PROJETO DE GRADUAÇÃO

APLICAÇÃO DA PROGRAMAÇÃO QUADRÁTICA PARA DISTRIBUIÇÃO ENERGÉTICA EM UM MODELO *PEER TO PEER*

Por
Davi Bizzo Brandt

Brasília, novembro de 2021

UNIVERSIDADE DE BRASILIA

FACULDADE DE TECNOLOGIA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
Faculdade de Tecnologia
Departamento de Engenharia de Produção

PROJETO DE GRADUAÇÃO

APLICAÇÃO DA PROGRAMAÇÃO QUADRÁTICA PARA DISTRIBUIÇÃO ENERGÉTICA EM UM MODELO *PEER TO PEER*

Por
Davi Bizzo Brandt

Relatório submetido como requisito parcial para obtenção do grau de Engenheiro de Produção

Banca Examinadora

Prof. Ph.D Reinaldo Crispiniano Garcia, UnB/EPR
(Orientador) _____

Prof. Ph.D. João Mello da Silva, UnB/EPR _____

Brasília, 4 de novembro de 2021

Agradecimentos

Eu agradeço primeiramente a Deus, por ter me dado o dom da Vida e tanta saúde e bençãos ao longo desses anos. Com certeza Ele me proporcionou a vitória em diversos momentos que precisei. Também agradeço:

À minha família, Fernando, Patrícia, Daniel, Ana Clara e João, que sempre me deram o amor e apoio necessário para continuar firme, desde a comemoração na praia por ter sido aprovado, até quando bateu a infelicidade no primeiro curso e a indecisão de recomeçar na Engenharia de Produção, que foi uma decisão muito acertada. Não tem como não se alegrar ao estar do lado de cada um deles, até porque a família é a célula mater da sociedade, como já dizia o cantor nordestino Falcão (2001). Também todo o apoio e carinho recebidos das minhas avós Luzia e Zélia, tios e tias Marta e Frinho, Vera e Ivan e Carlos e Juliana, e meus primos Mateus, Isabelle, Gabriel, Ricardo, Natália e Rafaella.

À Beatriz, minha namorada, que sempre esteve ao meu lado, me dando motivação para fazer tudo bem feito e seguir me desenvolvendo. Sua dedicação sempre me inspirou a ser melhor. Também à sua família, Jorlândio, Ceiça, Dona Adélia e Davi, por me acolherem sempre com tanto amor.

Aos amigos da Engenharia de Produção, em especial aos que me acolheram no seu grupo em todos os PSP, Alexandre, Igor, Jordana e Isabella, foi uma alegria muito grande ser tão bem acolhido por vocês! Vocês deixaram os semestres mais leves e sei que Deus agiu para que eu entrasse bem nesse semestre. Também ao companheiro de trabalho Ricardo, que esteve ao meu lado buscando encontrar respostas às nossas tantas dúvidas, sempre com muita inteligência, calma e bom humor.

Aos amigos que fiz no Grupo Gestão, em especial a Gabriela, Gabriel, Bento, Luísa e Laert, e na Ímpar, Jerônimo, Enzo, Arthur, impressionante o tanto de coisas que aprendi com cada um de vocês! Obrigado por todo companheirismo e aprendizado.

Aos amigos que seguiram ao meu lado desde o Ensino Médio, Rafael, Pimenta, Bonfim, Paulino, Luiz e Carneiro, por toda a amizade e risadas que já demos juntos, seja na UnB ou fora dela!

À toda Universidade de Brasília e seus professores, que me proporcionaram tanto conhecimento – e não apenas relacionado ao curso – e também momentos incríveis, disciplinas divertidas, eventos e experiências únicas. Por tanto tempo passei mais tempo lá do que em casa, e é bom olhar para trás e se sentir grato por tudo o que foi vivido.

Por fim, um agradecimento especial ao meu orientador Reinaldo Crispiniano Garcia, por toda a paciência, conhecimento e brilhantismo passados ao longo do desenvolvimento deste trabalho.

Davi Bizzo Brandt

Ó mestre, fazei que eu procure mais
Consolar que ser consolado
Compreender que ser compreendido
Amar que ser amado
- São Francisco de Assis

RESUMO

Os modelos de negócio do mercado de energia estão em pleno desenvolvimento devido às oportunidades geradas pelo aumento do uso de energia renovável em pequena escala e da conexão de recursos de energia distribuída. Neste trabalho, é implementado um modelo de mercado de energia peer to peer (P2P), em que a quantidade de energia comercializada entre cada agente será otimizada por meio de programação quadrática, utilizada para medir o custo e o bem-estar social ótimos, bem como as melhores relações entre cada agente. O modelo IEEE 14-bus é aplicado a um contexto P2P Completo, com consumidores e produtores de energia dentro de um sistema, junto da rede principal de energia, que trabalha como um prossumidor. As informações foram adaptadas de um sistema australiano e utilizadas no modelo. O modelo teve um resultado de bem-estar social positivo, o que mostra a sua aplicabilidade. Por fim, alterações nos limites dos parâmetros de produção e de consumo foram implementadas para que houvesse uma comparação no funcionamento do sistema com as devidas mudanças. Os resultados são promissores mostrando a viabilidade de se desenvolver modelos que maximizem o bem-estar social dos consumidores mesmo num setor de energia desregulado.

Palavras-chave: Mercado Livre de Energia Elétrica; Eletricidade centrada no cliente; Contratos Bilaterais; Otimização descentralizada e distribuída; Comércio de energia Peer to peer, Prossumidores.

