sua forma é bem conhecida.

3.8 Projeto do Filtro de Wiener

O desenvolvimento do projeto do filtro de Wiener se deu pelo uso da função do filtro, descrita acima, e a função para adicionar ruído nas projeções.

Foram utilizadas imagens reais já reconstruídas da Tomografia Computadorizada para o projeto do filtro e para os testes de comparação. Para obter as projeções destas imagens, utilizou-se a função radon, que calcula as projeções de uma imagem ao longo de um determinado número de ângulos especificado, no caso do filtro projetado foram utilizados 1152 ângulos. Já na reconstrução da imagem, sempre foram utilizadas 200 projeções.

O primeiro passo foi adicionar ruído nas projeções geradas pela função radon, e retornou a variância destes ruídos. Esta variância retornada que foi utilizada no projeto do filtro.

Em seguida foi calculada a densidade espectral de potência das projeções da imagem, e usada a equação

$$H(f) = \frac{PSD_{projecoes}}{PSD_{projecoes} + v}, \tag{3.6}$$

onde $H(f)$ é a resposta em frequência do filtro, $PSD_{projecoes}$ é a densidade espectral de potência das projeções, e v é a variância do ruído retornada quando o ruído é adicionado nas projeções.

Por fim, foram adicionados os valores da resposta em frequência, do vetor de frequência e da ordem escolhida na função de projeto do filtro, resultando no filtro de Wiener proposto.

3.9 Experimentações Numéricas com os Filtros Propostos

Os testes dos filtros propostos foram feitos inicialmente considerando somente um dos ruídos de cada vez. Foram feitos quatro diferentes testes considerando cada ruído, o primeiro variando a SNR das projeções utilizadas no projeto do filtro e fixando a SNR, através da quantidade de ruído adicionado, das projeções da imagem reconstruída. Em seguida, foi variada a SNR, novamente através do ruído adicionado, das projeções usadas na reconstrução e fixando a SNR das projeções utilizadas no projeto do filtro. O terceiro teste foi variando ambas as SNRs, mudando a quantidade do ruído utilizado no filtro e adicionado nas projeções. E o último foi fixando ambas as SNRs. Os resultados dos testes não estão dispostos necessariamente nesta ordem.

A comparação de todos os testes foi no SER resultante da imagem gerada quando se utiliza apenas filtro de Ram-Lak e quando acrescenta o filtro de Wiener cascateado com o de Ram-Lak no processo de reconstrução. Assim foi possível perceber e concluir quando é vantajoso utilizar o filtro de Wiener.

Foram usados também fantomas sintéticos para comparar os resultados utilizando filtro de Wiener quando o ruído é gaussiano, com os resultados usando os mesmos parâmetros mas com imagens reais.

A fim de comparar o efeito dos ruídos adicionados nas projeções, foi feito um teste variando apenas a SNR das projeções utilizadas no projeto do filtro e não adicionando nenhum ruído nas projeções usadas para a reconstrução. Assim é possível observar a diferença da SER quando as projeções têm ruído e quando não têm.

Como vai ser observado, o ruído de Poisson não influenciou significantemente a imagem reconstruída, e portanto foi feito um teste reescalonando este ruído para ver seu efeito se a sua variância fosse maior. Porém este não é o caso que acontece na realidade, o teste foi apenas para demonstrar que o efeito de Poisson se deve à sua baixa variância.

4 Resultados e Discussões

4.1 Resultados Preliminares com Filtros já Existentes

Para observar o efeito do filtro proposto e sua importância na tomografia computadorizada, foram feitos testes com imagens reais de tomografia aplicando os filtros já existentes. Primeiramente foram aplicados os ruídos Gaussiano e de Poisson de forma separada para observar seus efeitos individuais na imagem, mas no caso real eles atuarão juntos.

Foram feitos dois tipos de experimentos, um fixando o número de projeções e variando a relação sinal ruído (SNR) das imagens a partir da adição de ruído, e o outro foi variando apenas o número de projeções.

A imagem 4.1 é resultado da variação da relação sinal ruído (SNR) em dB na aplicação do ruído gaussiano às projeções aplicando cinco diferentes filtros existentes e comumente usados, estes são o de Ram-Lak, Shepp-Logan, Hamming, Hann e cosseno. Neste caso pode-se observar que quando a SNR possui valores baixos, o filtro de Ram-Lak é o que apresenta a pior resposta, isso ocorre porque as projeções de raio X possuem mais ruído. Para este caso o número de projeções é fixado em 500, que é um valor considerado razoável para o imageamento por tomografia computadorizada.

O experimento seguinte, figura 4.2 é realizado de forma semelhante ao anterior, com exceção de que o ruído aplicado é o de Poisson, e este é aplicado de forma dependente ao sinal. Neste caso a diferença entre as respostas dos tipos de filtro não altera com o valor da SNR, como acontece na aplicação do gaussiano, porque o ruído varia com as projeções e não com a SNR.

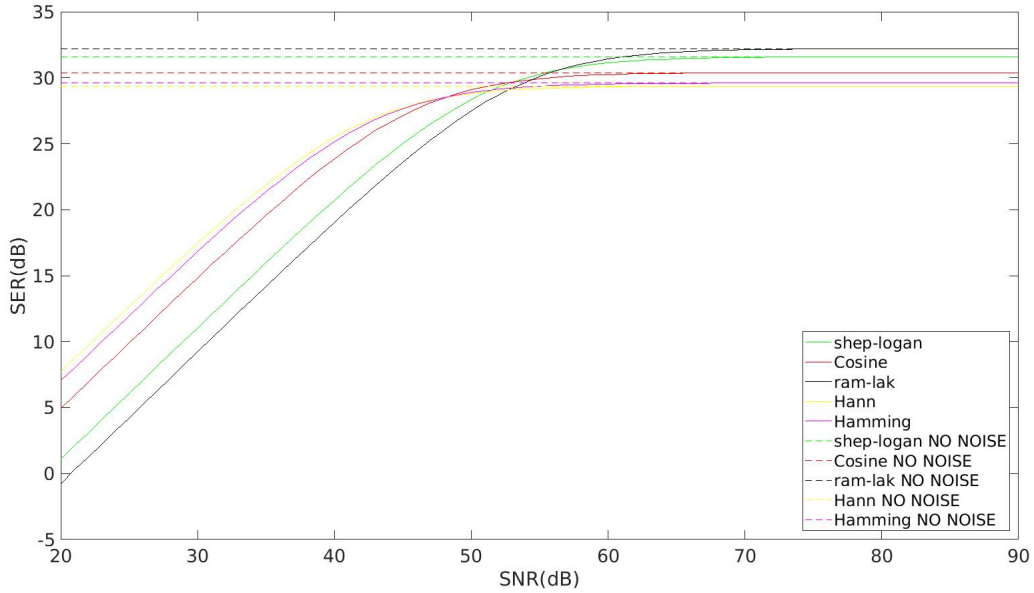

Figura 4.1. Aplicação de ruído gaussiano com o número de projeções fixo e a atuação de cinco diferentes filtros.

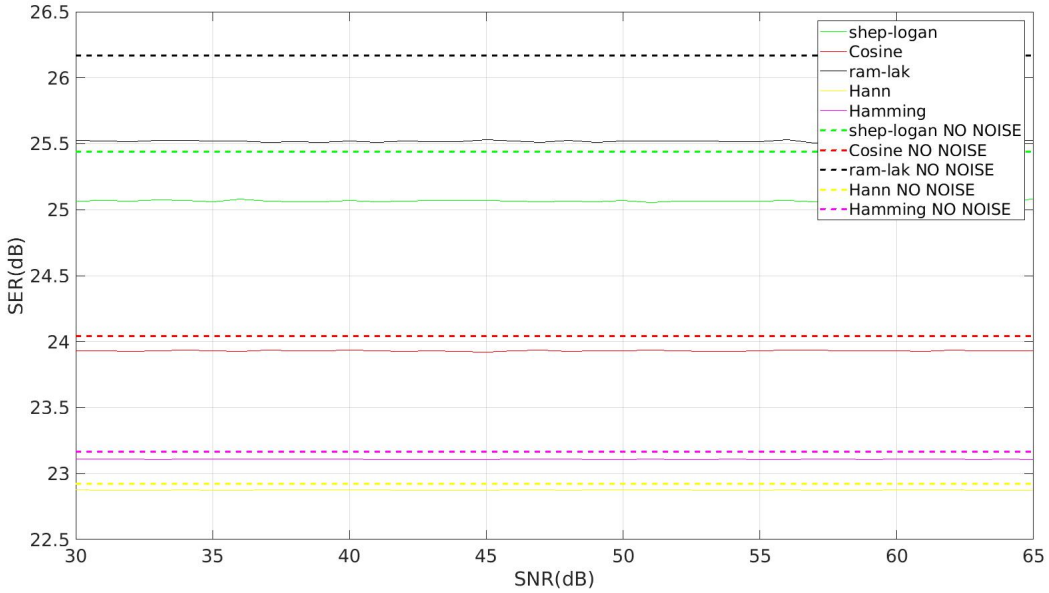

Figura 4.2. Aplicação de ruído de Poisson com o número de projeções fixo e a atuação de cinco diferentes filtros.

Para o segundo caso a SNR é fixada em 70dB tanto para o ruído Gaussiano 4.3 quanto para o de Poisson 4.3 . Em ambos os casos o filtro de Ram-Lak só se prova melhor que os demais após um certo número de projeções, antes disso ele apresenta a pior resposta em comparação aos outros filtros testados.

