

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

FACULDADE DE TECNOLOGIA

**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E
AMBIENTAL**

**ESTABILIDADE GLOBAL TRANSIENTE DE TALUDES
PELO MÉTODO DO EQUILÍBRIO LIMITE SOB
INFILTRAÇÃO DE ÁGUA EM SOLO NÃO SATURADO**

DANIEL BATISTA SANTOS

**ORIENTADOR: PROF. ANDRÉ LUÍS BRASIL
CAVALCANTE, PhD**

**MONOGRAFIA DE PROJETO FINAL 2 EM
ENGENHARIA CIVIL**

BRASÍLIA / DF: OUTUBRO/2021

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

**ESTABILIDADE GLOBAL TRANSIENTE DE TALUDES PELO
MÉTODO DO EQUILÍBRIO LIMITE SOB INFILTRAÇÃO DE
ÁGUA EM SOLO NÃO SATURADO**

DANIEL BATISTA SANTOS

MONOGRAFIA DE PROJETO FINAL SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE BACHAREL EM ENGENHARIA CIVIL.

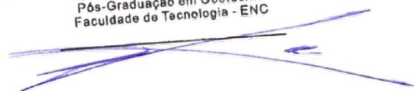
APROVADA POR:



ANDRÉ LUÍS BRASIL CAVALCANTE, PhD. (ENC-UnB)

(ORIENTADOR)

JUAN FÉLIX RODRIGUEZ REBOLLEDO
Professor, Eng. Civil, MSc, PhD
Pós-Graduação em Geotecnia
Faculdade de Tecnologia - ENC



JUAN FÉLIX RODRIGUEZ REBOLLEDO, PhD. (ENC-UnB)

(EXAMINADOR INTERNO)



SILVIO CRESTANA, PhD. (Embrapa Instrumentação/USP-São Carlos)

(EXAMINADOR EXTERNO)

DATA: BRASÍLIA/DF, 29 de outubro de 2021.

FICHA CATALOGRÁFICA

SANTOS, DANIEL BATISTA

Estabilidade global transiente de taludes pelo método do equilíbrio limite sob infiltração de água em solo não saturado. Distrito Federal, 2021.

xvii, 83p, 210 x 297 mm (ENC/FT/UnB, Bacharel, Engenharia Civil, 2021).

Trabalho de Projeto Final – Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

- | | |
|---------------------------|----------------------------|
| 1. Taludes em solo | 2. Equilíbrio limite |
| 3. Fluxo transiente | 4. Solos não saturados |
| 5. Resistência cisalhante | 6. Modelagem computacional |

I. ENC/FT/UnB II. Título (série)

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

SANTOS, D.B. (2021). Estabilidade global transiente de taludes pelo método do equilíbrio limite sob infiltração de água em solo não saturado. Trabalho de Projeto Final. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, DF, 83p.

CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Daniel Batista Santos

TÍTULO DO TRABALHO DE PROJETO FINAL: Estabilidade global transiente de taludes pelo método do equilíbrio limite sob infiltração de água em solo não saturado.

GRAU/ANO: Bacharel em Engenharia Civil / 2021.

É concedida à Universidade de Brasília a permissão para reproduzir cópias desta monografia de Projeto Final e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta monografia pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.



Daniel Batista Santos

Av Comercial nº 181, Setor Tradicional.

CEP: 71691-153 – São Sebastião/DF – Brasil.

DEDICATÓRIA

*Ao acaso
que, circunstancialmente,
me trouxe até aqui.*

RESUMO

Taludes são estruturas inclinadas de maciços de solo presentes em nosso meio de forma natural ou em estruturas geotécnicas. A ruptura de taludes muitas vezes está associada à variação do conteúdo de água no solo, como devido a eventos de precipitações intensas. Portanto, se torna necessária a análise da estabilidade global transiente de taludes no estado não saturado do solo. No presente estudo foi realizada uma modelagem do fator de segurança transiente para a estabilidade global de taludes em solos homogêneos não saturados pelos métodos de equilíbrio limite de Fellenius e Bishop acoplados a uma solução analítica de infiltração transiente de água e a uma formulação de resistência cisalhante não saturada do solo. A implementação desse modelo foi feita na linguagem *Wolfram* no software *Mathematica* e permitiu a análise paramétrica do fator de segurança variando ao longo do tempo durante um evento de infiltração de água no solo em diferentes condições de umidade inicial e de geometria do talude. Este modelo também permitiu a análise de outras variáveis de estado transientes como a sucção e a resistência cisalhante. Os resultados do modelo desenvolvido nesta monografia foram comparados com os resultados obtidos com os mesmos parâmetros de entrada para o software comercial do pacote *GeoStudio* (*Seep/W* e *Slope/W*) e apresentaram resultados consistentes a partir das hipóteses adotadas, sendo analisadas as diferenças de formulação consideradas pelos softwares. A ferramenta computacional desenvolvida no *Mathematica* pode ser aplicada na prática da engenharia geotécnica em estudos de casos de solos não saturados, e pode ainda ser aperfeiçoada para hipóteses de modelagem mais complexas, tanto de fluxo quanto de estabilidade.

SUMÁRIO

| | |
|--|----|
| 1. INTRODUÇÃO..... | 1 |
| 1.1. OBJETIVOS | 2 |
| 1.1.1. Objetivo Geral | 2 |
| 1.1.2. Objetivos Específicos | 2 |
| 1.2. ESTRUTURA DA MONOGRAFIA | 2 |
| 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA | 4 |
| 2.1. MÉTODO DO EQUILÍBRIO LIMITE | 4 |
| 2.1.1. Método de Fellenius | 8 |
| 2.1.2. Método de Bishop Simplificado | 9 |
| 2.2. FLUXO DE ÁGUA TRANSIENTE EM SOLOS NÃO SATURADOS | 10 |
| 2.2.1. Curva de retenção de água no solo (SWRC) | 10 |
| 2.2.2. Solução analítica para a infiltração unidimensional de água no solo | 11 |
| 2.3. RESISTÊNCIA NÃO SATURADA DO SOLO | 13 |
| 2.3.1. Variáveis de estado transientes da resistência cisalhante | 14 |
| 2.3.2. Fator de segurança não saturado..... | 16 |
| 3. METODOLOGIA..... | 17 |
| 3.1. HIPÓTESES E CONSIDERAÇÕES SOBRE A MODELAGEM..... | 17 |
| 3.2. PARÂMETROS DE ENTRADA PARA AS SIMULAÇÕES..... | 22 |
| 3.2.1. Caso 1: talude 1V:0,84H, ausência de nível freático..... | 22 |
| 3.2.2. Caso 2: talude 1V:2H, presença de nível freático | 23 |
| 3.2.3. Caso 3: talude 1V:1H, ausência de nível freático e baixa umidade inicial | |
| 24 | |
| 4. RESULTADOS | 26 |

| | | |
|--------|--|----|
| 4.1. | MODELAGEM MATEMÁTICA DO PROBLEMA..... | 26 |
| 4.2. | ANÁLISE PARAMÉTRICA E DISCUSSÕES | 29 |
| 4.2.1. | Caso 1: talude 1V:0,84H, ausência de nível freático..... | 29 |
| 4.2.2. | Caso 2: talude 1V:2H, presença de nível freático | 46 |
| 4.2.3. | Caso 3: talude 1V:1H, ausência de nível freático e baixa umidade inicial 61 | |
| 4.3. | CONSIDERAÇÕES FINAIS | 76 |
| 5. | CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS | 78 |
| 5.1. | CONCLUSÕES | 78 |
| 5.2. | SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS | 78 |
| | REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS | 80 |

LISTA DE FIGURAS

| | |
|---|----|
| Figura 2.1 – Ações a se considerar em uma fatia no método do equilíbrio limite para estabilidade de taludes (modificado - GEO-SLOPE 2021)..... | 5 |
| Figura 2.2 – Comparação entre os fatores de segurança de diferentes modelos de equilíbrio limite (modificado - GEO-SLOPE 2021). | 7 |
| Figura 2.3 – Fatores de segurança em relação ao equilíbrio de momentos e ao equilíbrio de forças para superfícies de ruptura circulares (modificado - GEO-SLOPE 2021)..... | 9 |
| Figura 2.4 – Curva de retenção de água no solo (adaptado de Vanapalli et al., 1996) .. | 10 |
| Figura 2.5 – Parcela não saturada da resistência cisalhante em função da sucção para diferentes tipos de solos (adaptado de Santos et al., 2021). | 16 |
| Figura 3.1 – Fluxograma da modelagem proposta. | 18 |
| Figura 3.2 – Ilustração da malha de centros e malha de raios que definem as superfícies circulares a serem testadas..... | 19 |
| Figura 3.3 – Consideração das fatias quando o centro do círculo possuir altura inferior a um dos pontos extremos da superfície circular | 20 |
| Figura 3.4. SWRC para os solos dos casos simulados. | 25 |
| Figura 3.5. Função de condutividade hidráulica para os solos dos casos simulados. | 25 |
| Figura 4.1 – Representação da modelagem desenvolvida para o fluxo e geometria de uma fatia arbitrária. | 27 |
| Figura 4.2 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Fellenius</u> para o tempo inicial: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 30 |
| Figura 4.3 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Fellenius</u> para o tempo $t = 1h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 30 |
| Figura 4.4 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Fellenius</u> para o tempo $t = 2h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 31 |
| Figura 4.5 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Fellenius</u> para o tempo $t = 3h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 31 |

| | |
|--|----|
| Figura 4.6 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Fellenius</u> para o tempo $t = 4h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 32 |
| Figura 4.7 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Fellenius</u> para o tempo $t = 5h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 32 |
| Figura 4.8 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Fellenius</u> para o tempo $t = 6h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 33 |
| Figura 4.9 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Fellenius</u> para o tempo $t = 7h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 33 |
| Figura 4.10 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Fellenius</u> para o tempo $t =$ $8h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 34 |
| Figura 4.11 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Fellenius</u> para o tempo $t =$ $9h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 34 |
| Figura 4.12 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Fellenius</u> para o tempo $t =$ $10h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 35 |
| Figura 4.13 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para o tempo inicial: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 35 |
| Figura 4.14 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para o tempo $t = 1h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 36 |
| Figura 4.15 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para o tempo $t = 2h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 36 |
| Figura 4.16 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para o tempo $t = 3h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 37 |
| Figura 4.17 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para o tempo $t = 4h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 37 |
| Figura 4.18 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para o tempo $t = 5h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 38 |
| Figura 4.19 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para o tempo $t = 6h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 38 |

| | |
|---|----|
| Figura 4.20 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para o tempo $t = 7h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 39 |
| Figura 4.21 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para o tempo $t = 8h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 39 |
| Figura 4.22 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para o tempo $t = 9h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 40 |
| Figura 4.23 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para o tempo $t = 10h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 40 |
| Figura 4.24 – Fator de segurança crítico transiente para o Caso 1. | 41 |
| Figura 4.25 – Sucção variando ao longo do tempo e da profundidade considerando uma infiltração unidimensional (Caso 1). | 43 |
| Figura 4.26 – Sucção ao longo da superfície de ruptura variando no tempo (Caso 1): comparação entre solução analítica (<i>Mathematica</i>) e numérica (<i>Seep/W</i>). | 43 |
| Figura 4.27 – Resistência ao cisalhamento não saturada ao longo da superfície crítica de ruptura pelo método de Fellenius no <i>Mathematica</i> (Caso 1). | 44 |
| Figura 4.28 - Resistência ao cisalhamento não saturada ao longo da superfície crítica de ruptura pelo método de Fellenius no <i>Slope/W</i> (Caso 1). | 44 |
| Figura 4.29 - Resistência ao cisalhamento não saturada ao longo da superfície crítica de ruptura pelo método de Bishop no <i>Mathematica</i> (Caso 1). | 45 |
| Figura 4.30 - Resistência ao cisalhamento não saturada ao longo da superfície crítica de ruptura pelo método de Bishop no <i>Slope/W</i> (Caso 1). | 45 |
| Figura 4.31 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Fellenius</u> para o tempo inicial: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 46 |
| Figura 4.32 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Fellenius</u> para o tempo $t =$ $1h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 47 |
| Figura 4.33 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Fellenius</u> para o tempo $t =$ $2h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 47 |

| | |
|---|----|
| Figura 4.34 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Fellenius</u> para o tempo $t = 3h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 48 |
| Figura 4.35 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Fellenius</u> para o tempo $t = 4h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 48 |
| Figura 4.36 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Fellenius</u> para o tempo $t = 5h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 49 |
| Figura 4.37 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Fellenius</u> para o tempo $t = 6h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 49 |
| Figura 4.38 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Fellenius</u> para o tempo $t = 7h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 50 |
| Figura 4.39 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Fellenius</u> para o tempo $t = 8h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 50 |
| Figura 4.40 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Fellenius</u> para o tempo $t = 9h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 51 |
| Figura 4.41 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Fellenius</u> para o tempo $t = 10h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 51 |
| Figura 4.42 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para o tempo inicial: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 52 |
| Figura 4.43 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para o tempo $t = 1h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 52 |
| Figura 4.44 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para o tempo $t = 2h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 53 |
| Figura 4.45 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para o tempo $t = 3h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 53 |
| Figura 4.46 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para o tempo $t = 4h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 54 |
| Figura 4.47 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para o tempo $t = 5h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 54 |

| | |
|---|----|
| Figura 4.48 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para o tempo $t = 6h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 55 |
| Figura 4.49 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para o tempo $t = 7h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 55 |
| Figura 4.50 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para o tempo $t = 8h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 56 |
| Figura 4.51 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para o tempo $t = 9h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 56 |
| Figura 4.52 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para o tempo $t = 10h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 57 |
| Figura 4.53 - Fator de segurança crítico transiente para o Caso 2..... | 58 |
| Figura 4.54 – Resistência ao cisalhamento não saturada ao longo da superfície crítica de ruptura pelo método de Fellenius no <i>Mathematica</i> (Caso 2). | 59 |
| Figura 4.55 – Resistência ao cisalhamento não saturada ao longo da superfície crítica de ruptura pelo método de Fellenius no <i>Slope/W</i> (Caso 2). | 59 |
| Figura 4.56 – Resistência ao cisalhamento não saturada ao longo da superfície crítica de ruptura pelo método de Bishop no <i>Mathematica</i> (Caso 2). | 60 |
| Figura 4.57 – Resistência ao cisalhamento não saturada ao longo da superfície crítica de ruptura pelo método de Bishop no <i>Slope/W</i> (Caso 2). | 60 |
| Figura 4.58 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Fellenius</u> para o tempo inicial: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 61 |
| Figura 4.59 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Fellenius</u> para o tempo $t =$ $2h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 62 |
| Figura 4.60 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Fellenius</u> para o tempo $t =$ $4h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 62 |
| Figura 4.61 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Fellenius</u> para o tempo $t =$ $6h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 63 |

| | |
|---|----|
| Figura 4.62 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Fellenius</u> para o tempo $t = 8h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 63 |
| Figura 4.63 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Fellenius</u> para o tempo $t = 10h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 64 |
| Figura 4.64 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Fellenius</u> para o tempo $t = 12h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 64 |
| Figura 4.65 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Fellenius</u> para o tempo $t = 14h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 65 |
| Figura 4.66 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Fellenius</u> para o tempo $t = 16h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 65 |
| Figura 4.67 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Fellenius</u> para o tempo $t = 18h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 66 |
| Figura 4.68 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Fellenius</u> para o tempo $t = 20h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 66 |
| Figura 4.69 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para o tempo inicial: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 67 |
| Figura 4.70 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para o tempo $t = 2h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 67 |
| Figura 4.71 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para o tempo $t = 4h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 68 |
| Figura 4.72 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para o tempo $t = 6h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 68 |
| Figura 4.73 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para o tempo $t = 8h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 69 |
| Figura 4.74 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para o tempo $t = 10h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 69 |
| Figura 4.75 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para o tempo $t = 12h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 70 |

| | |
|---|----|
| Figura 4.76 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para o tempo $t = 14h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 70 |
| Figura 4.77 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para o tempo $t = 16h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 71 |
| Figura 4.78 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para o tempo $t = 18h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 71 |
| Figura 4.79 – Mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para o tempo $t = 20h$: implementação no <i>Mathematica</i> (à esquerda) e no <i>Slope/W</i> (à direita). | 72 |
| Figura 4.80 - Fator de segurança crítico transiente para o Caso 3..... | 73 |
| Figura 4.81 – Parcela não saturada da resistência variando no tempo e na profundidade considerando uma infiltração unidimensional (Caso 3). | 73 |
| Figura 4.82 – Sucção ao longo da superfície de ruptura variando no tempo (Caso 3): comparação entre solução analítica (<i>Mathematica</i>) e numérica (<i>Seep/W</i>). | 74 |
| Figura 4.83 – Resistência ao cisalhamento não saturada ao longo da superfície crítica de ruptura pelo método de Fellenius no <i>Mathematica</i> (Caso 3). | 74 |
| Figura 4.84 - Resistência ao cisalhamento não saturada ao longo da superfície crítica de ruptura pelo método de Fellenius no <i>Slope/W</i> (Caso 3). | 75 |
| Figura 4.85 - Resistência ao cisalhamento não saturada ao longo da superfície crítica de ruptura pelo método de Bishop no <i>Mathematica</i> (Caso 3). | 75 |
| Figura 4.86 - Resistência ao cisalhamento não saturada ao longo da superfície crítica de ruptura pelo método de Bishop no <i>Slope/W</i> (Caso 3). | 76 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|--|----|
| Tabela 3.1. Fatores de segurança para estabilidade de encostas (NBR 11682/2009) | 22 |
| Tabela 3.2. Parâmetros do solo e da geometria do talude para o Caso 1 | 23 |
| Tabela 3.3. Parâmetros do solo e da geometria do talude para o Caso 2 | 23 |
| Tabela 3.4. Parâmetros do solo e da geometria do talude para o Caso 3 | 24 |

LISTA DE SIGLAS

Letras latinas

| | |
|-----------|--|
| $A(z, t)$ | função auxiliar da solução de fluxo transiente no meio semi-infinito |
| a_L | braço de alavanca de A_L |
| A_L | força estática da água aplicada à esquerda do talude |
| a_R | braço de alavanca de A_R |
| A_R | força estática da água aplicada à direita do talude |
| a_s | coeficiente do fluxo advectivo no solo não saturado |
| $B(z, t)$ | função auxiliar da solução de fluxo transiente no meio finito |
| c' | coesão efetiva do solo |
| d | braço de alavanca de F_d |
| D_z | coeficiente de difusividade da água no solo não saturado |
| E_L | força normal entre fatias aplicado à esquerda da fatia |
| E_R | força normal entre fatias aplicado à direita da fatia |
| f | braço de alavanca de N |
| F_d | carga concentrada aplicada sobre o talude |
| FS | fator de segurança |
| FS_f | fator de segurança pelo equilíbrio de forças |
| FS_m | fator de segurança pelo equilíbrio de momentos |
| h | altura da fatia no método do equilíbrio limite |
| H | altura do talude em solo |
| k_s | condutividade hidráulica saturada do solo |
| k_W | força horizontal devido à atividade sísmica |
| k_z | condutividade hidráulica não saturada na direção vertical |
| l | largura da base da fatia |
| N | força normal na base da fatia |
| R | braço de alavanca de S_m ou raio da superfície circular de ruptura |
| S | grau de saturação do solo |
| S_e | grau de saturação efetivo do solo |
| S_m | força tangente na base da fatia |
| S_r | grau de saturação residual do solo |

| | |
|-------|---|
| t | tempo após o início da infiltração |
| u_a | poropressão do ar |
| u_w | poropressão da água |
| X_L | força tangencial entre fatias aplicado à esquerda da fatia |
| X_R | força tangencial entre fatias aplicado à direita da fatia |
| W | peso da fatia |
| WT | distância entre o topo da coluna de solo e o nível freático |
| W_x | braço de alavanca de W |
| z | profundidade a partir do topo da coluna de solo |

Letras gregas

| | |
|------------------|--|
| α | ângulo em relação à horizontal da base da fatia |
| χ | parâmetro de tensão efetiva da resistência cisalhante não saturada |
| δ | parâmetro hidráulico de ajuste da curva de retenção de água no solo |
| ϕ' | ângulo de atrito interno efetivo do solo |
| γ_d | peso específico seco do solo |
| γ_{sat} | peso específico saturado do solo |
| γ_w | peso específico da água |
| λ | proporção entre a força normal e tangencial entre as fatias |
| θ | teor de umidade volumétrica |
| θ_0 | teor de umidade volumétrica imposta no topo da camada de solo como condição de contorno da solução do fluxo transiente de água no solo |
| $\theta_{0,max}$ | teor de umidade volumétrica máximo imposto no topo da coluna no fluxo transiente de água no solo |
| θ_i | teor de umidade volumétrica inicial na coluna como condição de contorno da solução do fluxo transiente de água no solo |
| σ_m | tensão normal média aplicada na base da fatia |
| $\sigma_{m,s}$ | tensão normal média adicional aplicada na base da fatia |
| σ_v | tensão vertical em um ponto do maciço de solo |
| τ | resistência cisalhante não saturada do solo |
| τ_α | tensão cisalhante na base da fatia pelo método de Fellenius |

| | |
|-------------------|---|
| $\tau_{\alpha,B}$ | tensão cisalhante na base da fatia pelo método de Bishop |
| τ_{sat} | resistência cisalhante saturada do solo |
| ω | ângulo em relação com a horizontal da força F_d |
| ψ | sucção total de água no solo |
| ψ_0 | sucção imposta no topo da coluna de solo como condição de contorno da solução do fluxo transiente de água no solo |
| ψ_i | sucção inicial na coluna como condição de contorno da solução do fluxo transiente de água no solo |

1. INTRODUÇÃO

Taludes estão presentes em nosso meio de forma natural e em diversas obras geotécnicas, como: aterro de barragens, escavação de trincheiras profundas, bordas de reservatórios, encostas habitadas e rodovias; e sua ruptura gera grandes prejuízos financeiros e até perdas de vidas humanas. Diversos casos de instabilidade de taludes ao redor do mundo aconteceram tendo como principal causa o aumento de umidade presente no solo, como em eventos de precipitação. Dessa forma, a ruptura se dá muitas vezes no estado não saturado do solo, no qual estão presentes simultaneamente a fase sólida, a água e o ar. Portanto, se torna necessário o estudo da estabilidade de taludes no estado não saturado e sua variação com o conteúdo de água presente no solo.

A estabilidade de taludes transiente (isto é, considerando a variação de umidade no solo ao longo do tempo) necessita de um modelo de resistência cisalhante acoplado a um modelo transiente de fluxo de água no solo. A resistência cisalhante depende da umidade e pode ser incluída em modelos de equilíbrio limite para a verificação da estabilidade de taludes. O equilíbrio limite pode ser aplicado para: rupturas superficiais (geralmente pelo método do talude infinito), que são interessantes para a regionalização de deslizamento superficial de encostas; ou globais (pelo método das fatias, capaz de examinar rupturas profundas também), que são aplicáveis localmente, mas permitem uma análise mais completa da segurança do talude.

Devido à dificuldade da solução do fluxo transiente em solos não saturados, diversos estudos analisaram a estabilidade superficial (Pham et al. 2018a; Pham et al. 2018b) ou global (Huang & Jia, 2009; Peranić et al., 2019; Tang et al., 2018) tratando numericamente a equação de Richards, que modela rigorosamente o fluxo de água em meios porosos. Outros estudos (Cavalcante & Camapum de Carvalho, 2017; Costa & Cavalcante, 2018; Dantas & Cavalcante, 2021; Zhan et al., 2013) utilizaram solução analítica para a equação de Richards, mas apenas para estabilidade superficial (método do talude infinito).

Acoplando modelos de resistência cisalhante não saturada e de fluxo de água analítico e transiente infiltrando no solo, este estudo visa estender por abordagem analítica os métodos clássicos de equilíbrio limite para estabilidade de taludes, como Fellenius e Bishop Simplificado, para o caso transiente não saturado.

1.1. OBJETIVOS

1.1.1. Objetivo Geral

O objetivo principal desta monografia é propor um modelo adaptado de métodos clássicos de equilíbrio limite para estabilidade global de taludes em solos, de forma a permitir uma análise transiente do fator de segurança no estado não saturado do solo a partir de um modelo analítico de infiltração de água e um modelo de resistência cisalhante não saturada.

1.1.2. Objetivos Específicos

Os objetivos específicos a serem desenvolvidos são:

- a) Acoplar modelo não saturado de resistência cisalhante com um modelo analítico de fluxo transiente de água no solo e aplicá-los para ruptura de taludes em solos homogêneos;
- b) Programar o modelo proposto no software *Mathematica* para simulação de estabilidade transiente de taludes no estado não saturado do solo;
- c) Comparar resultados de fator de segurança transiente em taludes homogêneos gerados por solução analítica de fluxo no *Mathematica* com os gerados por solução numérica de fluxo nos softwares *Seep/W* e *Slope/W* para a infiltração de água transiente;
- d) Realizar análise paramétrica do fator de segurança transiente para diferentes tipos de solos, configurações geométricas e condições de fluxo de água.

1.2. ESTRUTURA DA MONOGRAFIA

O Capítulo 1 aborda a introdução e definição dos objetivos da monografia.

O Capítulo 2 trata da revisão bibliográfica necessária para o desenvolvimento deste trabalho. São contemplados: o método do equilíbrio limite para estabilidade de taludes; o fluxo de água transiente em solos não saturados e os conceitos envolvidos; resistência não saturada do solo; e o fator de segurança no caso não saturado do solo.

O Capítulo 3 aborda a metodologia utilizada neste trabalho, o que inclui as hipóteses adotadas na modelagem matemática do problema e o método de análise. Também apresenta os três diferentes casos de taludes para simulação e análise paramétrica.

A modelagem matemática do problema e a análise paramétrica dos casos de simulação escolhidos são apresentados no Capítulo 4. Neste capítulo também são feitas discussões sobre os resultados obtidos.

Por fim, o Capítulo 5 apresenta as conclusões do trabalho e sugestões para trabalhos futuros.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. MÉTODO DO EQUILÍBRIO LIMITE

A abordagem de estabilidade de taludes pelo equilíbrio limite com o método das fatias é muito utilizada na prática da geotecnia desde sua modelagem mais simplificada realizada por Fellenius (1936). O modelo mais rigoroso deste método, proposto por Morgenstern & Price (1965) e otimizado por Fredlund & Krahn (1977) continua sendo muito aplicado para dimensionamento de taludes em solo para casos saturado (isto é, o solo é considerado saturado abaixo do nível freático e seco acima do nível freático) e não saturado (é considerada a saturação parcial do solo).

O método do equilíbrio limite (método das fatias está implícito neste para estabilidade global de taludes) se fundamenta puramente nos princípios da estática (equilíbrio de forças e momentos). O método consiste nos principais passos: (1) assumir uma superfície potencial de ruptura (cinematicamente admissível) e dividir a massa de solo acima dessa superfície em fatias verticais; (2) comparar a soma das forças atuantes sobre a superfície de ruptura necessárias para o equilíbrio das fatias com a soma das forças resistentes (cisalhantes) do solo na base de cada fatia.

Observa-se no passo (1) que é inerente ao método a tentativa e erro para se determinar a superfície de ruptura crítica, que gera a pior relação entre as forças resistentes e as forças atuantes e define a estabilidade do talude. A dificuldade no passo (2) é que as equações da estática não são suficientes para tornar o problema matematicamente determinado (Morgenstern & Price, 1965; Spencer, 1967).

A principal desvantagem do método do equilíbrio limite é sua incapacidade de representar a distribuição de tensões e deslocamentos ao longo das fatias de forma realística (Krahn, 2003). Dessa forma, o método pode ser pouco acurado para situações onde há concentração significativa de tensões, como em superfícies preferenciais de rupturas com singularidades em sua geometria ou solos reforçados com tirantes (Krahn, 2003). Ao se admitir o mesmo fator de segurança para todas as fatias, o método do equilíbrio limite tende a estimar de forma acurada a estabilidade de taludes em solo desde que não haja tais singularidades (GEO-SLOPE, 2021).

A Figura 2.1 mostra as principais ações e variáveis geométricas a se considerar, em

situações comuns, para uma fatia genérica no método do equilíbrio limite, sendo: W o peso da fatia e W_x seu braço de alavanca em relação a um ponto comum a todas as fatias; kW a força horizontal provocada por atividade sísmica; N a força normal à superfície de ruptura na base da fatia; S_m a força tangencial à superfície de ruptura na base da fatia e R seu braço de alavanca; l a largura da base da fatia e α sua inclinação em relação à horizontal; E_L e E_R as forças normais entre as fatias, respectivamente à esquerda e à direita; X_L e X_R as forças tangenciais entre as fatias, respectivamente à esquerda e à direita; F_d uma carga concentrada com um ângulo ω com a horizontal e braço de alavanca d ; A_L e A_R forças devida a presença de água, com seus respectivos braços de alavanca a_L e a_R .

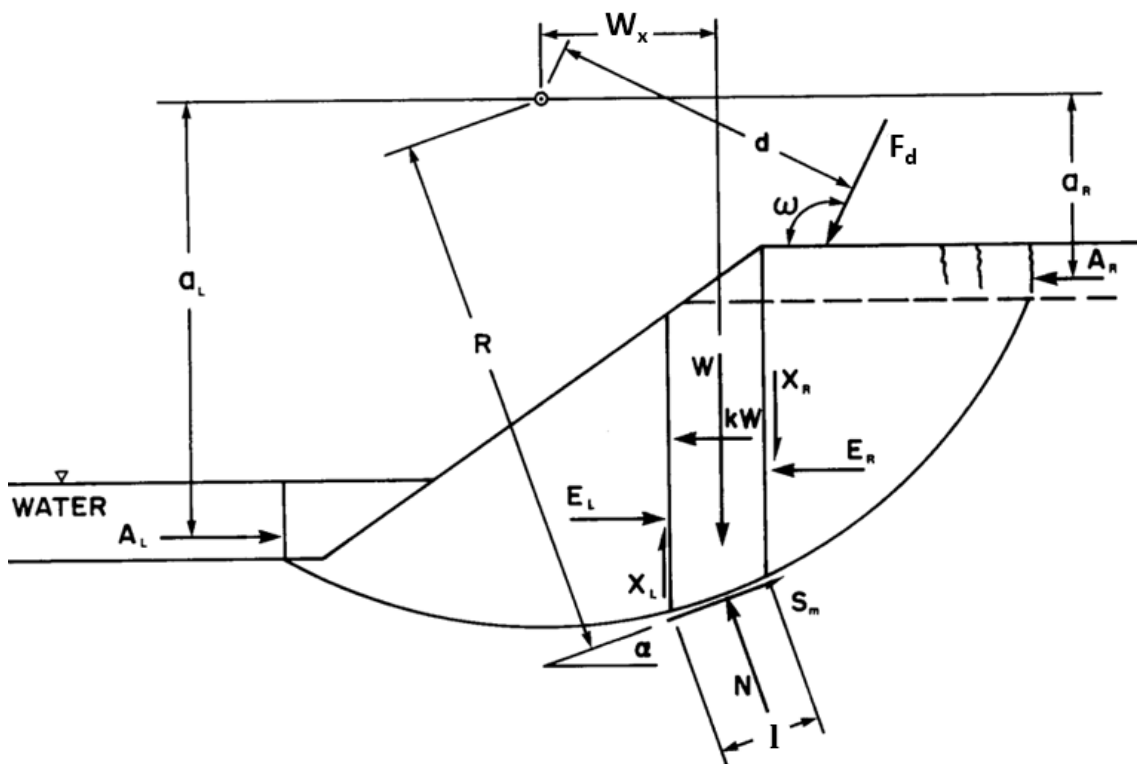


Figura 2.1 – Ações a se considerar em uma fatia no método do equilíbrio limite para estabilidade de taludes (modificado - GEO-SLOPE 2021).

O fator de segurança (FS) caracteriza o talude como estável (para a superfície analisada) quando maior que a unidade—ou como instável caso contrário—, e atende a seguinte relação para qualquer fatia (GEO-SLOPE, 2021):

$$FS = \frac{\tau_{sat} l}{S_m} \quad (2.1)$$

onde τ_s é a resistência cisalhante do solo na base da fatia, adotando-se geralmente o

critério de Mohr-Coulomb em termos de tensões efetivas:

$$\tau_{sat} = c' + (\sigma_m - u_w) \tan \phi' \quad (2.2)$$

onde c' é a coesão efetiva do solo; ϕ' o ângulo de atrito interno efetivo do solo; σ_m a tensão normal média no plano de cisalhamento; e u_w a poropressão de água.

Sendo n o número de fatias, têm-se $4n$ equações para solução do fator de segurança: somatório dos momentos, somatório das forças verticais, somatório das forças horizontais e resistência cisalhante em cada fatia. Já o número de incógnitas é $6n-1$ (GEO-SLOPE, 2021): o fator de segurança; módulo de N em cada fatia; ponto de aplicação de N em cada fatia; módulo de S_m em cada fatia; módulo das forças E entre as fatias; módulo das forças X entre as fatias; ponto de aplicação das forças E entre as fatias; e, por fim, o valor de λ , que dá a relação entre as forças entre fatias (Morgenstern & Price, 1965):

$$X = \lambda E f(x) \quad (2.3)$$

onde $f(x)$ é uma função arbitrária definida ao longo da superfície de ruptura, que define a distribuição de forças tangenciais entre as fatias, e x é a coordenada horizontal. Para tornar o problema determinado, a maioria dos métodos assume a posição da força N no centro da base e o que os diferencia entre si geralmente é o tratamento das forças entre as fatias.

A ideia principal da otimização feita por Fredlund & Krahn (1977) do método de Morgenstern & Price (1965) foi a adoção de equações separadas para o fator de segurança atendendo ao equilíbrio de momentos (FS_m) e o fator de segurança atendendo ao equilíbrio de forças horizontais (FS_f), como proposto por Spencer (1967). Estas equações podem ser definidas como a seguir, quando não há a atuação de forças sísmicas (kW), empuxo de água (A) ou cargas concentradas (F_d):

$$FS_m = \frac{\sum (c' l R + (N - u_w l) R \tan \phi')}{\sum W \cdot W_x - \sum N f} \quad (2.4)$$

$$FS_f = \frac{\sum (c' l + (N - u_w l) \tan \phi') \cos \alpha}{\sum N \sin \alpha} \quad (2.5)$$

onde f é o braço de alavanca de N caso a superfície não seja circular. São testados valores diferentes de λ até que se atinja a convergência entre os valores de FS_m e FS_f , como

ilustrado na Figura 2.2. Na Figura 2.2 também se observa que métodos como Bishop (1955) (que satisfaz apenas o FS_m) e Janbu (1954) (que satisfaz apenas o FS_f) consideram $\lambda = 0$, ou seja, $X = 0$. O método de Spencer (1967) é um caso específico do Morgenstern & Price (1965) onde $f(x)$ é assumido como constante.

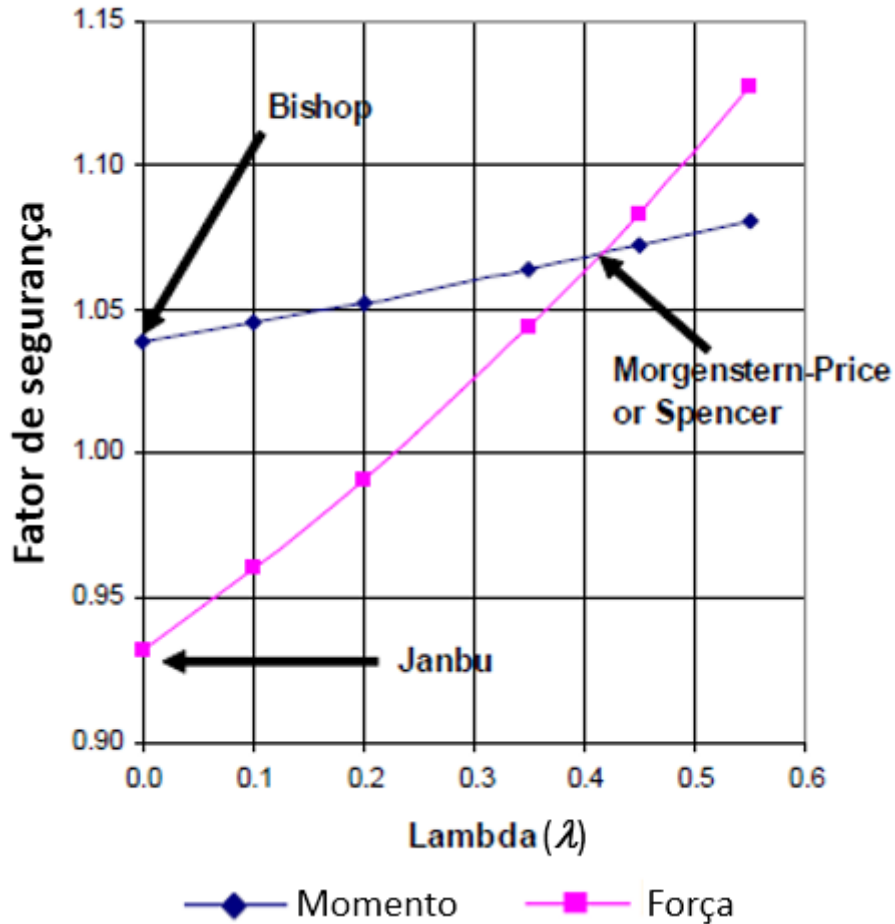


Figura 2.2 – Comparação entre os fatores de segurança de diferentes modelos de equilíbrio limite (modificado - GEO-SLOPE 2021).