ABSTRACT

The energy market business models are in full development, showing opportunities to the increased use of small-scale renewable energy and the connection of distributed energy resources (DER). In this work, a peer to peer (P2P) energy market model is implemented where the amount of energy traded between each agent will be optimized through quadratic programming, used to measure the optimal cost and social welfare, as well as the best relationships between each agent. The IEEE 14-bus model is applied in a Full P2P context, with energy consumers and producers within a system, along with the main energy network, operating as a prosumer. The used data set in the model is from an Australian system. The model obtains a positive social welfare result showing the viability of such models. Moreover, changes were made in the parameters of production and consumption limits showing the feasibility of the applied model. The results are very promising, since it demonstrates the feasibility of developing models that maximize the consumers and producers social-welfare even in the current deregulated energy market.

Keywords: Free Market of Eletric Energy; Consumer-centric Electricity Market; Bilateral Contracts; Decentralized and distributed optimization; Peer-to-peer Energy Trading; Prosumers

.

Sumário

1 Introdução 12
1.1 Contextualização 12
1.2 Problema 14
1.3 Objetivos do Trabalho 14
1.3.1 Objetivo Geral 14
1.3.2 Objetivos específicos 14
1.4 Estrutura do Trabalho 14
2 Metodologia 16
2.1 Classificação da pesquisa 16
2.2 Etapas do trabalho 17
3 Referencial Teórico 18
3.1 Funcionamento do sistema do setor de energia no Brasil 18
3.1.1 Agentes do mercado 20
3.1.2 Agentes Institucionais 21
3.2 O Mercado Livre de Energia 22
3.2.1 O Mercado *Spot* 24
3.2.2 Contratos bilaterais 26
3.3 Pesquisa Operacional 27
3.4 Programação Quadrática 28
4 Modelos de mercado de energia P2P 31
4.1 Considerações iniciais 31
4.2 Modelos de mercado P2P 31
4.2.1 P2P Completo 32
4.2.2 Modelo baseado em comunidade 34
4.2.3 Modelo P2P Híbrido 35
4.3 Comparação entre modelos 37
5 Implementação do modelo 38
5.1 Modelagem do problema 39
5.2 Resultados e discussão 43
6 Considerações Finais 46
Referências Bibliográficas 47
Apêndices 51
Apêndice 1 – Código utilizado para a programação 51
Apêndice 2 – Tabelas resumidas 52

Lista de Figuras

Figura 1 - Etapas a serem seguidos para uma boa pesquisa científica 17
Figura 2 – Principais organizações do setor elétrico brasileiro (1930) 19
Figura 3 - Principais organizações do setor elétrico brasileiro.....19
Figura 4 - Atores genéricos do sistema energético.....20
Figura 5 - Estrutura dos reguladores de mercado do setor elétrico brasileiro 21
Figura 6 – Número de agentes por classe.....24
Figura 7 - Volatilidade do preço da energia no mercado spot alemão na modalidade intraday.....25
Figura 8 – Oscilação do preço no mercado spot brasileiro e sua projeção para o ano seguinte.....25
Figura 9 - Estrutura do modelo de mercado de P2P Completo 32
Figura 10 - Exemplo ilustrado de um modelo de mercado P2P completo 34
Figura 11 - Estrutura do modelo de mercado baseado em comunidade.....34
Figura 12 - Estrutura do modelo de mercado P2P Híbrido 36
Figura 13 – Sistema de rede de 14 barramentos do IEEE 38
Figura 14 - Exemplo de parte da matriz H modelada no Google Planilhas 42

Lista de Tabelas

Tabela 1 - Classificação dos atores genéricos do Sistema Energético 20
Tabela 2 - Principais agentes institucionais do sistema elétrico.....21
Tabela 3 - Agentes Reguladores do Setor de Eletricidade no Brasil.....22
Tabela 4 – Modelos de organização do setor elétrico 23
Tabela 5 - Definição de Pesquisa Operacional.....27
Tabela 6 – Tipos de programação 29
Tabela 7 - Descrição de matrizes e vetores 30
Tabela 8 - Potenciais forças, oportunidades, fraquezas e ameaças dos modelos P2P.....31
Tabela 9 – Resumo dos três modelos de mercado P2P 37
Tabela 10 - Classificação de cada agente.....39
Tabela 11 – Representação simplificada da relação entre cada agente e seus limites (Matriz A e vetor b) 39
Tabela 12 - Relação entre os agentes e cada variável 40
Tabela 13 - Representação simplificada da Matriz Aeq e do vetor beq.....40
Tabela 14 - Valores de an e bn.....41
Tabela 15 - Representação simplificada da Matriz H 41
Tabela 16 - Tamanho das matrizes de cada elemento.....42
Tabela 17 - Representação simplificada do vetor *f* 43
Tabela 18 – Limites inferiores e superiores de produção e consumo.....43
Tabela 19 - Novos valores superiores de produção e consumo.....44
Tabela 20 - Comparação entre os resultados (agentes) 45
Tabela 21 - Comparação entre os resultados (Bem estar social).....45
Tabela 22- Representação simplificada da relação entre cada agente e seus limites (Matriz A, vetor b e b alterado).....52
Tabela 23 – Resultado para variáveis no modelo alterado.....53
Tabela 24 – Resultado para variáveis no modelo inalterado.....54

Lista de Equações

Equação 1 - Equação quadrática de custos....29
Equação 2 - Equação da função quadprog....29
Equação 3 - Restrições de desigualdade....29
Equação 4 - Restrições de igualdade....29
Equação 5 - Limites inferiores e superiores das variáveis....29
Equação 6 - Função objetivo genérica de modelos P2P Completo....33
Equação 7 - Restrições dos limites superiores de produção e consumo por agente....33
Equação 8 - Relação de paridade entre cada agente....33
Equação 9 - Cargas dos produtores positivas....33
Equação 10 - Cargas dos consumidores negativas....33
Equação 11 - Função objetivo genérica de modelos P2P de Comunidades....34
Equação 12 - Restrições genéricas de modelos P2P de Comunidades....35
Equação 13 - Soma dos valores negociados de cada agente da comunidade....35
Equação 14 - Importação de energia....35
Equação 15 - Exportação de energia....35
Equação 16 - Restrições dos limites superiores de produção e consumo por agente....35
Equação 17 - Função objetivo genérica de modelos P2P Híbrido....36
Equação 18 - Resultante da exportação e importação dos agentes em P2P Completo....36
Equação 19 - Conjunto dos produtores pertencentes a P2P Completo....36
Equação 20 - Conjunto dos produtores pertencentes a P2P de Comunidades....36
Equação 21 - Equação do bem estar social....43