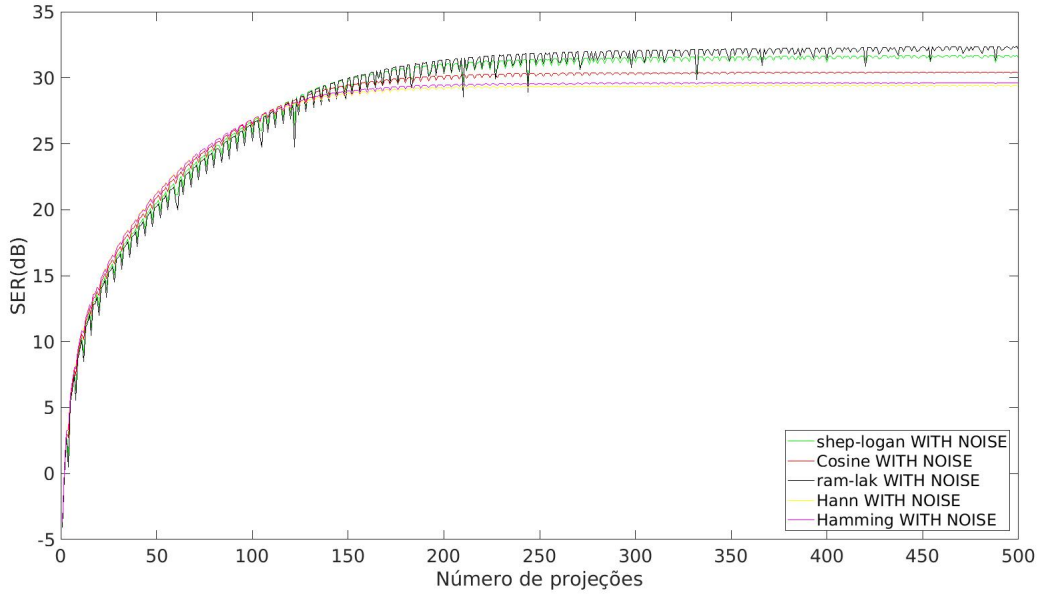

Figura 4.3. Aplicação de ruído gaussiano com o SNR(dB) fixo e a atuação de cinco diferentes filtros.

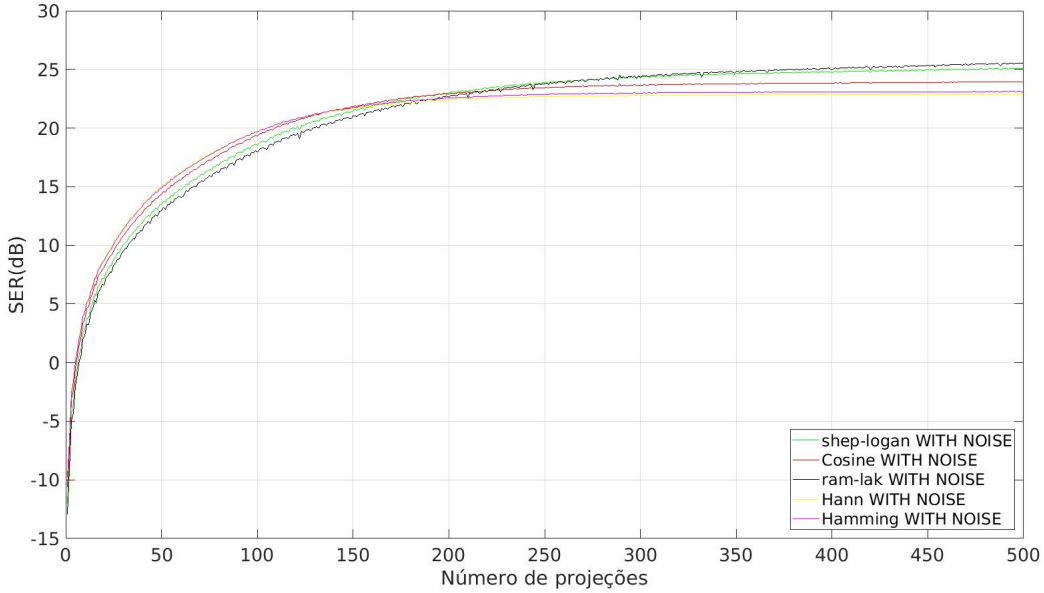

Figura 4.4. Aplicação de ruído de Poisson com o SNR(dB) fixo e a atuação de cinco diferentes filtros.

Estes últimos resultados mostram que para resultar em uma imagem de mais qualidade, é necessário um número maior de projeções, o que implica em uma maior exposição do paciente à feixes de raios X. E também é possível constatar que quando se tem muito ruído, que no caso é aonde tem menos projeções, o filtro de Ram-Lak não é o ideal para o processo de retroprojeção filtrada.

4.2 Teste do algorítimo do filtro desenvolvido

Para testar se a função utilizada para o projeto do filtro funcionava como o esperado, foi feito um algorítimo usando esta função para desenvolver o filtro de Ram-Lak, fazendo a transformada de Fourier da resposta em frequência retornada do filtro.

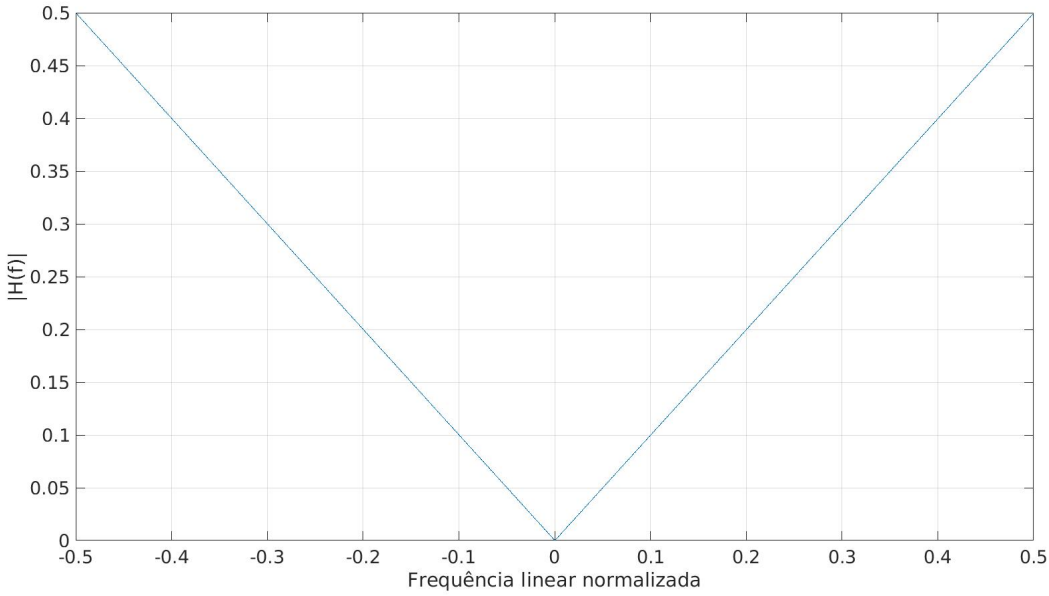

Figura 4.5. Filtro de Ram-Lak gerado, usando uma ordem de 1000, com o algorítimo desenvolvido.

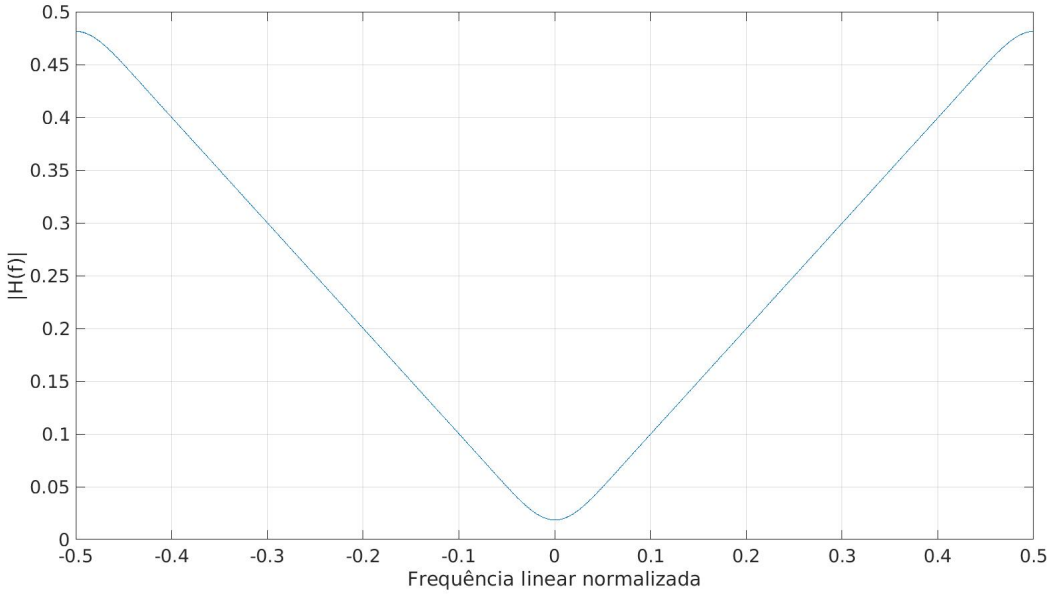

Figura 4.6. Filtro de Ram-Lak gerado, usando uma ordem de 30, com o algorítimo desenvolvido.

No projeto do filtro foram utilizadas duas ordens, primeiro uma ordem de mil e segundo uma de trinta. É nítido a diferença dos dois filtros, onde a ordem de mil deixa o filtro muito mais próximo do ideal comparada com a ordem de trinta, isto é, aproximando mais o centro do zero e as extremidades de 0.5.

Com os testes finalizados, é conclusivo que o uso da função projetada é confiável pois gerou o filtro de Ram-Lak da forma esperada. Além disso, foi levado em consideração o fato de que com a ordem mil o resultado fica muito próximo do ideal, e por isso foi usada esta ordem nos próximos filtros projetados.

4.3 Avaliação das Respostas do Filtro de Wiener Quando Aplicado ruído Gaussiano nas Projeções

A fim de avaliar o efeito do filtro de Wiener no processo de reconstrução das imagens da CT, foram feitos diferentes testes considerando o ruído Gaussiano e de Poisson separadamente.

No primeiro teste foi aplicado somente o ruído gaussiano nas projeções das imagens reconstruídas. Para este teste foram variados os valores do SNR das projeções utilizadas para a reconstrução da imagem e das projeções utilizadas para o projeto do filtro. Foram feitas quatro variações usando este ruído.

Primeiramente, foi feito o teste variando a SNR das projeções utilizadas no projeto do filtro de 10dB a 80dB, e fixando a das projeções utilizadas na reconstrução em 40dB4.7. Posteriormente, foi variada apenas a SNR das projeções utilizadas na reconstrução de 10dB a 80dB, e fixado a SNR, em 40dB, das projeções utilizadas no projeto do filtro de Wiener 4.8.