Como apresentado desde o estudo de Bishop (1955), ambas as equações são não lineares (ou implícitas), dado que o valor de N depende do valor do fator de segurança. Tal constatação pode ser deduzida a partir do equilíbrio de forças verticais na fatia:

$$-W + (X_L - X_R) + S_m \text{ sen } \alpha + N \text{ cos } \alpha = 0 \quad (2.6)$$

Em conjunção com as Equações (2.1) e (2.2), têm-se que:

$$N = \frac{W + (X_R - X_L) - (c' - u_w \tan \phi') l \text{ sen } \alpha / FS}{\text{cos } \alpha + \text{sen } \alpha \tan \phi' / FS} \quad (2.7)$$

Dessa forma, se faz necessário a computação dos fatores de segurança de forma iterativa.

Os métodos de equilíbrio limite citados são matematicamente aplicáveis a superfícies de ruptura arbitrárias não circulares, mas a forma da superfície determina o quão sensível o fator de segurança vai ser para diferentes considerações de forças entre fatias ($\lambda f(x)$), o que pode tornar o método pouco representativo na prática em diferentes condições geométricas de ruptura (GEO-SLOPE, 2021).

Assumir a superfície de ruptura crítica como circular gera resultados acurados se o talude for homogêneo e as condições de poropressões não variarem de maneira singular entre as fatias; mas para situações como taludes formados por diferentes tipos de solo, mudanças drásticas de poropressão devido a materiais mais drenantes, ou zonas com material de baixa resistência, se faz necessária a análise de superfícies potenciais de ruptura não circulares com métodos mais rigorosos para obtenção de resultados condizentes com a realidade (Morgenstern & Price, 1965).

2.1.1. Método de Fellenius

Também conhecido por método ordinário ou método sueco, o método proposto por Fellenius (1936) considera as forças entre as fatias paralelas à base da fatia (de forma a não afetar o equilíbrio de momentos) e atende somente à equação de equilíbrio de momentos. Apesar de resolver o *FS* de maneira explícita, o método não garante o equilíbrio de forças na fatia (GEO-SLOPE, 2021). O valor de *N* é dado somente pela pelo peso da fatia:

$$N = W \cos \alpha \quad (2.8)$$

E, dessa forma, o fator de segurança é computado para superfícies de ruptura circulares como:

$$FS = \frac{\sum (c'l + (W \cos \alpha - u_w l) \tan \phi')}{\sum W \sin \alpha} \quad (2.9)$$

O método tende a gerar fatores de segurança irrealis, geralmente conservadores para solos homogêneos e ruptura circular (GEO-SLOPE, 2021). O método de Fellenius é, portanto, bastante simplificado e não justifica seu uso na prática, dado a capacidade computacional disponível atualmente, mas ainda serve como um método didático e facilita análises

paramétricas quando acoplado a outros modelos de resistência do solo mais complexos. Também é bastante utilizado como a primeira iteração para a solução da equação implícita do fator de segurança para os outros modelos de equilíbrio limite, como o método de Bishop.

2.1.2. Método de Bishop Simplificado

O método de Bishop Simplificado desconsidera as forças tangenciais entre as fatias (X_L e X_R) e atende somente à Equação (2.4) de fator de segurança pelo equilíbrio de momentos (Bishop, 1955; Fredlund & Krahn, 1977). Para superfícies de ruptura circulares, as Equações (2.4) e (2.7) são simplificadas, respectivamente, para:

$$FS = \frac{\sum (c' l + (N - u_w l) \tan \phi')}{\sum W \sin \alpha} \quad (2.10)$$

e

$$N = \frac{W - (c' - u_w \tan \phi') l \sin \alpha / FS}{\cos \alpha + \sin \alpha \tan \phi' / FS} \quad (2.11)$$

Assim como observado por Bishop (1955) e Fredlund & Krahn (1977), o método de Bishop Simplificado para rupturas circulares é insensível a variações na distribuição de forças entre as fatias ao longo da superfície, o que implica em fatores de segurança condizentes com os métodos mais rigorosos como Spencer ou Morgenstern e Price. A

Figura 2.3 ilustra esta constatação:

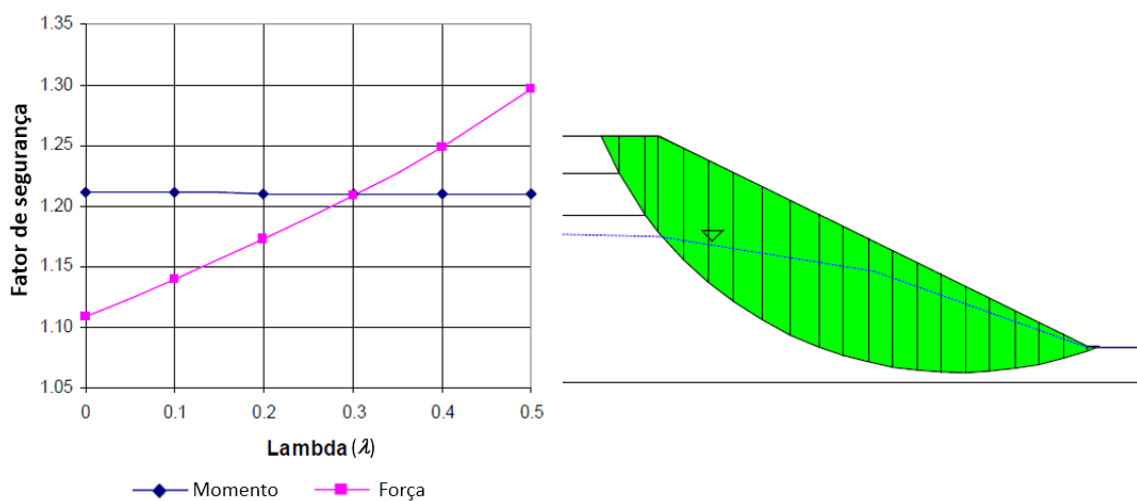


Figura 2.3 – Fatores de segurança em relação ao equilíbrio de momentos e ao equilíbrio de forças para superfícies de ruptura circulares (modificado - GEO-SLOPE 2021).

2.2. FLUXO DE ÁGUA TRANSIENTE EM SOLOS NÃO SATURADOS

2.2.1. Curva de retenção de água no solo (SWRC)

A curva de retenção de água no solo (*soil-water retention curve*, SWRC) é a relação constitutiva entre o conteúdo de água e a sucção nos poros do solo não saturado. Esta relação é fundamental em todo estudo na mecânica dos solos não saturados, pois relaciona a variável de estado de sucção (empregada amplamente nos modelos de fluxo, resistência e deformação de solos não saturados) com o teor de umidade volumétrica (ou grau de saturação ou teor de umidade gravimétrico), permitindo a modelagem tanto em termos de sucção quanto em termos de conteúdo de água no solo.

A sucção total no solo é dividida entre uma parcela de sucção osmótica, que decorre do gradiente de solutos na água, e uma parcela de sucção mátrica, devido a efeitos de capilaridade (interface entre a fase água e a fase ar, a membrana contráctil) da água nos poros do solo (Fredlund et al., 2012). A sucção osmótica é geralmente desprezada em situações práticas onde não haja problemas de variação da concentração de solutos na água, como em problemas de fluxo de contaminantes. Dessa forma, a SWRC é usualmente dada em termos de sucção mátrica apenas.

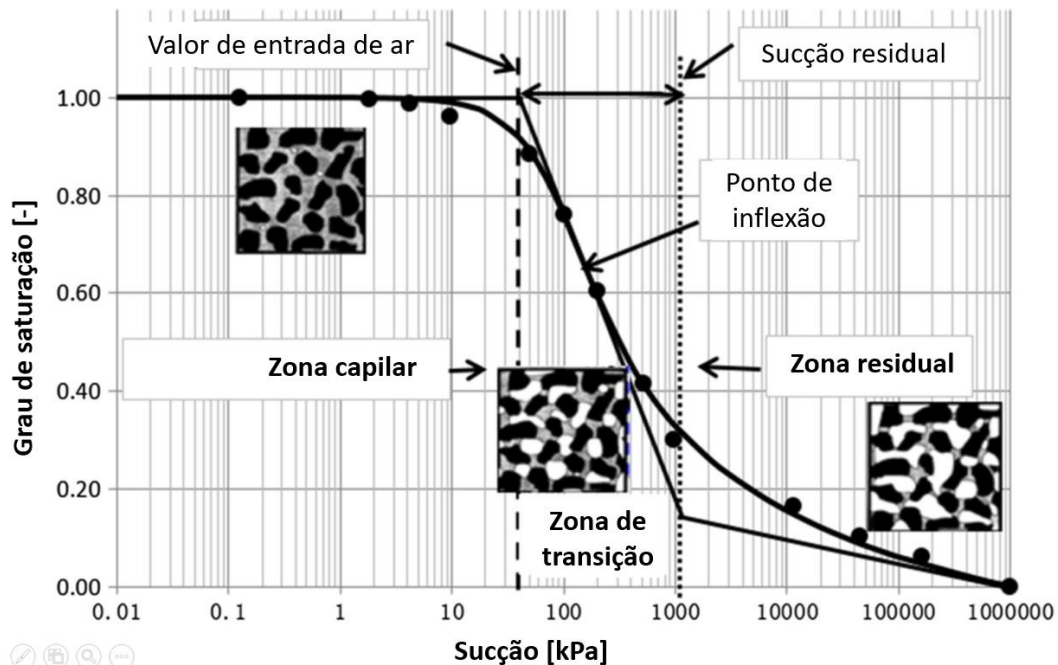


Figura 2.4 – Curva de retenção de água no solo (adaptado de Vanapalli et al., 1996)

A Figura 2.4 ilustra uma SWRC típica, plotada em escala logarítmica para a sucção. Três zonas se destacam para definir comportamento do solo não saturado: a zona capilar, onde

a fase água é contínua nos vazios do solo; a zona de transição, onde ambas as fases água e ar são contínuas; e a zona residual, onde a fase água é descontínua nos vazios do solo. O valor de entrada de ar é a sucção que separa as zonas capilar e de transição; este valor é definido pela interseção das retas tangentes à curva em seu início (sucção próxima de zero) e no ponto de inflexão (Zhai & Rahardjo, 2012). O valor de entrada de ar é maior quanto menor a granulometria dos solos (como solos argilosos), pois, quanto menor os poros, maior a capacidade de retenção de água por capilaridade. A sucção residual define a menor sucção da zona residual, a partir da qual se considera que a sucção não é capaz de conferir resistência adicional ao solo no estado não saturado devido à descontinuidade da fase água (Lu et al., 2010; Zhai et al., 2019).

A curva de condutividade hidráulica não saturada do solo é outra relação constitutiva necessária para a solução do fluxo em solos não saturados. Esta curva resulta de uma função que dá a condutividade hidráulica do solo reduzindo com o aumento de sucção. No caso saturado, a condutividade hidráulica é constante e igual ao valor máximo possível da condutividade hidráulica de cada solo. Esta curva possui um comportamento típico semelhante à SWRC, como na Figura 2.4, com a mesma definição das três zonas de comportamento das fases água e ar.

2.2.2. Solução analítica para a infiltração unidimensional de água no solo

A Equação de Richards modela o fluxo transiente não saturado em meios porosos da maneira mais rigorosa, a partir dos princípios de conservação de massa e continuidade de fluxo. Para o caso de fluxo vertical unidimensional, a equação em função da umidade volumétrica do solo (equação de Fokker-Plank) é dada como:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial \theta}{\partial z} \left[D_z(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \right] - a_s(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \quad (2.12)$$

onde θ é o teor de umidade volumétrica; t o tempo; z a variável espacial na direção vertical; D_z a difusividade não saturada da água; e a_s o coeficiente de advecção do fluxo não saturado. Esta é uma equação diferencial parcial altamente não-linear e geralmente exige soluções numéricas (Fredlund et al., 2012), isto devido à dificuldade de simplificar seus parâmetros para linearizar a equação e resolvê-la analiticamente.

Cavalcante & Zornberg (2017) resolveram analiticamente a equação de Richards ao

adotar a SWRC exponencial com apenas um parâmetro de ajuste e a função de condutividade hidráulica não saturada linear:

$$\theta(\psi) = (\theta_s - \theta_r) \exp(-\delta\psi) + \theta_r \quad (2.13)$$

ou, ainda,

$$\psi(\theta) = -\frac{1}{\delta} \ln \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right) \quad (2.14)$$

$$k_z(\theta) = k_s \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right) \quad (2.15)$$

onde ψ é o módulo da sucção total (mátrica e osmótica); δ o parâmetro hidráulico de ajuste da SWRC; θ_s o teor de umidade saturado (ou porosidade) do solo; θ_r o teor de umidade residual; k_s a condutividade hidráulica saturada do solo; e k_z a condutividade hidráulica não saturada do solo na direção vertical. As equações (2.14) e (2.15) permitem a linearização da Equação (2.12):

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = D_z \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} - a_s \frac{\partial \theta}{\partial z} \quad (2.16)$$

onde

$$D_z = \frac{k_s}{\delta(\theta_s - \theta_r)\gamma_w} \quad (2.17)$$

e

$$a_s = \frac{k_s}{(\theta_s - \theta_r)} \quad (2.18)$$

Os autores apresentam a solução analítica da Equação (2.16) para algumas condições de contorno em uma coluna homogênea de solo, entre elas:

Caso 1: Coluna de solo semi-infinita com umidade constante no topo. A solução é dada por:

$$\theta(z, t) = \theta_i + (\theta_0 - \theta_i)A(z, t) \quad (2.19)$$

onde a função auxiliar $A(z, t)$ é dada por:

$$A(z, t) = \frac{1}{2} \left[\operatorname{erfc} \left(\frac{z - a_s t}{2\sqrt{D_z t}} \right) + \exp \left(\frac{a_s z}{D_z} \right) \operatorname{erfc} \left(\frac{z + a_s t}{2\sqrt{D_z t}} \right) \right] \quad (2.20)$$

onde θ_0 é a umidade constante no tempo imposta no topo da coluna e θ_i a umidade inicial ao longo da coluna. A condição de meio semi-infinito é dada matematicamente por $\partial\theta(\infty, t)/\partial z = 0$.

Caso 2: Coluna de solo finita com umidade constante no topo. A solução é dada por:

$$\theta(z, t) = \theta_i + (\theta_0 - \theta_i)B(z, t) \quad (2.21)$$

onde a função auxiliar $B(z, t)$ é dada aproximadamente por:

$$\begin{aligned} B(z, t) = & \frac{1}{2} \left[\operatorname{erfc} \left(\frac{z - a_s t}{2\sqrt{D_z t}} \right) + \exp \left(\frac{a_s z}{D_z} \right) \operatorname{erfc} \left(\frac{z + a_s t}{2\sqrt{D_z t}} \right) \right] \\ & + \frac{1}{2} \left[2 + \frac{a_s(2WT - z)}{D_z} + \frac{a_s^2 t}{D_z} \right] \operatorname{erfc} \left(\frac{2WT - z + a_s t}{2\sqrt{D_z t}} \right) \exp \left(\frac{a_s WT}{D_z} \right) \\ & - \sqrt{\frac{a_s^2 t}{\pi D_z}} \exp \left[\frac{a_s WT}{D_z} - \frac{(2WT - z + a_s t)^2}{4D_z t} \right] \end{aligned} \quad (2.22)$$

onde WT = altura da coluna de solo entre a superfície e o nível freático. A condição de meio finito é dada matematicamente por $\partial\theta(WT, t)/\partial z = 0$.

2.3. RESISTÊNCIA NÃO SATURADA DO SOLO

Para a análise de estabilidade de taludes no estado não saturado do solo, utiliza-se uma versão estendida da equação (2.2) para o caso saturado (Fredlund et al., 2012; GEO-SLOPE, 2021), como a proposta por (Bishop, 1959):

$$\tau = c' + [(\sigma_m - u_a) + \chi(u_a - u_w)] \tan \phi' \quad (2.23)$$

onde $(u_a - u_w)$ é a sucção mátrica no solo; χ é o parâmetro de tensão efetiva que varia com a saturação entre 0 e 1; e u_a é a poropressão do ar. Diversos estudos (Bishop, 1959; Jommi, 2000; Öberg & Sällfors, 1997; Vanapalli et al., 1996) sugerem que $\chi = S$ ou $\chi = S_e$, onde S é o grau de saturação do solo e S_e é o grau de saturação efetivo, definido como:

$$S_e = \frac{S - S_r}{1 - S_r} \quad (2.24)$$

onde S_r é o grau de saturação residual. Esta definição do parâmetro χ gera contradições tanto teóricas (Morgenstern, 1979) quanto experimentais (Gulhati & Satija, 1981). Lu et al. (2010) demonstram por uma abordagem termodinâmica que $\chi = S$ ao se negligenciar a contribuição da membrana contrátil (a quarta fase do solo não saturado além de sólido, líquido e gás), mas ainda assim adotam o grau de saturação efetivo para o modelo de resistência cisalhante, de modo a anular a contribuição da parcela não saturada da resistência na zona residual.

$$\tau = c' + \left[(\sigma_m - u_a) + \left(\frac{S - S_r}{1 - S_r} \right) (u_a - u_w) \right] \tan \phi' \quad (2.25)$$

O estudo de Zhai et al. (2019) adotou um valor de S_r para uma sucção correspondente a 3100 kPa (determinada pela SWRC), como sugerido por Plaster (2009) para a água higroscópica e intra-agregados do solo, que não é capaz de transmitir esforços entre as partículas e, portanto, não contribui para a resistência cisalhante. O termo

$$\sigma_{m,s} = \left(\frac{S - S_r}{1 - S_r} \right) (u_a - u_w) \quad (2.26)$$

na Equação (2.25) é denominado pelos autores como tensão normal adicional, dado que é multiplicada pelo ângulo de atrito assim como a tensão normal total.

2.3.1. Variáveis de estado transientes da resistência cisalhante

O estudo de Santos et al. (2021) acoplou o modelo de resistência cisalhante de Lu et al. (2010) ao modelo de infiltração transiente de Cavalcante & Zornberg (2017). A ideia da modelagem foi colocar as variáveis de estado da resistência cisalhante em função do teor de umidade volumétrica, definido de maneira simplificada como

$$\theta(z, t) = \begin{cases} \theta_i + (\theta_0 - \theta_i)B(z, t), & \text{se } z \leq WT \\ \theta_s, & \text{se } z > WT \end{cases} \quad (2.27)$$

Neste caso WT é a profundidade do nível freático. O grau de saturação efetivo transiente é dado por

$$S_e(z, t) = (S(z, t) - S_r) / (1 - S_r) \quad (2.28)$$

onde $S(z, t) = \theta(z, t) / \theta_s$ e S_r foi adotado como correspondente a uma sucção de 3100 kPa (como no estudo de Zhai et al., 2019):

$$S_r = [(\theta_s - \theta_r) \exp(-3100\delta) + \theta_r] / \theta_s \quad (2.29)$$

Foi adotado $u_a = 0$, o que é razoável para valores de sucção acima do valor de entrada de ar na SWRC, onde a fase ar se torna contínua no solo (Vanapalli et al., 1996) e a pressão relativa do ar se torna insignificante em contato com a atmosfera (Fredlund, 2006). Desconsiderando ainda a sucção osmótica, ou seja, a parcela de sucção devido a gradientes de concentração de solutos na água do solo (incomuns em aplicações de estabilidade de taludes), a sucção mátrica se torna $\psi = -u_w$. Para a zona saturada, a poropressão se torna hidrostática: $u_w = \gamma_w(z - WT)$, sendo γ_w o peso específico da água. Dessa forma, a Equação (2.14) foi adaptada para:

$$\psi(z, t) = \begin{cases} -\frac{1}{\delta} \ln \left[\frac{\theta(z, t) - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right], & \text{se } z \leq WT \\ -\gamma_w(z - WT), & \text{se } z > WT \end{cases} \quad (2.30)$$

O peso específico (γ) transiente foi adotado como uma relação linear com o grau de saturação entre o estado seco (γ_d) e saturado (γ_{sat}). A tensão vertical total (σ_v) transiente foi então computada como a integral do peso específico:

$$\gamma(z, t) = \gamma_d + (\gamma_{sat} - \gamma_d)S(z, t) \quad (2.31)$$

$$\sigma_v(z, t) = \int_0^z \gamma(z', t) \cdot dz' \quad (2.32)$$

A resistência cisalhante transiente em um plano horizontal foi então obtida como (Santos et al., 2021):

$$\tau(z, t) = c' + [\sigma_v(z, t) + S_e(z, t)\psi(z, t)] \tan \phi' \quad (2.33)$$

A parcela não saturada da resistência não contribui para a resistência cisalhante próximo da saturação ou da zona residual do solo, como mostrado na Figura 2.5. A contribuição máxima da parcela não saturada da resistência para um nível de sucção intermediária é

maior para solos mais finos (maior retenção de água, menor valor de δ na SWRC de Cavalcante & Zornberg (2017)). Esse efeito decorre do fato de que a sucção tende a zero para o solo próximo da saturação e o grau de saturação tende a zero para altos valores de sucção.

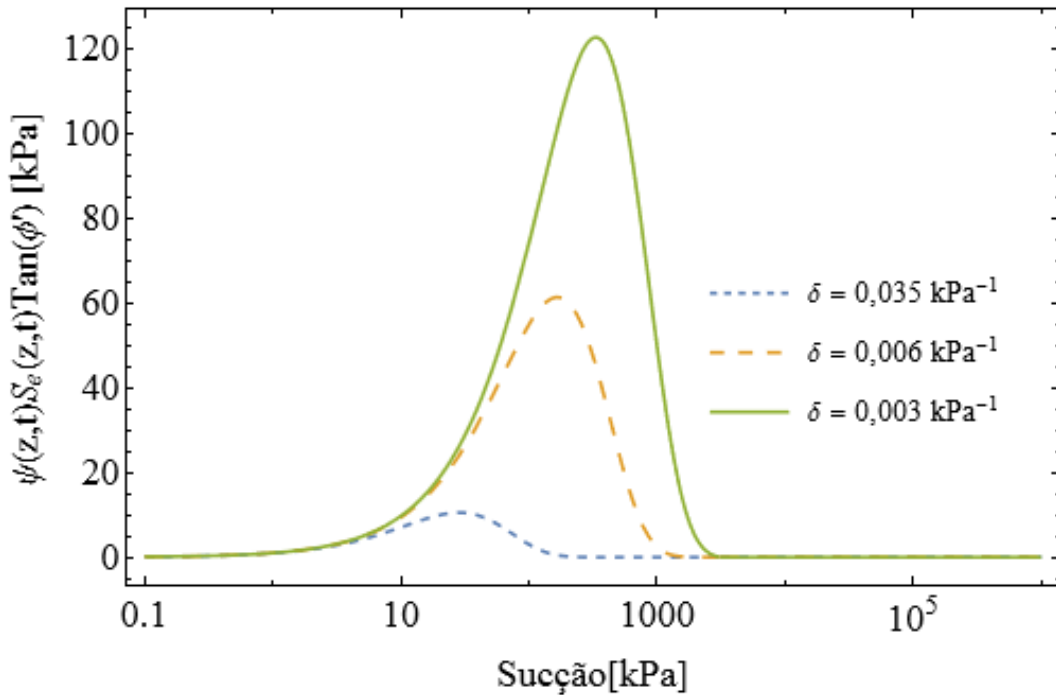


Figura 2.5 – Parcela não saturada da resistência cisalhante em função da sucção para diferentes tipos de solos (adaptado de Santos et al., 2021).

2.3.2. Fator de segurança não saturado

O fator de segurança para taludes no estado não saturado pode ser prontamente obtido adaptando a Equação (2.10) com a Equação (2.23) (Fredlund et al., 2012):

$$FS = \frac{\sum (c' l + (N + (u_a - u_w) \chi l) \tan \phi')}{\sum W \sin \alpha} \quad (2.34)$$

A Equação (2.11) também é adaptada no método de Bishop Simplificado para

$$N = \frac{W - (c' + (u_a - u_w) \chi \tan \phi') l \sin \alpha / FS}{\cos \alpha + \sin \alpha \tan \phi' / FS} \quad (2.35)$$

Estas formulações servem também para o caso saturado, onde u_w se torna a poropressão positiva, $u_a = 0$ e $\chi = 1$.

3. METODOLOGIA

3.1. HIPÓTESES E CONSIDERAÇÕES SOBRE A MODELAGEM

A metodologia proposta neste estudo visa a modelagem e análise do fator de segurança transiente para ruptura global de taludes durante infiltração de água no solo, sendo o fluxo de água definido analiticamente para condições de contorno simplificadas. A principal ideia é obter as variáveis do fator de segurança em cada fatia em função da umidade volumétrica do solo ao longo da superfície de ruptura.

Se o nível freático for profundo em relação ao nível do terreno, considera-se para efeitos práticos a umidade transiente como no caso 1 (coluna de solo semi-infinita com umidade constante imposta no topo) do estudo de Cavalcante & Zornberg (2017), dado pela Equação (2.19). Caso contrário, considera-se a seguinte relação dada pela equação (2.27) simplificada para a umidade. Apesar de gerar uma descontinuidade em $z = WT$, essa formulação permite trabalhar com as zonas não saturada e saturada no mesmo modelo, enquanto não houver solução analítica na literatura que considere essa transição suave entre estas zonas (modelo multicamada). Dessa forma, o modelo também se limita ao solo homogêneo na zona não saturada.

A taxa máxima de infiltração de água no solo para um período de tempo suficientemente grande é igual a sua condutividade hidráulica saturada (k_s). Nesta situação, a descarga no topo da coluna de solo para um tempo suficientemente longo é dada por $\theta_0 k_s / (\theta_s - \theta_r)$ (Cavalcante & Zornberg, 2017). Assim, para a consistência física do modelo, a umidade máxima imposta no topo da coluna deve ser:

$$\theta_{0,\max} = \theta_s - \theta_r \quad (3.1)$$

Para representar um evento mais extremo de precipitação, que causa a maior taxa de variação da condição de estabilidade do talude, foi adotado o $\theta_{0,\max}$ como condição de contorno aplicada no nível do terreno nas simulação realizadas.

Foi adotado o critério estendido de Mohr-Coulomb para a resistência cisalhante do solo, utilizando-se a formulação de Lu et al. (2010) adaptada por Santos et al. (2021) (equação (2.33)) para o caso transiente não saturado.

A partir da equação da resistência cisalhante transiente não saturada adotada, as equações

de fator de segurança pelos métodos do equilíbrio limite, tanto de Fellenius (1936) (equação (2.9)) quanto de Bishop Simplificado (Bishop, 1955) (Equação (2.10)), foram deduzidas para o caso transiente. Estes dois métodos foram os escolhidos por serem os de formulação de mais simples implementação, e a partir deles pode-se expandir a modelagem para os métodos mais complexos em pesquisas futuras. Além disso, para taludes em solo homogêneo, o método de Bishop é suficiente entre os métodos de equilíbrio limite para caracterizar a estabilidade do talude, como comentado na Seção 2.1.2.

O fluxo foi considerado na vertical em cada fatia individualmente, sem interferência entre fatias adjacentes (ou seja, fluxo unidimensional na direção vertical, desconsiderando componentes horizontais de fluxo). Dessa forma, pode-se obter para um determinado talude de solo homogêneo e uma superfície de ruptura específica um fator de segurança variando no tempo durante a infiltração de água no solo. Vale ressaltar que a análise de estabilidade será apenas bidimensional, considerando uma seção vertical de um talude. A Figura 3.1 apresenta o fluxograma resumindo a modelagem proposta neste trabalho.

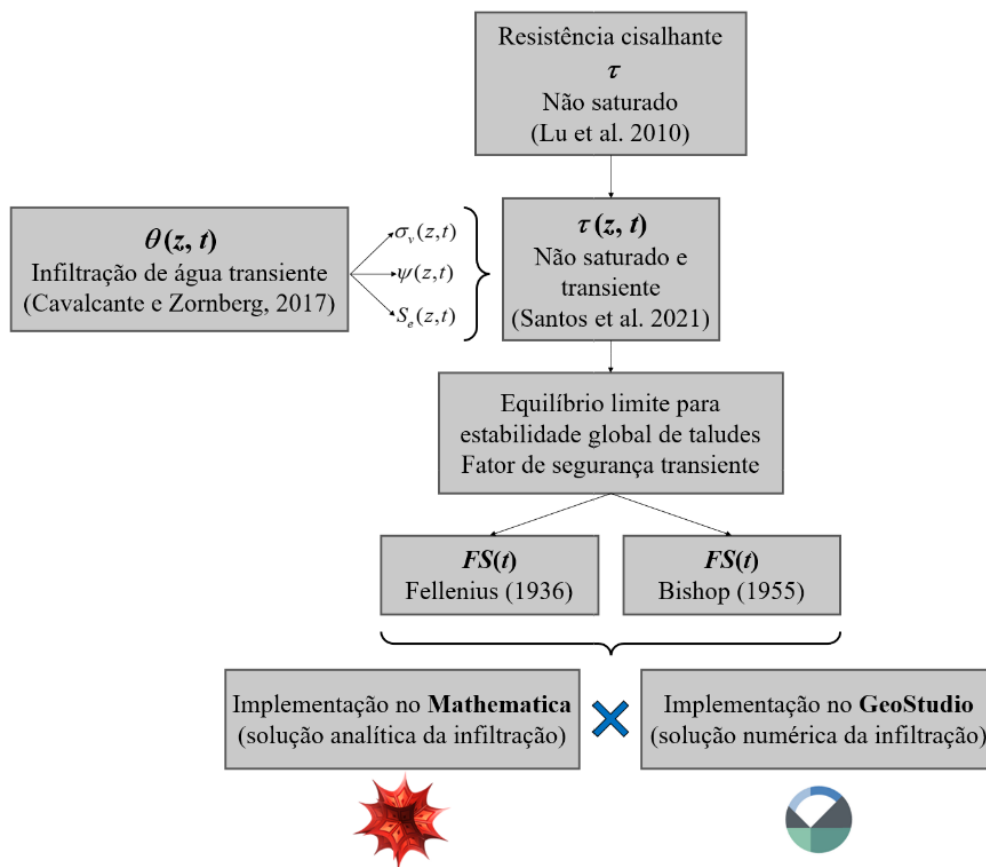


Figura 3.1 – Fluxograma da modelagem proposta.

As superfícies circulares são definidas por uma malha de centros e uma malha de raios; o fator de segurança é analisado para cada superfície centrada em cada ponto da malha de centros e tangente a cada uma das retas da malha de raios (Figura 3.2). A malha de centros será utilizada para apresentar curvas de isovalores de fatores de segurança a partir do fator de segurança mínimo em cada centro de círculo considerado. A Figura 3.2 ilustra uma geometria comum para as malhas de centros e raios, com uma superfície circular arbitrária em destaque.

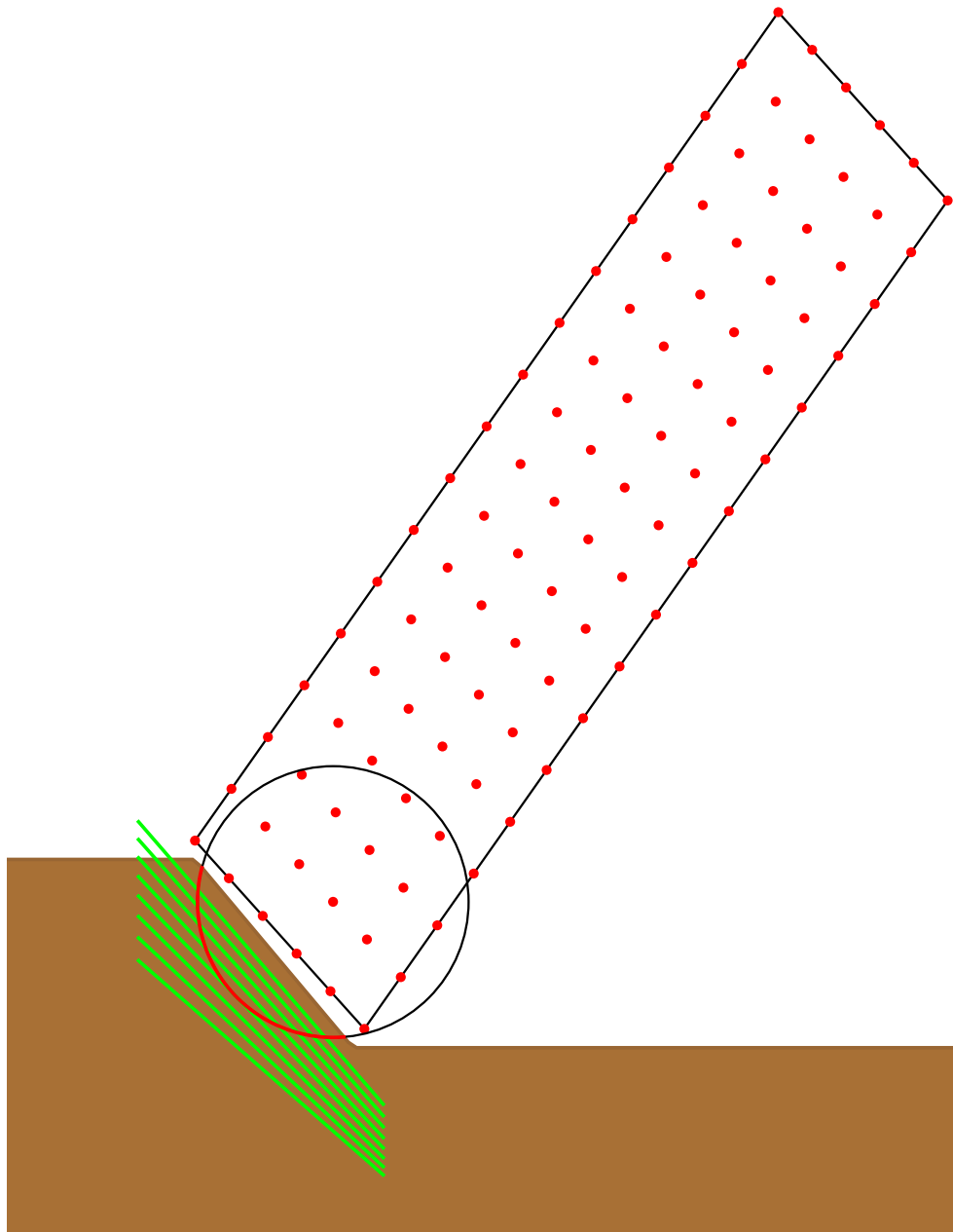


Figura 3.2 – Ilustração da malha de centros e malha de raios que definem as superfícies circulares a serem testadas.

Quando o centro de uma superfície de ruptura circular apresenta ordenada inferior a um dos pontos extremos da superfície (interseção do círculo com o nível do terreno), o topo de algumas fatias próximas a esse ponto ficaria definida abaixo do nível do terreno (limitado pela porção do semicírculo superior que define a superfície). Para evitar esse problema, a superfície de ruptura é considerada circular somente na porção do semicírculo inferior (ângulo da base da fatia limitado a $\pi/2$), sendo o restante da superfície uma linha vertical até interceptar o nível do terreno, como ilustrado na Figura 3.3.

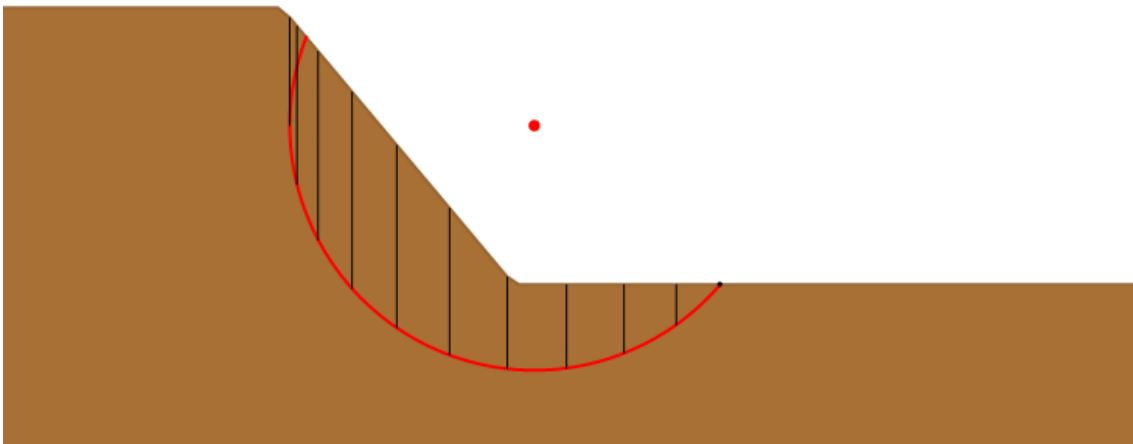


Figura 3.3 – Consideração das fatias quando o centro do círculo possui altura inferior a um dos pontos extremos da superfície circular

O modelo do fator de segurança transiente para os métodos de Fellenius e de Bishop proposto nesta monografia foi programado inteiramente na linguagem *Wolfram* no software *Mathematica* (versão 12.1), onde foi criada do zero uma rotina para receber os seguintes parâmetros de entrada:

- a) parâmetros geotécnicos do solo (c' , ϕ , γ_d , k_s , θ_s , θ_r);
- b) condições de contorno do fluxo de água no solo (θ_0 , θ_i e $WT(x)$, sendo x a coordenada horizontal);
- c) geometria do talude;
- d) geometria do nível freático ao longo do talude, se houver;
- e) malha de centros e raios para o processo de tentativa e erro em definir o fator de segurança mínimo em diversas superfícies de ruptura potenciais (circulares).