LISTA DE SÍMBOLOS

Variáveis

P_{nm}	Produção ou consumo do agente n relacionado ao agente m, em *MWh*.
p_n	Produção ou consumo do agente n, em *MWh*, no modelo de comunidade
q_n	Produção ou consumo negociado dentro de uma comunidade, em MWh.
α_n	Importação de um agente da comunidade, em $/MWh^2.
β_n	Exportação de um agente da comunidade, em $/MWh.

Constantes

Ω	Conjunto dos agentes do sistema.
ω_n	Conjunto que contém os parceiros de comércio de um certo agente n.
Ω_p	Conjunto de produtores do sistema.
Ω_c	Conjunto de consumidores do sistema.
Ω^u	Conjunto de agentes nos níveis inferirores.
Ω^b	Conjunto de agentes nos níveis superiores.
γ_{imp}	Coeficiente de ponderação de custo de importação de uma comunidade.
γ_{exp}	Coeficiente de ponderação de custo de exportação de uma comunidade.
γ_{com}	Coeficiente de ponderação de custo de transação por comunidade.
a_n	Parâmetro da função custo que multiplica parte quadrática.
b_n	Parâmetro da função custo que multiplica parte linear.
c_n	Parâmetro constante da função custo.

Funções

$f(x)$	Função a ser minimizada, no caso função objetivo.
$c_1(x)$	Restrições de igualdade e desigualdade.
C_n	Função do custo de produção.

Números

n	Número de agentes/comunidades em um sistema.
m	Número de agentes relacionados em uma transação.

1 Introdução

O primeiro capítulo introduz o presente trabalho, contextualizando e mostrando a importância do tema. Também estão descritos: o problema que motivou o trabalho e os objetivos, estes divididos entre objetivo geral e objetivos específicos. Por fim, é apresentada a estrutura do trabalho.

1.1 Contextualização

O mercado de energia elétrica é um dos mercados mais importantes do mundo hoje. A energia elétrica é tão necessária quanto já é realidade comum de aproximadamente 87% da população mundial (RITCHIE, ROSER, 2019). Este pensamento é compartilhado também por Tolmasquim (2012) ao dizer que energia é um dos pilares de sustentabilidade econômica de um país.

Apesar dos sistemas de potência estarem evoluindo para uma gestão mais decentralizada, o mercado de eletricidade ainda é muito baseado em uma organização hierárquica do topo para a base, tanto em alocação de recursos quanto em precificação, (HU et al, 2018). Isso faz com que os prossumidores, aqueles agentes que podem tanto consumir quando produzir recursos, se comportem como receptores passivos.

A modernização do arcabouço regulatório conta com pressões públicas e privadas que visam o progresso do atual sistema. O desenvolvimento de novas tecnologias desafia o *status quo* e possibilita a adoção de novos arranjos. No mercado global a quebra da estrutura centralizada no Estado é um fenômeno comum, sendo um movimento incipiente no mercado brasileiro. A década de 90 representou um período importante para as reformulações do setor elétrico brasileiro, fortalecendo o caminho para a implementação do mercado livre de energia. (RIZKALLA, 2018).

Além de demandas públicas e privadas pressionando o âmbito regulatório, o avanço tecnológico, fator de extrema importância, impulsiona uma tendência descentralizadora no arranjo socioeconômico. Este fato pode ser notado com a ascensão da *blockchain* em diversas esferas, sendo uma delas a energética.

Elaborar uma reorganização do mercado de eletricidade em função da gestão descentralizada e colaborativa possibilitaria uma maior influência e participação dos prossumidores. Com esse empoderamento, seria possível que as preferências desses agentes

fossem implementadas, o que fortaleceria, por exemplo, energia local, fontes renováveis e baixas emissões de CO2. Consequentemente, essa organização alternativa do mercado, que é, em geral, nomeada como mercados de eletricidade com o cliente no centro, deixaria de ser algo que, há 20 anos era apenas teórica e motivo de discussões acadêmicas, como disse Wu et al (1995), sobre vantagens e desvantagens dos modelos centralizados ou descentralizados.

Esses mercados com cliente no centro se baseiam em estrutura de redes ponto a ponto (P2P) e comunidades. As redes ponto a ponto são definidas por estruturas decentralizadas em que todos os pontos possuem igual acesso a algum recurso comum, cooperando entre si, seja produzindo, trocando, vendendo ou distribuindo um bem ou serviço, segundo Selloni (2017). Dessa forma, é o contrário do princípio econômico mais tradicional, em que os agentes priorizam apenas os seus objetivos individuais, sem se importar com o sistema, conforme Pais e Provasi (2015). Esse modelo P2P é motivado pelo crescimento da energia renovável (MACHADO et al. 2020) e pela ascensão da conexão de recursos de energia distribuída (DERs) (ZHANG et al. 2018), o que permite que os consumidores de energia se tornem prossumidores, podendo tanto consumir quanto gerar energia.