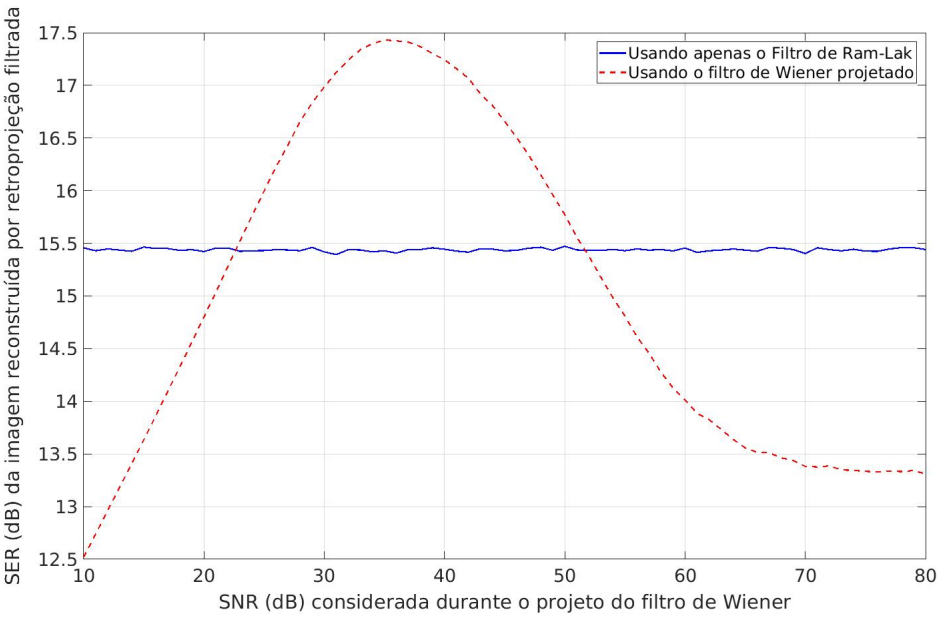

Figura 4.7. SER da imagem real reconstruída com dois diferentes filtros, com a SNR das projeções usadas na reconstrução fixo em 40dB e a SNR das projeções utilizadas no projeto do filtro variando de 10dB a 80dB.

Note que no início o filtro de Wiener não melhora mais que o filtro de Ram-Lak mesmo na presença de muito ruído. Isso porque, como a SNR das projeções do filtro de Wiener está muito menor que a SNR das projeções filtradas, este filtro não tem uma boa eficiência.

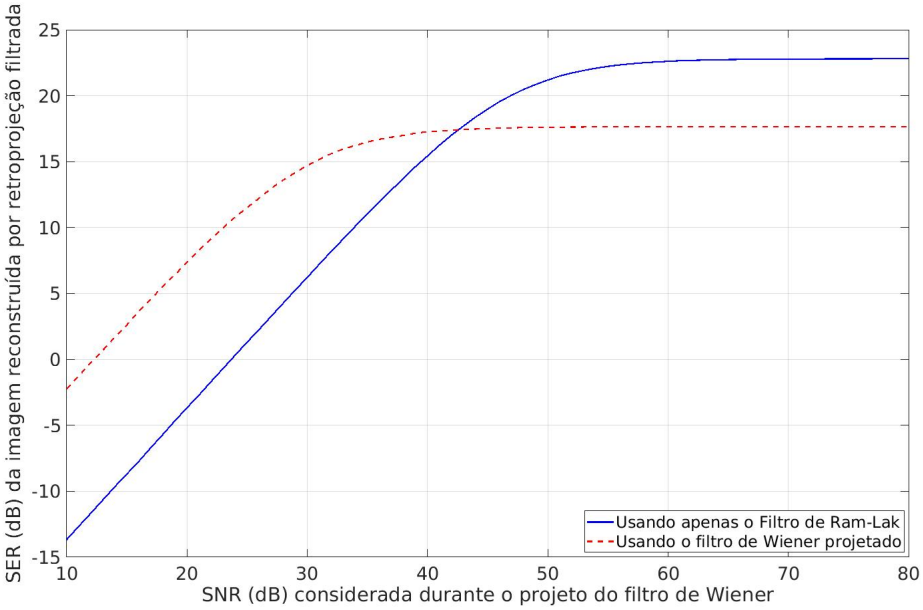

Figura 4.8. SER da imagem real reconstruída com dois diferentes filtros, com a SNR das projeções usadas na reconstrução variando de 10dB a 80dB e a SNR das projeções utilizadas no projeto do filtro fixo em 40dB.

Nos dois casos, tanto variando a SNR das projeções usadas na reconstrução, quanto das usadas no projeto do filtro, nota-se que o filtro de Wiener apresenta o melhor resultado quando a SNR é aproximadamente 40dB, depois disso o filtro de Ram-Lak sozinho apresenta resultados melhores. Se comparado com o resultado anterior, o filtro melhora até um valor menor de SNR. Isso porque, quando a SNR das projeções utilizadas no filtro é muito menor que as projeções filtradas, o desempenho do filtro de Wiener é pior.

Em seguida foi testado o efeito do filtro de Wiener cascateado com o filtro de Ram-Lak quando ambas as SNRs são variadas igualmente 4.9.

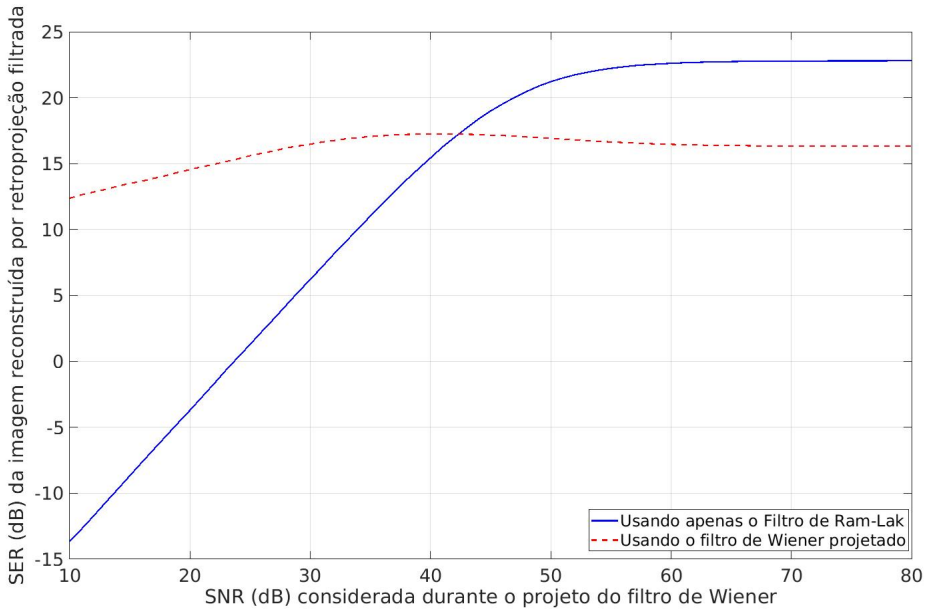

Figura 4.9. SER da imagem real reconstruída com dois diferentes filtros, com a SNR das projeções usadas na reconstrução e a SNR das projeções utilizadas no projeto do filtro variando entre 10dB e 80dB.

Como os valores de ambas as SNRs coincidem, o filtro de Wiener tende a apresentar resultados melhores que nos outros testes. É possível notar este comportamento observando que este é o único teste em que o filtro fica praticamente linear mesmo com a variação das SNRs. Isto é algo que a teoria preconiza, pois o filtro está sendo projetado para aquele SNR específico usando o mesmo valor de SNR em seu projeto.

É importante destacar que quando a SNR aumenta, consequentemente se tem menos ruído, e portanto mais projeções, assim o filtro de Ram-Lak, que enfatizava os ruídos em altas frequências, se torna superior, em questão de melhora na qualidade, em relação ao de Wiener porque nesta situação a quantidade de ruído se torna menor, e consequentemente menos ruído é enfatizado.

Para visualizar melhor o efeito do filtro nas imagens, observe as figuras de reconstrução abaixo. A primeira 4.10 é o resultado de quando as projeções utilizadas na reconstrução e as utilizadas no projeto do filtro estão com as suas SNRs em 40dB.

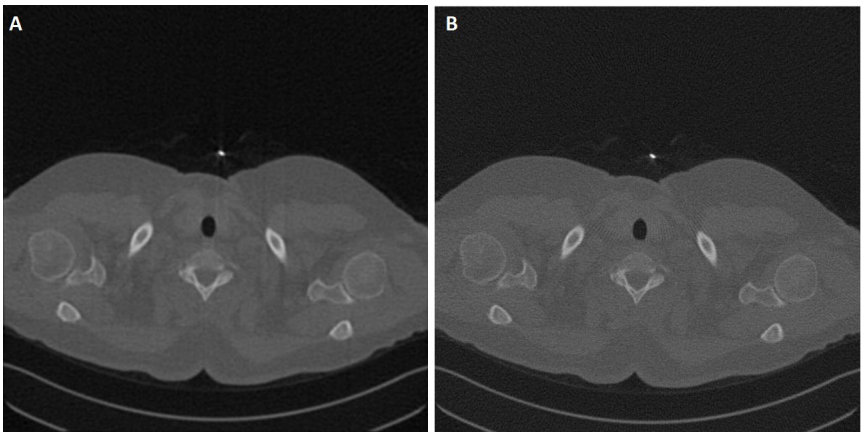

Figura 4.10. Imagens de reconstrução utilizando projeções com SNR de 40dB. A) Resultado da reconstrução utilizando filtro de Ram-Lak; B)Resultado da reconstrução utilizando o filtro de Wiener

Olhando no gráfico da figura 4.9, pode-se notar que em aproximadamente 40dB é aonde o filtro de Wiener se destaca mais em relação ao filtro de Ram-Lak sozinho, e é isso que a imagem 4.10 também demonstra, na qual a reconstruída com o filtro de Wiener (A),com SER igual a 17,25dB, apresenta um contraste e uma nitidez maior que a reconstruída com o de Ram-Lak (B), com a SER igual a 15,42dB.

Agora para observar o efeitos destes filtros nas imagens reconstruídas quando se é usado o valor de SNR de 70dB, observe a figura 4.11.