O código desenvolvido no *Mathematica* também permite a análise paramétrica, por meio de gráficos, de diversos resultados, como: resistência cisalhante variando ao longo da

superfície de ruptura (α) para diversos valores de tempo; sucção ao longo da superfície de ruptura para diversos valores de tempo; fator de segurança mínimo variando no tempo. Tais análises permitem estudar a influência de diferentes condições representativas de parâmetros de entrada no modelo.

Para o cálculo do fator de segurança, o somatório nas equações (2.9) e (2.10) foi adaptado para uma formulação integral. A computação do somatório foi então implementada no *Mathematica* como uma integral numérica. A vantagem nessa implementação é a divisão do domínio (fatias) de forma eficiente para minimizar erros globais pelo método de integração numérica “*Global Adaptive*”.

Por fim, foi modelado nos softwares *Slope/W* e *Seep/W* do pacote *GeoStudio* (que resolve o fluxo de forma numérica, pelo método dos elementos finitos) diferentes seções típicas de taludes, com o conjunto de parâmetros de entrada equivalentes para comparação dos resultados com a rotina de cálculos desenvolvida no *Mathematica*. As principais diferenças nos parâmetros de entrada para cálculo da infiltração no *Seep/W* são: a condição de contorno inicial, dada em termos de poropressão negativa (sucção) ao invés de teor de umidade volumétrica (calculada diretamente pela *SWRC* da equação (2.14)); a condição de contorno de topo, inserida também em termos de poropressão negativa (também calculada diretamente pela *SWRC* da equação (2.14)). No *Slope/W* o grau de saturação residual (para limitação da resistência cisalhante não saturada na zona residual) é inserido em termos de porcentagem, definido a partir da equação (2.29). Foi adotado uma divisão de cada superfície de ruptura em 50 fatias.

Para gerar os resultados desta monografia, foram utilizadas a versão 12.1 do *Mathematica* e a versão 2021.3 do pacote *GeoStudio*. Vale ressaltar que o *Slope/W* do *GeoStudio* considera superfícies como a da Figura 3.3 como inválidas (erro “E991”), pois as superfícies são assumidas estritamente como circulares.

Para se ter uma noção de sensibilidade dos valores mínimos de fatores de segurança (*FS*) adotados como satisfatórios em diversos projetos de geotecnia, apresenta-se a seguir valores típicos para alguns tipos de obra.

- **FS = 1,1:** obra em condição excepcional de carregamento (baixa probabilidade de ocorrência durante toda sua vida útil) durante sua operação normal. Exemplos: condição de rebaixamento rápido de reservatório em barragens geotécnicas;

atuação de sismo durante a operação de obras com grande dano potencial como barragens ou aterros e cortes em rodovias.

- **FS = 1,3:** obra em condição temporária ou obra permanente com baixo dano potencial. Exemplos: condição de final de construção em barragens geotécnicas (anterior ao enchimento do reservatório); pequenos aterros em zonas urbanas; taludes em escavações temporárias.
- **FS = 1,5:** obras em condição permanente com dano potencial médio ou superior. Exemplos: condição de operação normal de barragens geotécnicas; aterros ou cortes em rodovias.

A norma brasileira NBR 11682/2009 fornece valores recomendados de fatores de segurança para estabilidade de encostas em função do risco associado à ruptura da estrutura, como apresentado na Tabela 3.1 a seguir.

Tabela 3.1. Fatores de segurança para estabilidade de encostas (NBR 11682/2009)

| | | Nível de segurança contra danos a vidas humanas | | |
|--|-------|---|-------|-------|
| | | Alto | Médio | Baixo |
| Nível de segurança contra danos materiais e ambientais | Alto | 1,5 | 1,5 | 1,4 |
| | Médio | 1,5 | 1,4 | 1,3 |
| | Baixo | 1,4 | 1,3 | 1,2 |

3.2. PARÂMETROS DE ENTRADA PARA AS SIMULAÇÕES

Foram definidos três casos para simular e gerar os resultados para análise. O conjunto de parâmetros de entrada para cada caso foi definido de forma a representar situações comuns na prática da engenharia, ainda que não sejam parâmetros retirados de um estudo de caso real.

3.2.1. Caso 1: talude 1V:0,84H, ausência de nível freático

A Tabela 3.2 apresenta os parâmetros de entrada escolhidos para a primeira análise. O solo tem parâmetros típicos de uma areia siltosa em estado natural (não compactada), com uma baixa coesão e alta permeabilidade.

O nível freático é considerado profundo o suficiente para não influenciar nas zonas potenciais de ruptura, como por exemplo acima de 10 m de profundidade a partir do pé do talude, comum em zonas tropicais como Brasília. A umidade inicial é correspondente

a um grau de saturação de 61,1%. A geometria do talude, com 10 m de altura e um ângulo de inclinação acima de 45°, pode representar obras temporárias de aterro ou de escavação, ou a condição inicial de obras permanentes antes de se aplicar reforços como chumbadores e concreto projetado.

Tabela 3.2. Parâmetros do solo e da geometria do talude para o Caso 1

| | |
|--------------------------------|---|
| Parâmetros do solo | $\gamma_d = 16,0 \text{ kN/m}^3$; $c' = 5 \text{ kPa}$; $\phi = 23^\circ$. $\theta_s = 0,36$; $\theta_r = 0,01$; $\delta = 0,01 \text{ kPa}^{-1}$; $k_s = 2 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}$. |
| Condições de contorno do fluxo | $\theta_0 = 0,35$ (ou $\psi_0 = 2,9 \text{ kPa}$); $\theta_i = 0,22$ (ou $\psi_i = 51,1 \text{ kPa}$). |
| Geometria do talude | Altura de $H = 10 \text{ m}$; inclinação de $\beta = 50^\circ$. |

3.2.2. Caso 2: talude 1V:2H, presença de nível freático

A Tabela 3.3 apresenta os parâmetros de entrada escolhidos para o Caso 2. Foi escolhido os mesmos parâmetros do solo do Caso 1.

O nível freático é considerado a uma profundidade de 3 m abaixo do pé do talude. A umidade inicial é correspondente a um grau de saturação de 61,1%. A geometria do talude, com 20 m de altura e inclinação de 1V:2H, pode representar obras permanentes de aterro ou de escavação, como em barragens ou rodovias.

Tabela 3.3. Parâmetros do solo e da geometria do talude para o Caso 2

| | |
|--------------------------------|---|
| Parâmetros do solo | $\gamma_d = 16,0 \text{ kN/m}^3$; $c' = 5 \text{ kPa}$; $\phi = 23^\circ$. $\theta_s = 0,36$; $\theta_r = 0,01$; $\delta = 0,01 \text{ kPa}^{-1}$; $k_s = 2 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}$. |
| Condições de contorno do fluxo | $\theta_0 = 0,35$ (ou $\psi_0 = 2,9 \text{ kPa}$); $\theta_i = 0,22$ (ou $\psi_i = 51,1 \text{ kPa}$); $WT = -3 \text{ m}$. |
| Geometria do talude | Altura de $H = 20 \text{ m}$; inclinação 1V:2H ($\beta = 26,57^\circ$). |

3.2.3. Caso 3: talude 1V:1H, ausência de nível freático e baixa umidade inicial

A Tabela 3.4 apresenta os parâmetros de entrada escolhidos para o Caso 3. O solo tem parâmetros típicos de uma silte ou areia argilosa em estado natural (não compactado), com uma coesão média, maior índice de vazios e menor permeabilidade que os casos anteriores.

A umidade inicial é correspondente a um grau de saturação de 19,0%, representando um período de estiagem assim como a ausência de um nível freático próximo da superfície. A geometria do talude, com 10 m de altura e um ângulo de inclinação de 45°, pode representar obras temporárias de aterro ou de escavação, ou a condição inicial de obras permanentes antes de se aplicar reforços como chumbadores e concreto projetado.

Tabela 3.4. Parâmetros do solo e da geometria do talude para o Caso 3

| | |
|--------------------------------|---|
| Parâmetros do solo | $\gamma_d = 16,0 \text{ kN/m}^3$; $c' = 8 \text{ kPa}$; $\phi = 21^\circ$. |
| | $\theta_s = 0,42$; $\theta_r = 0,02$; $\delta = 0,007 \text{ kPa}^{-1}$; $k_s = 6 \cdot 10^{-6} \text{ m/s}$. |
| Condições de contorno do fluxo | $\theta_0 = 0,40$ (ou $\psi_0 = 7,3 \text{ kPa}$); $\theta_i = 0,08$ (ou $\psi_i = 271,0 \text{ kPa}$). |
| Geometria do talude | Altura de $H = 10 \text{ m}$; inclinação 1V:1H ($\beta = 45^\circ$). |

A Figura 3.4 e a Figura 3.5 apresentam a SWRC e a função de condutividade hidráulica não saturada para os solos dos Casos 1, 2 e 3.

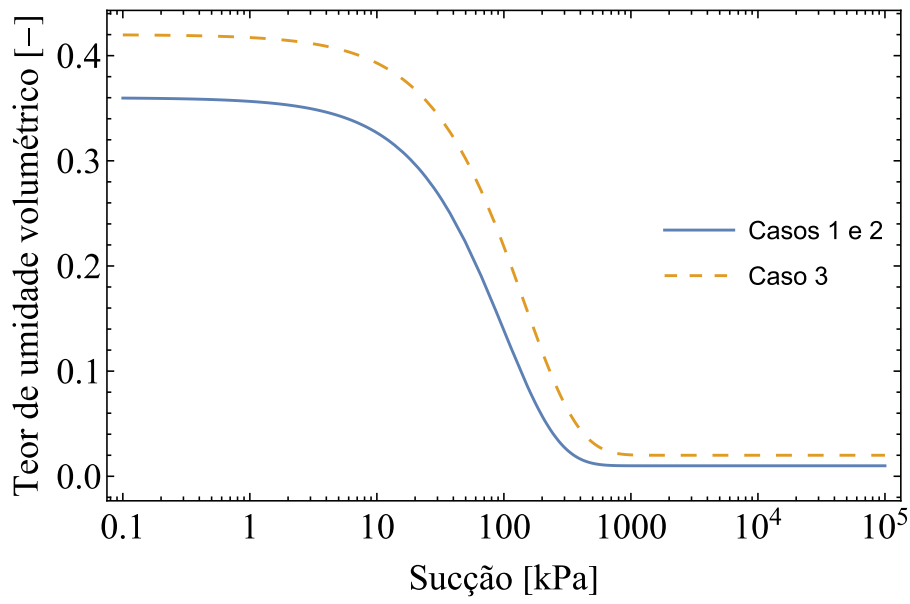


Figura 3.4. SWRC para os solos dos casos simulados.

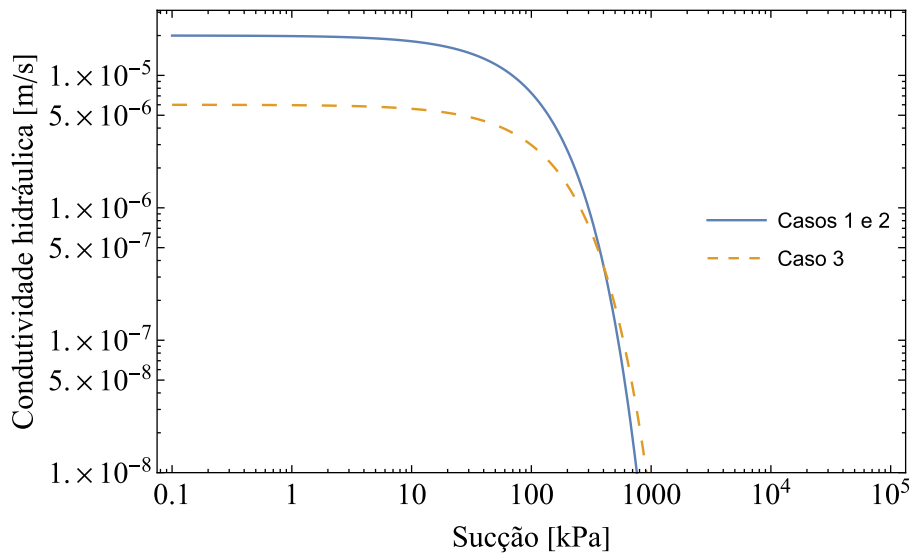


Figura 3.5. Função de condutividade hidráulica para os solos dos casos simulados.

4. RESULTADOS

4.1. MODELAGEM MATEMÁTICA DO PROBLEMA

A Figura 4.1 esquematiza como foi modelada a infiltração de água em uma fatia arbitrária (considerando somente fluxo na direção vertical) de altura média h ao longo da superfície de ruptura: umidade inicial constante em todo o solo entre o nível freático e o nível do terreno e umidade constante ao longo do tempo aplicado na superfície do terreno. Para as condições de contorno do fluxo dadas e desprezando qualquer componente de fluxo na direção horizontal, o teor de umidade volumétrica na base da fatia ao longo do tempo pode ser dado pela equação:

$$\theta(h, t, x) = \begin{cases} \theta_i + (\theta_0 - \theta_i)B(h, t, x), & \text{se } h \leq WT(x) \\ \theta_s, & \text{se } h > WT(x) \end{cases} \quad (4.1)$$

onde h é a altura média da fatia e a função auxiliar $B(h, t, x)$ é obtida substituindo-se WT por $WT(x)$ na equação (2.22). As demais variáveis de estado transientes podem ser obtidas para a base da fatia de modo análogo, bastando substituir z por h (h varia ao longo da superfície de ruptura) nas equações (2.28), (2.30), (2.31) e (2.32):

$$S_e(h, t, x) = (S(h, t, x) - S_r) / (1 - S_r) \quad (4.2)$$

$$\psi(h, t, x) = \begin{cases} -\frac{1}{\delta} \ln \left[\frac{\theta(h, t, x) - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right], & \text{se } h \leq WT(x) \\ -\gamma_w(h - WT(x)), & \text{se } h > WT(x) \end{cases} \quad (4.3)$$

$$\gamma(z, t, x) = \gamma_d + (\gamma_{sat} - \gamma_d)S(z, t, x) \quad (4.4)$$

$$\sigma_v(h, t, x) = \int_0^h \gamma(z, t, x) \cdot dz \quad (4.5)$$

O peso da fatia (W) pode ser obtido pelo peso específico médio ao longo da fatia (usa-se a definição integral de média dado que o peso específico é diferente em cada profundidade ao longo do tempo) multiplicado pela altura média da fatia (h) e pela sua largura ($l \cos(\alpha)$). Como ilustrado na Figura 4.1, a largura (horizontal) da fatia pode ser dada aproximadamente por $R\Delta\alpha \cos(\alpha)$.

$$W = \frac{\int_0^h \gamma(z) \cdot dz}{h} \cdot h \cdot l \cos \alpha = \sigma_v \cdot R \Delta \alpha \cdot \cos \alpha \quad (4.6)$$

A equação (2.34) para o fator de segurança não saturado pode ser dada então para o método de Fellenius ($N = W \cos(\alpha)$), substituindo-se χ por S_e e l por $R \Delta \alpha$, como a seguir:

$$FS = \frac{\sum (c' + (\sigma_v \cos^2 \alpha + \psi S_e) \tan \phi') R \Delta \alpha}{\sum \sigma_v \cos \alpha \sin \alpha R \Delta \alpha} \quad (4.7)$$

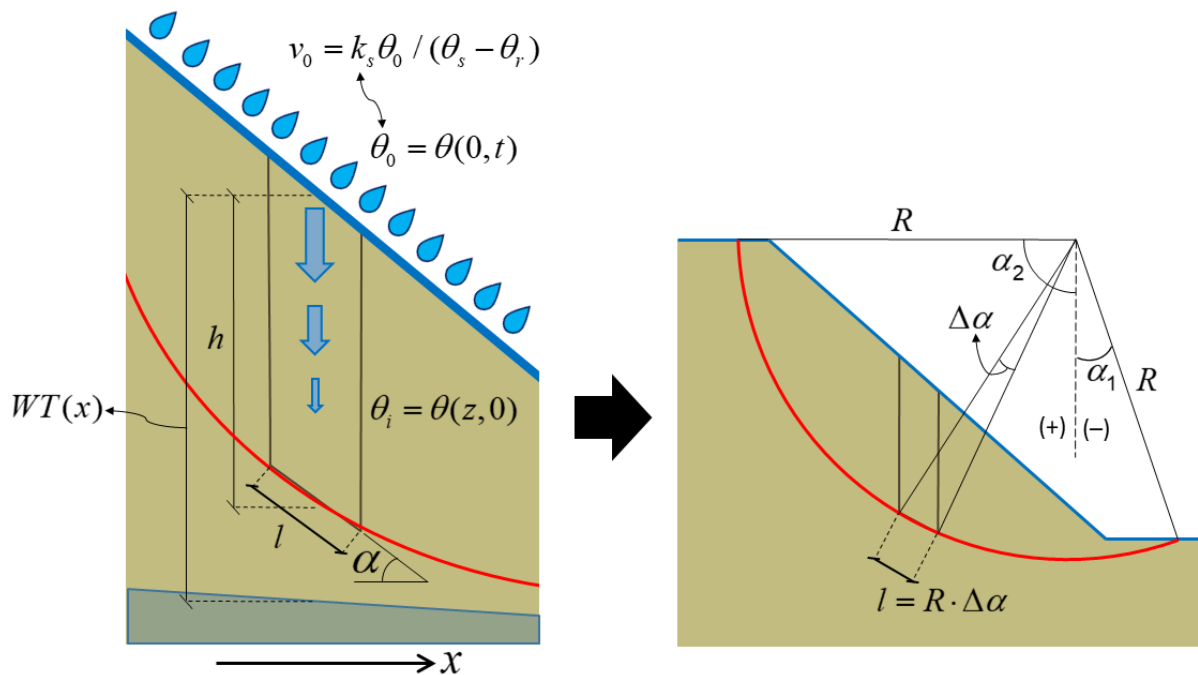


Figura 4.1 – Representação da modelagem desenvolvida para o fluxo e geometria de uma fatia arbitrária.

O raio R é igual para qualquer fatia em uma superfície de ruptura circular, logo não influencia o cálculo. Com as variáveis de estado (ψ , S_e e σ_v , neste caso) transientes adaptadas do estudo de Santos et al. (2021) (equações (4.2), (4.3) e (4.5)), pode-se tomar o limite do somatório (integral) da equação (4.7) com $\Delta \alpha \rightarrow 0$ e obter a seguinte expressão para o fator de segurança transiente para o método de Fellenius e superfície de ruptura circular:

$$\begin{aligned}
FS(t) &= \frac{\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} (c' + (\sigma_v(h, t, x) \cos^2 \alpha + \psi(h, t, x) S_e(h, t, x)) \tan \phi') d\alpha}{\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} (\sigma_v(h, t, x) \cos \alpha \sin \alpha) d\alpha} \\
&= \frac{\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \tau_\alpha(h, t, x) d\alpha}{\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} (\sigma_v(h, t, x) \cos \alpha \sin \alpha) d\alpha}
\end{aligned} \tag{4.8}$$

onde $h = h(\alpha)$; $x = x(\alpha)$ (conhecido o centro e o raio do círculo que define a superfície); e α_1 e α_2 são os ângulos extremos na superfície de ruptura, sendo o módulo de ambos menor ou igual a $\pi/2$ radianos. O integrando no numerador é a resistência cisalhante na base da fatia (τ_α) e o integrando no denominador é a tensão tangencial aplicada na base da fatia. Com a equação (4.8), é possível obter o fator de segurança em um dado tempo t qualquer após o início da infiltração de água no talude.

De maneira análoga, a equação (2.35) para força normal na base da fatia foi adaptada para modelagem do método de Bishop:

$$N = \frac{\sigma_v \cdot \cos \alpha - (c' + \psi S_e) \sin \alpha / FS}{\cos \alpha + \sin \alpha \tan \phi' / FS} \cdot R \Delta \alpha \tag{4.9}$$

A tensão média na base da fatia foi definida como:

$$\sigma_m(h, x, t) = \frac{\sigma_v(h, x, t) \cdot \cos \alpha - (c' + \psi(h, x, t) S_e(h, x, t)) \sin \alpha / FS(t)}{\cos \alpha + \sin \alpha \tan \phi' / FS(t)} \tag{4.10}$$

Por fim, o fator de segurança pelo método de Bishop (equação (4.11)) para um tempo específico após o início da infiltração é calculado de forma iterativa a partir de uma estimativa inicial de $FS(t)$ obtida pelo método de Fellenius.

Como o fluxo é considerado somente na vertical, a taxa de avanço da frente de umidade ao longo do tempo é subestimada, dado que o componente horizontal do fluxo só tende a aumentar a mesma. Nesta modelagem também são desconsideradas forças de percolação.

$$\begin{aligned}
FS_B(t) &= \frac{\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} (c' + (\sigma_m(h, t, x) + \psi(h, t, x)S_e(h, t, x)) \tan \phi') d\alpha}{\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} (\sigma_v(h, t, x) \cos \alpha \sin \alpha) d\alpha} \\
&= \frac{\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \tau_{\alpha, B}(h, t, x) d\alpha}{\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} (\sigma_v(h, t, x) \cos \alpha \sin \alpha) d\alpha}
\end{aligned} \tag{4.11}$$

As integrais nas equações acima de fator de segurança foram computadas numericamente, sendo matematicamente análogo à computação por divisões discretas e realizando o somatório; a diferença é a estratégia mais refinada de divisão do domínio (no caso, as fatias ao longo da superfície de ruptura), de forma a minimizar os pontos amostrados para calcular o integrando e obter o resultado da integral com a precisão requerida.

4.2. ANÁLISE PARAMÉTRICA E DISCUSSÕES

4.2.1. Caso 1: talude 1V:0,84H, ausência de nível freático

As figuras da Figura 4.2 até a Figura 4.23 apresentam os resultados de fator de segurança transiente, comparando lado a lado o mapa de fatores de segurança gerado pelo modelo desenvolvido nesta monografia e implementado no *Mathematica* e o software *Slope/W*. Os intervalos de valores tanto de poropressão (ou módulo da sucção) quanto de fator de segurança foi configurado para ser o mais semelhante possível para facilitar a comparação visual entre os resultados no *Mathematica* e no *Slope/W*. Toda menção ao *Mathematica* a seguir faz referência ao modelo desenvolvido nesta monografia e programado na linguagem deste software para se obter os resultados.

Os resultados incluem tanto o método de Fellenius (Figura 4.2 até a Figura 4.12) quanto o de Bishop (Figura 4.13 até a Figura 4.23). Observa-se como o método de Fellenius tende a gerar resultados mais conservadores (menor fator de segurança crítico) quando comparado ao método de Bishop, que é um método mais rigoroso (e neste caso, para solos homogêneos, tende gerar o mesmo resultado que métodos mais complexos, como o de Morgenstern e Price, como comentado na Seção 2.1.2).

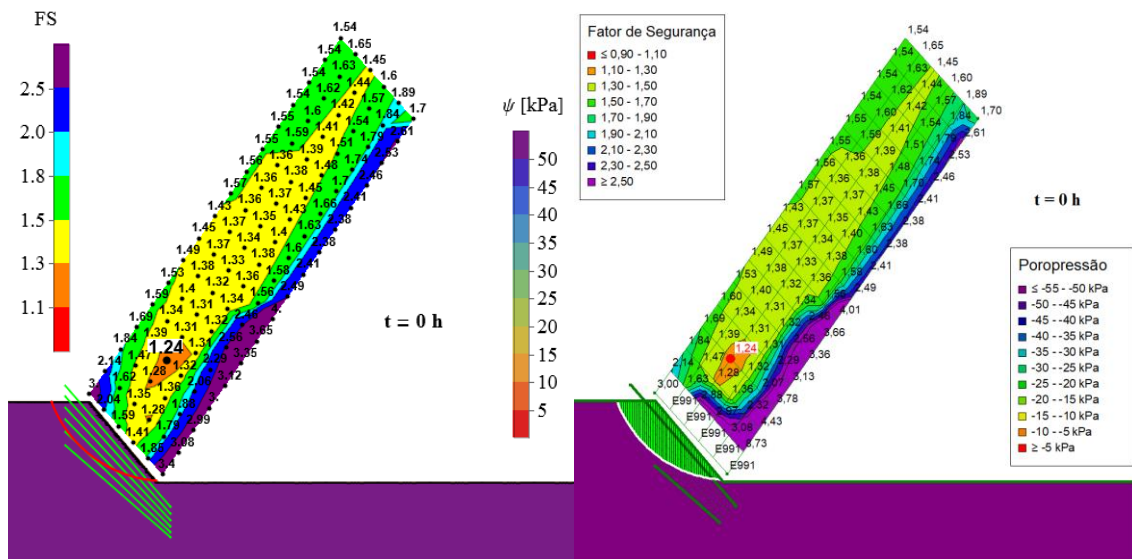


Figura 4.2 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Fellenius para o tempo inicial: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

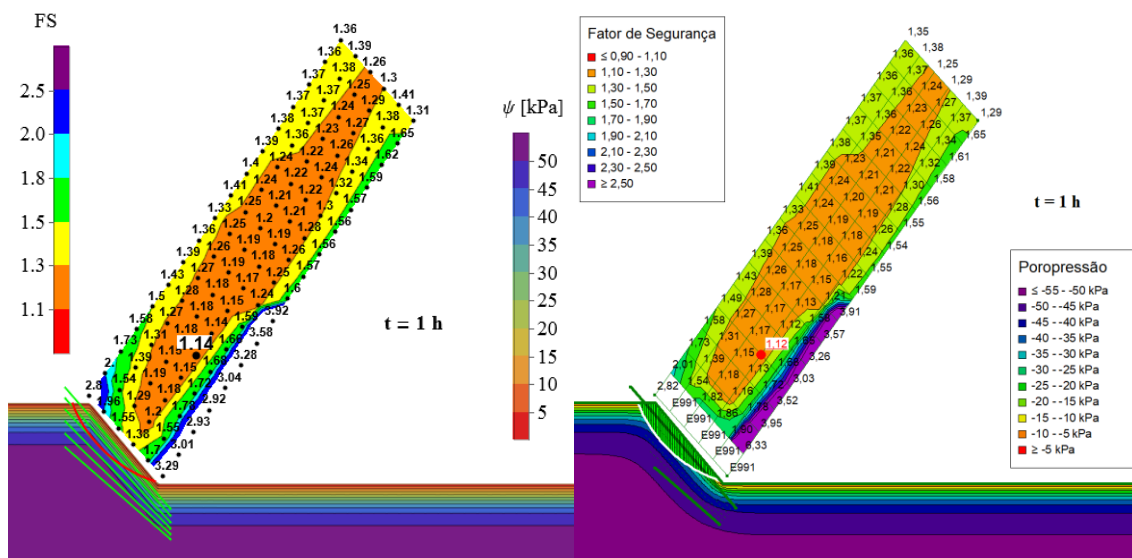


Figura 4.3 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Fellenius para o tempo $t = 1 \text{ h}$: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

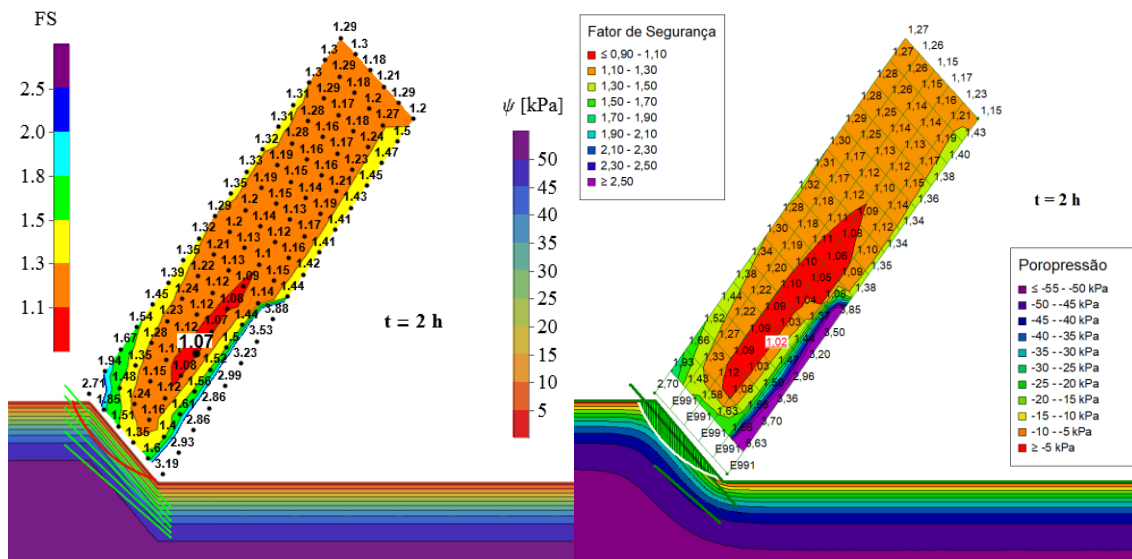


Figura 4.4 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Fellenius para o tempo $t = 2h$: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

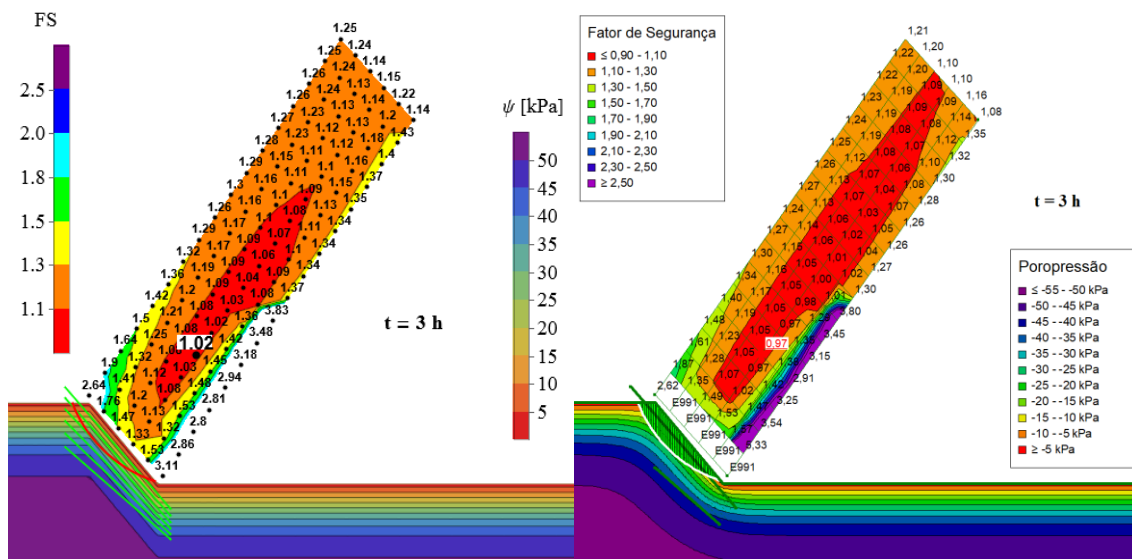


Figura 4.5 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Fellenius para o tempo $t = 3h$: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

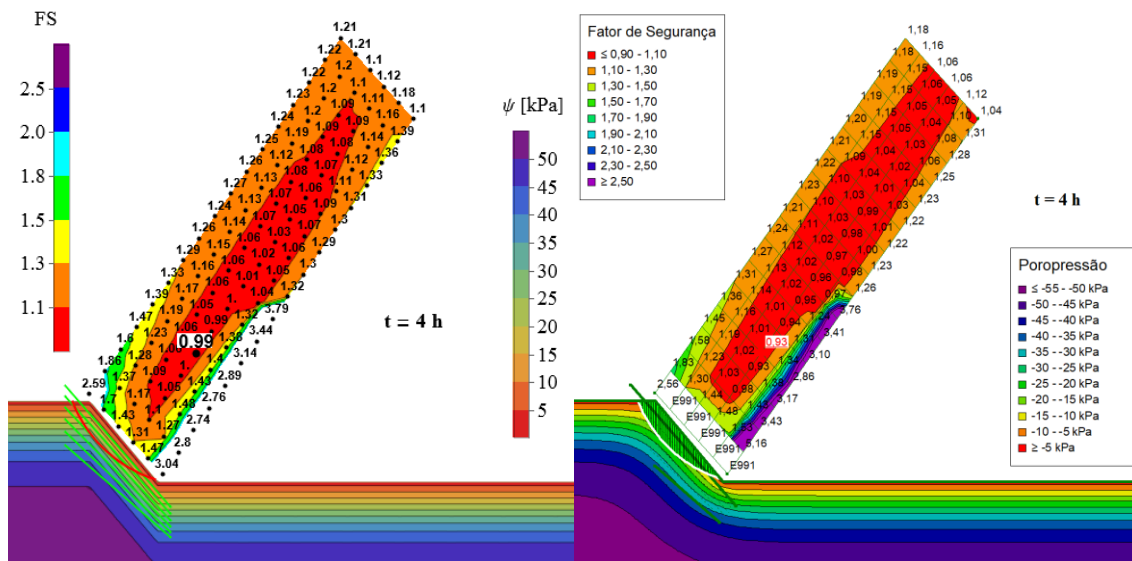


Figura 4.6 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Fellenius para o tempo $t = 4\text{h}$: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

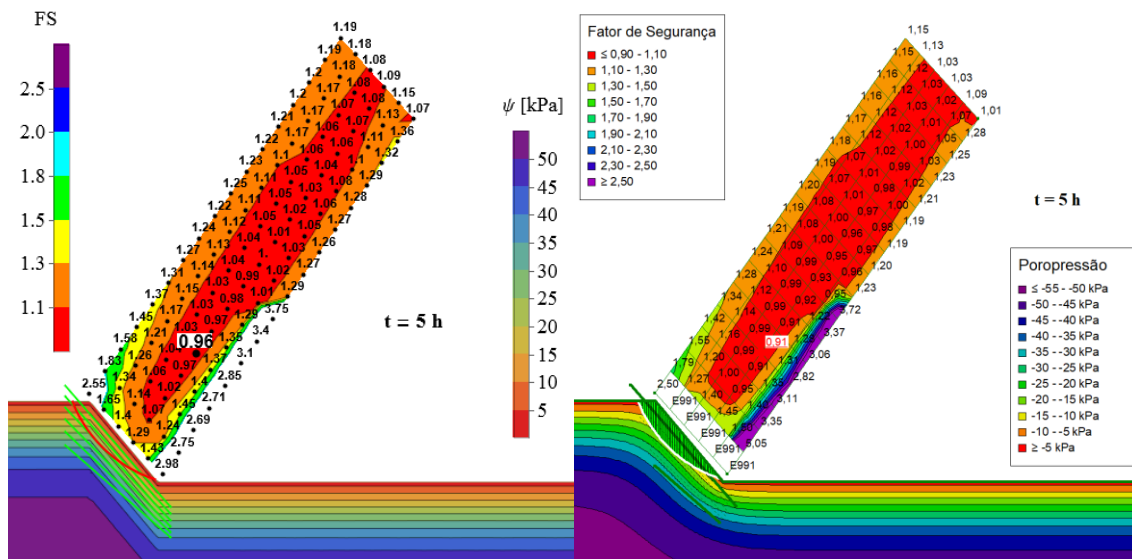


Figura 4.7 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Fellenius para o tempo $t = 5\text{h}$: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

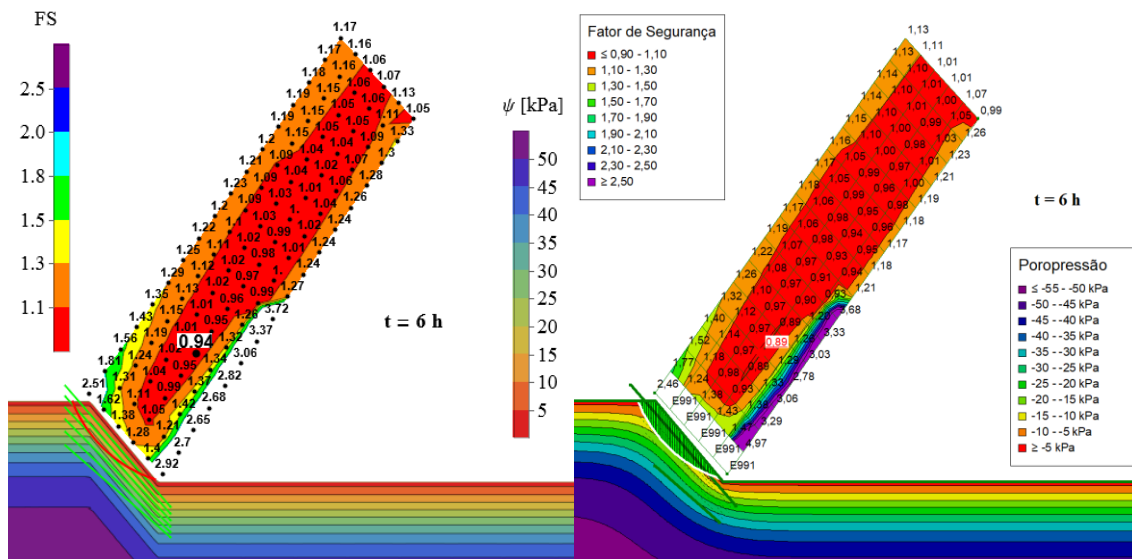


Figura 4.8 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Fellenius para o tempo $t = 6\text{ h}$: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