O comércio de eletricidade P2P, onde os fornecedores podem competir com o operador de rede de distribuição, depende de contratos de transações diretas multilaterais entre os participantes. Diferentemente do tradicional mercado de eletricidade centralizado, as plataformas P2P não precisam armazenar energia renovável e prever a demanda de carga de todos os participantes, o que reduz riscos de segurança. (ZHOU, WU, LONG , 2018). Além disso, a plataforma P2P pode especificar regras de transação, supervisionar atividades de compartilhamento de recursos de energia e fornecer mecanismos de medição e cobrança associados. No entanto é um desafio estabelecer mecanismos de comércio justo para um mercado de eletricidade P2P. (ZHANG et al. 2019).

O fenômeno de existência de prossumidores pode ser observado especialmente com a energia solar fotovoltaica, que transformou os consumidores regulares em contribuintes ativos para o fornecimento local de eletricidade. (LUTH et al. 2018). A atuação desses prossumidores de pequena escala é viável nos mercados de varejos, sendo medidos individualmente por grandes fornecedores. Entretanto, se devidamente coordenados para moldar a demanda geral, recursos de energia distribuídos poderiam oferecer um valor significativo para sistemas de energia, aliviando a necessidade de investimentos em geração *upstream* e infraestrutura de transmissão, aumentando a eficiência da rede e a segurança energética. (MORSTYN et al. 2019).

Essas estruturas já são fortemente utilizadas em diversas situações da economia colaborativa, como por exemplo a ferramenta de caronas BlaBlaCar. Além dos avanços tecnológicos, a economia colaborativa está influenciando como os prossumidores percebem energia elétrica, conforme a Euletric (2015), bem como seu desejo de maior flexibilidade em escolher com quem negociam energia, Bertsch (2016).

1.2 Problema

É possível encontrar uma solução ótima para a negociação de energia entre os agentes de um modelo P2P, obedecendo suas restrições de consumo e produção?

1.3 Objetivos do Trabalho

O presente projeto de graduação tem como objetivo principal aplicar um modelo decentralizado no setor elétrico, com base em uma análise quantitativa de um modelo ponto a ponto (P2P) de negociação de energia elétrica.

1.3.1 Objetivo Geral

O objetivo geral é identificar, com base em um modelo preexistente, as soluções ótimas de produção e consumo de cada agente, de forma a minimizar os custos deste modelo P2P completo. Para que isso seja possível, um modelo matemático será desenvolvido, utilizando a programação quadrática.

1.3.2 Objetivos específicos

Para o projeto em questão, foram estabelecidos os seguintes objetivos específicos:

- Determinar os valores ótimos de produção e consumo do modelo de distribuição analisado;
- Determinar o custo mínimo e o bem estar social máximo encontrado a partir dos valores de produção e consumo;
- Comparar os resultados, alterando os parâmetros do modelo.

1.4 Estrutura do Trabalho

O presente trabalho está estruturado em seis capítulos a serem descritos a seguir. Iniciando, como primeiro capítulo, tem-se a introdução, que visa contextualizar o tema, as

justificativas e objetivos (geral e específicos) do trabalho, bem como a sua estrutura. No segundo capítulo está presente a metodologia aplicada neste trabalho, com a descrição de tipos e classificações de pesquisas, bem como as etapas que foram seguidas para desenvolver a pesquisa. No terceiro capítulo apresenta-se o referencial teórico, com uma elucidação do tema, abordando de forma breve o sistema elétrico brasileiro, os mercados SPOT e contratos bilaterais, bem como princípios gerais da pesquisa operacional e programação quadrática. O quarto capítulo descreve o que foi feito no projeto, bem como os modelos de negociação P2P de energia. O quinto capítulo descreve a aplicação dos modelos matemáticos e algoritmos do problema, bem como a discussão e análise dos resultados encontrados. Por fim, o sexto capítulo traz a conclusão do projeto além de sugestão de futuros trabalhos.

2 Metodologia

O capítulo da metodologia faz uma breve explicação sobre classificações da pesquisa científica e apresenta as etapas do desenvolvimento e execução do trabalho.

2.1 Classificação da pesquisa

Importante iniciar com a definição de pesquisa científica: Gil (2011) define pesquisa científica como um processo racional e sistemático para a busca de respostas aos problemas que são propostos. A pesquisa se desenvolve por um processo constituído de várias fases, desde a formulação do problema até a apresentação e discussão dos resultados. As pesquisas científicas podem ser classificadas quanto aos seus objetivos ou quanto aos procedimentos técnicos nelas empregados.

Tratando dos objetivos, pode ser classificada como exploratória, descritiva ou explicativa: Exploratória proporciona esclarecimento em relação ao problema e traz um planejamento geralmente mais flexível. A segunda, descritiva, busca relacionar variáveis, em sua maioria quantitativas. Por fim, a explicativa possui o objetivo de identificar fatores que ajudam ou determinam a ocorrência de algo concreto.

Com relação aos procedimentos técnicos utilizados, existem sete tipos de pesquisa: bibliográfica, documental, experimental, levantamento, estudo de campo, estudo de caso e pesquisa-ação (GIL, 2011; THIOLLENT, 1988). Ademais, além das classificações de Gil, também é possível classificar de acordo com a forma de abordagem do problema - quantitativa e qualitativa - e quanto à natureza básica e aplicada, segundo SILVA (2005).