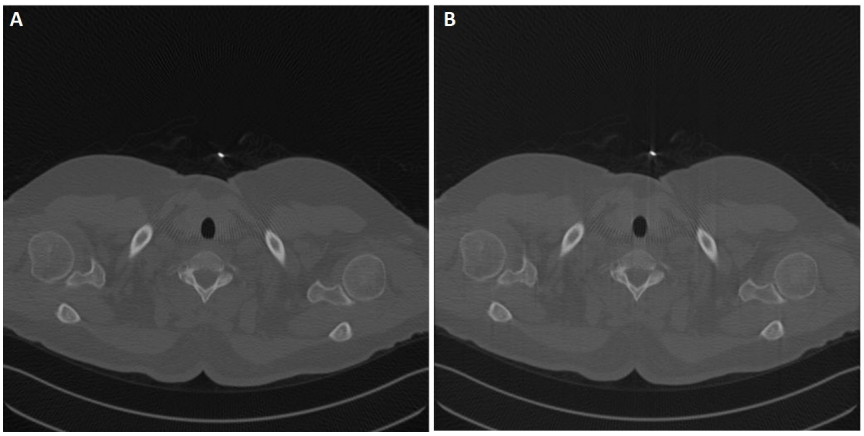

Figura 4.11. Imagens de reconstrução utilizando projeções com SNR de 70dB. A) Resultado da reconstrução utilizando filtro de Ram-Lak; B)Resultado da reconstrução utilizando o filtro de Wiener

Neste caso, o gráfico também mostra que o filtro de Wiener já não melhora mais que

o de Ram-Lak, e isso fica evidente na figura 4.11, onde a imagem reconstruída utilizando o filtro de Wiener (B), com uma SER resultante de 16,33dB, possui menos contraste e nitidez que a imagem reconstruída apenas pelo filtro de Ram-Lak(A), com a SER igual a 22,77dB.

Após variar as duas SNRs, foram fixados os valores de ambas em 40 dB 4.12.

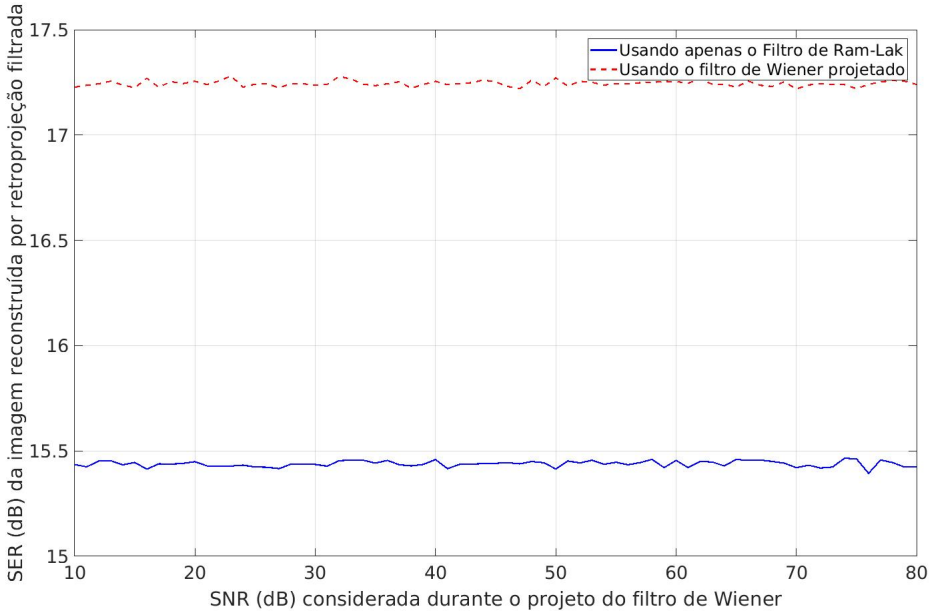

Figura 4.12. SER da imagem real reconstruída com dois diferentes filtros, com o SNR das projeções usadas na reconstrução e o SNR das projeções utilizadas no projeto do filtro fixos em 40dB.

Como foi visto nos outros resultados, em todos os casos, quando o filtro de Wiener é projetado com a SNR das projeções em aproximadamente 40dB, ele tem o melhor resultado possível, somado a quando os valores de ambas as SNRs coincidem. Portando era esperado que neste caso de manter fixos os valores de SNR, o filtro de Wiener cascateado com o filtro de Ram-Lak apresentasse um resultado melhor que apenas o filtro de Ram-Lak.

Para todos os testes realizados foram usadas diferentes imagens, isto é, foram usadas as projeções de uma imagem para o projeto do filtro, e depois foi reconstruída uma outra imagem parecida para ver o resultado do filtro no processo de reconstrução.

4.4 Avaliação das Respostas do Filtro de Wiener Quando Aplicado ruído Gaussiano nas Projeções de Fantomas

A fim de comparar os resultados, foram feitos os mesmos testes, mas utilizando agora imagens sintéticas de fantomas. Observe nas figuras a seguir.

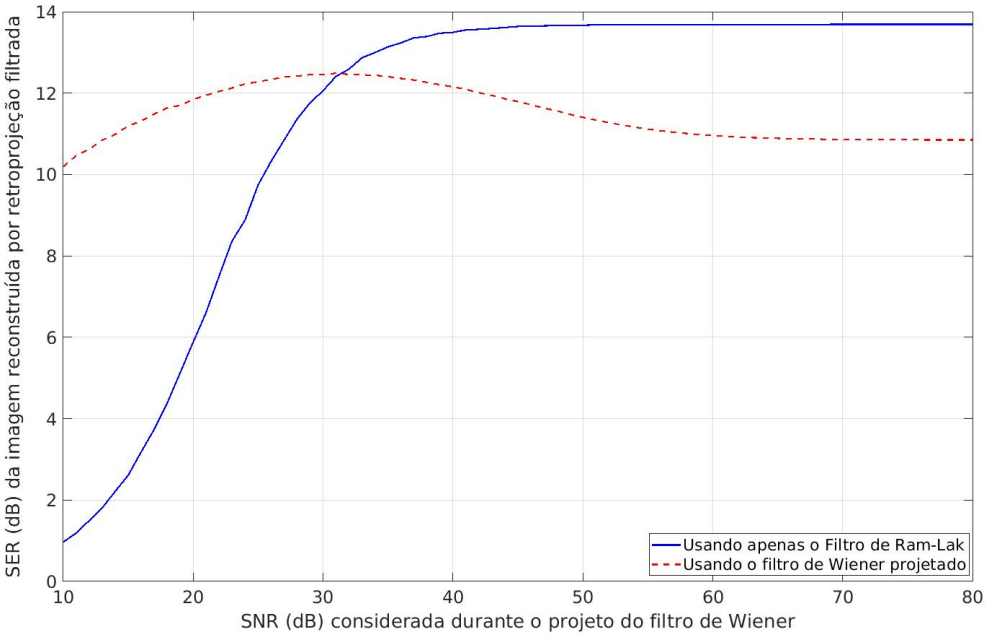

Figura 4.13. SER da imagem do fantoma reconstruída com dois diferentes filtros, com a SNR das projeções usadas na reconstrução e a SNR das projeções utilizadas no projeto do filtro variando de 10dB a 80dB.

Observa-se que com 30dB, o filtro de Wiener é superior ao de Ram-Lak sozinho quando se utiliza fantomas, já com 60dB o filtro de Ram-Lak melhora o resultado final da retroprojeção e o filtro de Wiener piora. Para visualizar estes resultados, observe as imagens a seguir.

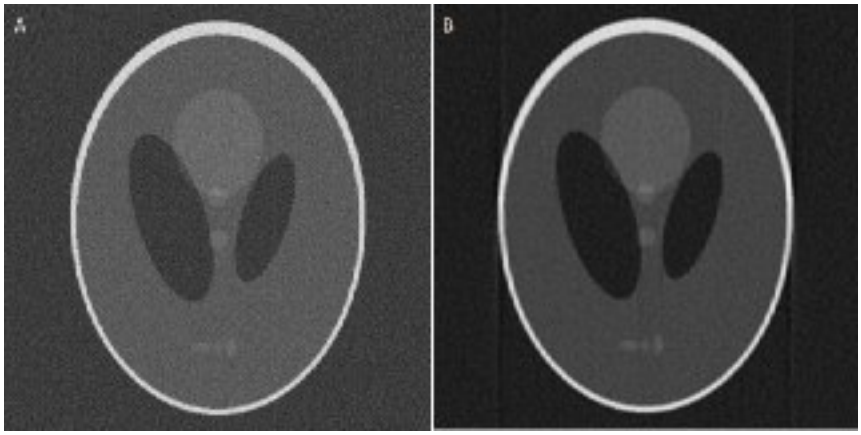

Figura 4.14. Imagens de reconstrução utilizando projeções de um fantoma com SNR de 30dB. A) Resultado da reconstrução utilizando filtro de Ram-Lak; B)Resultado da reconstrução utilizando o filtro de Wiener.

Note que o filtro de Wiener resulta em uma imagem claramente melhor que o de Ram-Lak 4.14, como indica o gráfico da figura 4.13, com mais contraste e nitidez nos detalhes. Agora observe quando a SNR das projeções utilizadas na reconstrução e no projeto do filtro é igual a 60dB 4.14.

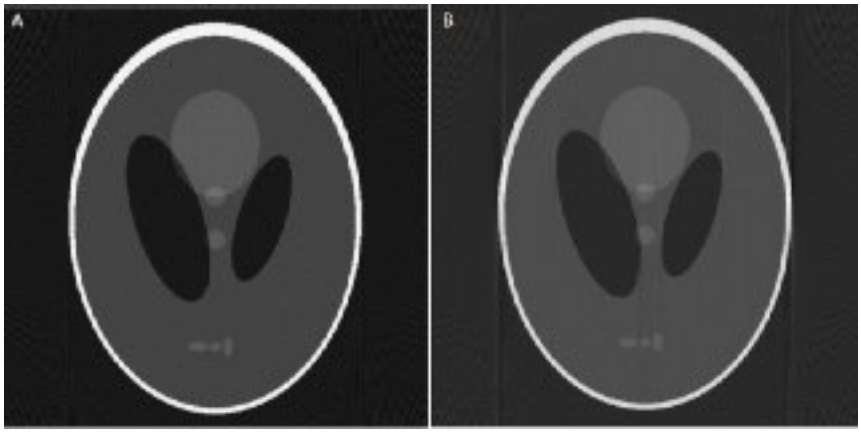

Figura 4.15. Imagens de reconstrução utilizando projeções de um fantoma com SNR de 60dB. A) Resultado da reconstrução utilizando filtro de Ram-Lak; B)Resultado da reconstrução utilizando o filtro de Wiener.