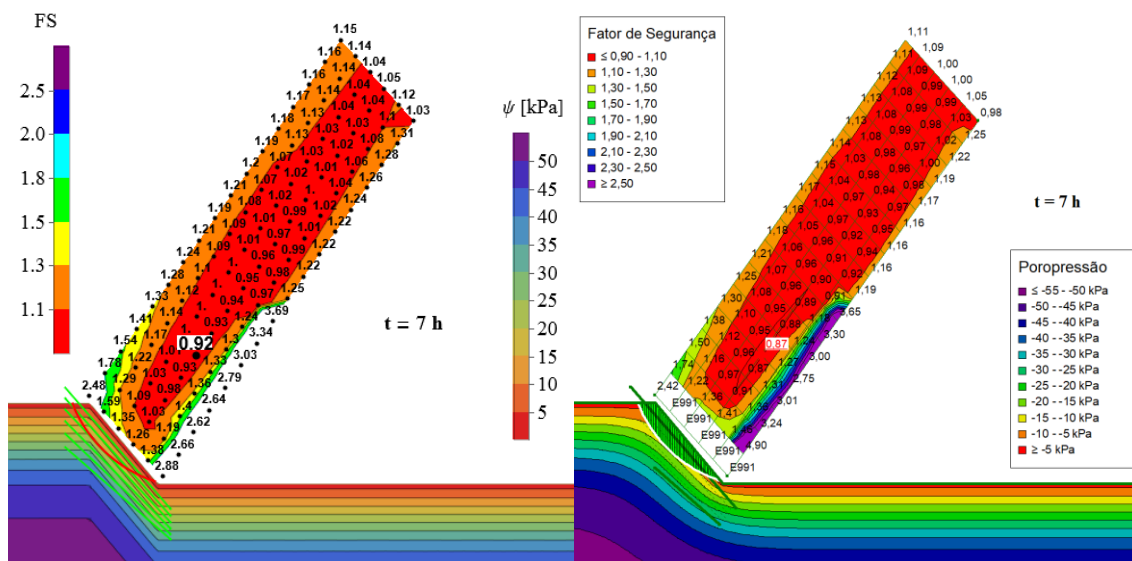


Figura 4.9 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Fellenius para o tempo $t = 7\text{ h}$: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

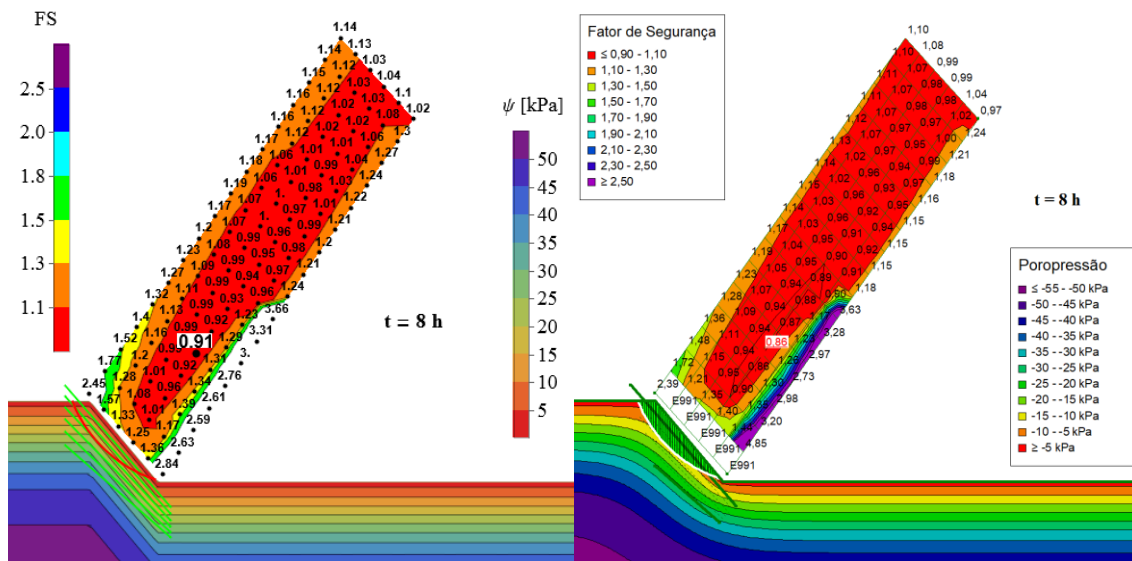


Figura 4.10 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Fellenius para o tempo $t = 8\text{ h}$: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

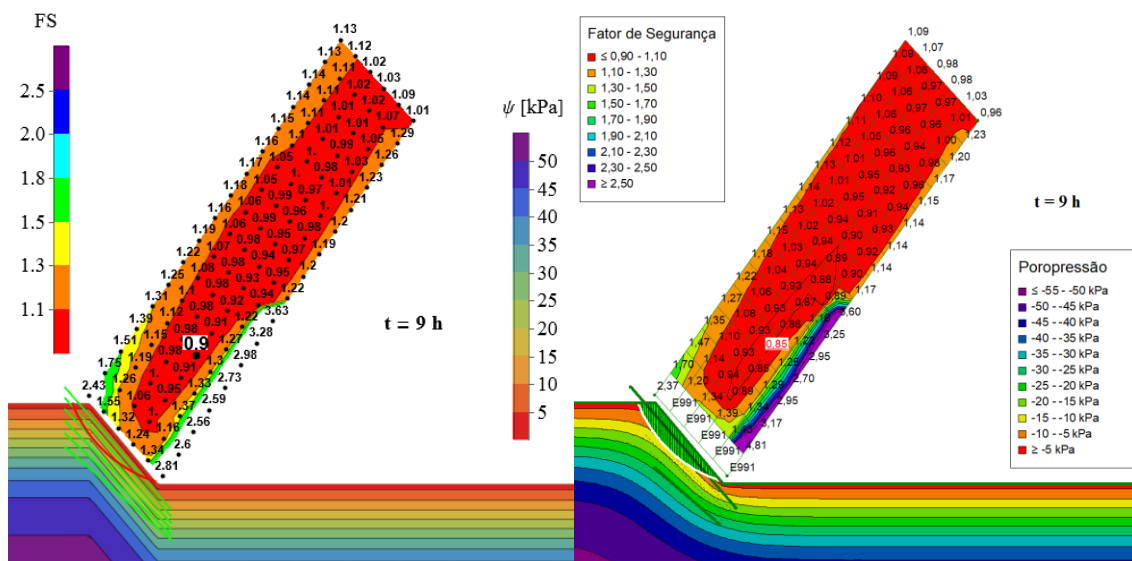


Figura 4.11 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Fellenius para o tempo $t = 9\text{ h}$: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

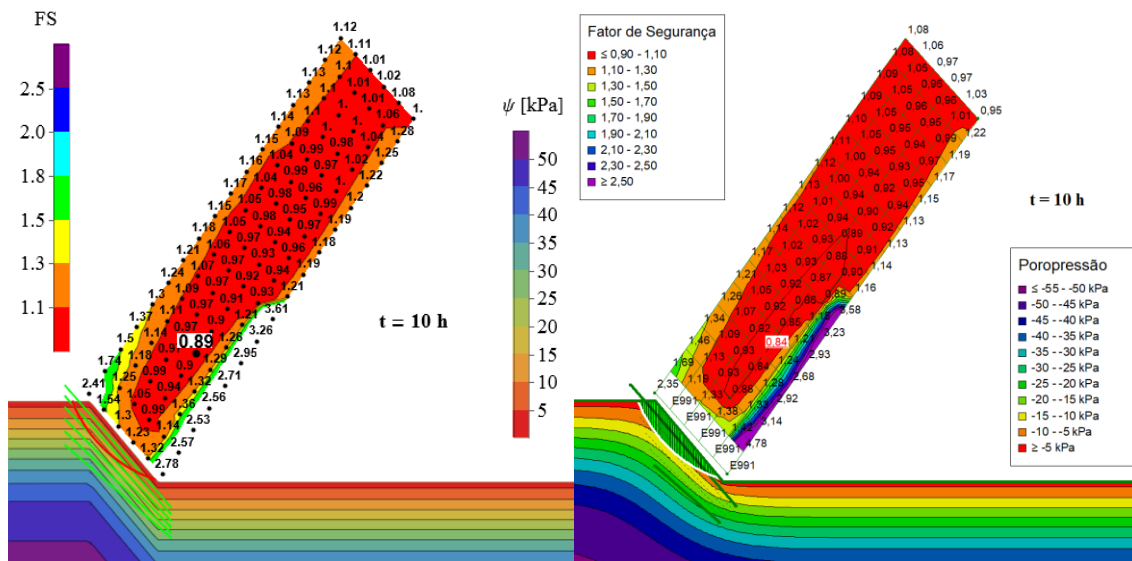


Figura 4.12 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Fellenius para o tempo $t = 10h$: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

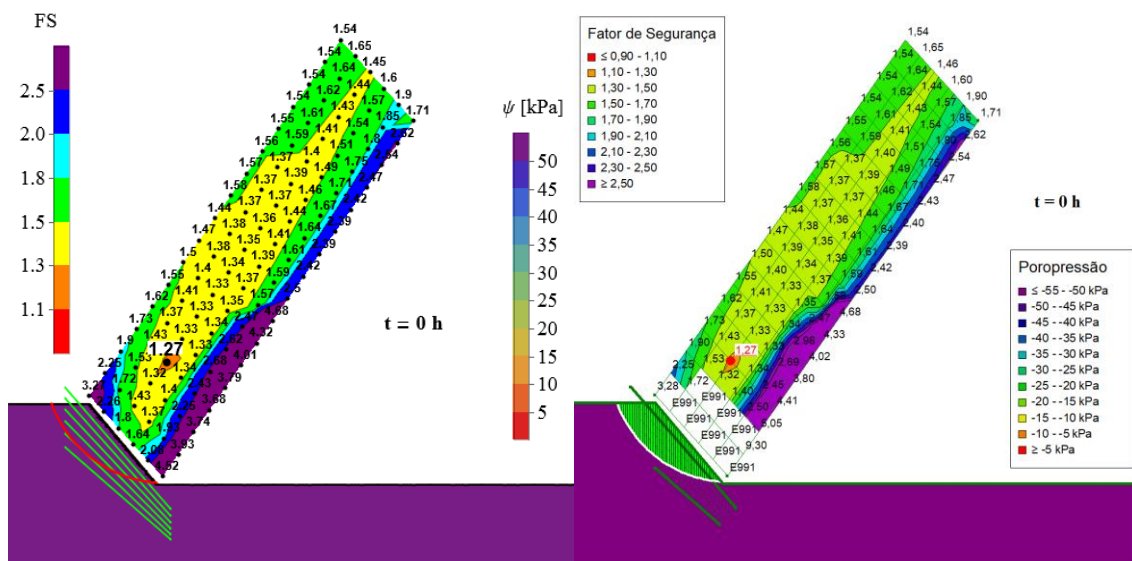


Figura 4.13 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop para o tempo inicial: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

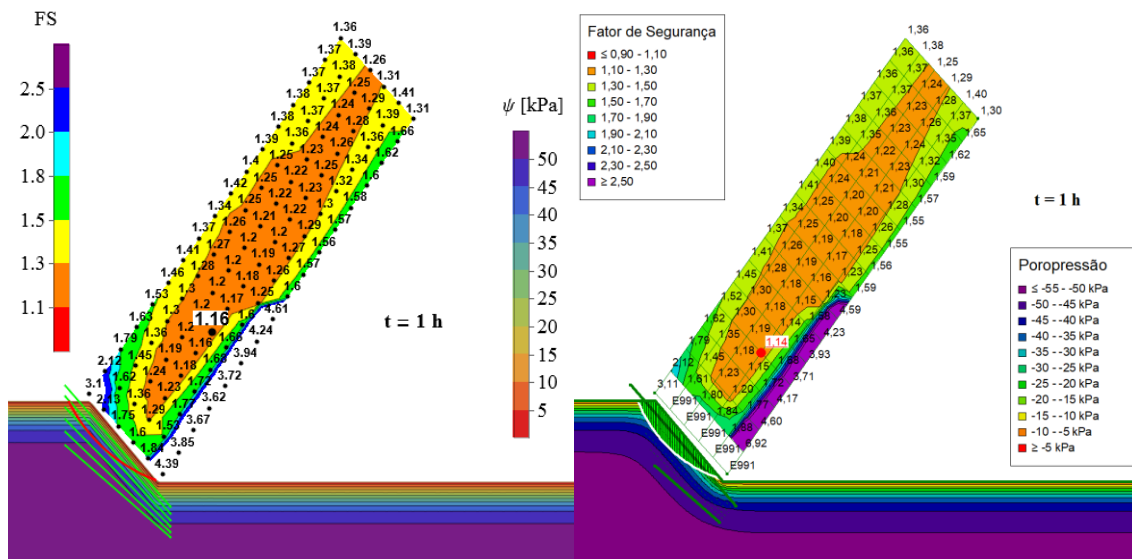


Figura 4.14 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop para o tempo $t = 1h$: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

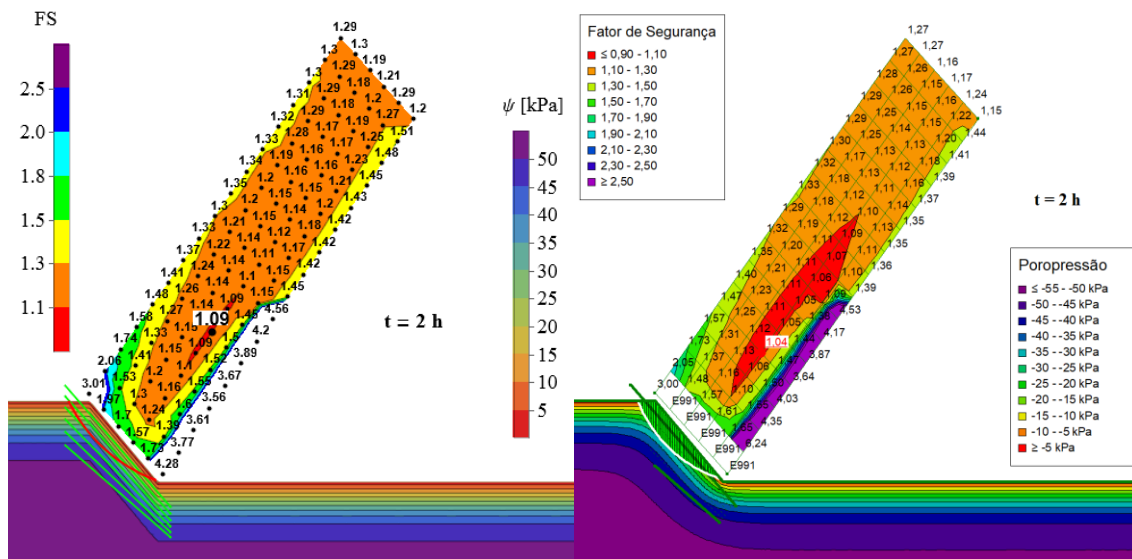


Figura 4.15 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop para o tempo $t = 2h$: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

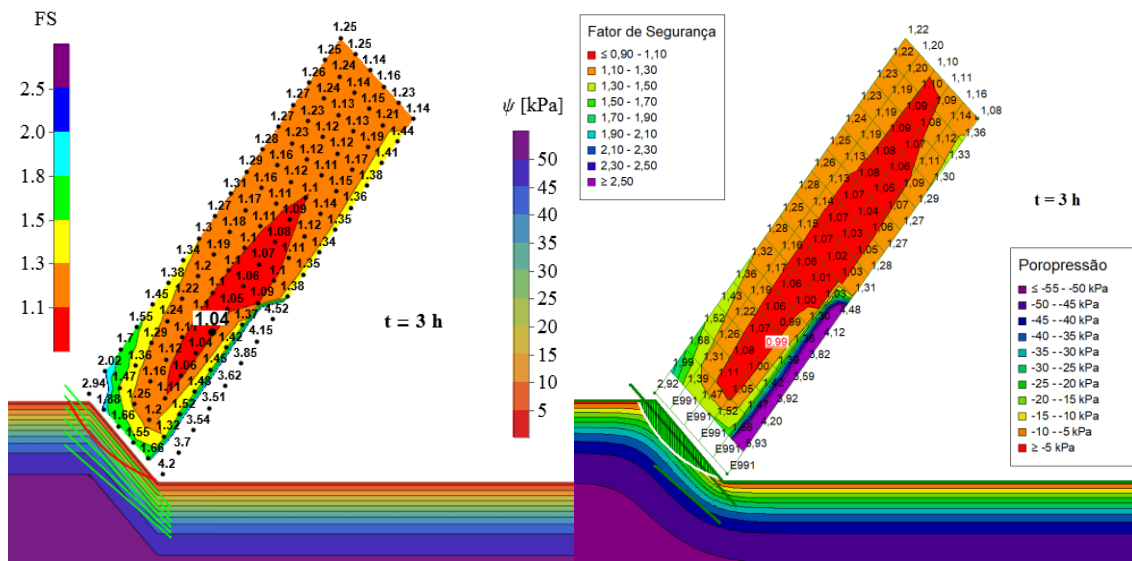


Figura 4.16 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop para o tempo $t = 3h$: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

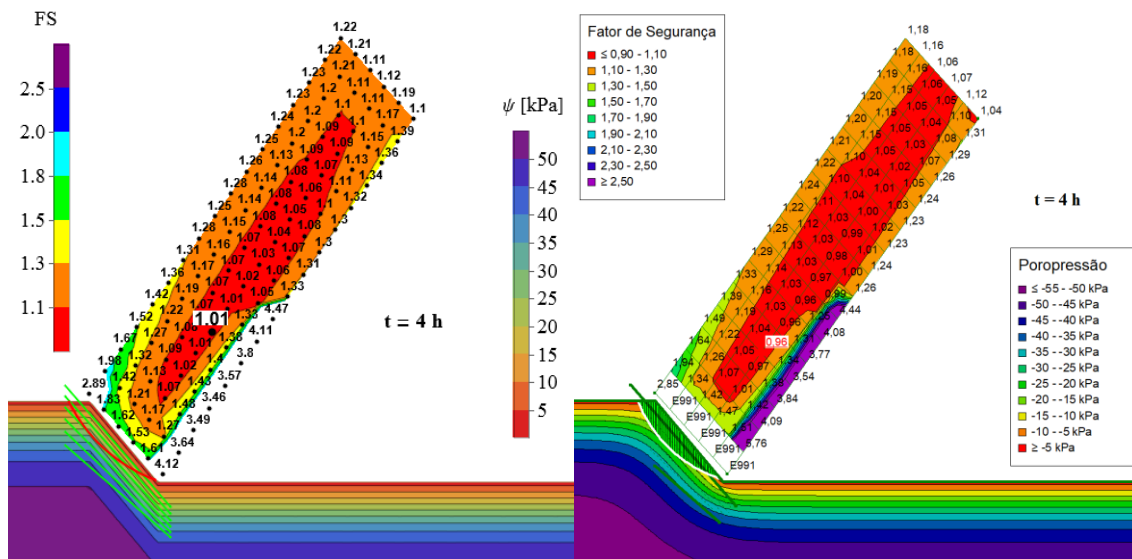


Figura 4.17 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop para o tempo $t = 4h$: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

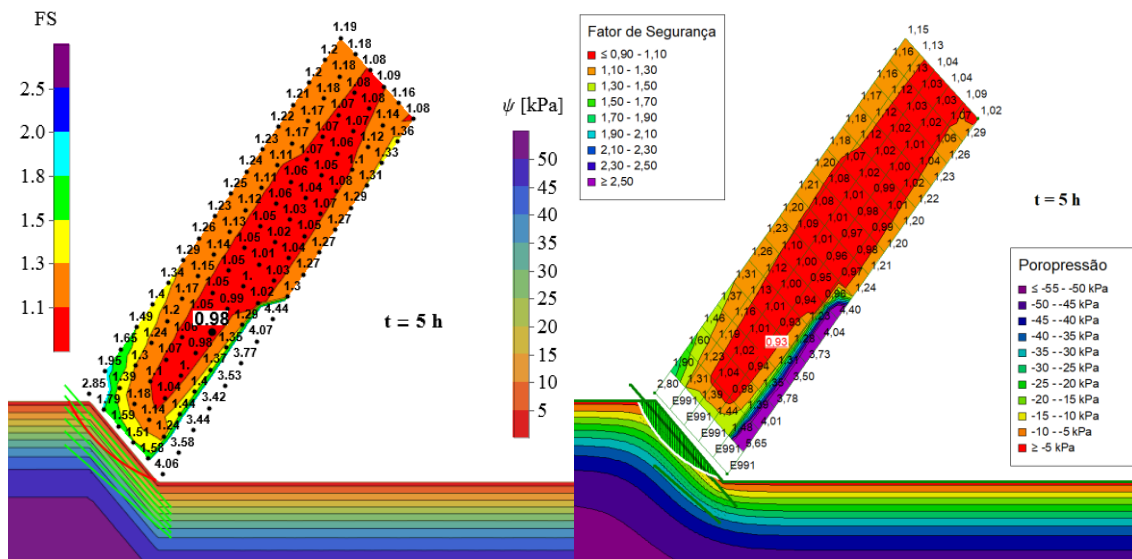


Figura 4.18 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop para o tempo $t = 5$ h: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

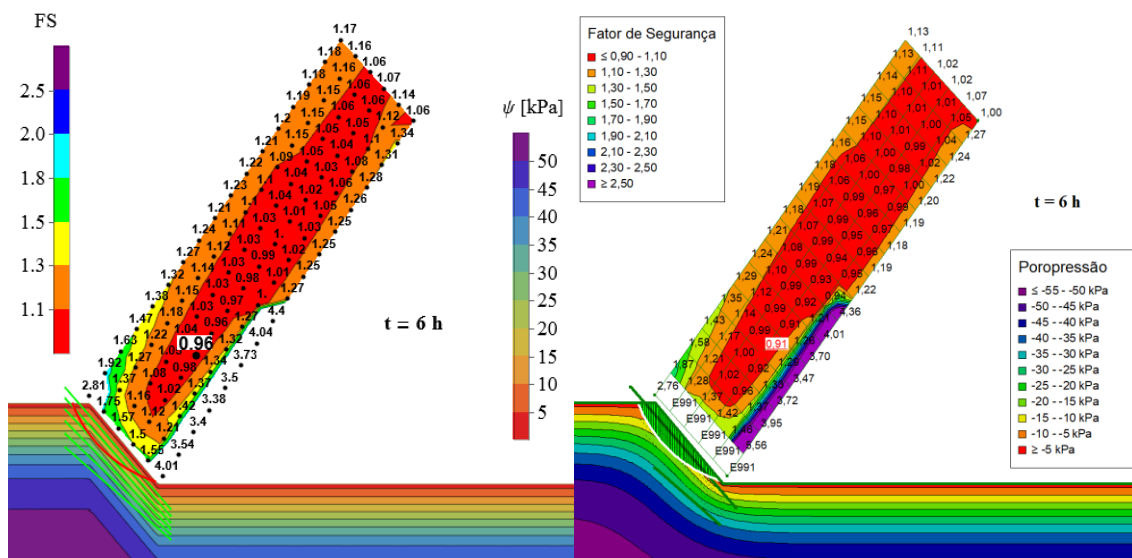


Figura 4.19 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop para o tempo $t = 6$ h: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

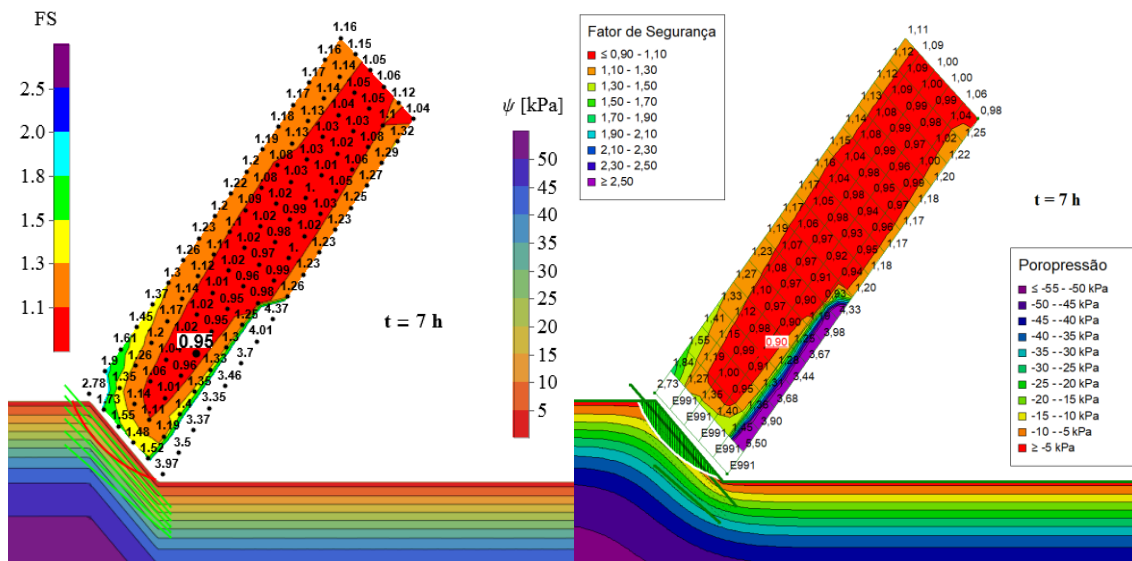


Figura 4.20 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop para o tempo $t = 7\text{ h}$: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

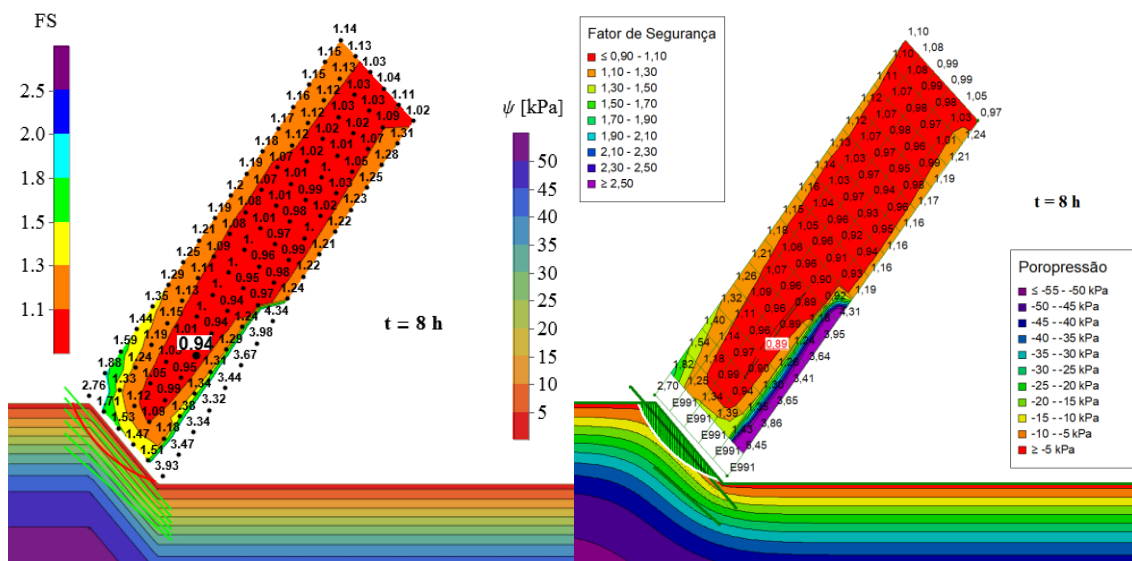


Figura 4.21 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop para o tempo $t = 8\text{ h}$: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

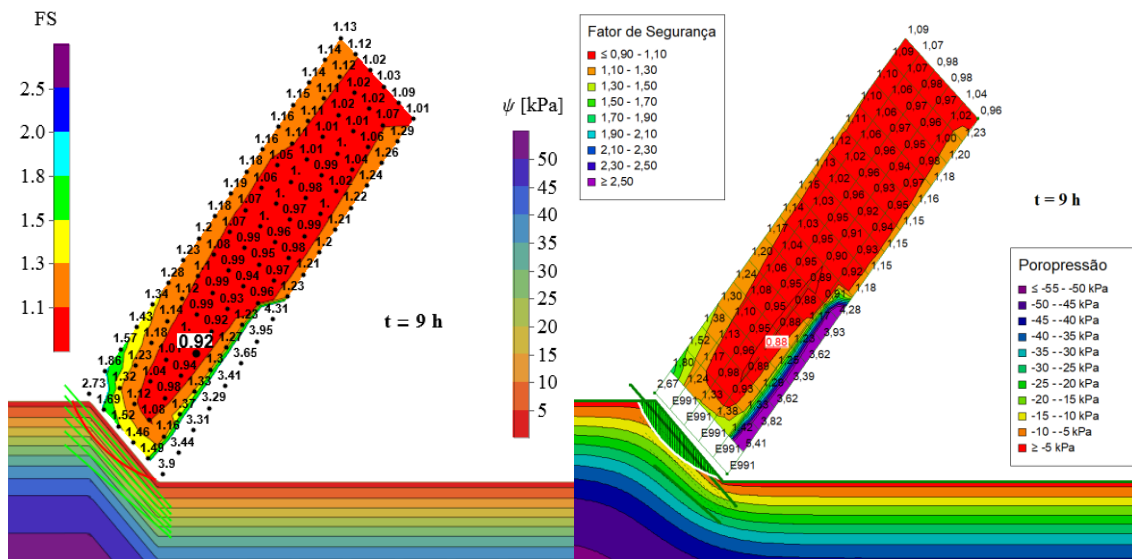


Figura 4.22 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop para o tempo $t = 9h$: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

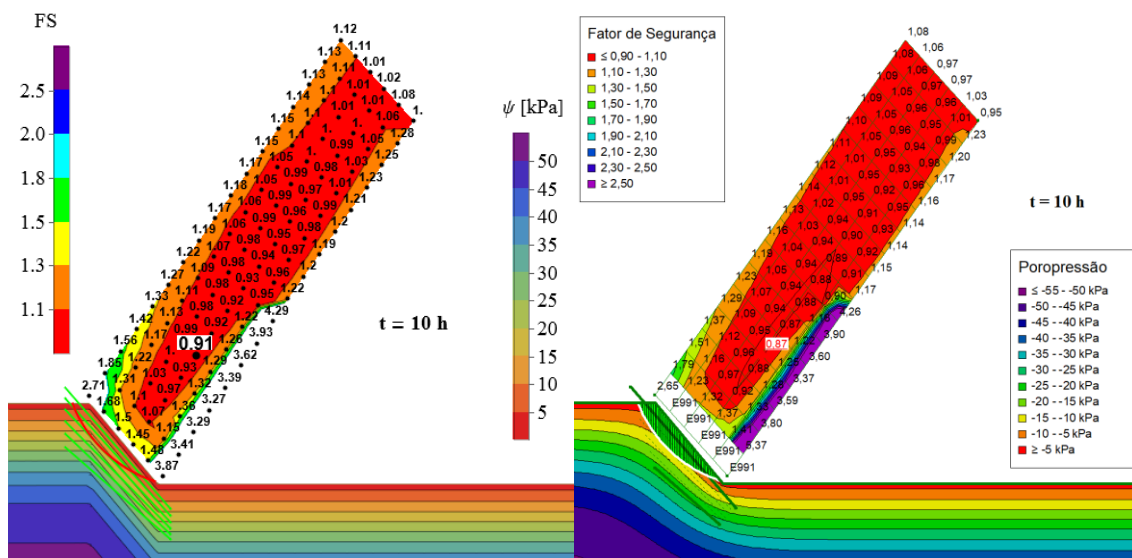


Figura 4.23 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop para o tempo $t = 10h$: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

Foi simulado um evento de infiltração máxima dado pela condição de contorno superior de fluxo (θ), assim como nos Casos 2 e 3. Observa-se que a ruptura tende a ocorrer entre 2 e 5 horas após o início do evento de infiltração neste Caso 1. O fator de segurança inicial em cada centro das superfícies circulares de ruptura analisadas tendem a ser equivalentes tanto no *Mathematica* quanto no *Slope/W*, dado que: foram utilizadas formulações equivalentes para a resistência cisalhante e para o cálculo do fator de segurança; e a

sucção inicial é homogênea ao longo do talude. As divergências significativas entre os no tempo inicial para alguns pontos próximos à face do talude são devidas ao caso da Figura 3.3, que o *Slope/W* não calcula.

A posição da superfície crítica tende a variar no tempo se tornando mais próxima do nível do terreno (ou mais “rasa”), pois é onde ocorre a maior redução da sucção (e conseqüentemente da parcela de resistência não saturada, como observado pelo termo de tensão normal adicional dado pela equação (2.26)). Neste Caso 1, as superfícies críticas para o método de Fellenius são as mesmas no *Mathematica* e no *Slope/W*, mas após o tempo inicial houve uma divergência na posição da superfície crítica para o método de Bishop; essa divergência decorre da diferença na precisão numérica nos cálculos executados e pela diferença na distribuição espacial de sucção ao longo do tempo geradas por ambos os programas.

A Figura 4.24 ilustra o fator de segurança crítico em função do tempo para esta simulação. Observa-se mais claramente então como o método de Bishop gera fator de segurança superior ao do método de Fellenius. Apesar do fator de segurança inicial ser equivalente em ambos os programas, o fator de segurança decai mais rápido na simulação feita no *Slope/W*, seja por Fellenius ou por Bishop. Esta divergência se dá pela diferença na distribuição da sucção ao longo do tempo entre os programas.

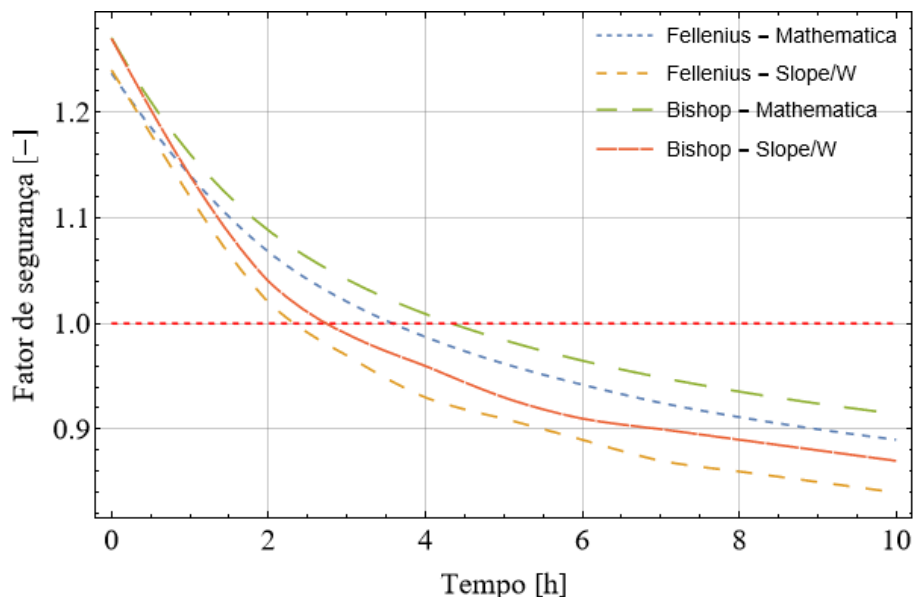


Figura 4.24 – Fator de segurança crítico transiente para o Caso 1.

A análise da Figura 4.24 pode ser utilizada em casos práticos para tomar decisões

relacionadas à segurança de uma obra. Por exemplo, se esta simulação do Caso 1 representa um talude de uma escavação temporária, com um fator de segurança aceitável para as condições iniciais, mas ocorre uma chuva inesperada sobre o talude exposto ou um rompimento de uma tubulação próxima, pode-se assumir que a ruptura do talude ocorre a partir de 2,5h e esse é o tempo máximo para evacuação dos trabalhadores e equipamentos da região abaixo do talude.

A Figura 4.25 apresenta o resultado de uma infiltração na direção vertical em um ponto do terreno distante do pé do talude, onde o fluxo é vertical. Observa-se que os resultados gerados pela solução analítica de fluxo adotada no *Mathematica* e a solução numérica pelo método dos elementos finitos utilizada no *Seep/W* gera resultados do avanço da frente de umidade (ou de distribuição de sucção/poropressão) muito próximos. Portanto, a solução analítica da equação de Richards linearizada não tende a gerar as diferenças significativas observadas no fator de segurança ao longo do tempo.

Investigando a sucção ao longo da superfície crítica em diferentes instantes de tempo, como na Figura 4.26, observa-se como a diminuição da sucção é bastante superior no *Seep/W* comparado ao *Mathematica*. Isso ocorre porque a solução numérica no *Seep/W* considera uma componente horizontal do fluxo, que ocorre próxima do talude devido à variação na geometria do talude (ao se afastar do talude as equipotenciais de poropressão são essencialmente horizontais, ou seja, o fluxo é verticalizado). Como a solução adotada no modelo implementado no *Mathematica* desconsidera essa parcela horizontal (observa-se como as equipotenciais não possui uma transição suave nos pontos em que a inclinação do terreno se altera).

Esta parcela horizontal se deve ao fluxo difusivo da água no meio poroso (devido a um gradiente de umidade em qualquer direção), geralmente significante perante a componente advectiva do fluxo (devido à ação gravitacional). Portanto, a simplificação do fluxo unicamente vertical no *Mathematica* ainda é uma restrição do modelo que pode subestimar a redução da sucção próxima à face do talude, gerando resultados otimistas da estabilidade do mesmo.

A diferença relativa máxima entre os softwares para os valores de sucção ao longo da superfície de ruptura é cerca de 18% para $t = 1h$ e 80% para $t = 10h$. Apesar disso, a diferença relativa máxima no fator de segurança nesse intervalo de tempo é

aproximadamente 5%. Para esta simulação do Caso 1, os resultados gerados no *Mathematica* são então consistentes para seu uso na prática da engenharia geotécnica.