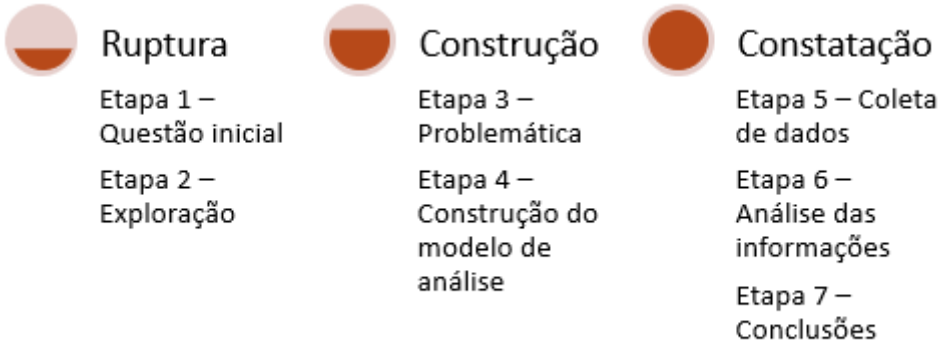
A pesquisa quantitativa requer a utilização de técnicas matemáticas e estatísticas e assume que tudo pode ser quantificável, enquanto a pesquisa qualitativa é descritiva e os dados são analisados intuitivamente. Quanto a natureza, a pesquisa básica tem como objetivo criar conhecimento sem necessariamente aplicação prática, enquanto a aplicada cria o conhecimento e há aplicação prática para a solução do problema proposto (SILVA, 2005).

Assim sendo, o projeto pode ser classificado como pesquisa de natureza aplicada, abordagem quantitativa, objetivo descritivo e procedimento técnico modelagem matemática, dado que se apoia em técnicas matemáticas para o mapeamento do funcionamento de um sistema produtivo (MIGUEL et al., 2010) e no software de programação MATLAB para desenvolvimento do modelo proposto.

2.2 Etapas do trabalho

As etapas apresentadas a seguir foram propostas por Gerhardt e Silveira (2009) e utilizadas na execução do presente trabalho. As etapas são em número de sete, vide Figura 1, elaboradas para a boa construção de uma pesquisa científica, sendo que as etapas II e III foram condensadas em um só.

Figura 1 - Etapas a serem seguidos para uma boa pesquisa científica



Fonte: Gerhardt e Silveira (2009 - Adaptado pelo autor

Especificamente sobre este trabalho, foram seguidos os seguintes passos:

i. Definição do problema alvo do estudo;
ii. Revisão Bibliográfica acerca do mercado de energia, seus veículos contratuais, soluções matemáticas de negociação e gestão de riscos;
iii. Construção do algoritmo de otimização de negociações de contratos de energia
iv. Simulação do algoritmo em MATLAB para obtenção de modelos ótimos para o problema definido no estudo e coleta dos dados resultantes;
v. Validação da consistência dos dados obtidos nas simulações anteriores;
vi. Apresentação dos próximos passos e proposições de trabalhos futuros.

3 Referencial Teórico

O referencial teórico apresenta o funcionamento do Setor Elétrico Brasileiro (SEB), bem como seus principais atores e agentes; o mercado livre de energia, mercado SPOT e os contratos bilaterais; e os conceitos matemáticos utilizados no modelo.

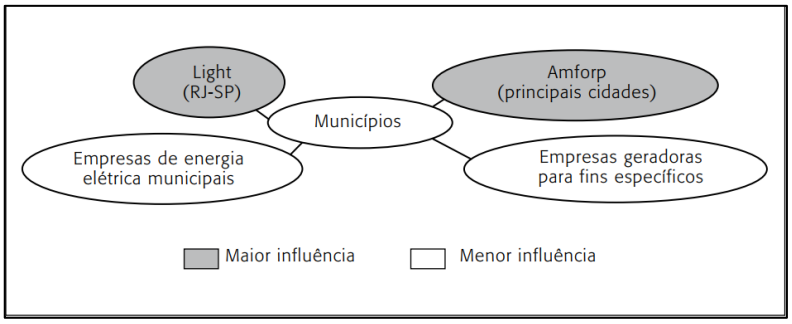
3.1 Funcionamento do sistema do setor de energia no Brasil

O mercado de energia elétrica, em todos os países, sempre teve a impressão de ser uma indústria com um monopólio "natural" (CHAO; HUNTINGTON, 1998). Para isso, esse cenário requer uma grande confiança em um monopólio estatal ou privado, sujeito a regulação governamental para ter uma produção eficiente. Entretanto, com o passar das últimas décadas, o sistema do mercado de energia foi forçado a se transformar quanto a sua operação em vários países. O principal argumento da desregulamentação desse sistema de mercado é a ineficiência da regulação (STOFT, 2002).

Para entender um pouco mais sobre o contexto brasileiro, vale entender mais sobre a história do sistema elétrico brasileiro, que surgiu em 1880, junto com a entrada de capital estrangeiro no país (GOMES E VIEIRA, 2009). A energia, de início, era limitada ao governo e às fábricas. Os mesmos autores sumarizam as fases do mercado de energia elétrica no Brasil nas seguintes fases: monopólio privado (1880 – 1930), maior presença do Estado (1931 – 45), estado indutor (1946 – 62), modelo estatal (1963 – 79), crise institucional (1980 – 1992) e modelo híbrido (1993 – 2002). Até 1890, eram poucas as empresas que atuavam no setor de energia elétrica, porém com o fim da monarquia em 1889 e a implantação da Constituição Federal de 1891, onde tornou o Brasil uma federação composta por estados autônomos, viabilizou-se a entrada de novos agentes no mercado pouco explorado no país, a partir da liberdade de negociação entre empresas e municípios como aconteceu em São Paulo em 1899 com a chegada do grupo Light.

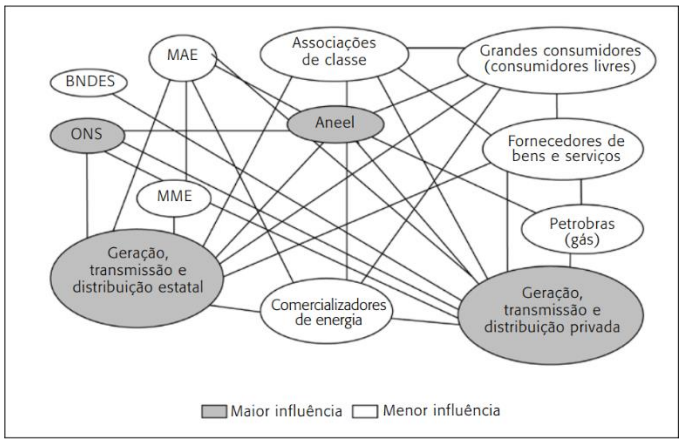
Como é de se esperar, houve um grande aumento da complexidade do setor elétrico brasileiro, comparando quando ainda era um sistema incipiente, em 1930. A fim de demonstrar essa mudança, as próximas figuras trazem as principais organizações do setor elétrico brasileiro, em 1930 e em 2002, respectivamente.