Quando o valor de SNR é aumentado 4.15, a nitidez da imagem reconstruída com o filtro de Ram-Lak é superior a reconstruída com o filtro de Wiener, reforçando o gráfico da figura 4.13. Para uma discursão subjetiva das imagens, seria necessário uma equipe de profissionais da saúde, pois assim poderia ser avaliado se os resultados gerados pelo filtro de Wiener são suficientemente nítidos. Este trabalho visa os resultados objetivos, apresentando as imagens apenas para fins comparativos de qualidade de retroprojeção.

Percebe-se que quando comparado com os dados do teste variando ambas as SNRs que

utiliza imagens reais, o resultado da filtragem usando filtro de Wiener com fantomas se mostra pior. Deve ser considerado que as projeções das imagens de fantomas não possuem nenhum ruído, apenas os adicionados para avaliação, já as projeções das imagens reais, mesmo que já tenham sido filtradas, ainda possuem resquícios de ruídos, e como já foi provado, o filtro de Wiener proporciona resultados melhores na presença de muito ruído, o que justifica esta diferença entre os dois testes.

Como o uso do fantoma necessita de mais ruído, ao invés de usar o valor de 40dB nas SNRs, vai ser usado um de 20dB quando o valor da SNR for fixo.

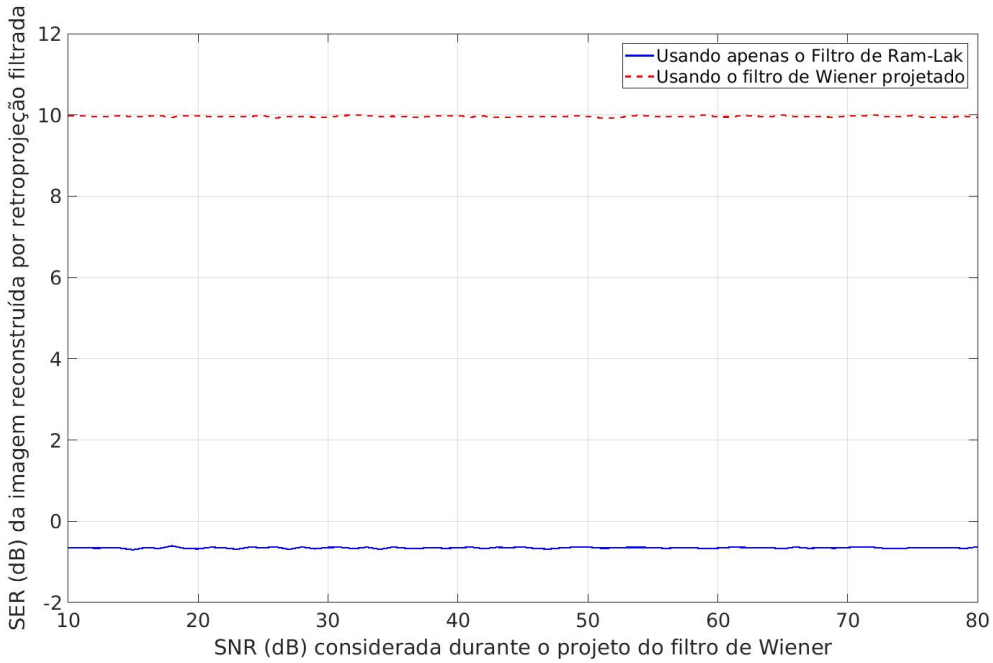

Figura 4.16. SER da imagem do fantoma reconstruída com dois diferentes filtros, com a SNR das projeções usadas na reconstrução e a SNR das projeções utilizadas no projeto do filtro fixos em 20dB.

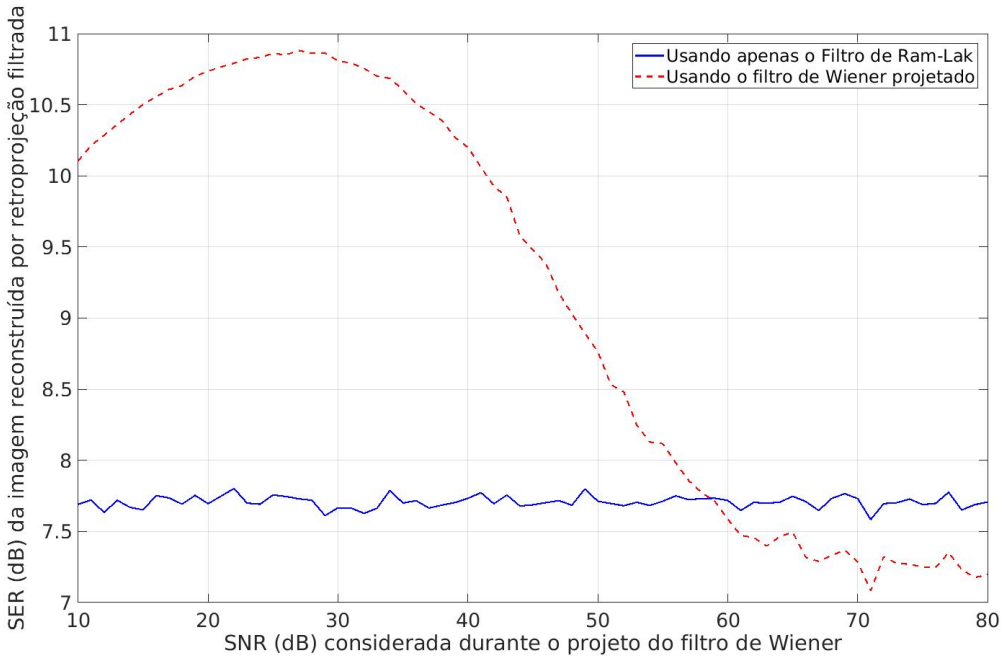

Figura 4.17. SER da imagem do fantoma reconstruída com dois diferentes filtros, com a SNR das projeções usadas na reconstrução fixo em 20dB e a SNR das projeções utilizadas no projeto do filtro variando de 10dB a 80dB.

No resultado do teste da figura 4.18, a resposta se sobressai a quando utiliza-se imagens reais, mas só porque agora o nível de ruído que está sendo aplicado é maior, reforçando o que já foi discutido, que o filtro de Wiener cascateado com o de Ram-Lak só apresenta vantagens em relação só ao de Ram-Lak nestes casos de muito ruído.

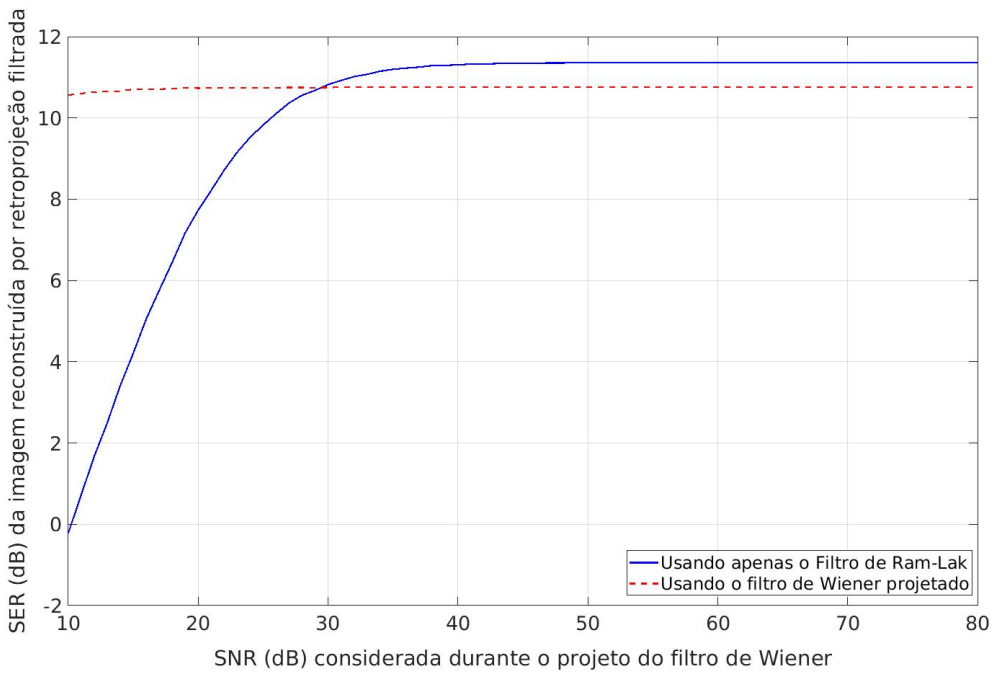

Figura 4.18. SER da imagem do fantoma reconstruída com dois diferentes filtros, com a SNR das projeções usadas na reconstrução variando de 10dB a 80dB e a SNR das projeções utilizadas no projeto do filtro fixo em 20dB.

Se comparado com o teste com a imagem real, este último teste, onde se varia apenas a SNR das projeções usadas na reconstrução, possui uma diferença significativa no comportamento, onde a SER, quando aplicado o filtro de Wiener, é praticamente constante. Este comportamento é devido à quantidade de ruído utilizado nas projeções do projeto do filtro, ou seja, se com as imagens reais for diminuída a SNR usada para o projeto do filtro, a curva da SER da imagem que utiliza o filtro de Wiener também será mais linear.

Portanto, quando o filtro é projetado a partir de projeções com uma SNR menor que a SNR das projeções da reconstrução, a sua resposta é melhor, porém só até um certo nível de ruído, depois disso o filtro de Ram-Lak sozinho é inevitavelmente superior.

4.5 Avaliação das Respostas do Filtro de Wiener Quando Aplicado ruído de Poisson nas Projeções

Foram refeitos os mesmos testes anteriormente realizados quando aplicado o ruído Gaussiano, mas agora com o de Poisson. Quando adicionado o ruído de Poisson às projeções, não é possível calcular a PSD deste ruído, pois como ele é dependente do sinal, sua média e variância mudam no espaço de acordo com cada projeção, então foi usada a mesma PSD do ruído Gausiano, a qual é constante.

Primeiro foi fixado o valor da SNR das projeções utilizadas na reconstrução, e variado a SNR das usadas no projeto do filtro 4.19.