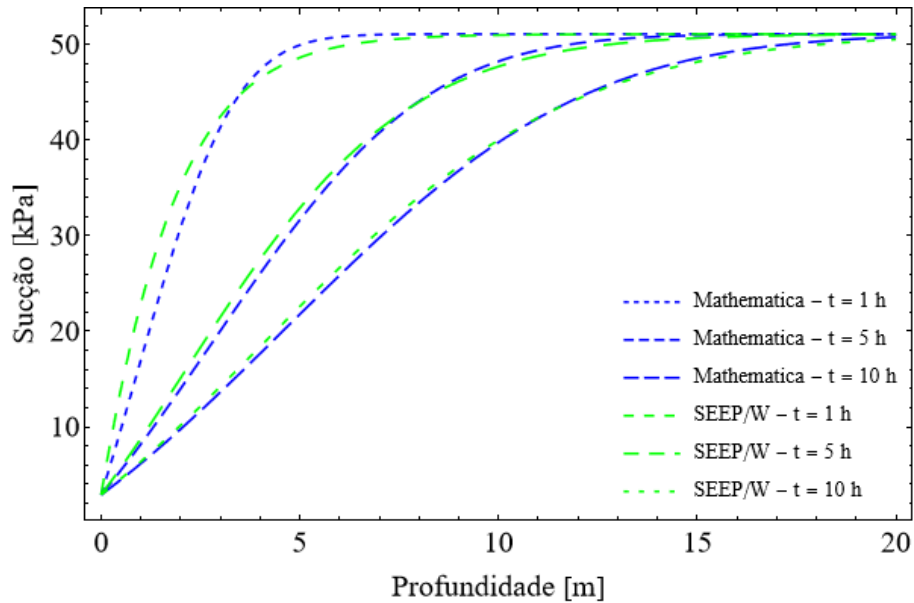


Figura 4.25 – Sucção variando ao longo do tempo e da profundidade considerando uma infiltração unidimensional (Caso 1).

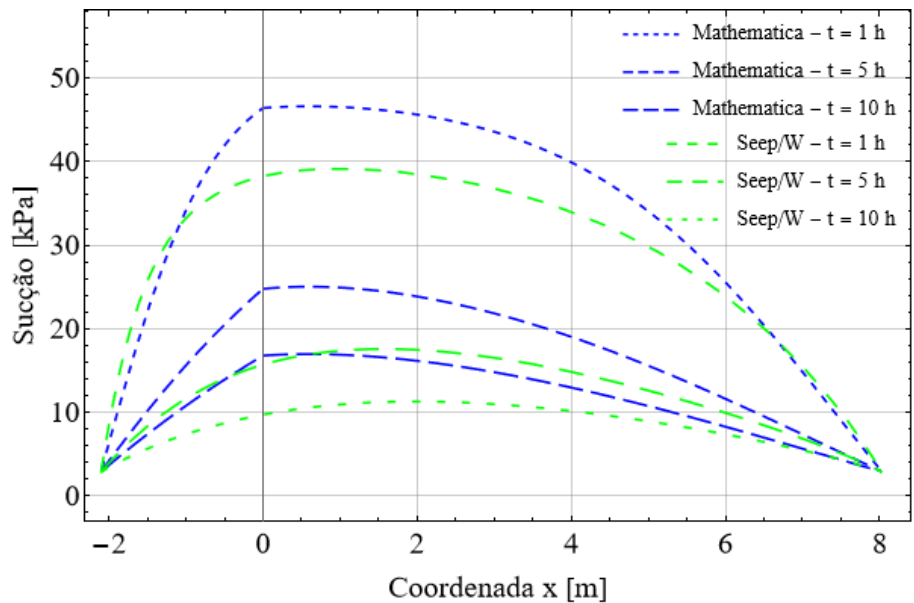


Figura 4.26 – Sucção ao longo da superfície de ruptura variando no tempo (Caso 1): comparação entre solução analítica (*Mathematica*) e numérica (*Seep/W*).

A Figura 4.27 e a Figura 4.28 apresentam a resistência cisalhante (τ_α na equação (4.8)) ao longo da superfície crítica de ruptura, pelo método de Fellenius, em diferentes instantes de tempo entre 0h e 10h. A mudança brusca de inclinação das curvas em $x = 0$ m decorre da posição da crista do talude nesta abscissa. A visualização desta curva é interessante

pois a área sob a mesma indica o numerador da equação de fator de segurança diminuindo com o tempo, enquanto o denominador apenas aumenta com o tempo; o aumento de umidade apenas aumenta o peso da fatia e, conseqüentemente, a força cisalhante atuante. A variação do domínio em x das curvas ao longo do tempo significa a mudança de superfície crítica ao longo do tempo.

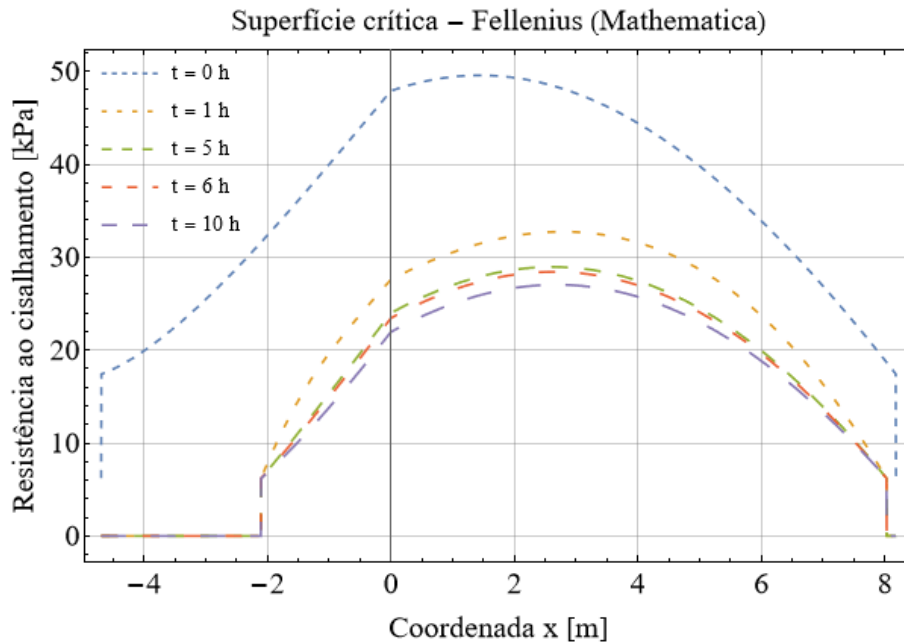


Figura 4.27 – Resistência ao cisalhamento não saturada ao longo da superfície crítica de ruptura pelo método de Fellenius no *Mathematica* (Caso 1).

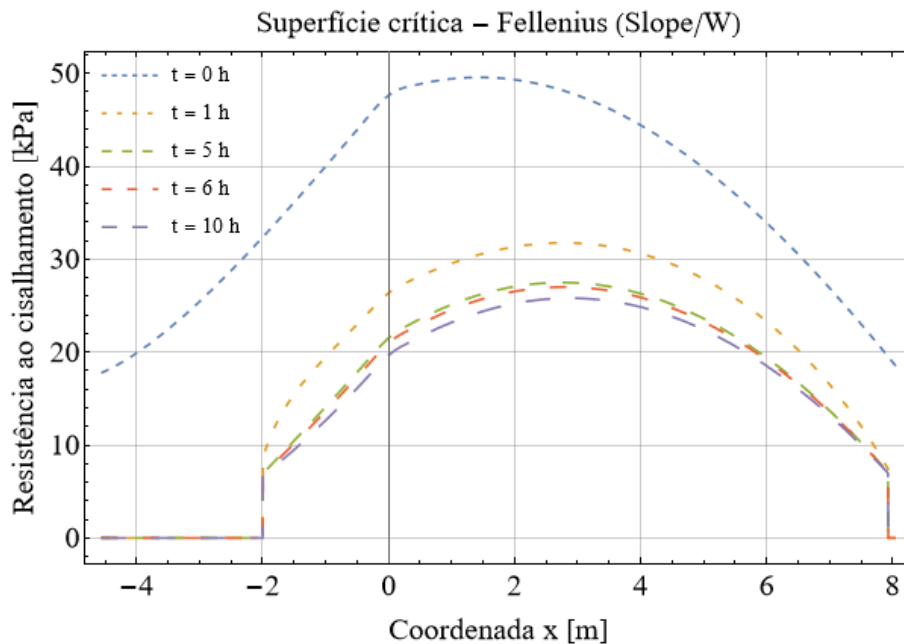


Figura 4.28 - Resistência ao cisalhamento não saturada ao longo da superfície crítica de ruptura pelo método de Fellenius no *Slope/W* (Caso 1).

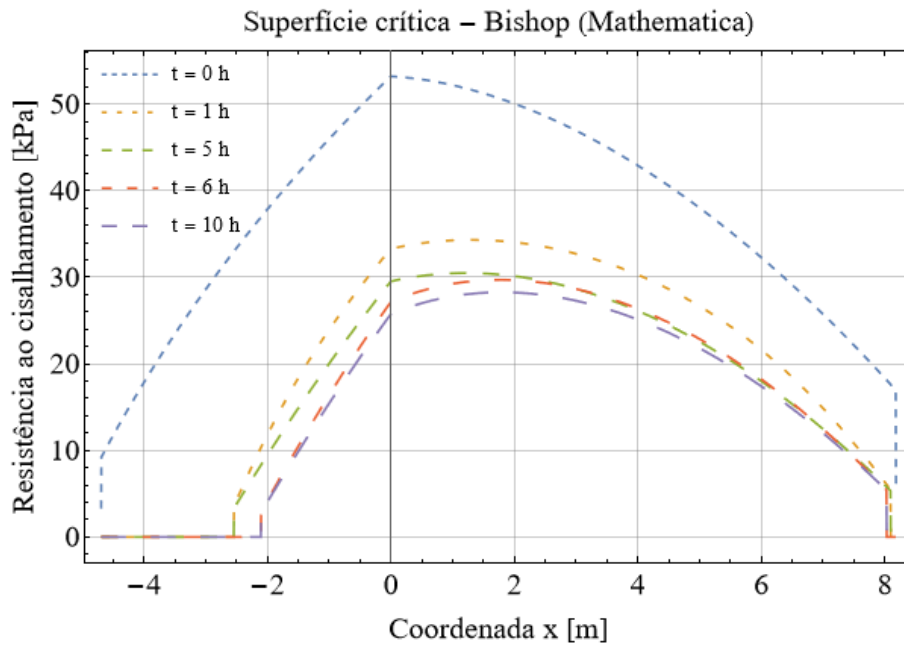


Figura 4.29 - Resistência ao cisalhamento não saturada ao longo da superfície crítica de ruptura pelo método de Bishop no *Mathematica* (Caso 1).

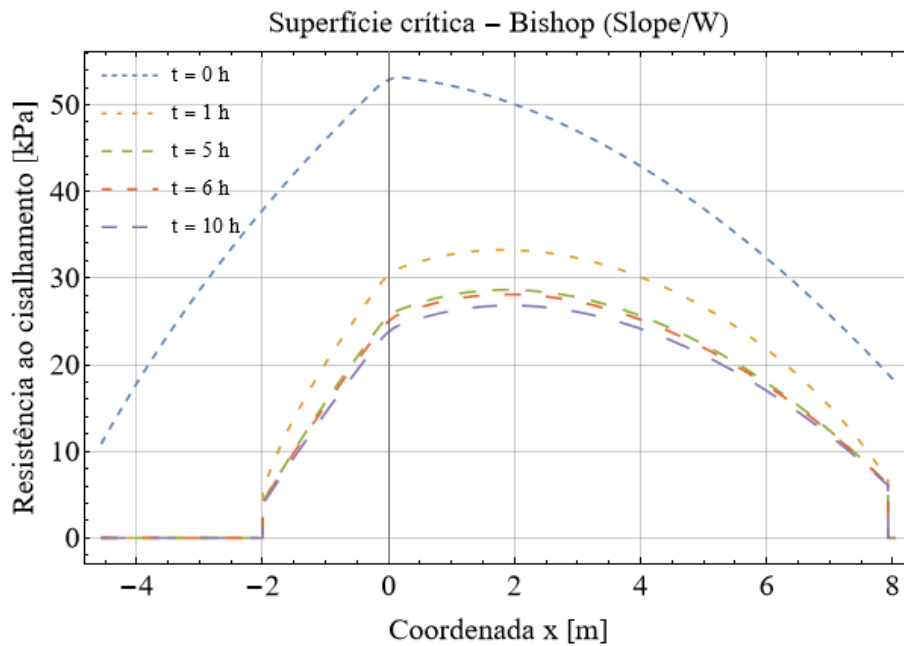


Figura 4.30 - Resistência ao cisalhamento não saturada ao longo da superfície crítica de ruptura pelo método de Bishop no *Slope/W* (Caso 1).

No tempo inicial ($t = 0$ h) observa-se que as curvas são equivalentes no *Mathematica* e no *Slope/W*, isso porque a sucção inicial é constante em todo o talude e ambos os

programas calculam a resistência cisalhante pela mesma formulação. Diferenças começam a surgir após o início da infiltração devido ao avanço distinto entre os programas da poropressão/sucção.

A Figura 4.29 e a Figura 4.30 mostram a distribuição da resistência cisalhante ao longo da superfície de ruptura pelo método de Bishop ($\tau_{\alpha,B}$ na equação (4.11)). Novamente se observa como no tempo inicial a superfície crítica é equivalente em ambos os programas. As demais curvas para tempo a partir de 1h não são diretamente comparáveis pois a posição da superfície crítica é diferente em ambos os programas. A redução mais rápida do fator de segurança calculado no *Slope/W* é visualizada como a redução mais rápida da área sob a curva (assim como o ponto máximo da curva, em geral) ao longo do tempo.

4.2.2. Caso 2: talude 1V:2H, presença de nível freático

As figuras da Figura 4.31 até a Figura 4.41 apresentam o mapa de fatores de segurança transiente (assim como o fator de segurança crítico) pelo método de Fellenius para o Caso 2 simulado. As figuras entre a Figura 4.42 e a Figura 4.52 mostram o mesmo para o método de Bishop.

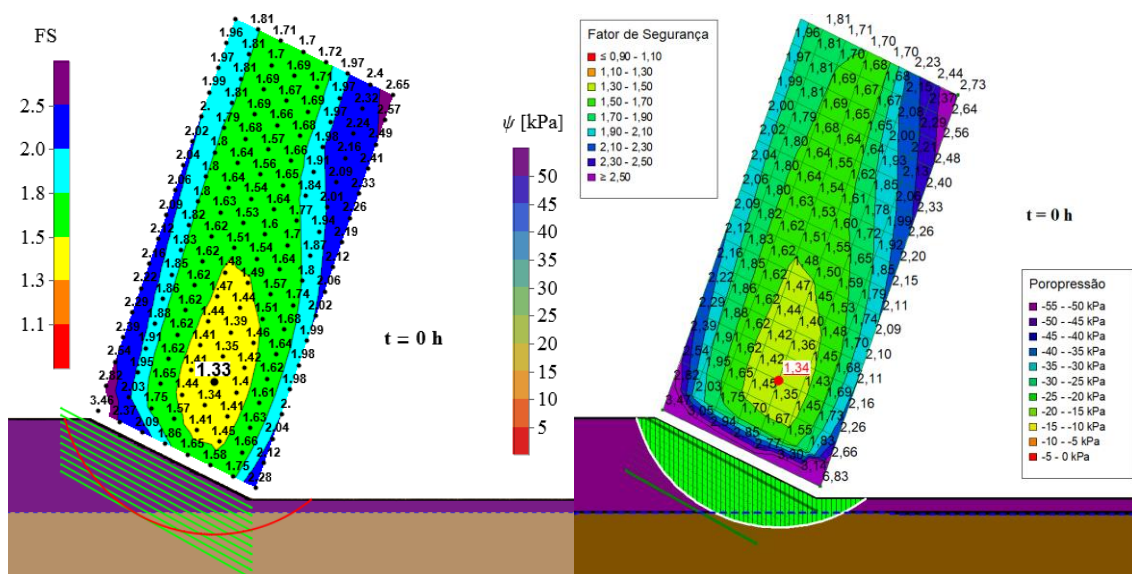


Figura 4.31 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Fellenius para o tempo inicial: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

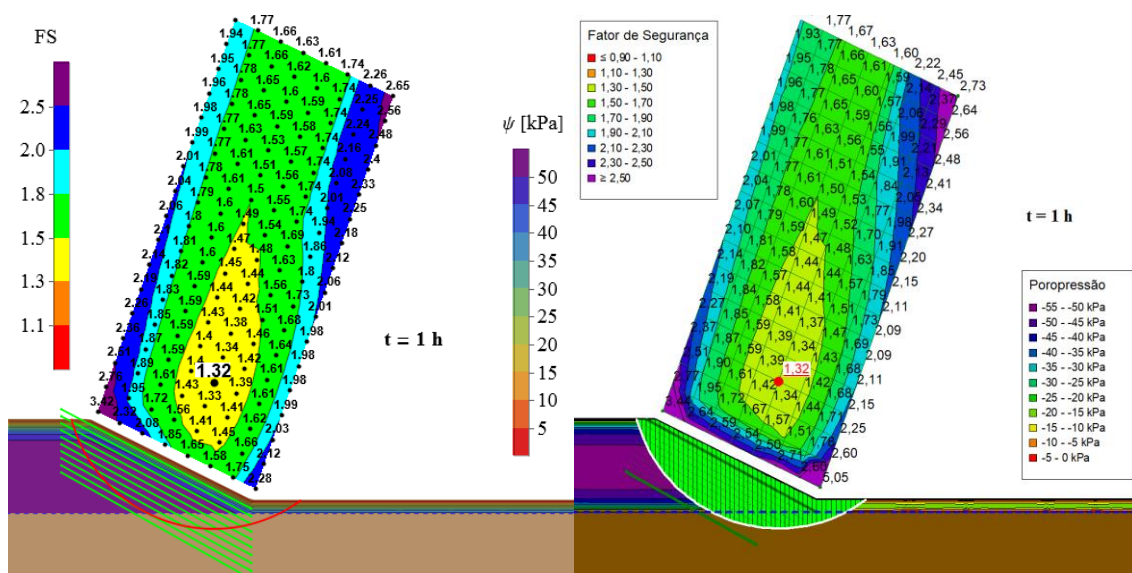


Figura 4.32 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Fellenius para o tempo $t = 1h$: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

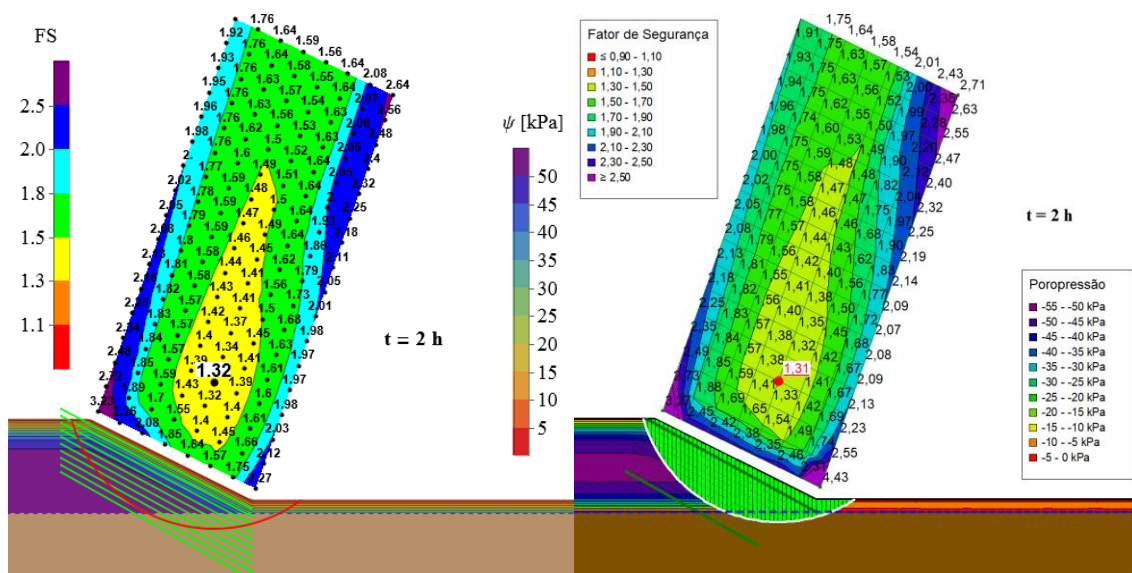


Figura 4.33 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Fellenius para o tempo $t = 2h$: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

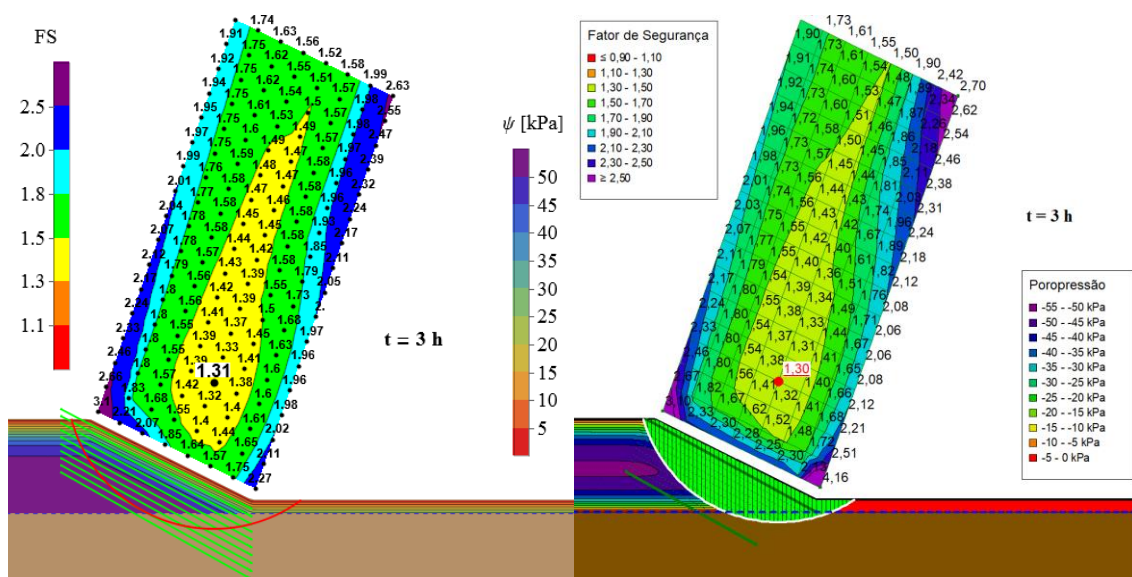


Figura 4.34 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Fellenius para o tempo $t = 3\text{h}$: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

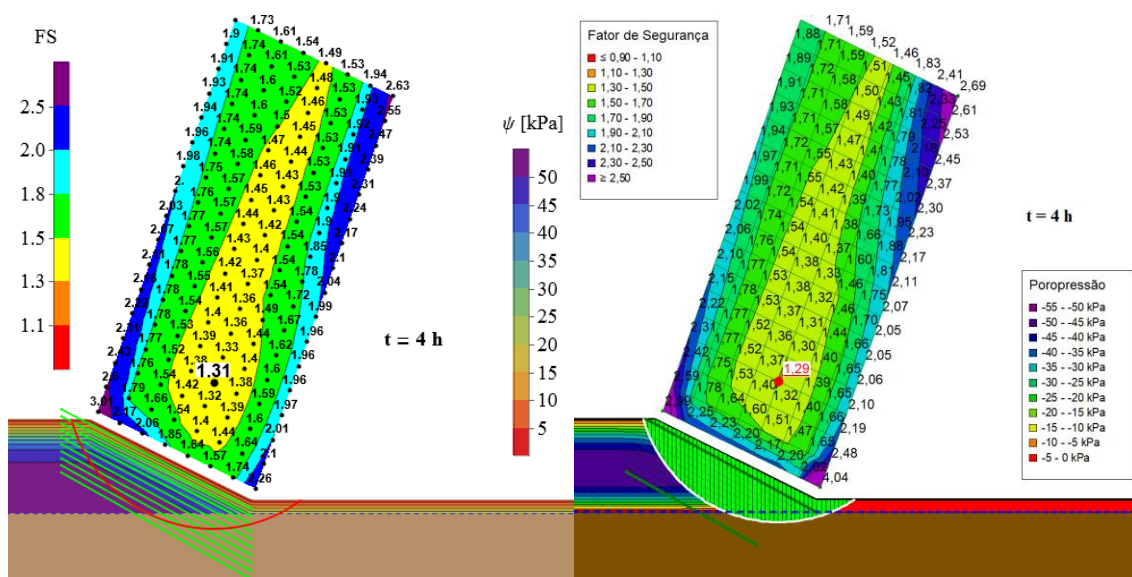


Figura 4.35 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Fellenius para o tempo $t = 4\text{h}$: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

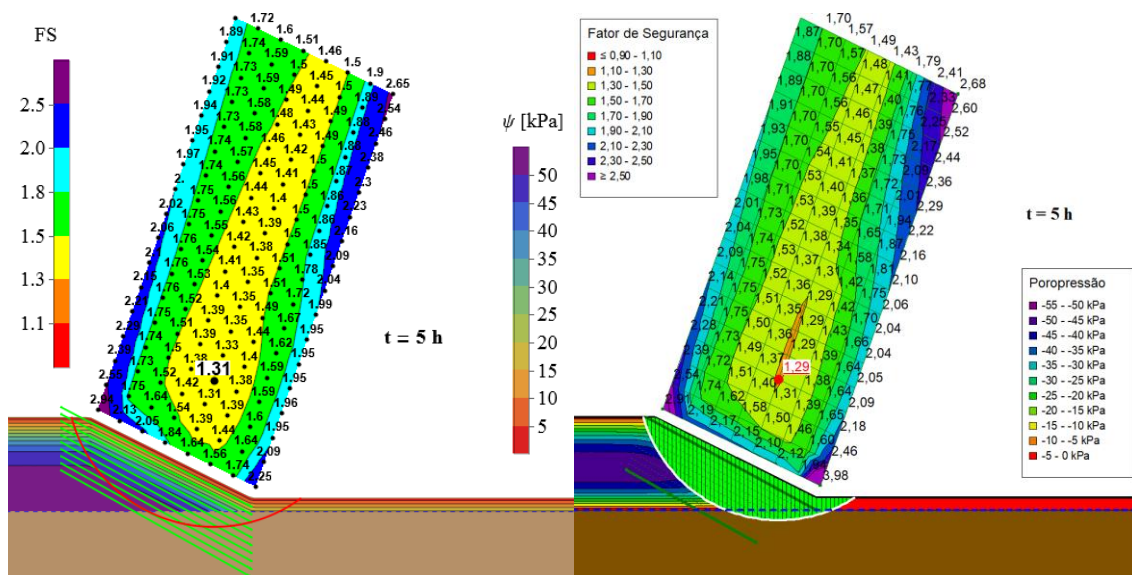


Figura 4.36 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Fellenius para o tempo $t = 5$ h: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

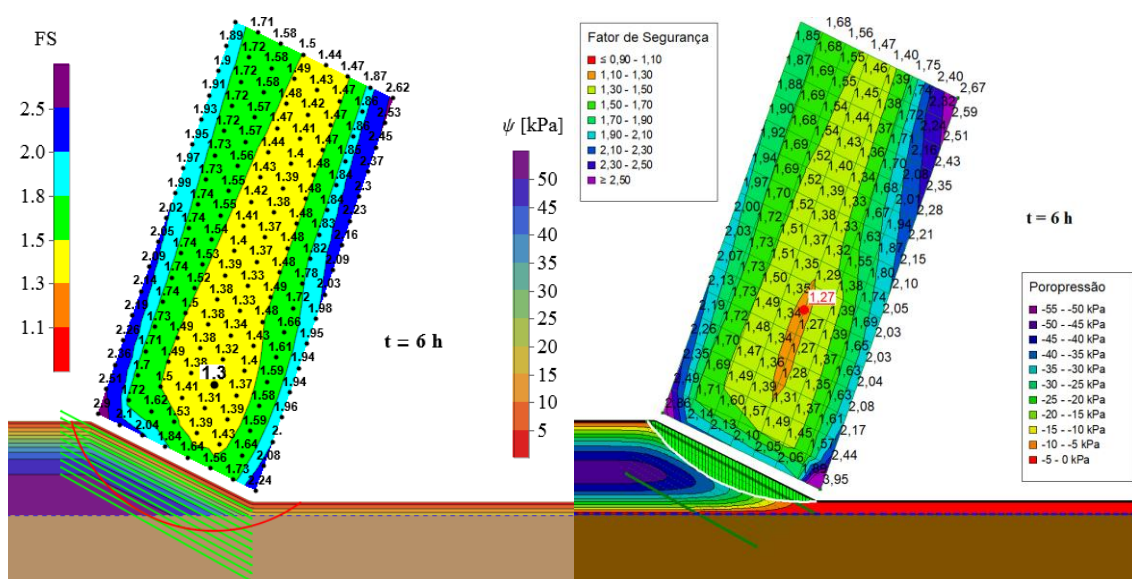


Figura 4.37 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Fellenius para o tempo $t = 6$ h: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

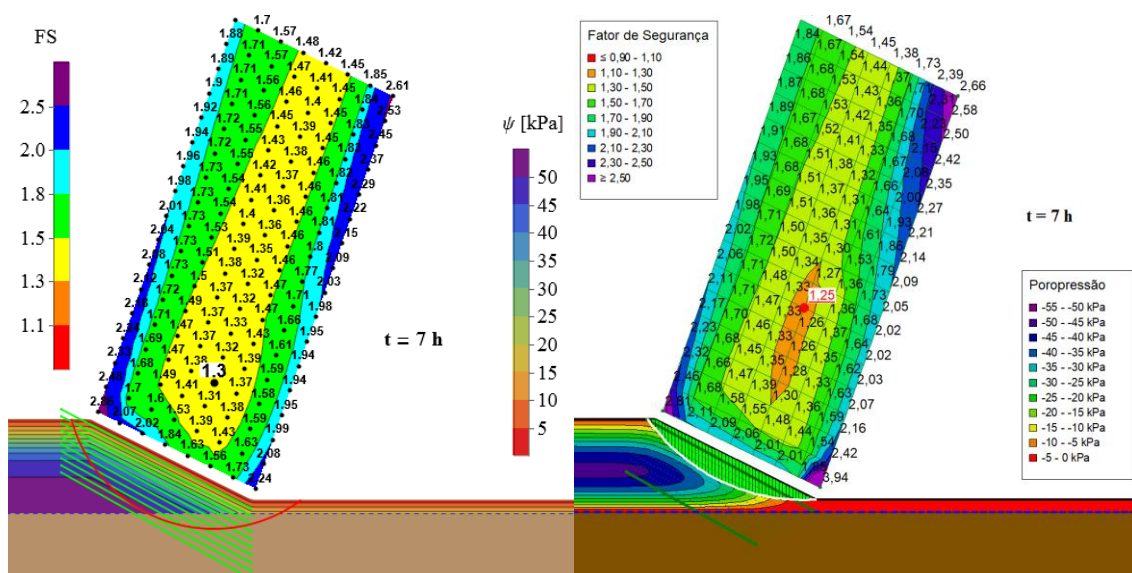


Figura 4.38 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Fellenius para o tempo $t = 7h$: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

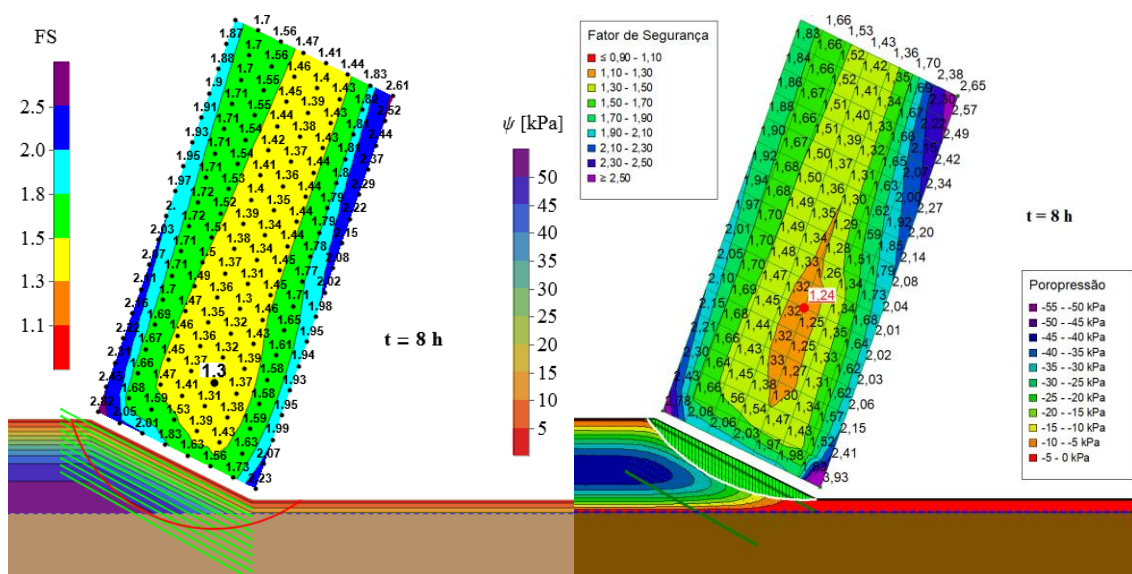


Figura 4.39 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Fellenius para o tempo $t = 8h$: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

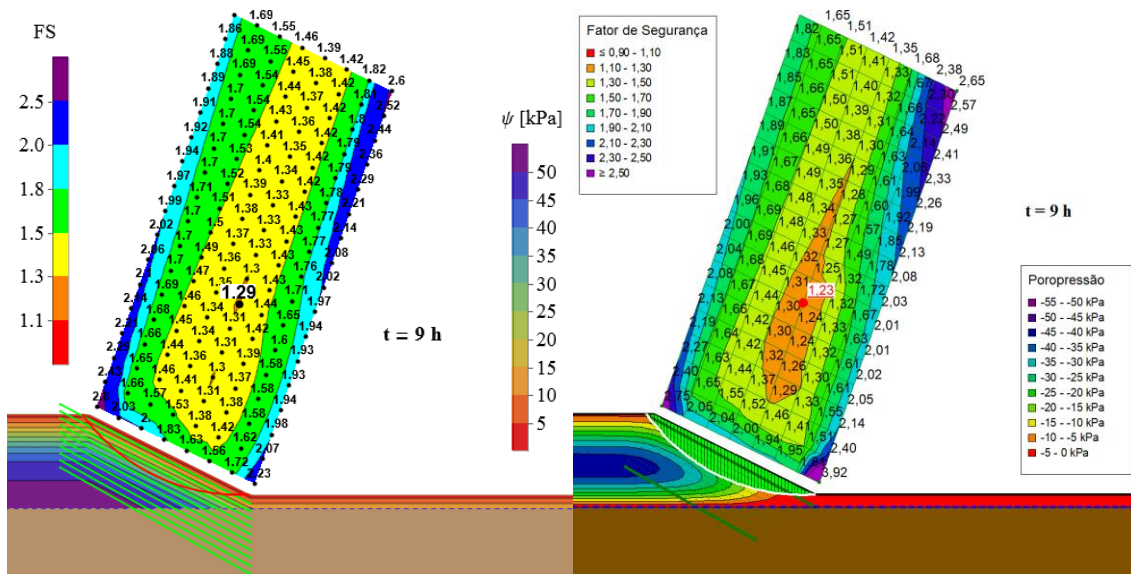


Figura 4.40 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Fellenius para o tempo $t = 9h$: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

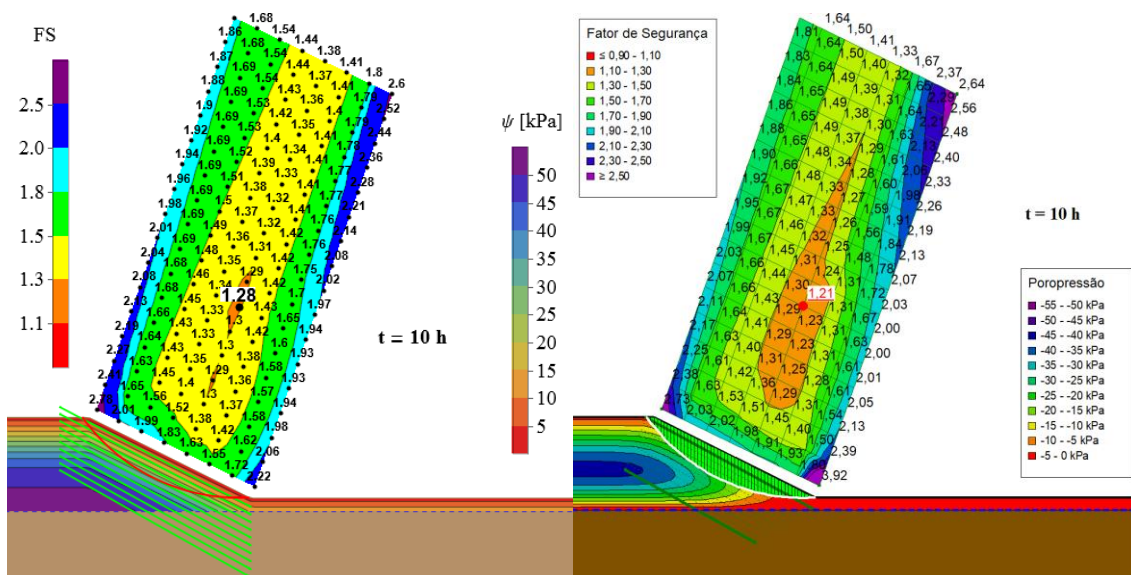


Figura 4.41 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Fellenius para o tempo $t = 10h$: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