Figura 2 – Principais organizações do setor elétrico brasileiro (1930)



Fonte: Gomes e Vieira (2009).

Figura 3 - Principais organizações do setor elétrico brasileiro



Fonte: Gomes e Vieira (2009).

Após o marco da transferência de responsabilidade entre as esferas público e privado, uma das principais características do setor de energia brasileiro é a existência de agentes de mercado, sendo eles os geradores, distribuidores, comercializadores ou consumidores de energia.

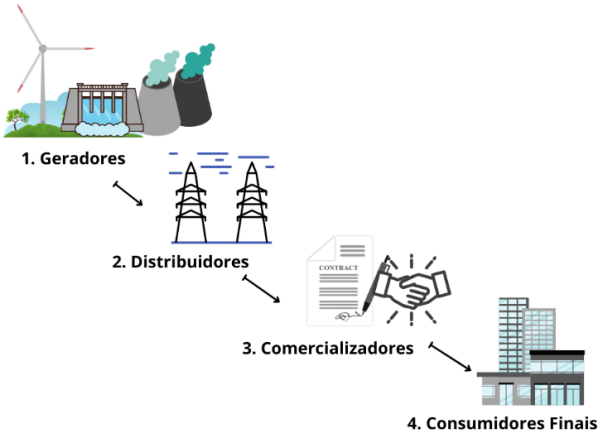
Além dessas funções, faz-se necessária a participação de agentes de mercado responsáveis por regular as atividades do mercado. Isso ocorre principalmente pela importância da energia para o consumidor final e a impossibilidade de interrupção no fornecimento e por não ser possível o armazenamento de volumes expressivos de excedente de produção, por isso, existe um trabalho constante de balanceamento entre oferta e demanda.

Conforme as mudanças e desenvolvimento do sistema de energia elétrica brasileiro, tanto a sua complexidade quanto a sua estruturação cresceram a partir do surgimento de diversos atores que se dividem principalmente, segundo a CCEE (2019), entre os agentes do mercado de eletricidade e os agentes institucionais, que serão apresentados nas duas seguintes seções.

3.1.1 Agentes do mercado

No geral, os atores do setor de energia elétrica – não apenas no Sistema Elétrico Brasileiro – podem ser classificados por sua participação quanto à geração, distribuição e consumo de energia, como será apresentado nesta seção e pode ser facilmente visualizada na Figura 4, bem como por sua função institucional, abordada na próxima seção CCEE (2019).

Figura 4 - Atores genéricos do sistema energético



Fonte: ANEEL (2021) – Adaptado pelo autor

Para explicar melhor os atores presentes e numerados na Figura 4, foi adaptada da CCEE (2017) a Tabela 1:

Tabela 1 - Classificação dos atores genéricos do Sistema Energético

Agentes de mercado	Classificação e atuação
1. Companhias Geradoras (GC)	são os agentes que controlam a geração de energia elétrica, sejam empresas autorizadas pelo Governo quanto geradores autoprodutores ou independentes. A energia elétrica nesse caso pode ser gerada por qualquer fonte, queima de combustíveis fósseis, termonuclear, hidroelétrica, solar, eólica, entre outras.
2. Empresas Distribuidoras de Eletricidade (ESC)	distribuem a energia, levando das companhias geradoras para os consumidores finais. Em geral, os preços e condições do comércio são regulamentadas pela Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL)
3. Comercializadores	utilizam os contratos bilaterais para comercializar a energia elétrica. Realizam tanto a compra quanto a venda no mercado de eletricidade.
4. Consumidores finais	realizam a compra de energia no Ambiente de Contratação Livre – ACL – podendo ser considerados especiais ou livres. Os consumidores livres podem escolher seu fornecedor de energia, usando da livre negociação para tal, enquanto os especiais possuem o direito de comprar a energia necessária de fontes incentivadas pelo Proinfa (Programa de Incentivo às Fontes Alternativas de Energia) ou de fontes incentivadas especiais (eólica, biomassa, solar)

Fonte: CCEE (2019) – Adaptado pelo autor

3.1.2 Agentes Institucionais

Os participantes (agentes de institucionais) no setor de energia elétrica podem ser classificados da forma presente na Tabela 2, conforme a CCEE (2019):

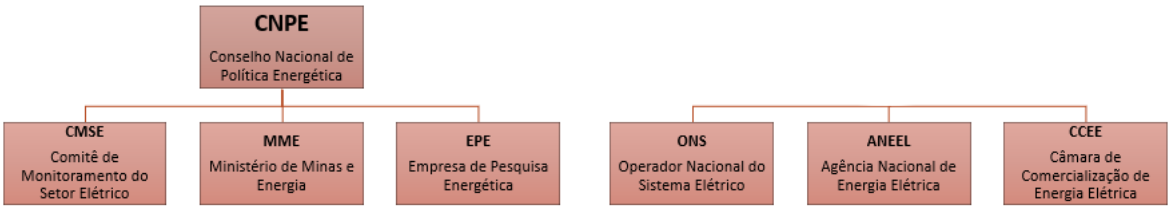
Tabela 2 - Principais agentes institucionais do sistema elétrico