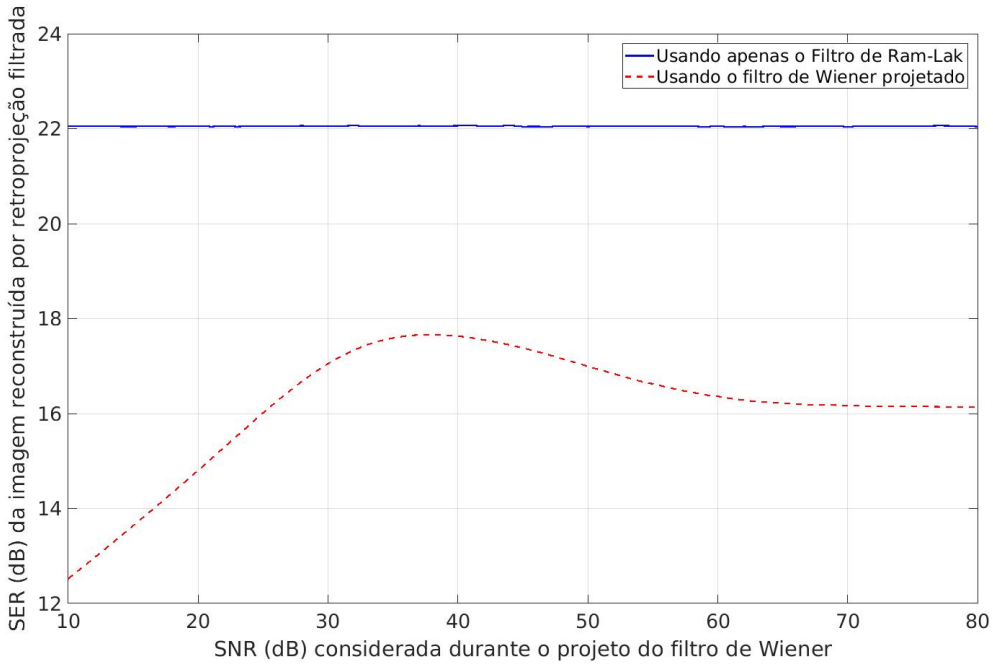

Figura 4.19. SER da imagem real reconstruída com dois diferentes filtros, com a SNR das projeções usadas na reconstrução fixa em 40dB e a SNR das projeções utilizadas no projeto do filtro variando de 10dB a 80dB. Foi adicionado ruído de Poisson nas projeções.

Quando é adicionado apenas o ruído de Poisson, o resultado da filtragem com o filtro de Wiener é inferior a só utilizar o filtro de Ram-Lak. Observe agora variando as duas SNRs com o ruído de Poisson acrescentado.

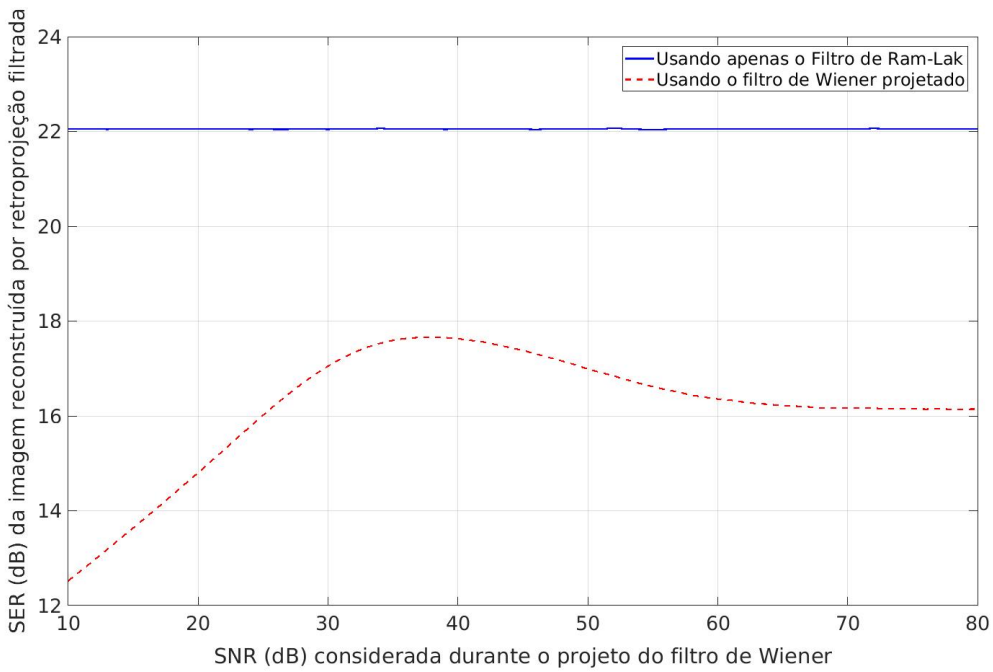

Figura 4.20. SER da imagem real reconstruída com dois diferentes filtros, com a SNR das projeções usadas na reconstrução e a SNR das projeções utilizadas no projeto do filtro variando de 10dB a 80dB. Foi adicionado ruído de Poisson nas projeções.

Se comparado com o resultado anterior, os dois são iguais. Isto porque não influencia manter fixa ou variar a SNR da imagem utilizada na reconstrução, pois o ruído de Poisson depende exclusivamente do sinal. Portanto quando apenas a SNR das projeções do projeto do filtro é fixa, o resultado é igual a quando ambas SNRs são fixas 4.21.

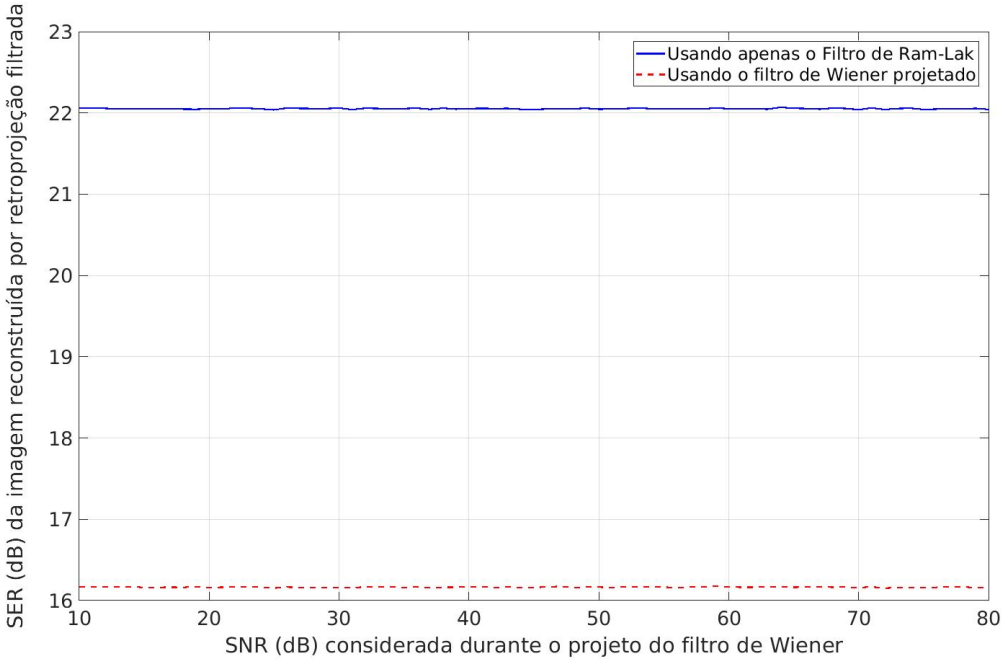

Figura 4.21. SER da imagem real reconstruída com dois diferentes filtros, com a SNR das projeções usadas na reconstrução e a SNR das projeções utilizadas no projeto do filtro fixas em 40dB. Foi adicionado ruído de Poisson nas projeções.

Quando o ruído é de Poisson, não tem nenhuma faixa que o filtro de Wiener se mostrou melhor que o de Ram-Lak, mas na figura 4.20 nota-se que em aproximadamente 40dB este filtro demonstra ter o seu melhor resultado. Então, para visualizar a diferença entre as filtragens quando adicionado ruído de Poisson e o filtro de Wiener é projetado utilizando projeções com uma SNR de 40dB, observe a imagem 4.22.

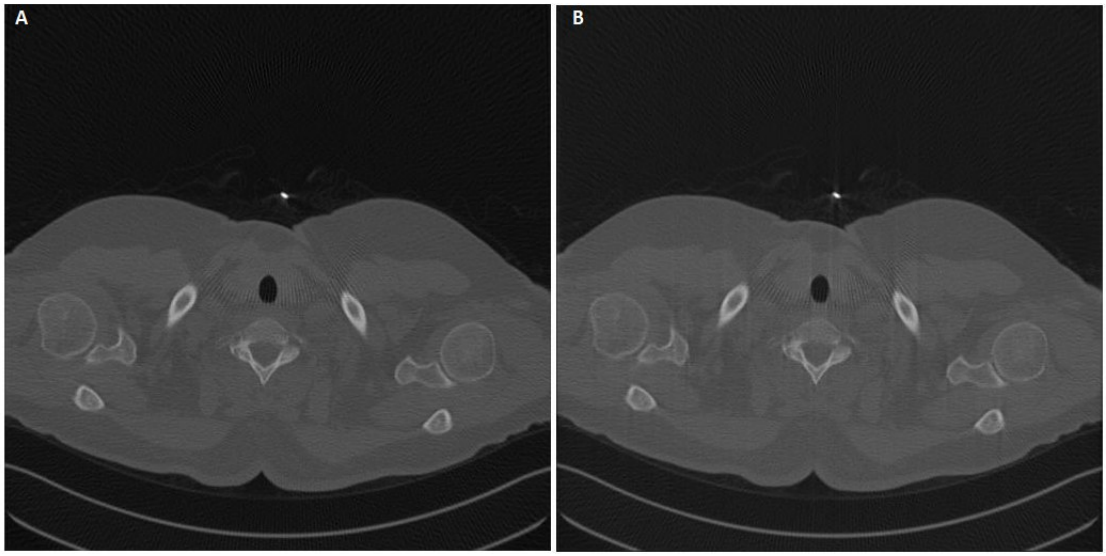

Figura 4.22. Imagens de reconstrução utilizando projeções com SNR de 40dB. A) Resultado da reconstrução utilizando filtro de Ram-Lak; B) Resultado da reconstrução utilizando o filtro de Wiener

Na figura 4.22, a imagem reconstruída com o filtro de Wiener (B), possui um valor de SER de 17,62dB, e a reconstruída com o filtro de Ram-Lak (A) tem uma SER resultante de 22,05dB. A diferença entre as duas imagens é nítidas, onde a reconstruída utilizando o filtro de Ram-Lak apresenta resultados claramente melhores na nitidez e no contraste.