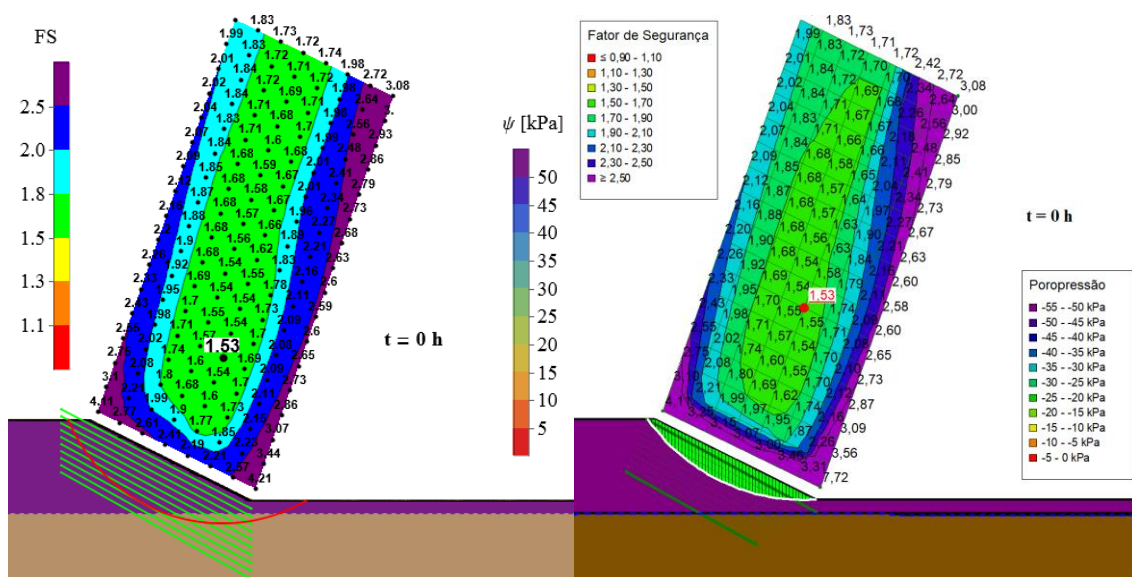


Figura 4.42 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop para o tempo inicial: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

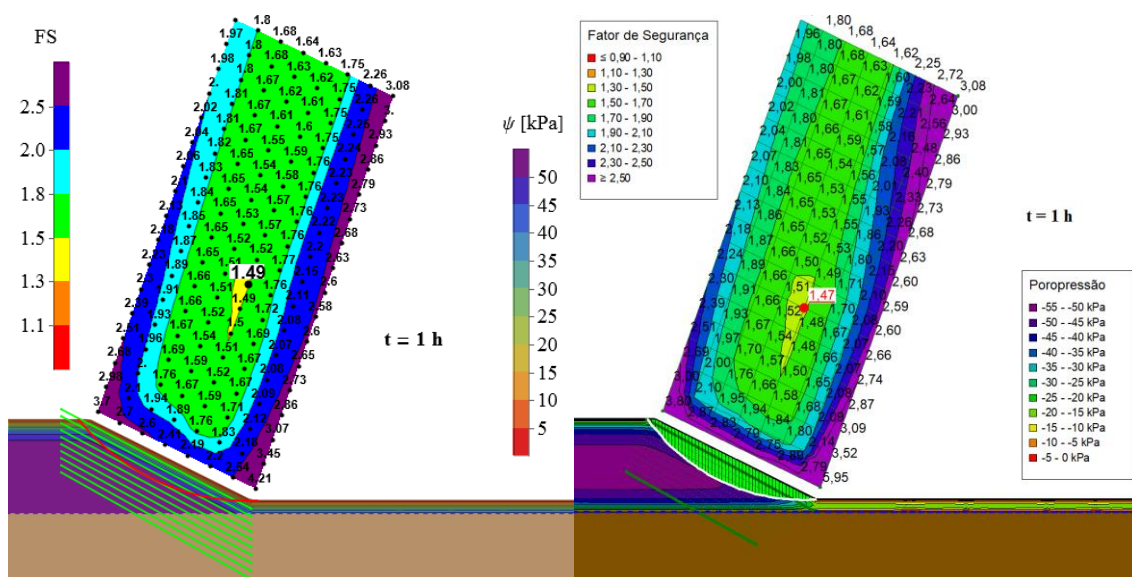


Figura 4.43 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop para o tempo $t = 1h$: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

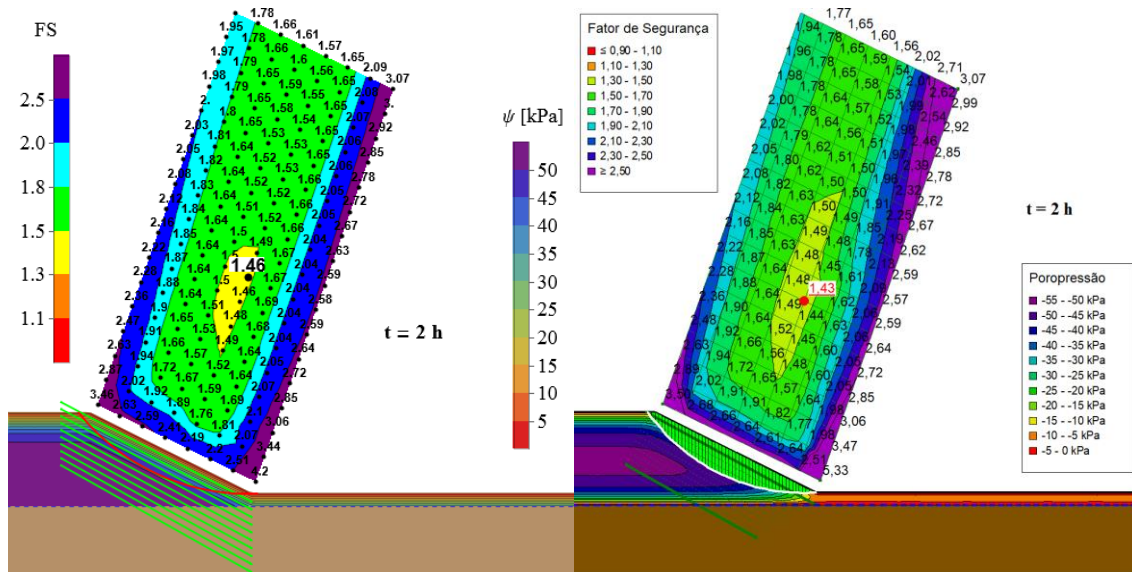


Figura 4.44 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop para o tempo $t = 2h$: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

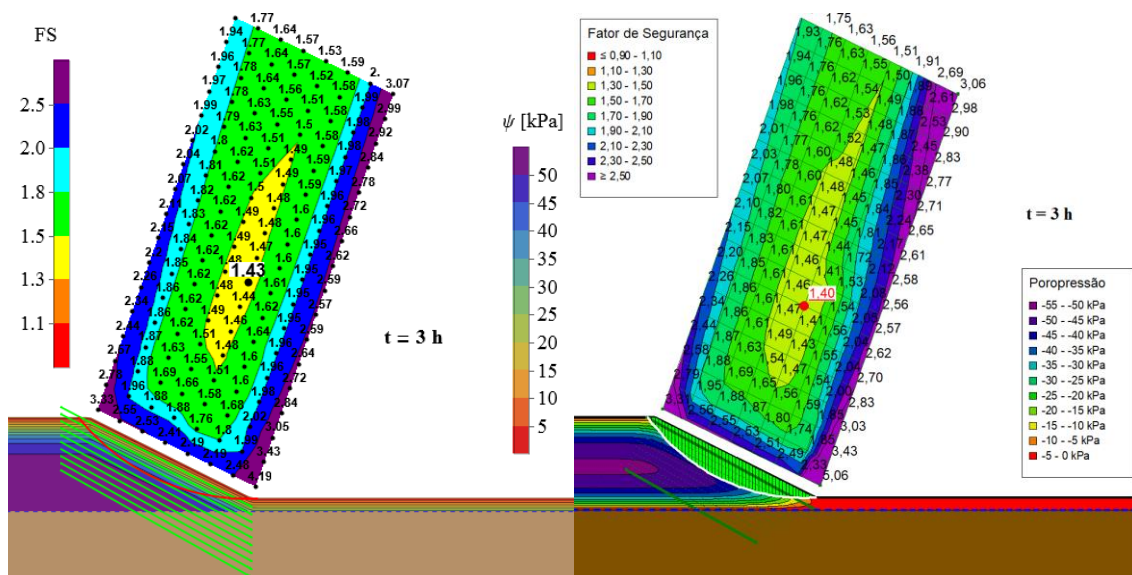


Figura 4.45 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop para o tempo $t = 3h$: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

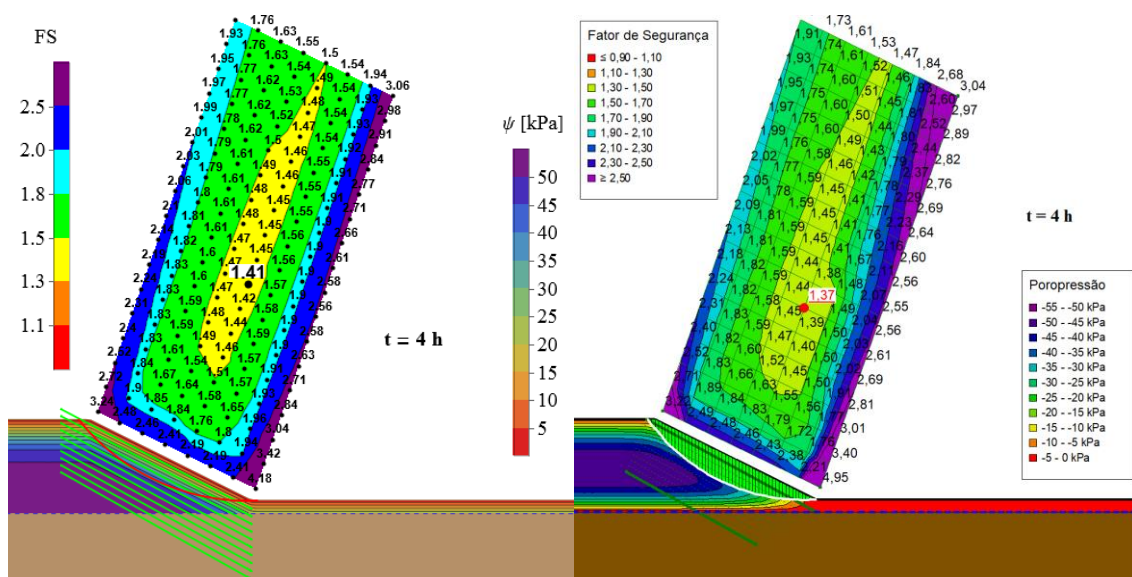


Figura 4.46 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop para o tempo $t = 4h$: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

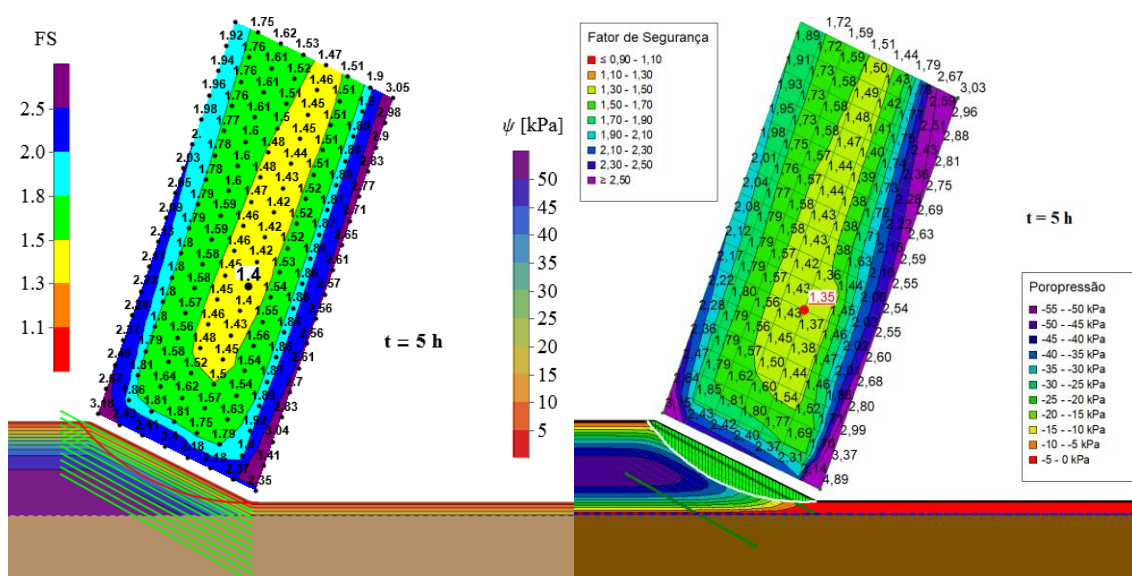


Figura 4.47 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop para o tempo $t = 5h$: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

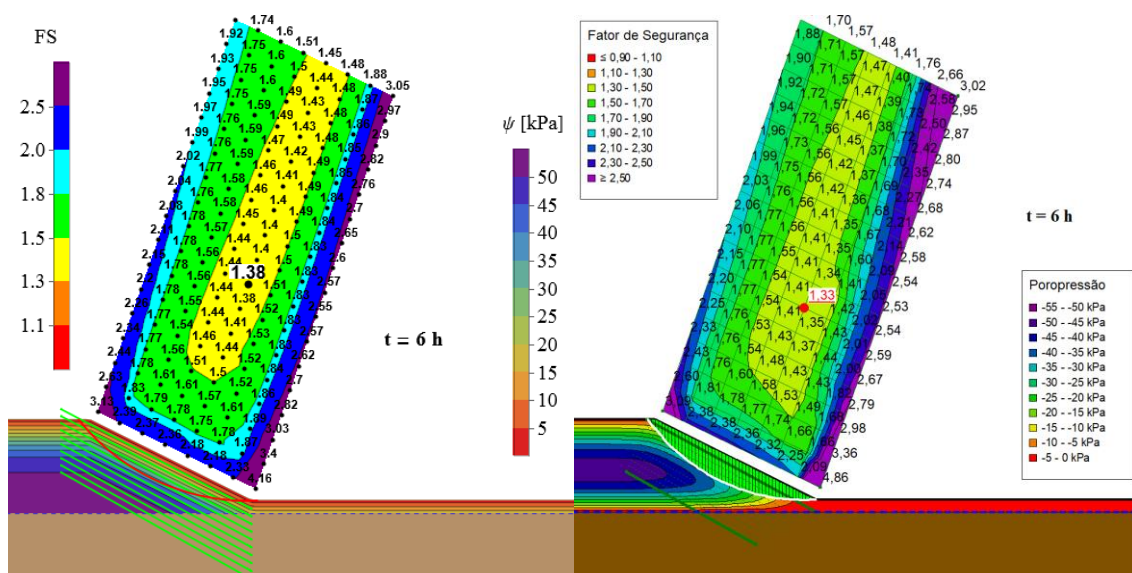


Figura 4.48 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop para o tempo $t = 6h$: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

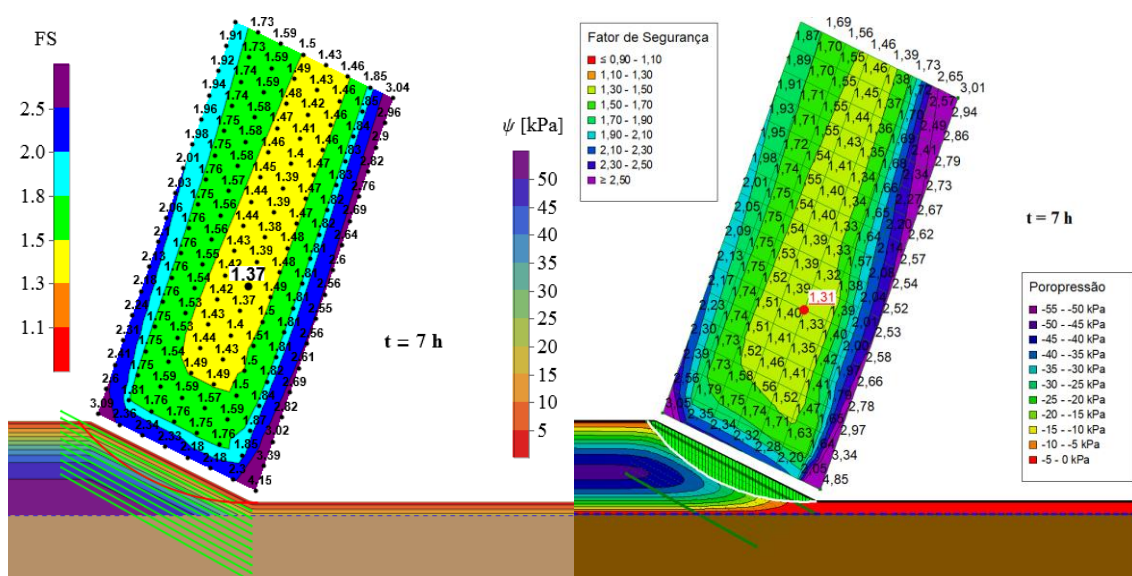


Figura 4.49 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop para o tempo $t = 7h$: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

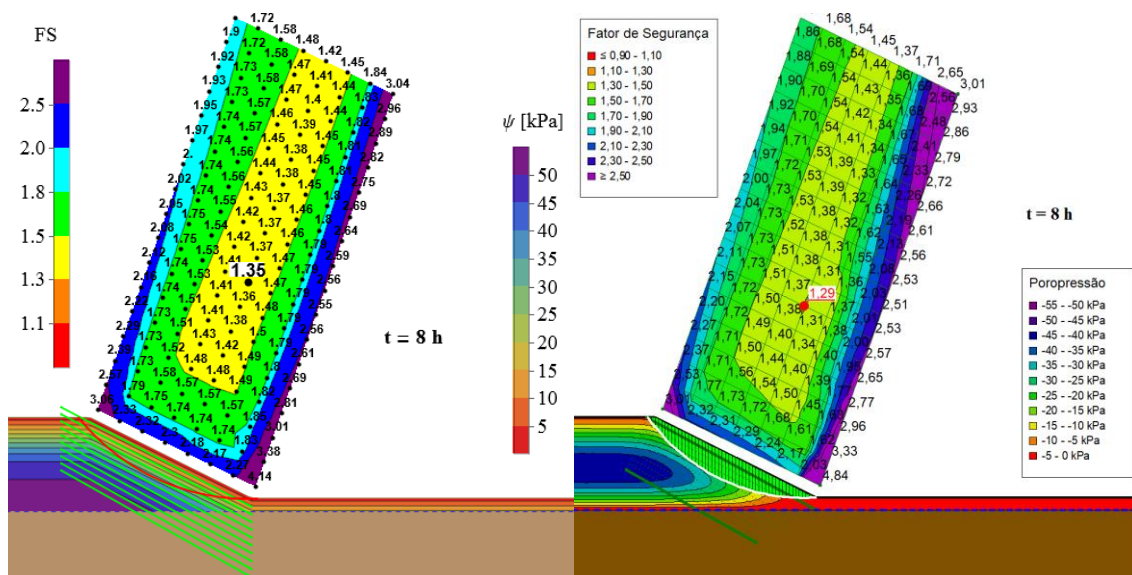


Figura 4.50 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop para o tempo $t = 8\text{h}$: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

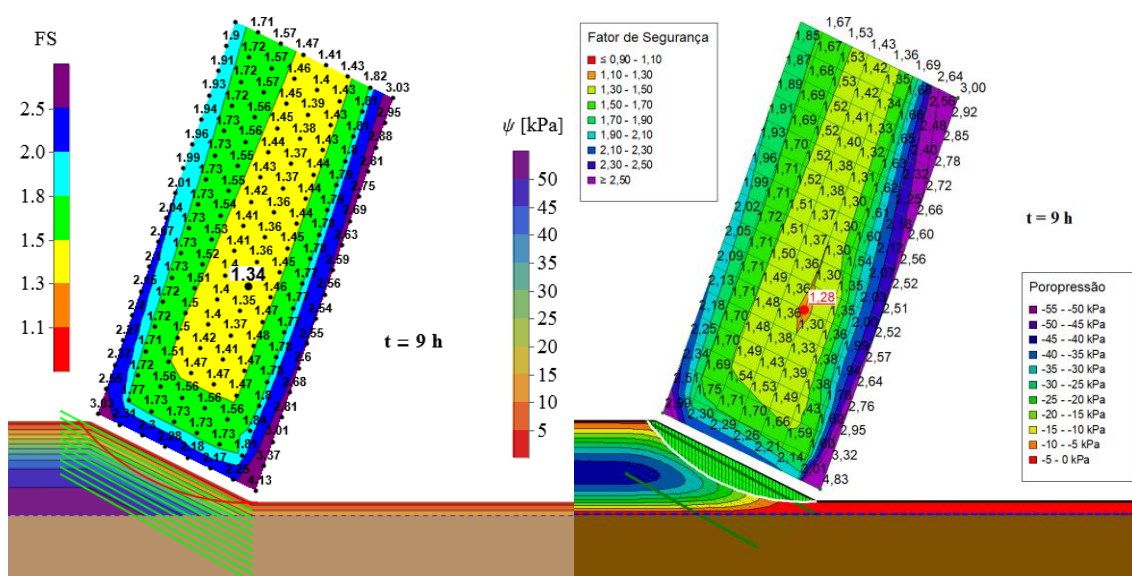


Figura 4.51 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop para o tempo $t = 9\text{h}$: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

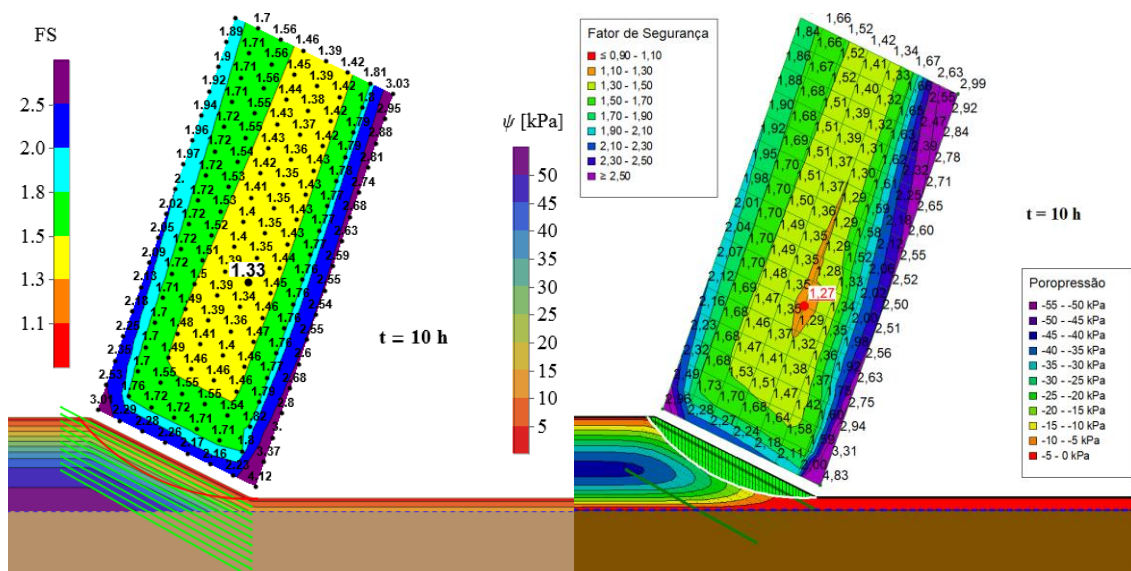


Figura 4.52 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop para o tempo $t = 10h$: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

Observa-se como em geral a superfície crítica inicial tende a ser profunda, interceptando o nível freático onde as poropressões são positivas e a tensão normal efetiva é menor. Algumas horas após o início do evento de infiltração a superfície crítica tende a ser mais rasa, já que a parcela da resistência conferida pela sucção se reduz na zona não saturada.

O método de Bishop, mais realista, novamente gera maior fator de segurança críticos para o talude. O fator de segurança inicial, para as condições de sucção inicial e nível freático constante dadas, atende até mesmo uma condição permanente de estabilidade de uma obra qualquer, mas no decorrer do processo de infiltração e consequente redução da sucção o talude se torna menos estável. Um talude de 20 m geralmente é aplicado em aterros ou escavações com grandes danos potenciais, por isso é importante a avaliação desse fator de segurança em diferentes condições de umidade a depender da fase da obra (temporária ou permanente).

A Figura 4.53 apresenta o fator de segurança crítico variando no intervalo de tempo simulado. Assim como no Caso 1, se observa a maior redução no fator de segurança no software *Slope/W* devido ao avanço mais rápido da frente de umidade decorrente da infiltração próximo à face do talude, mas a diferença relativa entre os softwares permanece baixa, menor do que 3% neste Caso 2. Além disso, como observado nas figuras anteriores, o *Seep/W* também considera o fluxo de água ascendente a partir do nível freático, já que a condição inicial constante gera um gradiente de sucção (e de

potencial do fluxo de água, conseqüentemente) entre as zonas saturada e não saturada. Uma condição inicial mais realista seria uma transição contínua da umidade (ou seja, de poropressão) na linha freática. O modelo implementado no *Mathematica* possui ainda a limitação de não considerar esse fluxo, já que a solução analítica utilizada necessita de uma condição de sucção inicial homogênea e a descontinuidade na transição entre as zonas não saturada e satura se mantém com o tempo.

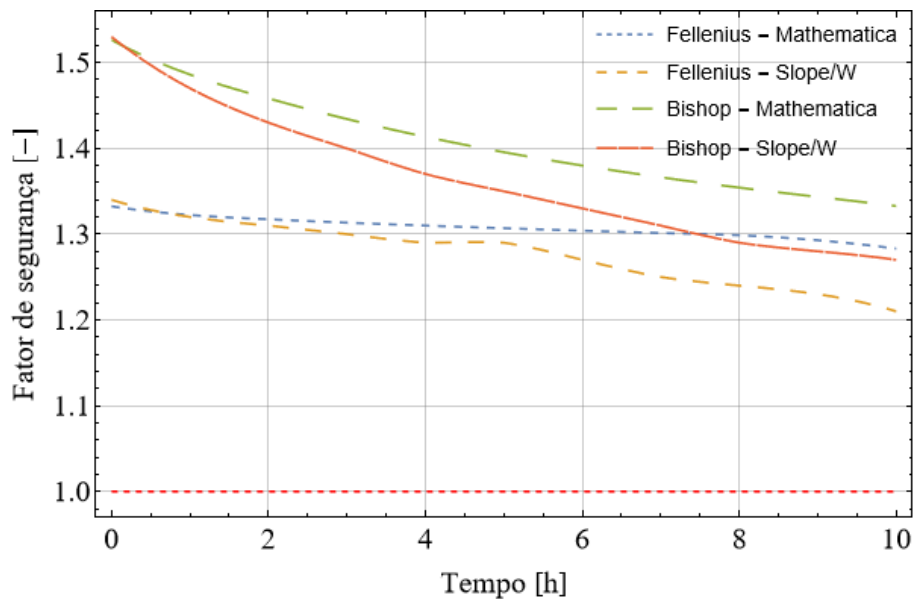


Figura 4.53 - Fator de segurança crítico transiente para o Caso 2.

A Figura 4.54 e a Figura 4.55 mostram a distribuição da resistência cisalhante ao longo da superfície de ruptura para o método de Fellenius. Se observa a variação da superfície crítica pela mudança no domínio em x , assim como a redução do fator de segurança indicado pela redução da área sob a curva. As descontinuidades nessas curvas no *Mathematica* são devido à descontinuidade da sucção na linha freática, que gera também uma descontinuidade na parcela não saturada da resistência cisalhante. Exceto no tempo inicial, essa descontinuidade não é observada no resultado do *Slope/W* já que a transição de sucção entre as zonas saturada e não saturada se torna contínua. A posição da descontinuidade no *Mathematica* fica bem definida pois as fatias são distribuídas de forma otimizada onde há singularidades—como variação na inclinação do terreno e mudança brusca na sucção—na formulação integral para o cálculo do fator de segurança.

A Figura 4.56 e a Figura 4.57 apresentam a distribuição da resistência cisalhante para o método de Bishop. Na simulação no *Slope/W*, como a superfície crítica não varia com o tempo, o domínio em x da superfície permanece o mesmo. A tendência da superfície

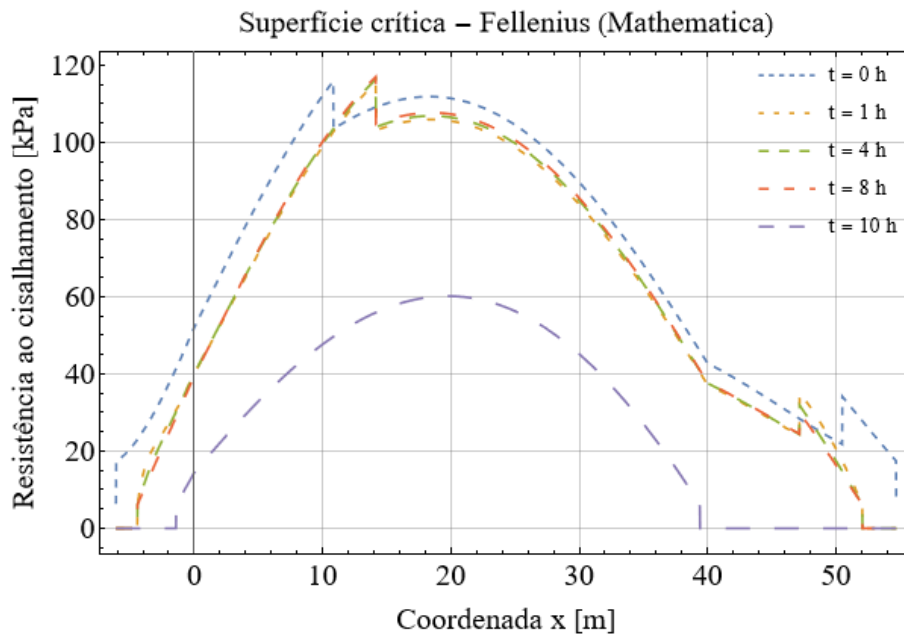


Figura 4.54 – Resistência ao cisalhamento não saturada ao longo da superfície crítica de ruptura pelo método de Fellenius no *Mathematica* (Caso 2).

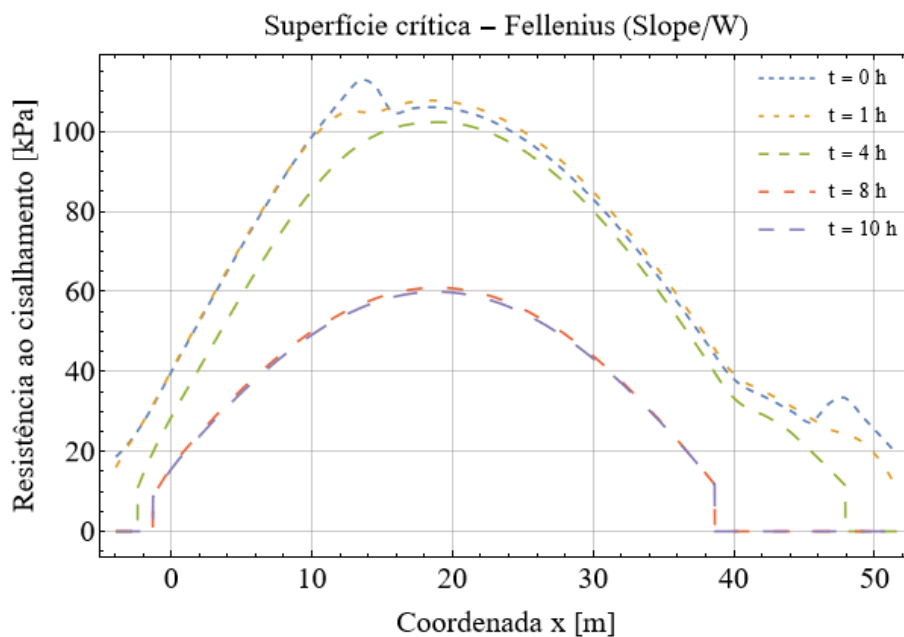


Figura 4.55 – Resistência ao cisalhamento não saturada ao longo da superfície crítica de ruptura pelo método de Fellenius no *Slope/W* (Caso 2).

crítica de ruptura é também observada no resultado do *Mathematica* após o tempo inicial. O método de Bishop, ainda que gere fatores de segurança maiores (e mais realistas) em comparação com o de Fellenius, resultou em uma superfície crítica mais rasa em menos de 1 h de infiltração, o que mostra a importância de se considerar variações nas condições

de poropressão no talude devido a eventos de chuvas intensas, por exemplo.

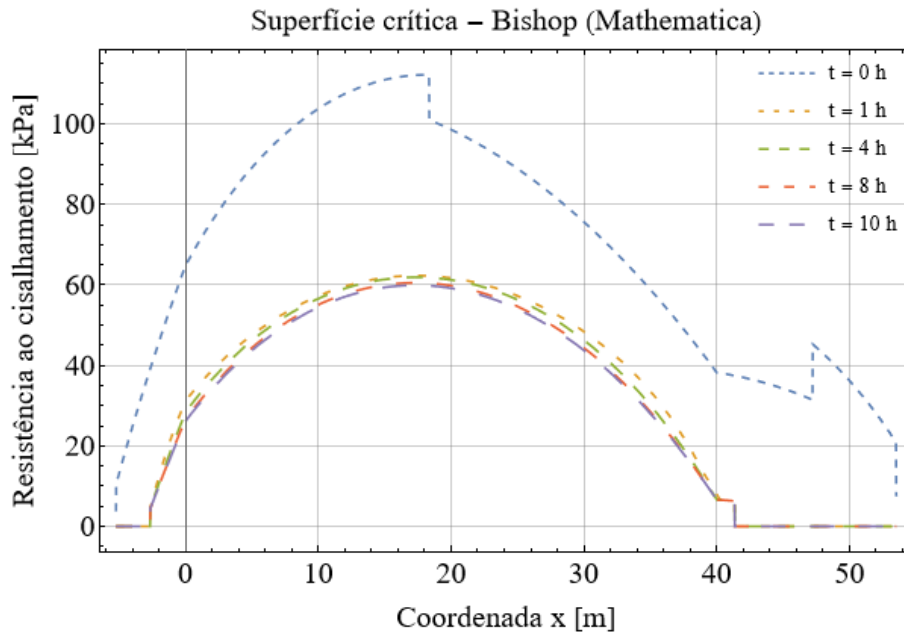


Figura 4.56 – Resistência ao cisalhamento não saturada ao longo da superfície crítica de ruptura pelo método de Bishop no *Mathematica* (Caso 2).

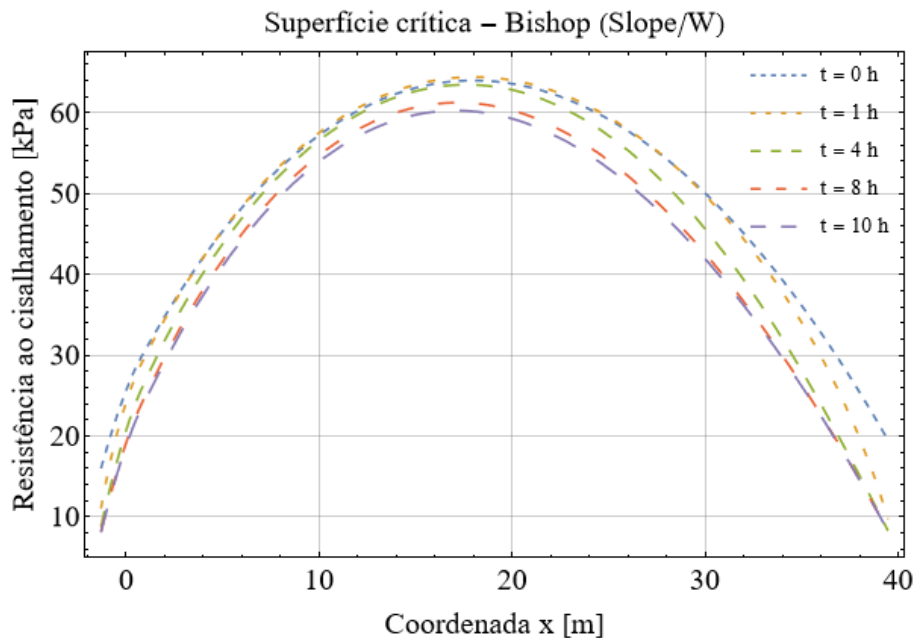


Figura 4.57 – Resistência ao cisalhamento não saturada ao longo da superfície crítica de ruptura pelo método de Bishop no *Slope/W* (Caso 2).

4.2.3. Caso 3: talude 1V:1H, ausência de nível freático e baixa umidade inicial

Este caso é particularmente interessante por apresentar uma baixa umidade inicial, como no período de uma estiagem (comum em zonas tropicais), mas uma condição extrema de umidade é aplicada sobre a superfície do terreno, como uma precipitação intensa ou até mesmo alguma tubulação de água que rompeu. As figuras entre a Figura 4.58 e a Figura 4.68 apresentam os resultados dos fatores de segurança transiente pelo método de Fellenius e as figuras entre Figura 4.69 e a Figura 4.79 para o método de Bishop.