Agentes de mercado	Classificação e atuação
Operador de Mercado	é responsável pelo gerenciamento econômico do mercado de eletricidade, responsável por administrar os preços e quantidades a serem comercializadas no mercado. Devido à complexidade e dinamicidade do mercado, deve prezar pelo balanceamento entre as proposições feitas pelos participantes.
Operador de Sistema Independente	sua função é manter a segurança do sistema de energia. É independente porque deve executar suas funções de uma forma a não favorecer qualquer dos participantes do sistema, mantendo assim um ambiente competitivo. Estabelece diretrizes apropriadas para a gestão do mercado e seus serviços auxiliares.
Companhias de Transmissão	seu objetivo dentro da dinâmica do mercado de energia é construir, manter e operar as redes de transmissão. Tem como parte dos seus ativos todo cabeamento, linhas, transformadores, dentre outros. Fazem o intermédio entre as Companhias Geradoras e as Empresas de Distribuição de Eletricidade.
Regulador de Mercado	são as instâncias governamentais responsáveis por garantir um mercado eficiente de eletricidade. Responde pela determinação de regras no setor e faz a fiscalização das mesmas. Investiga os desequilíbrios dentro do mercado e abusos de poder. A Figura 5 apresenta a estrutura dos agentes reguladores do setor de energia brasileiro e a Tabela 3, as principais atribuições de cada órgão.

Fonte: Câmara de Comercialização de Energia Elétrica (CCEE) - adaptado pelo autor.

É importante entender bem sobre os reguladores de mercado do Setor Elétrico Brasileiro, bem como suas relações. Para isso, a Figura 5 apresenta a estrutura dos agentes reguladores do setor de energia brasileiro e a Tabela 3 as principais atribuições de cada órgão.

Figura 5 - Estrutura dos reguladores de mercado do setor elétrico brasileiro



Fonte: Câmara de Comercialização de Energia Elétrica (CCEE) - adaptado pelo autor.

Tabela 3 - Agentes Reguladores do Setor de Eletricidade no Brasil

Agentes institucionais	Sigla	Classificação e atuação
Conselho Nacional de Política Energética	CNPE	Formulação de políticas e diretrizes de energia, de forma a promover o aproveitamento racional dos recursos energéticos, garantir o acesso a eletricidade, derivados de petróleo e biocombustíveis, entre outros. (BRASIL, 2000)
Ministério de Minas e Energia	MME	Formulação e implementação de políticas públicas para o setor de energia de acordo com as diretrizes deliberadas pelo CNPE.
Comitê de Monitoramento do Setor Elétrico	CMSE	Acompanhamento e avaliação da segurança do suprimento elétrico em todo o território nacional.
Empresa de Pesquisa Energética	EPE	Prestação de serviços na área de estudos e pesquisas destinadas a subsidiar o planejamento do setor energético.
Agência Nacional de Energia Elétrica	ANEEL	Regulação e fiscalização da geração, transmissão, distribuição e comercialização de eletricidade.
Operador Nacional do Sistema Elétrico	ONS	Operação, supervisão e controle da geração de energia elétrica do Sistema Integrado Nacional e administração da rede básica de transmissão de energia elétrica no país.
Câmara de Comercialização de Energia Elétrica	CCEE	Operação regular do mercado brasileiro de energia elétrica, atuando como intermediário entre os agentes de mercado e as instituições de formulação de políticas

Fonte: Câmara de Comercialização de Energia Elétrica (CCEE) - adaptado pelo autor.

3.2 O Mercado Livre de Energia

O mercado livre de energia no Brasil é uma construção de longo prazo, analisando um período mais recente verifica-se a evolução do setor elétrico culminando no modelo atual. Além disso, o mercado livre de energia continuará demandando modernizações e aperfeiçoamentos.

A reestruturação do setor elétrico, teve início na década de 90, período no qual o setor era verticalizado, concentrado em estatais que atuavam desde o elo de geração até a ponta de distribuição. Nesse âmbito, a ausência de competição prevalecia afetando diretamente a eficiência do setor. (RIZKALLA, 2018).

A crise energética de 2001, que evidenciou necessidades de alterações, aumentou a pressão para reformulação do SEB (Setor Elétrico Brasileiro). Dessa forma, em 2004, o

Governo Federal a partir das Leis nº 10.847/04; 10.848/04 e pelo Decreto nº 5.163/04, fundamentou um marco importante nas reformas do setor.

O mercado de livre energia no Brasil pode ser analisado, segundo Hunt e Shuttleworth (1996) em artigo de Castro e Leite (2010), pela definição de quatro modelos de organização. A Tabela 4 abaixo ilustra a visão dos autores:

Tabela 4 – Modelos de organização do setor elétrico

	Modelo 1	**Modelo 2**	**Modelo 3**	**Modelo 4**
Características	**Monopólio**	**Monopsônio**	**Competição no atacado**	**Competição no varejo**
Competição na geração	Não há	Significativa	Significativa	Significativa
Escolha do varejista	Não há	Não há	Significativa	Significativa
Escolha do consumidor	Não há	Não há	Não há	Significativa

Fonte: HUNT SHUTTLEWORTH (1996, p. 22) apud CASTRO e LEITE (2010) – Adaptado pelo autor

As reformas mencionadas, propostas a partir da década de 90, transformaram o modelo implementado no Brasil em uma adaptação dos modelos 3 e 4, incorporando a competição na geração e a livre escolha dos varejistas. (CASTRO; LEITE, 2010).

A adaptação dos modelos 3 e 4 representa a adoção do mercado livre de energia. Esse é caracterizado por ser um ambiente competitivo de negociação de energia onde os agentes negociam livremente todas as condições contratuais, incluindo o preço da energia, quantidade contratada, período de suprimento, condições de pagamento, dentre outras condições. (RIZKALLA, 2018).