Em todos os testes realizados, foi constatado que o filtro de Wiener, da forma que foi projetada, não apresenta vantagens. Isso ocorre porque a variância deste ruído é muito pequena, e como já provado anteriormente, o ruído precisa influenciar de forma bastante significativa na imagem para que o filtro de Wiener seja uma boa opção. Para entender melhor, foi feito um teste que reescalona este ruído para que sua variância influencie o necessário na imagem 4.23, porém isto não acontece na prática.

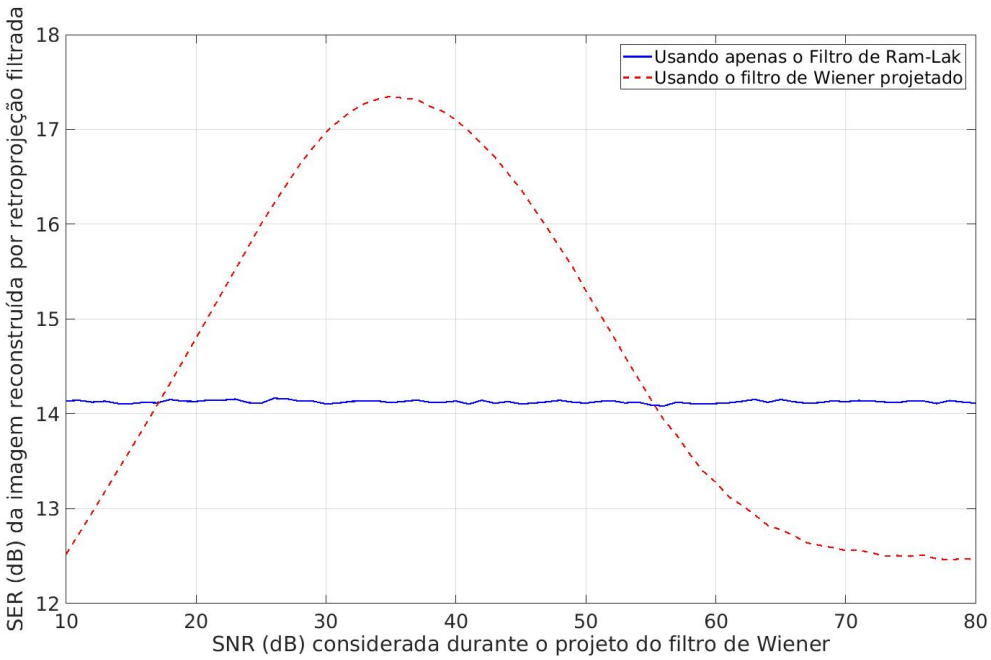

Figura 4.23. SER da imagem real reconstruída com dois diferentes filtros, com a SNR das projeções usadas na reconstrução fixa em 40dB e a SNR das projeções utilizadas no projeto do filtro variando de 10dB a 80dB. Foi adicionado ruído de Poisson reescalonado nas projeções.

Reescalonando o ruído, o resultado utilizando filtro de Wiener melhora, mas isso porque o nível do ruído nas projeções aumenta. Entretanto foi um teste só a nível de comparação caso a variância do ruído de Poisson fosse maior. Este resultado não condiz com o que acontece na realidade, e sim o fato de que o ruído de Poisson tem pouca influência no processo de reconstrução da imagem.

Mesmo não sendo nas mesmas proporções que o ruído Gaussiano, o ruído de Poisson ainda prejudica a qualidade da imagem reconstruída. Para provar isso, foi realizada uma

simulação não adicionando nenhum ruído nas projeções utilizadas na reconstrução 4.24, constatando que o ruído de Poisson afetou a SER da imagem.

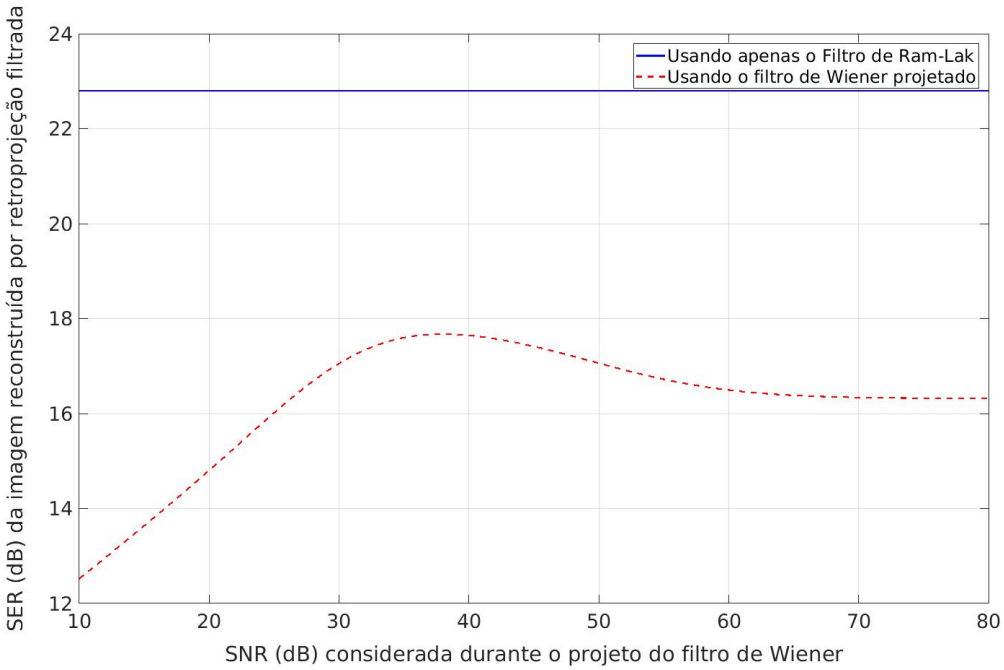

Figura 4.24. SER da imagem real reconstruída com dois diferentes filtros, sem ruído adicionado às projeções utilizadas na reconstrução, e a SNR das projeções utilizadas no projeto do filtro variando de 10dB a 80dB.

Portanto, apesar de influenciar, o efeito do ruído de Poisson no resultado final da retroprojeção é muito pequeno para justificar o uso do filtro projetado de Wiener, mas é importante lembrar que no caso do ruído gaussiano branco, a influência na qualidade da imagem é consideravelmente maior.

4.6 Avaliação das Respostas do Filtro de Wiener Quando Aplicado ruído de Poisson e o Ruído Gaussiano nas Projeções

Dado que as projeções da tomografia computadorizada possuem os dois ruídos, o de Poisson e o gaussiano, ambos foram adicionados nas projeções usadas para a reconstrução, e somente o gaussiano branco foi utilizado para o projeto do filtro, assim como em todos os outros testes.

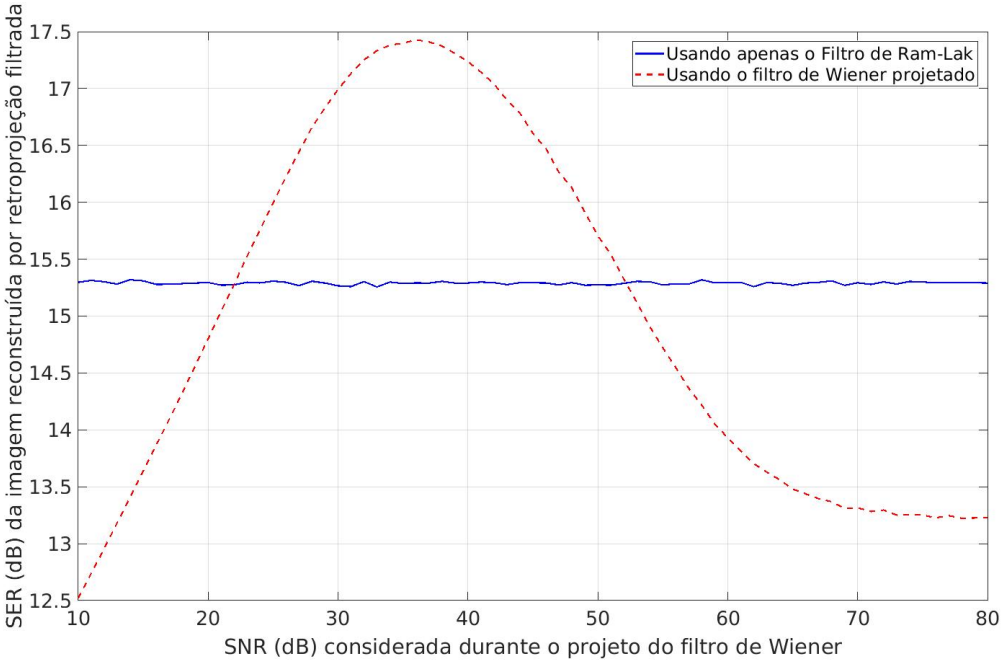

Figura 4.25. SER da imagem real reconstruída com dois diferentes filtros, com a SNR das projeções usadas na reconstrução fixa em 40dB e a SNR das projeções utilizadas no projeto do filtro variando de 10dB a 80dB. Foi adicionado ruído de Poisson e gaussiano branco nas projeções.

Logo, mesmo o filtro de Wiener não sendo um filtro bom no caso do ruído de Poisson, ele ainda continua melhorando o resultado da reconstrução das imagens na faixa de aproximadamente 23dB até 52dB, isso porque o ruído gaussiano tem uma influência maior dentro das projeções.

Comparando a imagem reconstruída com o filtro de Wiener e o de Ram-Lak quando as projeções usadas na retroprojeção e no projeto do filtro tem a SNR igual 35dB, que é aonde o filtro de Wiener tem o melhor resultado, e ambos os ruídos são adicionados, obtém-se as seguintes imagens reconstruídas 4.26.

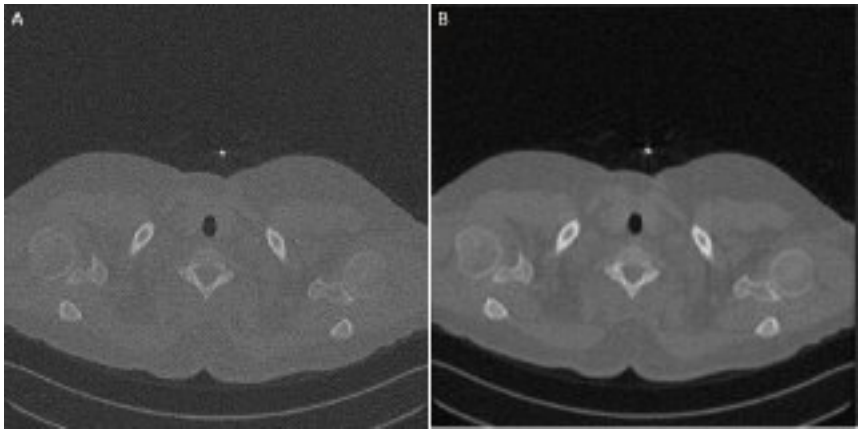

Figura 4.26. Imagens de reconstrução utilizando projeções com SNR de 35dB. A) Resultado da reconstrução utilizando filtro de Ram-Lak; B) Resultado da reconstrução utilizando o filtro de Wiener.