Foi investigado um intervalo de tempo maior que os Casos 1 e 2 porque neste Caso 3 o solo é mais fino e menos permeável. Como possui uma entrada de ar maior na SWRC, esse solo também fornece uma maior parcela de resistência não saturada, dado que atinge maiores valores de sucção com um grau de saturação próximo de 1.

Com uma baixa umidade inicial, a infiltração de água tende então a aumentar a resistência cisalhante do solo e, portanto, o fator de segurança crítico do talude nas horas iniciais de infiltração (zona de transição da SWRC). Mas com o avanço da umidade próxima da saturação, a resistência volta a diminuir novamente, como nos Casos 1 e 2. Este fenômeno é bem conhecido na mecânica dos solos não saturados, como ilustrado na Figura 2.5.

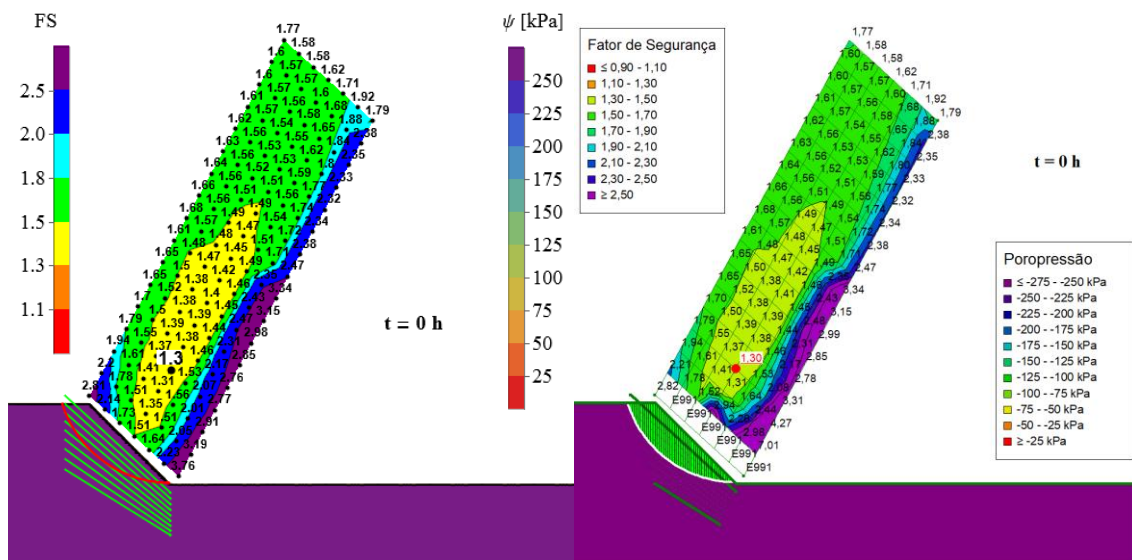


Figura 4.58 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Fellenius para o tempo inicial: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

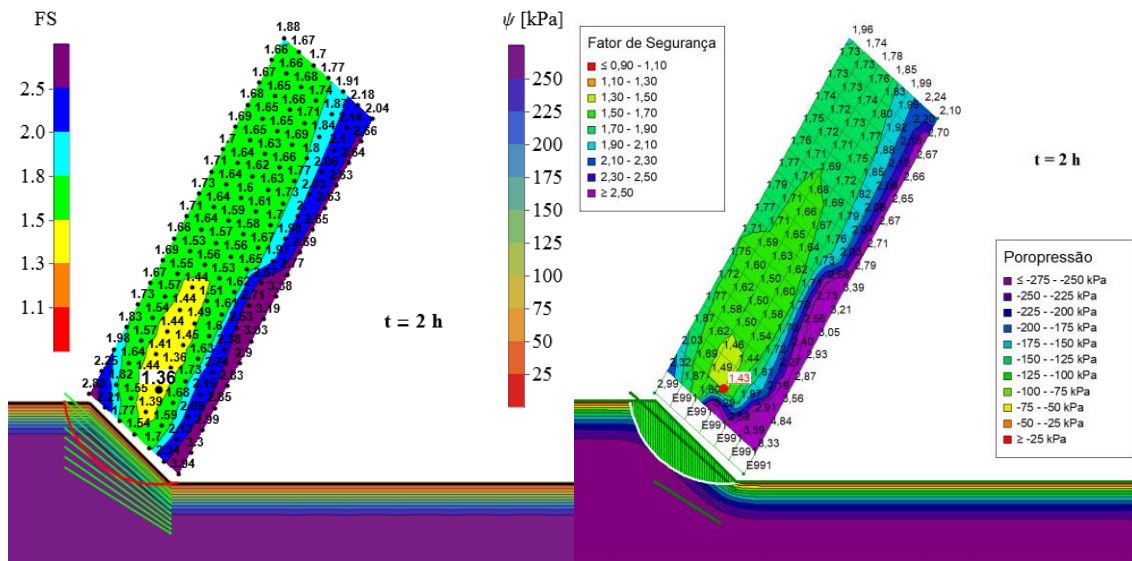


Figura 4.59 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Fellenius para o tempo $t = 2\text{h}$: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

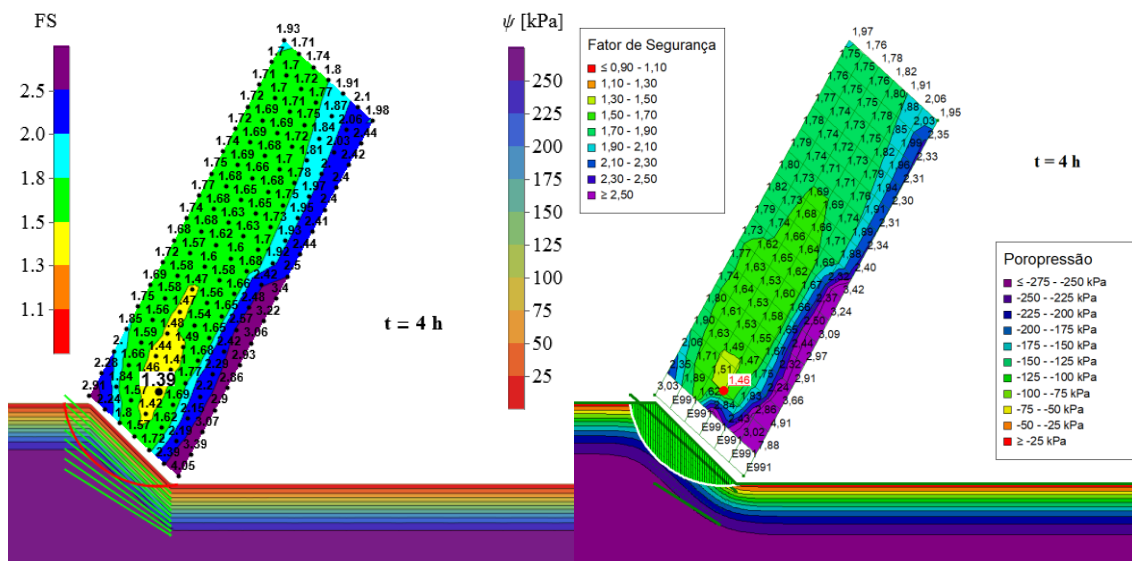


Figura 4.60 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Fellenius para o tempo $t = 4\text{h}$: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

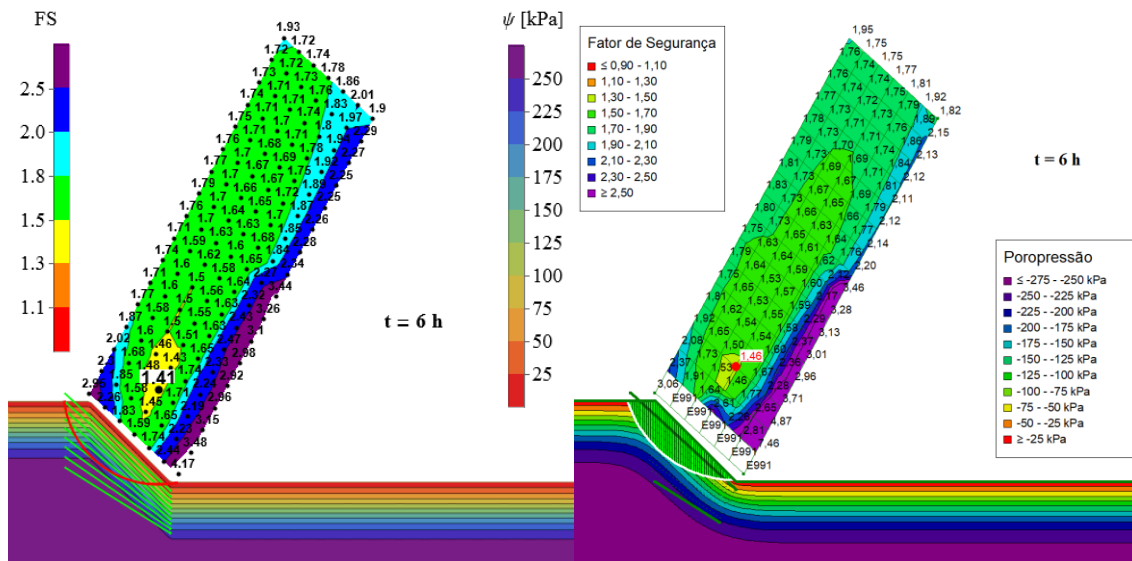


Figura 4.61 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Fellenius para o tempo $t = 6\text{h}$: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

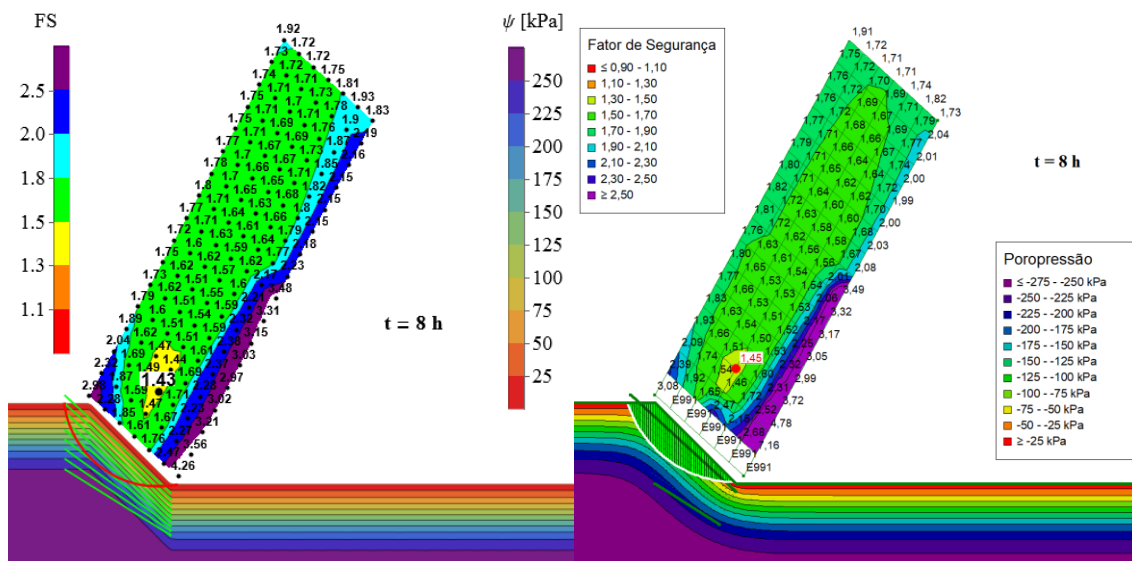


Figura 4.62 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Fellenius para o tempo $t = 8\text{h}$: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

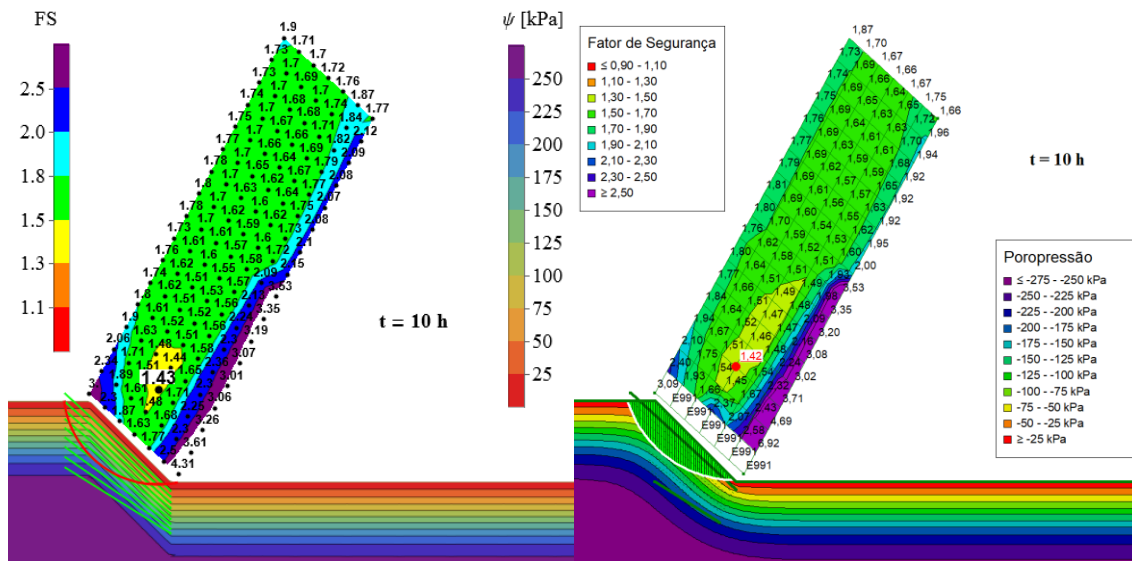


Figura 4.63 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Fellenius para o tempo $t = 10\text{h}$: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

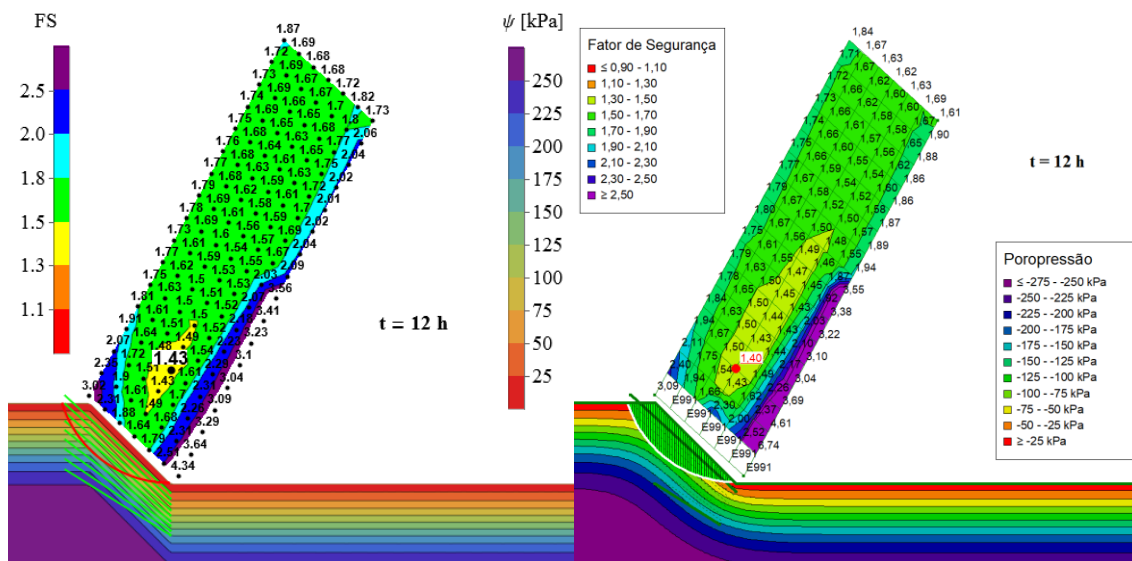


Figura 4.64 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Fellenius para o tempo $t = 12\text{h}$: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

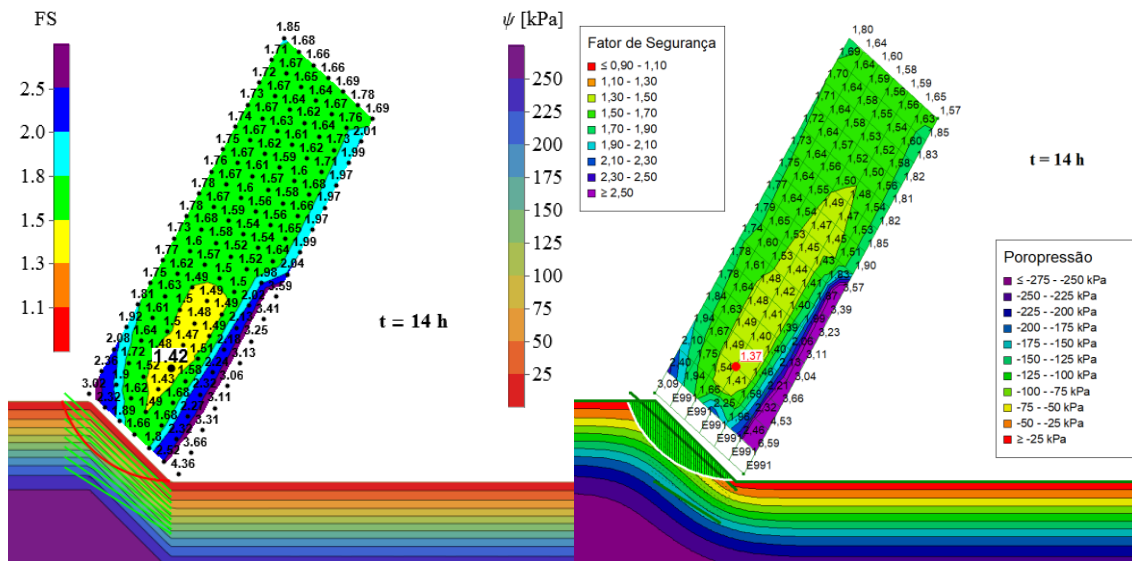


Figura 4.65 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Fellenius para o tempo $t = 14$ h: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

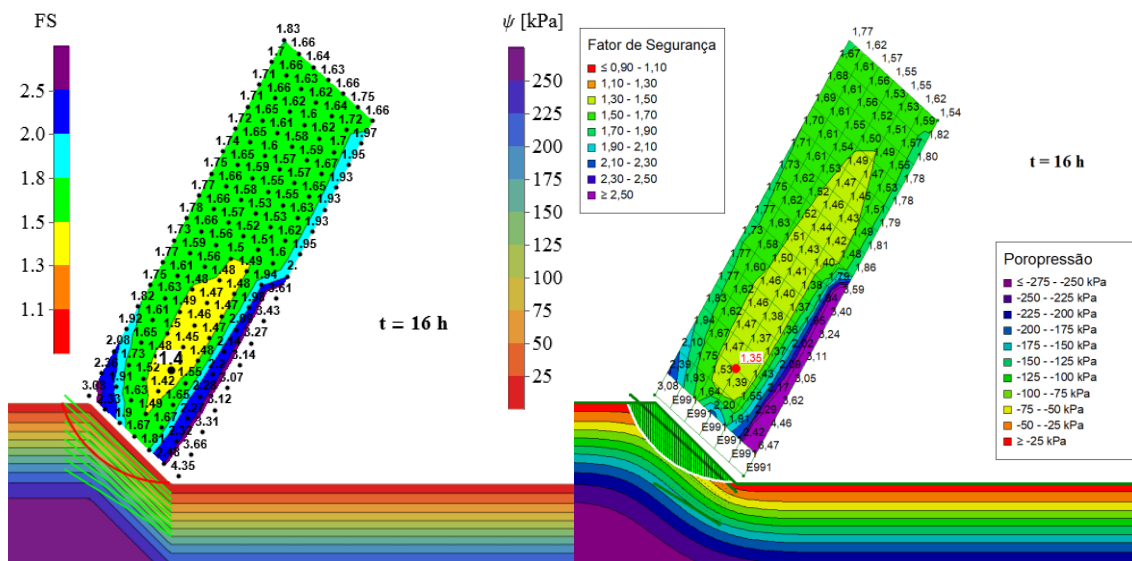


Figura 4.66 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Fellenius para o tempo $t = 16$ h: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

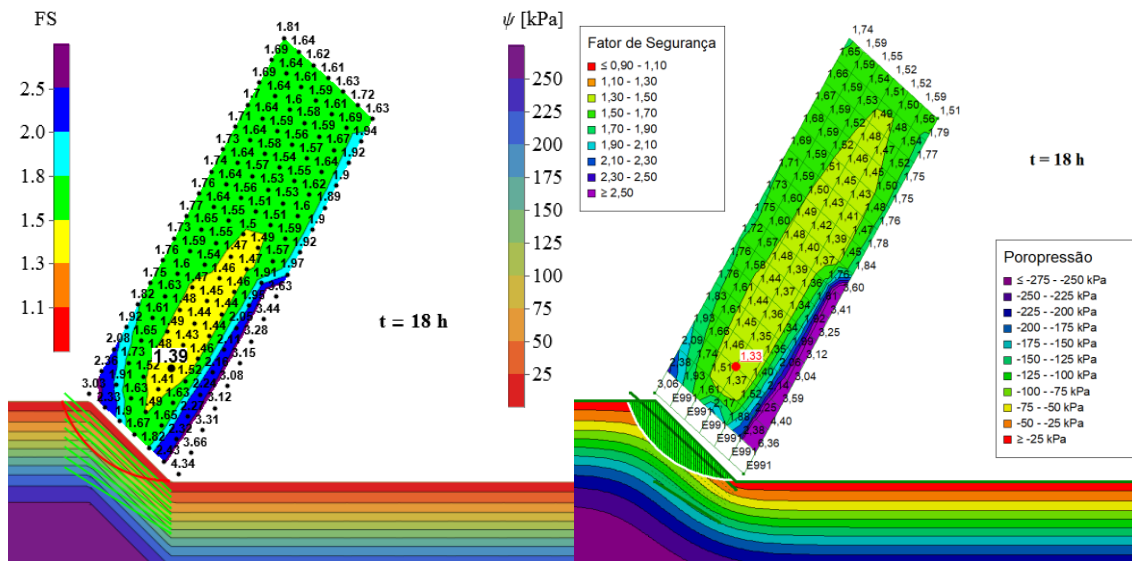


Figura 4.67 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Fellenius para o tempo $t = 18\text{h}$: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

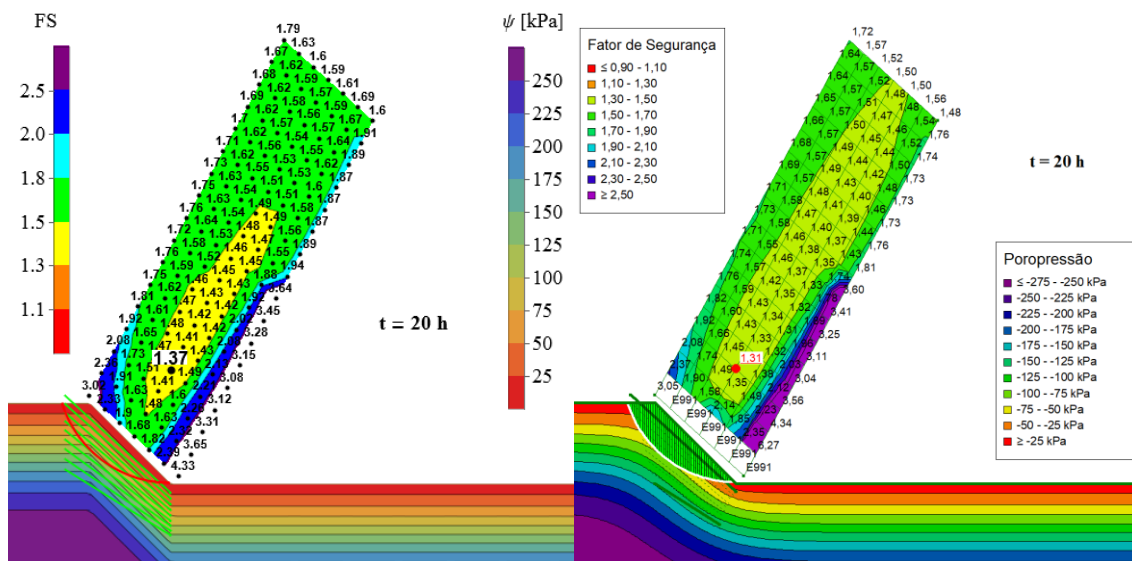


Figura 4.68 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Fellenius para o tempo $t = 20\text{h}$: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

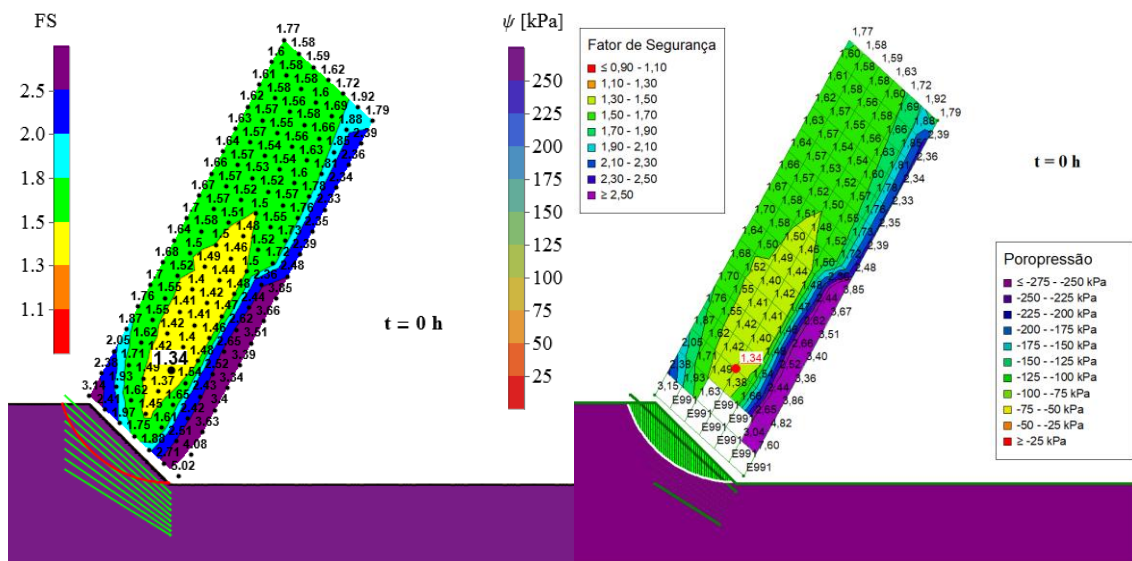


Figura 4.69 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop para o tempo inicial: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

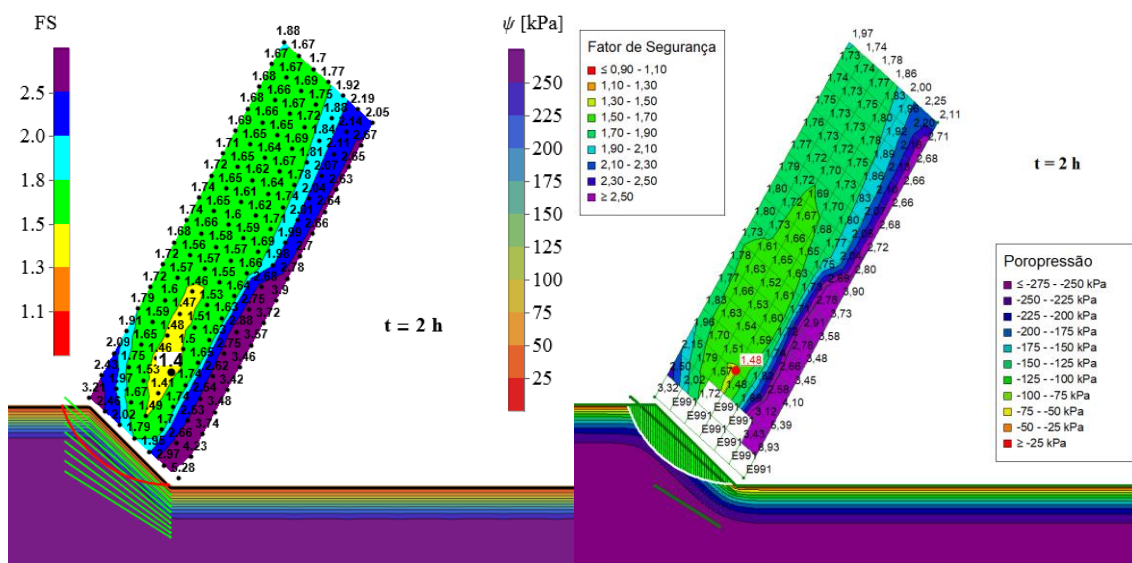


Figura 4.70 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop para o tempo $t = 2\text{h}$: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

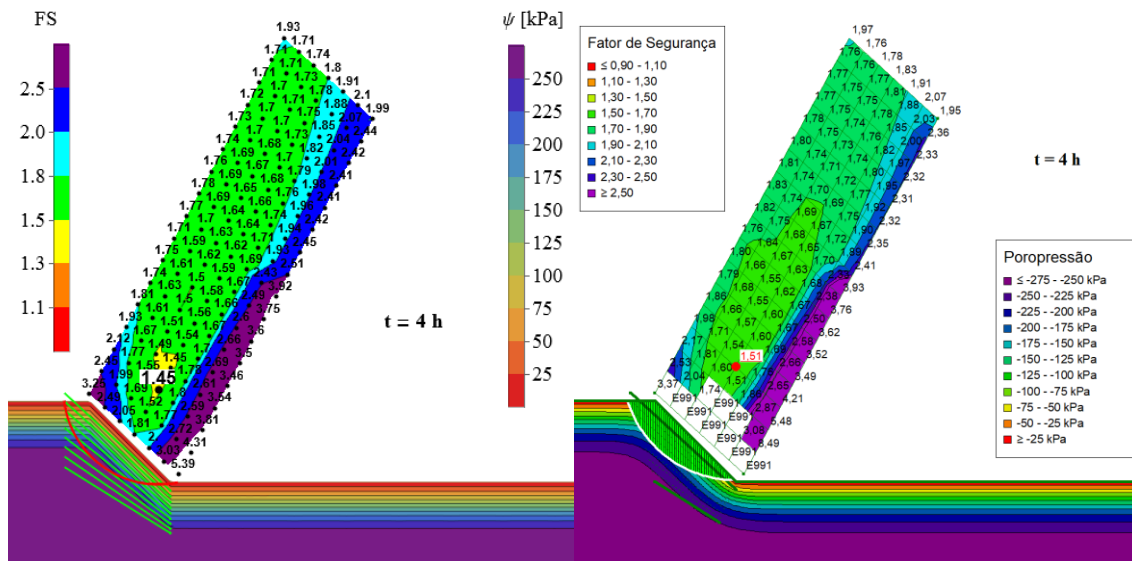


Figura 4.71 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop para o tempo $t = 4\text{ h}$: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

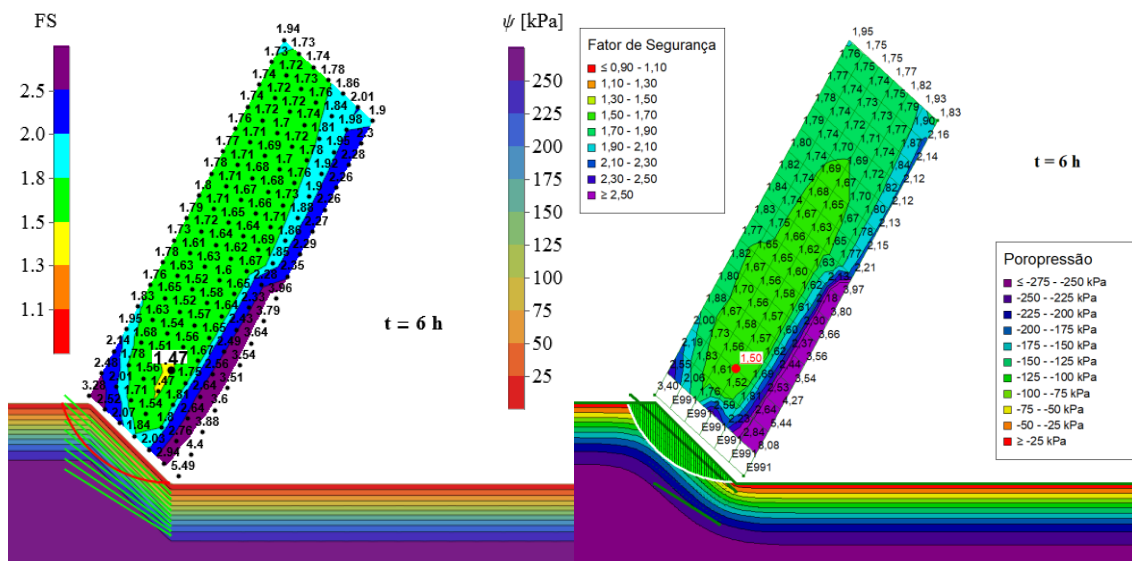


Figura 4.72 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop para o tempo $t = 6\text{ h}$: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

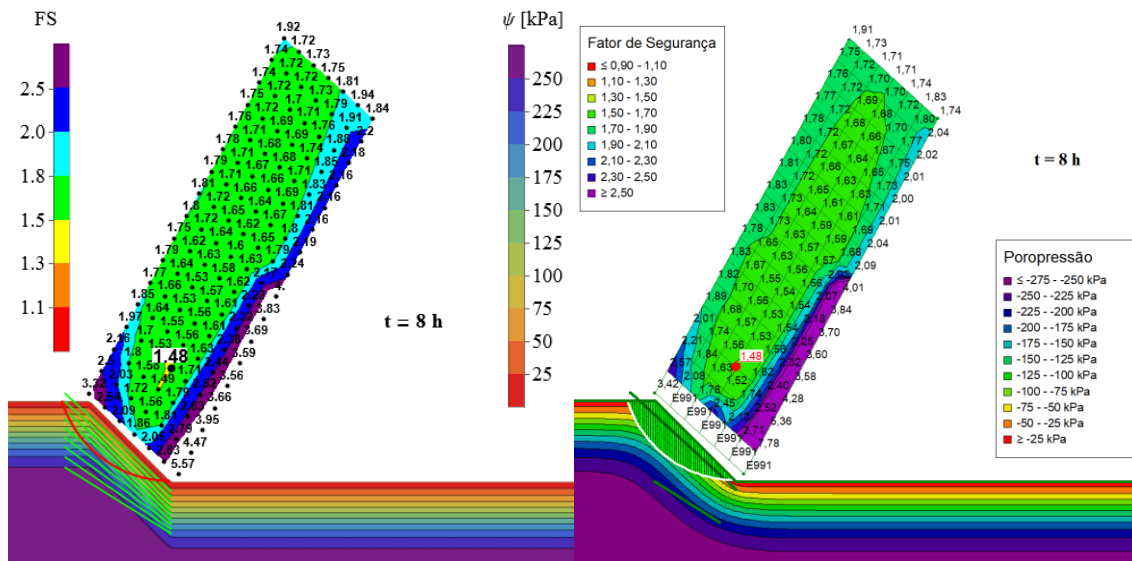


Figura 4.73 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop para o tempo $t = 8h$: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

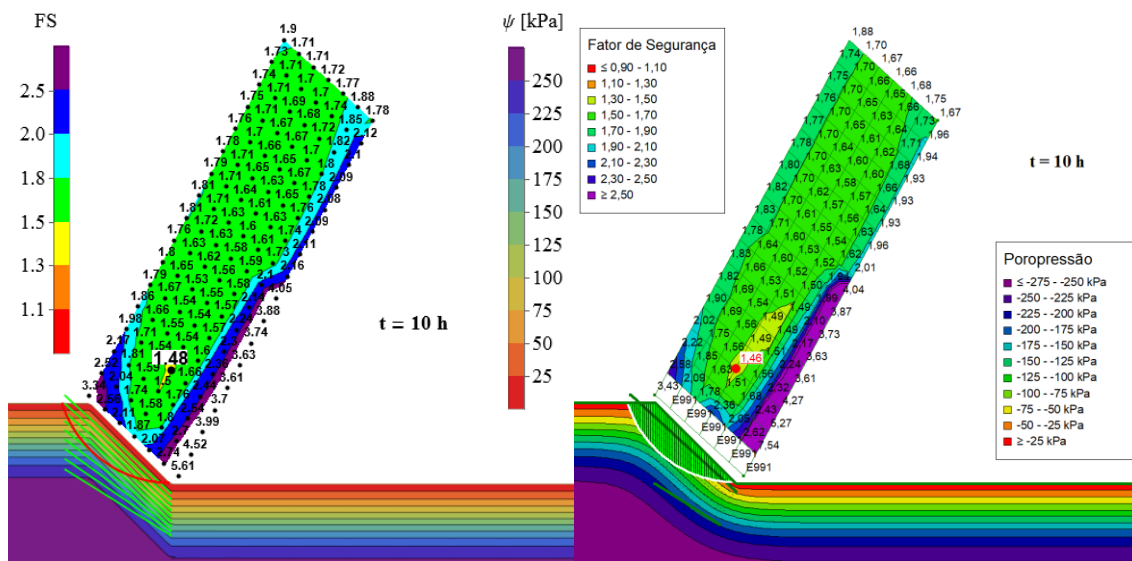


Figura 4.74 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop para o tempo $t = 10h$: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