A figura 4.26 reforça o que o gráfico apontou, ou seja, mesmo com os dois ruídos adicionados nas projeções, nesta faixa específica o filtro de Wiener melhora a qualidade objetiva da imagem. Agora observe quando a SNR é igual a 70dB 4.27, valor fora da faixa em que filtro de Wiener é superior ao de Ram-Lak.

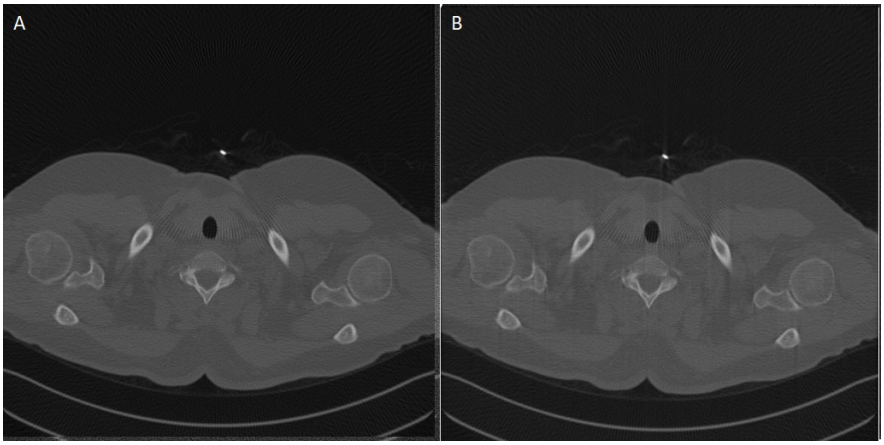

Figura 4.27. Imagens de reconstrução utilizando projeções com SNR de 70dB. A) Resultado da reconstrução utilizando filtro de Ram-Lak; B) Resultado da reconstrução utilizando o filtro de Wiener.

A partir de aproximadamente 53dB, o filtro de Wiener só prejudica a reconstrução em relação ao de Ram-Lak, como visto no gráfico da figura 4.25. No valor que o SNR está definido na imagem 4.27 é mais eficiente utilizar apenas o filtro de Ram-Lak, como a própria imagem sugere.

5 Conclusão

A tomografia computadorizada trouxe uma grande vantagem para a medicina no imageamento. E apesar de ser um método eficaz e inovador, ainda tem aspectos a serem melhorados. Pensando nisso, este trabalho visou o teste para verificar se o filtro de Wiener proporciona melhores resultados no processo de retroprojeção filtrada do que o filtro de Ram-Lak, que é o teoricamente recomendado. Isto porque com uma melhor qualidade nos resultados, é possível diminuir o número de projeções, e consequentemente expor o paciente a menos radiação.

O filtro proposto para a reconstrução foi o filtro de Wiener, o qual utiliza a densidade espectral de potência em sua constituição. Porém, este filtro também considera que o ruído filtrado é independente do sinal, o que não é o caso do ruído de Poisson. Ainda assim, foi verificado o efeito deste filtro nas projeções com tal ruído.

O algorítimo do filtro é constituído por uma integral numérica que recebe os argumentos do vetor de frequência, ordem e resposta em frequência do filtro. Com este programa pronto, foi visto a necessidade de testá-lo para garantir que o filtro de Wiener proposto fosse desenvolvido de forma correta. Para este teste, foi gerado o filtro de Ram-Lak, por ser um filtro com uma forma bem conhecida, e também por ser muito utilizado neste trabalho.

A forma do filtro de Ram-Lak gerada foi exatamente o que se esperava, então foi possível gerar o filtro de Wiener proposto e analisar seus resultados. Para as avaliações feitas com este filtro, os valores de SNR das projeções utilizadas na reconstrução da imagem e nas projeções utilizadas no projeto do filtro foram alterados, de forma que, ora variava uma SNR, ora outra, ora ambas e ora nenhuma.

Como os dois ruídos principais na tomografia computadorizada são o gaussiano branco e o de Poisson, seus efeitos foram testados separadamente para analisar sua influência nas projeções e a resposta quando se aplica a filtragem na presença de cada um destes.

Os testes realizados, aplicando o ruído gaussiano branco, mostraram que o filtro de Wiener desenvolvido proporciona um melhor resultado que o filtro de Ram-Lak em

uma faixa de valores de SNR das projeções, que é somente quando a quantidade de ruído aplicada nas projeções é alta, o que ocorre quando se tem poucas projeções. É importante lembrar que as imagens foram reconstruídas com apenas 200 projeções, o que ocasiona na presença de mais ruído.

Quando aplicado apenas o ruído de Poisson, o filtro de Wiener não melhora mais que o filtro de Ram-Lak. Este resultado já era esperado, pois o ruído de Poisson é dependente do sinal, e a teoria do filtro de Wiener se baseia apenas em ruídos independentes. Além disso, notou-se que o filtro de Wiener só teve resultados melhores que o filtro de Ram-Lak sozinho quando a variância do ruído é alta, o que significa grande quantidade de ruído, e no caso do ruído de Poisson a variância não é alta, pois seu valor varia de acordo com cada projeção.

A base do filtro de Wiener é o valor da PSD do sinal e do ruído, porém, no caso do ruído de Poisson não foi possível obter esse valor, pois como é um ruído dependente do sinal, sua média e variância não se mantém constante no domínio do espaço, e portanto não tem estacionariedade, o que é necessário para obter a densidade espectral de potência.

Uma alternativa para o tratamento do ruído de Poisson seria utilizar a transformada de Anscombe para aproximar este ruído de um gaussiano branco e assim filtrar considerando este ruído independente do sinal, ou modelar um filtro considerando a dependência deste sinal.

Para um trabalho futuro, é importante o estudo da utilização das projeções diretas, sem serem retiradas de imagens, e também a geração de resultados utilizando múltiplas imagens.

Referências Bibliográficas

[1] L. De Chiffre, S. Carmignato, J.-P. Kruth, R. Schmitt, e A. Weckenmann. Industrial applications of computed tomography. *CIRP Annals*, 63(2):655–677, 2014.

[2] D. J. Brenner, C. D. Elliston, et al. Estimated risks of radiation-induced fatal cancer from pediatric CT, 2001.

[3] M. M. Chen, F. V. Coakley, et al. Guidelines for computed tomography and magnetic resonance imaging use during pregnancy and lactation. *Obstetrics and Gynecology*, 112(2):333–340, 2008.

[4] S. J. Kennel, I. A. Davis, et al. High resolution computed tomography and MRI for monitoring lung tumor growth in mice undergoing radioimmunotherapy: Correlation with histology. *Medical Physics*, 27(5):1101–1107, 2000.

[5] R. N. Bryan. *Introduction to the Science of Medical Imaging.* Cambridge University Press, 2009.

[6] H. Ė. M. Ṡ. D. Kasban. A comparative study of medical imaging techniques. *International Journal of Information Science and Intelligent System*, 4(2):37–58, March 2015.

[7] R. C. W. R. E. Gonzalez. *Processamento Digital de Imagens - 3ª edição.* Editora Pearson, n.d.

[8] C. G. Graff e E. Y. Sidky. Compressive sensing in medical imaging. *Applied Optics*, 54(8):C23, 2015.

[9] T. Le, P. O. Box, et al. A Variational Approach to Reconstructing Images Corrupted. *J Math Imaging*, pages 257–263, 2007.

[10] R. D. Yates. *Probabilidade e processos estocásticos : uma introdução para engenheiros eletricistas e da computação.* LTC, 2016.

[11] A. Markoe. *Analytic Tomography.* Cambridge University Press, 2006.

[12] N. D. Mascarenhas, C. A. Santos, e P. E. Cruvinel. Transmission tomography under Poisson noise using the Anscombe transformation and Wiener filtering of the projections. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 423(2-3):265–271, 1999.

[13] S. Lee, M. S. Lee, e M. G. Kang. Poisson-gaussian noise analysis and estimation for low-dose x-ray images in the nsct domain. *Sensors (Basel)*, pages 1–22, 2018.

[14] G. Landi e E. L. Piccolomini. An efficient method for nonnegatively constrained Total Variation-based denoising of medical images corrupted by Poisson noise. *Computerized Medical Imaging and Graphics*, 36(1):38–46, 2012.

[15] J. Hsich. *Computed Tomography Principles, Design, Artifacts and Recent Advances*, volume second edition. SPIE, 2018.

[16] J. T. Hathcock e R. L. Stickle. Principles and concepts of computed tomography. *The Veterinary clinics of North America. Small animal practice*, 23(2):399–415, 1993.

[17] A. C. Kak e M. Slaney. *Principles of Computerized Tomographic Imaging*. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA, USA, 2001.

[18] D. M. Pelt. *Filter-Based Reconstruction Methods for Tomography*. Universiteit Leiden, 2016.

[19] S. Basu e Y. Bresler. Filtered backprojection reconstruction algorithm for tomography. *IEEE Transactions on Image Processing*, 9(10):1760–1773, 2000.

[20] A. Papoulis e S. Pillai. *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*. McGraw-Hill series in electrical engineering: Communications and signal processing. McGraw-Hill, 2002.

[21] R. Yates e D. Goodman. *Probability and Stochastic Processes: A Friendly Introduction for Electrical and Computer Engineers*. Probability and Stochastic Processes: A Friendly Introduction for Electrical and Computer Engineers. Wiley, 2005.

[22] A. Oppenheim e G. Verghese. *Signals, Systems and Inference*. Pearson Education, 2015.

[23] Baiyu Chen, Xinhui Duan, Zhicong Yu, Shuai Leng, Lifeng Yu, e Cynthia McCollough. Technical Note: Development and validation of an open data format for CT projection data. *Medical Physics*, 42(12):6964–6972, 2015.