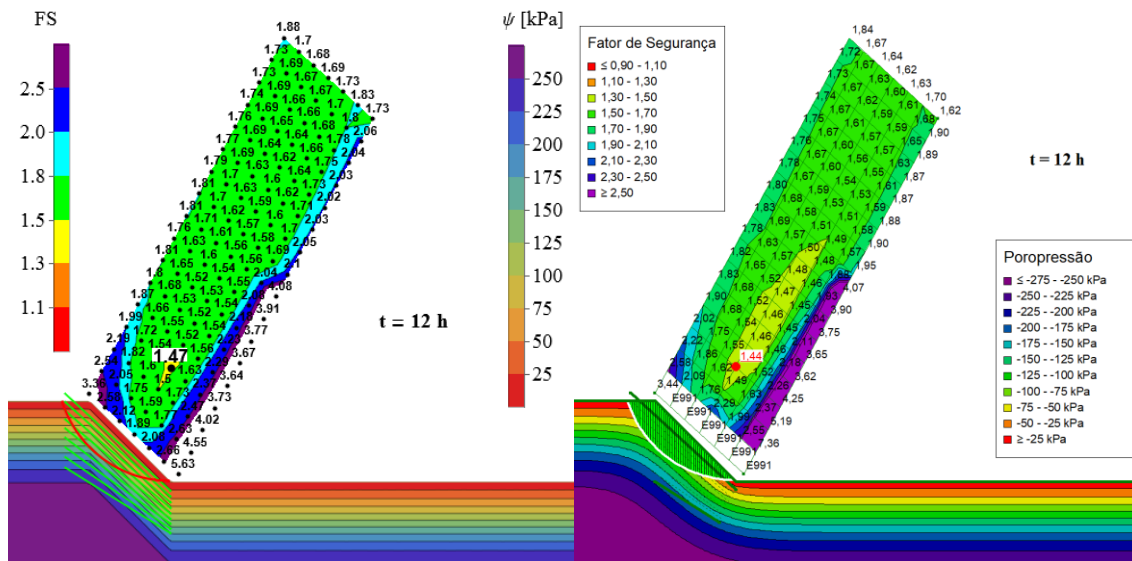


Figura 4.75 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop para o tempo $t = 12\text{h}$: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

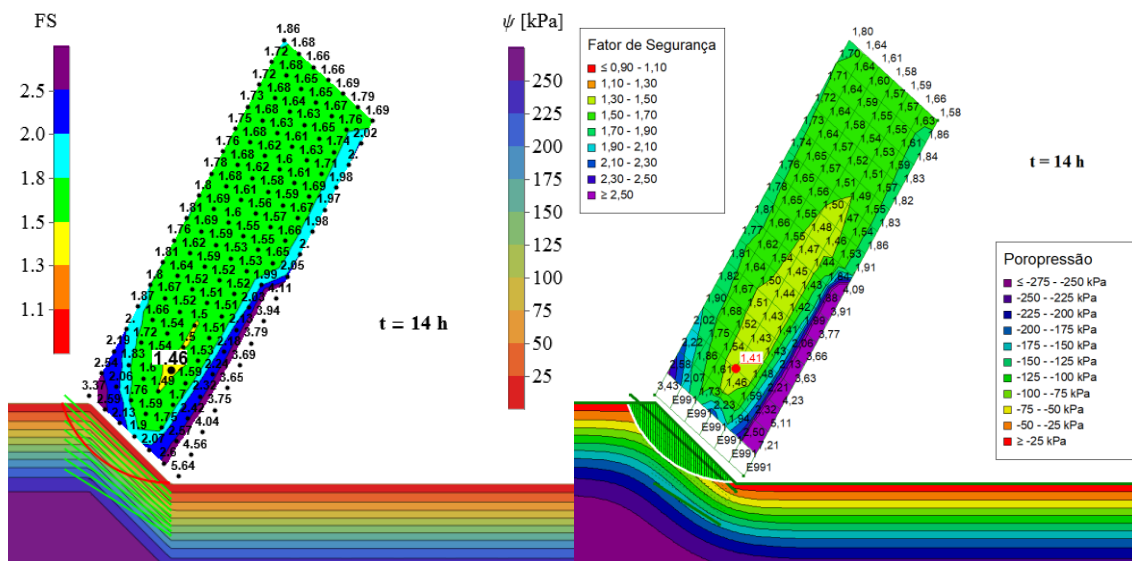


Figura 4.76 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop para o tempo $t = 14\text{h}$: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

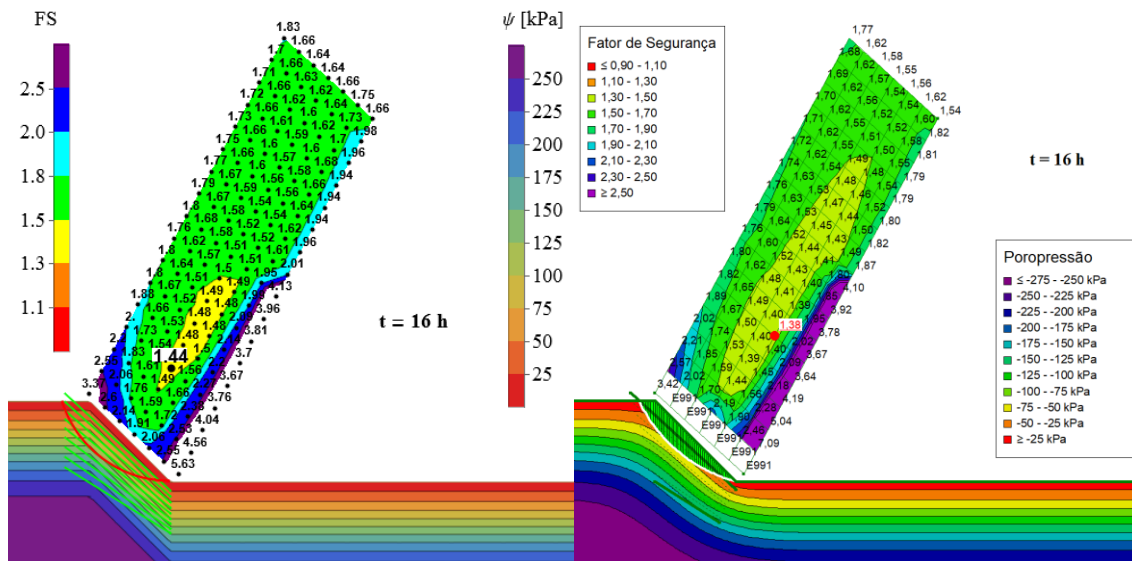


Figura 4.77 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop para o tempo $t = 16h$: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

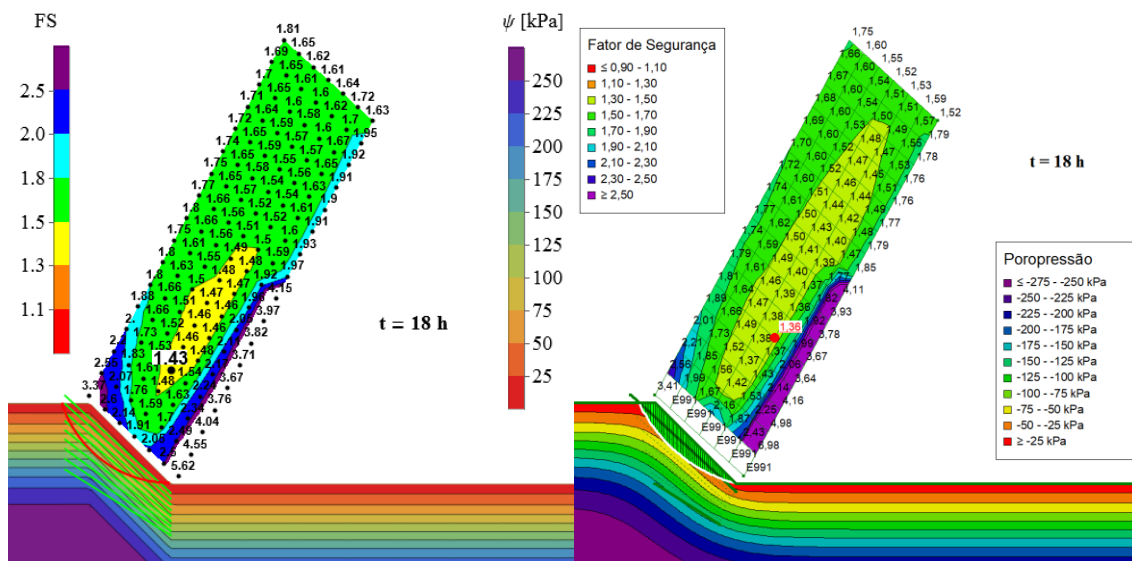


Figura 4.78 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop para o tempo $t = 18h$: implementação no *Mathematica* (à esquerda) e no *Slope/W* (à direita).

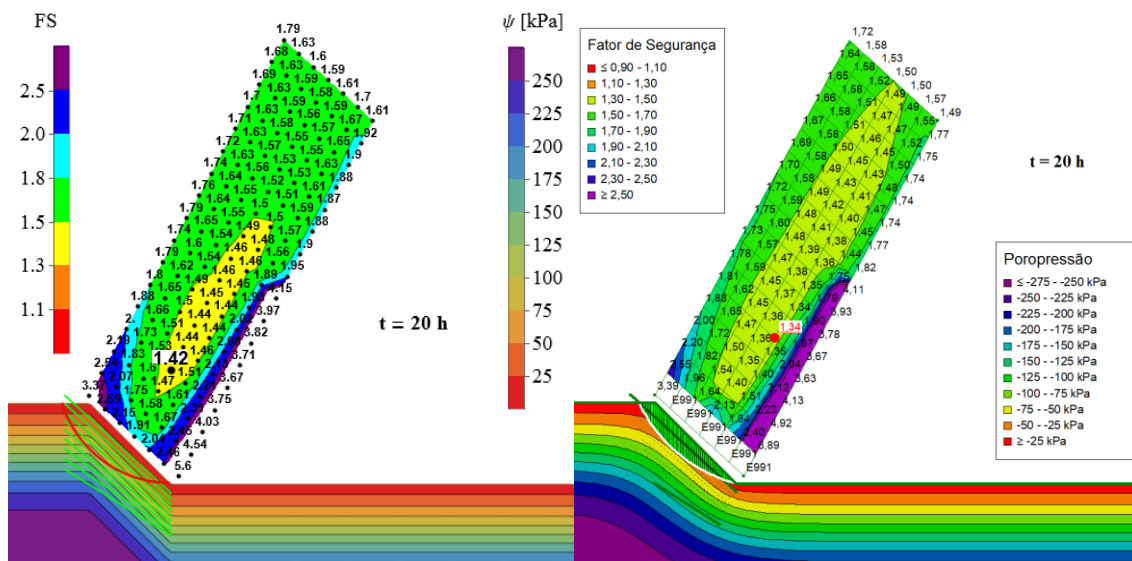


Figura 4.79 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop para o tempo $t = 20$ h: implementação no Mathematica (à esquerda) e no Slope/W (à direita).

A posição da superfície crítica se aprofunda enquanto a resistência aumenta, mas volta para a posição da superfície crítica inicial após a redução da resistência devido a valores de poropressões próximos da saturação na região mais próxima à face do talude (com exceção do caso de Bishop no Slope/W que resultou na superfície crítica invariável no tempo analisado).

A Figura 4.80 apresenta a variação do fator de segurança crítico com o tempo. O método de Bishop resulta em um fator de segurança maior, como nos outros casos. Também se observa a maior variação do fator de segurança calculado no Slope/W com o tempo devido ao maior avanço da umidade calculado no Seep/W devido ao componente horizontal do fluxo próximo à face do talude.

De modo análogo ao analisado no Caso 1, podemos observar a variação da sucção ao longo do tempo para o fluxo unidimensional na vertical em um ponto afastado do talude. A Figura 4.81 mostra a parcela não saturada da resistência cisalhante variando no tempo ao longo da profundidade. Conforme a sucção aumenta da zona residual até a zona capilar, há um nível de sucção que maximiza o produto da sucção pelo grau de saturação (função da sucção), se tornando inclusive maior que a parcela de resistência não saturada inicial. Mas na zona mais superficial o valor de sucção tende ao valor da condição de contorno superior (ψ_0), e a resistência não saturada se reduz com o tempo.

Observa-se que para o caso unidimensional o resultado gerado pela solução analítica no

Mathematica e a solução numérica no *Seep/W* são muito próximas e tendem a gerar resultados equivalentes relacionado à resistência cisalhante do solo no decorrer do evento de infiltração. A Figura 4.82 compara o avanço da sucção ao longo da superfície crítica (resultante do método de Fellenius) e observa-se, assim como no Caso 1, o maior avanço da infiltração (e conseqüente variação de sucção) no *Seep/W* devido à componente horizontal de fluxo (que, por sua vez, decorre da variação de inclinação do nível do terreno que define o talude).

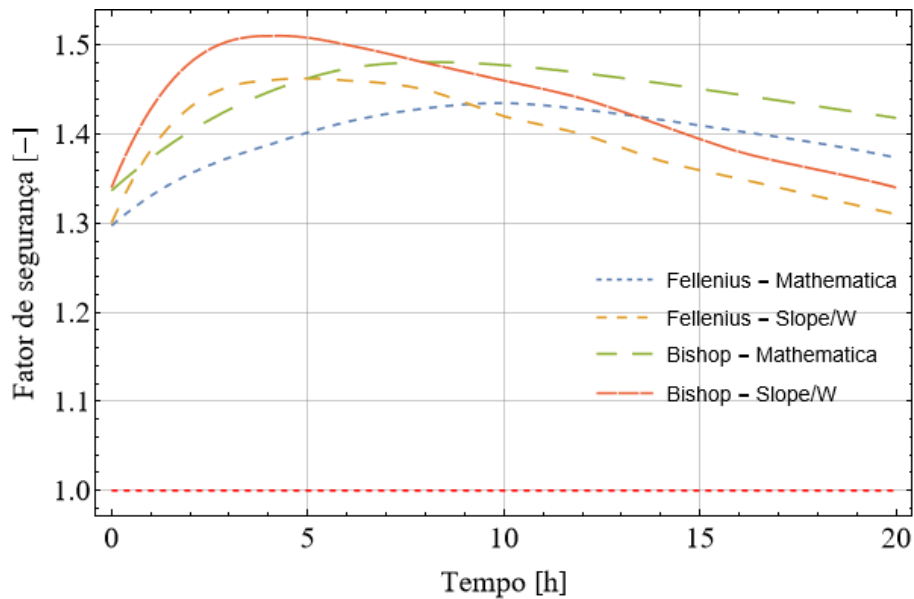


Figura 4.80 - Fator de segurança crítica transiente para o Caso 3.

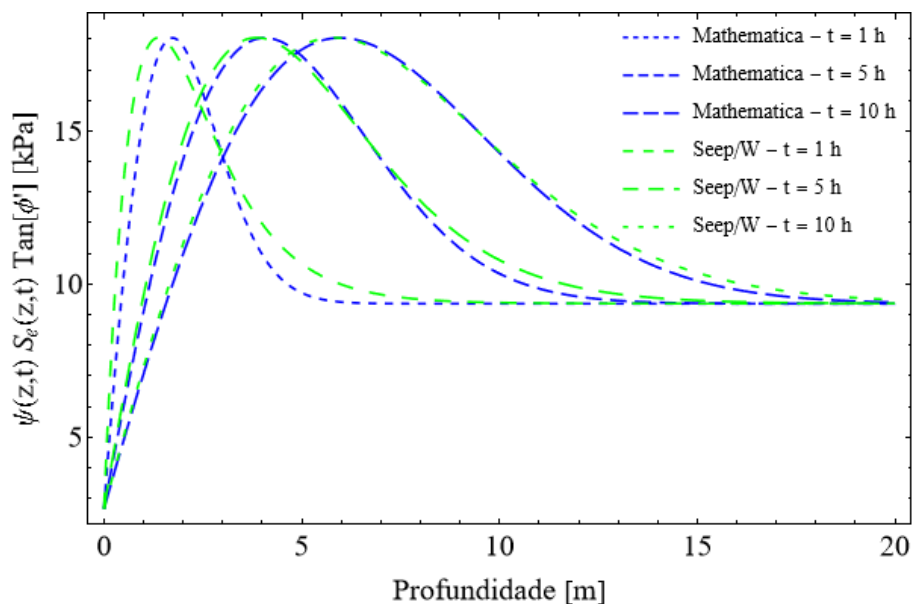


Figura 4.81 – Parcela não saturada da resistência variando no tempo e na profundidade considerando uma infiltração unidimensional (Caso 3).

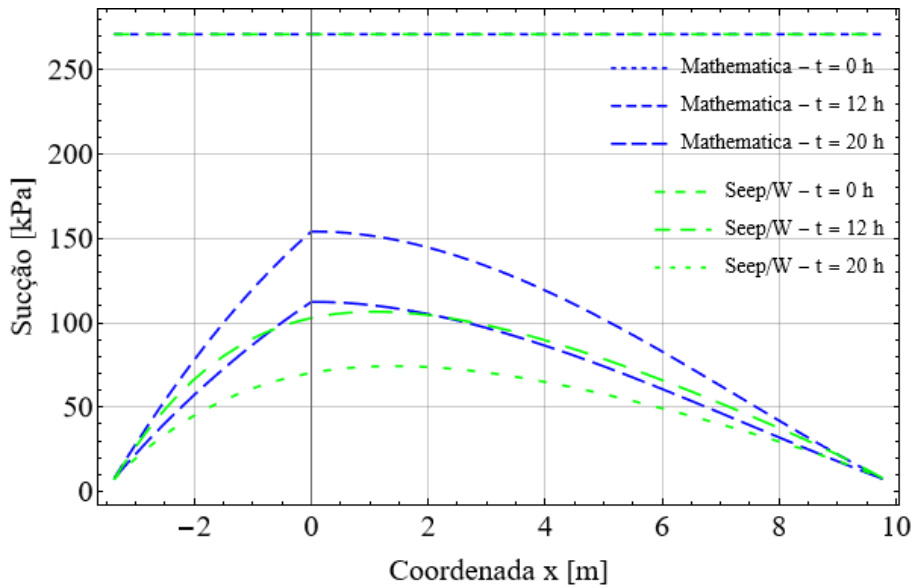


Figura 4.82 – Sucção ao longo da superfície de ruptura variando no tempo (Caso 3): comparação entre solução analítica (*Mathematica*) e numérica (*Seep/W*).

As distribuições da resistência cisalhante ao longo da superfície de ruptura crítica em diferentes instantes de tempo estão apresentadas da Figura 4.83 até a Figura 4.86 a seguir. Neste Caso 3 observa-se como a resistência cisalhante aumenta nas horas iniciais após o início da infiltração, mas começa a decrescer ainda dentro do intervalo de tempo analisado de 20 h. Também se observa como a posição da superfície crítica varia ao longo do tempo devido à variação do domínio em x da superfície.

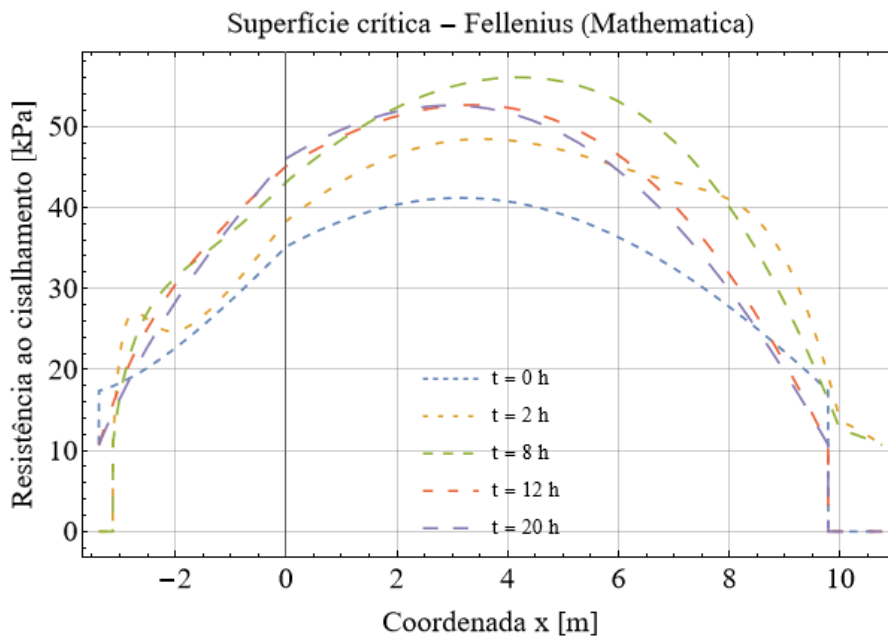


Figura 4.83 – Resistência ao cisalhamento não saturada ao longo da superfície crítica de ruptura pelo método de Fellenius no *Mathematica* (Caso 3).

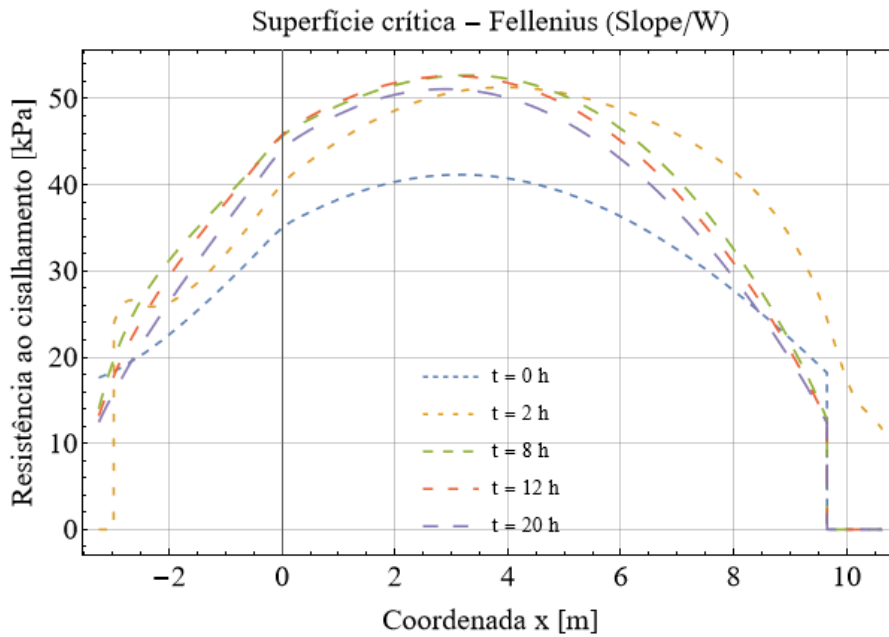


Figura 4.84 - Resistência ao cisalhamento não saturada ao longo da superfície crítica de ruptura pelo método de Fellenius no *Slope/W* (Caso 3).

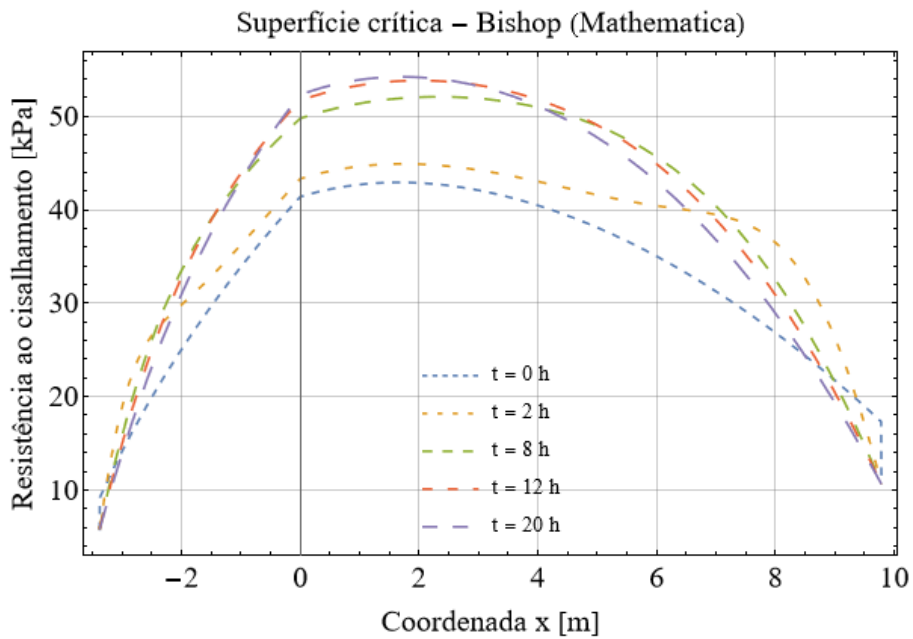


Figura 4.85 - Resistência ao cisalhamento não saturada ao longo da superfície crítica de ruptura pelo método de Bishop no *Mathematica* (Caso 3).

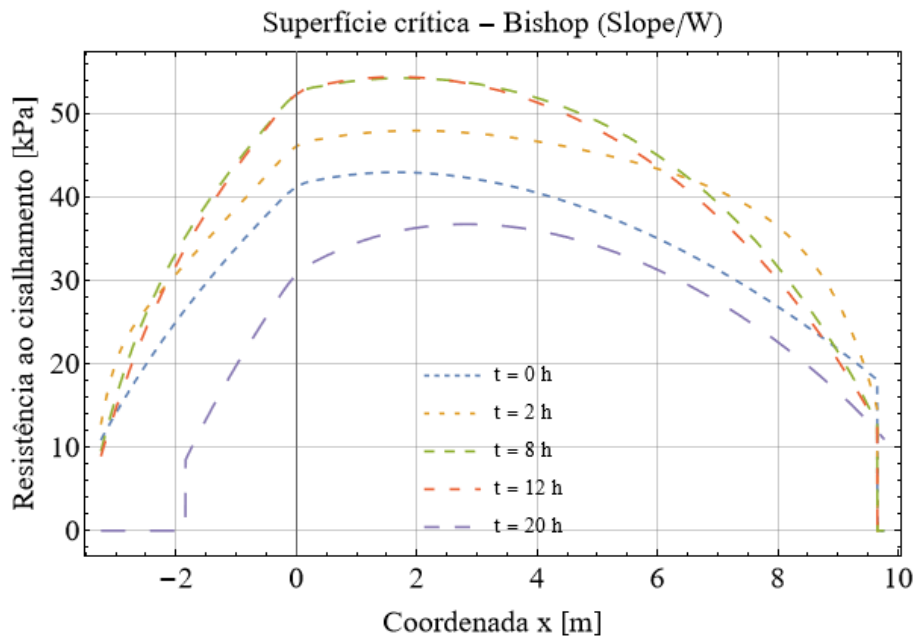


Figura 4.86 - Resistência ao cisalhamento não saturada ao longo da superfície crítica de ruptura pelo método de Bishop no *Slope/W* (Caso 3).

O método de Bishop garante o equilíbrio de forças em cada fatia e resulta em maior resistência quando comparado ao método de Fellenius, mas observa-se que a variação da resistência (assim como do fator de segurança) no método de Bishop é mais acentuada ao longo do tempo; esta maior variação é a referência mais rigorosa para se analisar a estabilidade de um talude real já que advém do método mais rigoroso utilizado neste trabalho.

4.3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

As principais limitações do modelo desenvolvido nesta monografia—acoplando o modelo analítico unidimensional de fluxo transiente e não saturado de água no solo e o modelo de resistência cisalhante não saturada—para o cálculo de fator de segurança transiente no software *Mathematica* são: exigência dos parâmetros de fluxo do solo homogêneos ao longo do talude (o que na prática implica em restrição da aplicação do modelo transiente a solos homogêneos); taludes sem singularidades geométricas ou de poropressão devido ao uso da formulação de equilíbrio limite (já assumindo talude em solo homogêneo); custo computacional elevado no atual estado da implementação do código. A limitação do uso equilíbrio limite também se aplica ao uso do *Slope/W* neste caso.

Ainda assim, o modelo desenvolvido no *Mathematica* é capaz de gerar uma análise

consistente para se avaliar a estabilidade global transiente de taludes, com resultados gráficos de fator de segurança e outras variáveis como sucção e resistência cisalhante comparáveis ao do pacote computacional comercial do *GeoStudio* (*Seep/W* e *Slope/W* inclusos). A ferramenta desenvolvida também está pronta para ser aperfeiçoada para modelagens de fluxo e de estabilidade mais complexas.

5. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

5.1. CONCLUSÕES

A modelagem desenvolvida nesta monografia e implementada na linguagem *Wolfram* (utilizando o software *Mathematica*) foi capaz de simular a estabilidade global transiente de taludes em solos homogêneos pelos métodos de equilíbrio limite de Fellenius e Bishop considerando uma solução analítica da infiltração de água transiente em solos não saturados. O modelo implementado no *Mathematica* gerou resultados consistentes quando comparados aos resultados gerados pelo software comercial *Slope/W*.

Foi utilizada no modelo uma formulação matemática para o cálculo do fator de segurança diferente do *Slope/W*, mas fisicamente a formulação é equivalente e gera resultados equivalentes em ambos os programas (para a mesma distribuição de poropressão, como observado para os tempos iniciais nos Casos 1, 2 e 3).

As principais divergências entre os resultados de fluxo dos softwares (*Mathematica* e *Seep/W*) resultam da solução analítica simplificada adotada no *Mathematica*: condições de contorno iniciais de fluxo constantes, descontinuidade na definição da umidade/sucção no nível freático e consideração da infiltração de água no solo estritamente vertical. A causa dessas divergências formam a base para continuar desenvolvendo essa modelagem proposta de forma a tornar fisicamente mais acurado os resultados para a distribuição de sucção/poropressões ao longo do tempo. A solução de resistência e de equilíbrio limite já são equivalentes entre os softwares (*Mathematica* e *Slope/W*) e o avanço neste sentido seria modelar métodos mais complexos como o de Morgenstern & Price.

5.2. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Diversos aspectos se destacam como sugestões para trabalhos futuros baseados no estudo desenvolvido nesta monografia, entre eles:

- Desenvolver solução analítica de infiltração de água não saturada e transiente em solos heterogêneos (modelo multicamada);
- Desenvolver solução analítica de infiltração de água não saturada e transiente para diferentes condições de contorno de modo a associar valores de precipitação e evapotranspiração no ciclo hidrológico para determinar a estabilidade do talude ao longo do tempo (e não somente devido a um evento isolado de precipitação);

incluir também a componente horizontal de fluxo (fluxo bidimensional);

- Estender a modelagem para uma abordagem probabilística da estabilidade do talude (probabilidade de falha);
- Acoplar o modelo analítico de infiltração transiente utilizado neste estudo para outros métodos mais rigorosos de equilíbrio limite, como o de (Morgenstern & Price, 1965), e para diversas formas de superfície de ruptura (além da circular);
- Desenvolver um programa computacional com o modelo de estabilidade de taludes transiente com a solução analítica para a infiltração utilizada neste estudo para outros pesquisadores e interessados que não estejam familiarizados com a linguagem *Wolfram*.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Associação Brasileira de Normas Técnicas (2009). NBR 11682: Estabilidade de encostas. Rio de Janeiro.
- Bishop, A. W. (1955). The use of the slip circle in the stability analysis of slopes. *Geotechnique*, 5(1). <https://doi.org/10.1680/geot.1955.5.1.7>
- Bishop, A. W. (1959). The principle of effective stress. *Teknik Ukeblad*, 39, 859–863.
- Cavalcante, A. L. B., & Camapum de Carvalho, J. (2017). Probabilidade de ruptura transiente de taludes não saturados em bordas de reservatórios. In Cir (Ed.), *Erosão em borda de reservatório* (pp. 469–487).
- Cavalcante, A. L. B., & Zornberg, J. G. (2017). Efficient Approach to Solving Transient Unsaturated Flow Problems. I: Analytical Solutions. *International Journal of Geomechanics*, 17(7), 04017013. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)gm.1943-5622.0000875](https://doi.org/10.1061/(asce)gm.1943-5622.0000875)
- Costa, K. R. C. B. da, & Cavalcante, A. L. B. (2018). Estudo dos Deslizamentos Superficiais Deflagrados por Chuvas Implementando a Análise Não Saturada e Transiente. *XIX Congresso Brasileiro de Mecânica Dos Solos e Engenharia Geotécnica Geotecnia e Desenvolvimento Urbano*, 4(1).
- Dantas, A. P. do N., & Cavalcante, A. L. B. (2021). Evaluation of antecedent rainfall effects in the analysis of the probability of transient failure in unsaturated slopes. *MATEC Web of Conferences*, 337, 03016. <https://doi.org/10.1051/mateconf/202133703016>
- Fellenius, W. (1936). Calculation of the stability of earth dams. *Proceedings of the Second Congress of Large Dams*, 445–463.
- Fredlund, D. G. (2006). Unsaturated soil mechanics in engineering practice. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 132(3), 286–321. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)1090-0241\(2006\)132:3\(286\)](https://doi.org/10.1061/(asce)1090-0241(2006)132:3(286))
- Fredlund, D. G., & Krahn, J. (1977). Comparison of Slope Stability Methods of Analysis. *Canadian Geotechnical Journal*, 14(3). <https://doi.org/10.1139/t77-045>

- Fredlund, D. G., Rahardjo, H., & Fredlund, M. D. (2012). *Unsaturated soil mechanics in engineering practice*. Wiley. <https://doi.org/10.1002/9781118280492>
- GEO-SLOPE, I. L. (2021). *Stability modeling with GeoStudio*.
- Gulhati, S. K., & Satija, B. S. (1981). Shear strength of partially saturated soils. *10th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, 1*, 609–612.
- Huang, M., & Jia, C. Q. (2009). Strength reduction FEM in stability analysis of soil slopes subjected to transient unsaturated seepage. *Computers and Geotechnics, 36*(1–2), 93–101. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2008.03.006>
- Janbu, N. (1954). Application of composite slip surface for stability analysis. *Proceedings of European Conference on Stability of Earth Slopes, 3*.
- Jommi, C. (2000). Remarks on the constitutive modeling of unsaturated soils. In A. Tarantino & C. Mancuso (Eds.), *Experimental evidence and theoretical approaches in unsaturated soils* (pp. 139–153). Balkema.
- Krahn, J. (2003). The 2001 R.M. Hardy Lecture: The limits of limit equilibrium analyses. *Canadian Geotechnical Journal, 40*(3). <https://doi.org/10.1139/t03-024>
- Lu, N., Godt, J. W., & Wu, D. T. (2010). A closed-form equation for effective stress in unsaturated soil. *Water Resources Research, 46*(5), W05515. <https://doi.org/10.1029/2009wr008646>
- Morgenstern, N. R. (1979). Properties of compacted soils. *6th Pan American Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, 349–354*.
- Morgenstern, N. R., & Price, V. E. (1965). The analysis of the stability of general slip surfaces. *Geotechnique, 15*(1). <https://doi.org/10.1680/geot.1965.15.1.79>
- Öberg, A. L., & Sällfors, G. (1997). Determination of shear strength parameters of unsaturated silts and sands based on the water retention curve. *Geotechnical Testing Journal, 20*(1), 40–48. <https://doi.org/10.1520/gtj11419j>
- Peranić, J., Jagodnik, V., & Arbanas, Ž. (2019). Rainfall infiltration and stability analysis of an unsaturated slope in residual soil from flysch rock mass. *XVII European*

Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering.
<https://doi.org/10.32075/17ECSMGE-2019-0906>

Pham, K., Kim, D., Choi, H. J., Lee, I. M., & Choi, H. (2018). A numerical framework for infinite slope stability analysis under transient unsaturated seepage conditions. *Engineering Geology*, 243. <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2018.05.021>

Pham, K., Lee, H., Kim, D., Lee, I. M., & Choi, H. (2018). Influence of hydraulic characteristics on stability of unsaturated slope under transient seepage conditions. *Landslides*, 15(9). <https://doi.org/10.1007/s10346-018-0989-x>

Plaster, E. J. (2009). *Soil science and management* (6th ed.). Delmar.

Santos, D. B., Lemos, M. A. da C., & Cavalcante, A. L. B. (2021). Transient unsaturated shaft resistance of a single pile during water flow. *MATEC Web of Conferences*, 337. <https://doi.org/10.1051/mateconf/202133703007>

Spencer, E. (1967). A method of analysis of the stability of embankments assuming parallel inter-slice forces. *Geotechnique*, 17(1). <https://doi.org/10.1680/geot.1967.17.1.11>

Tang, G., Huang, J., Sheng, D., & Sloan, S. W. (2018). Stability analysis of unsaturated soil slopes under random rainfall patterns. *Engineering Geology*, 245. <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2018.09.013>

Vanapalli, S. K., Fredlund, D. G., Pufahl, D. E., & Clifton, A. W. (1996). Model for the prediction of shear strength with respect to soil suction. *Canadian Geotechnical Journal*, 33(3), 379–392. <https://doi.org/10.1139/t96-060>

Zhai, Q., & Rahardjo, H. (2012). Determination of soil-water characteristic curve variables. *Computers and Geotechnics*, 42, 37–43. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2011.11.010>

Zhai, Q., Rahardjo, H., Satyanaga, A., & Dai, G. (2019). Estimation of unsaturated shear strength from soil–water characteristic curve. *Acta Geotechnica*, 14(6), 1977–1990. <https://doi.org/10.1007/s11440-019-00785-y>

Zhan, T. L. T., Jia, G. W., Chen, Y. M., Fredlund, D. G., & Li, H. (2013). An analytical solution for rainfall infiltration into an unsaturated infinite slope and its application

to slope stability analysis. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 37(12). <https://doi.org/10.1002/nag.2106>