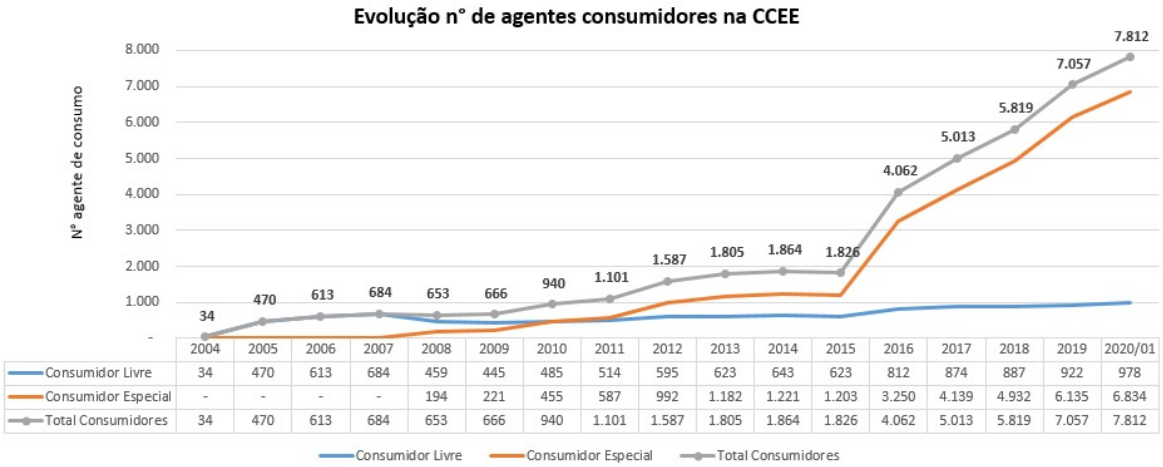
Os benefícios, segundo GENERGIA (2021), são: maior previsibilidade orçamentária, gerenciamento da energia elétrica como matéria prima, preços mais competitivos, mesmo preço para os horários de ponta e fora de ponta.

Tendo em vista os benefícios mencionados, em 2020 a CCEE atingiu a marca de 10 mil agentes, marco expressivo diante da pandemia da Covid-19, que exerceu grande influência no setor elétrico. O coronavírus e suas implicações interromperam a atividade de indústrias, fábricas, shoppings, restaurantes e escolas, reduzindo o consumo de energia. O benefício de preços mais competitivos fez com que muitos agentes decidissem se deslocar do ambiente

regulado para o livre. O grande crescimento do mercado, mesmo em cenários adversos para diversos setores da economia, demonstrou a solidez e a possibilidade de investimentos e benefícios aos participantes. (CCEE, 2020).

A tendência de crescimento de agentes no mercado livre ocorre desde o começo dos anos 2000. A Figura 6 abaixo mostra a evolução dos agentes desde 2008, sendo possível observar uma acentuada aceleração dos consumidores especiais a partir de 2015.

Figura 6 – Número de agentes por classe



	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020/01
Consumidor Livre	34	470	613	684	459	445	485	514	595	623	643	623	812	874	887	922	978
Consumidor Especial	-	-	-	-	194	221	455	587	992	1.182	1.221	1.203	3.250	4.139	4.932	6.135	6.834
Total Consumidores	34	470	613	684	653	666	940	1.101	1.587	1.805	1.864	1.826	4.062	5.013	5.819	7.057	7.812

Fonte: Mercado livre de energia elétrica

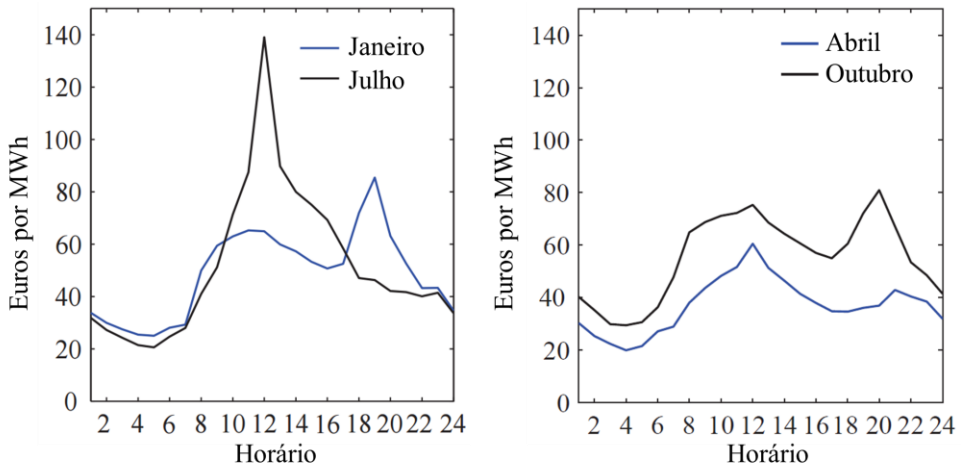
3.2.1 O Mercado *Spot*

O mercado *spot* é caracterizado pela comercialização e entrega no curto prazo de ativos de energia. Pode ser negociado nas modalidades *intraday* (para o mesmo dia), *day-ahead* (onde o fornecimento ocorre no dia seguinte), *intraweek* (na mesma semana) ou *week-ahead* (para a semana seguinte) (CCEE, 2012). Esse tipo de mercado permite que os produtores otimizem sua geração de curto prazo, comercializando os excedentes de produção e gerenciando a escassez na produção (quando a demanda ultrapassa a quantidade ofertada). Essa dinâmica ocasiona num maior balanceamento de carga e possibilita que os agentes de mercado de cumpram suas obrigações contratuais (STOFT, 2002).

Uma das principais características desse mercado é a alta volatilidade das tarifas de energia (BESSEMBINDER; LEMON, 2002), que demanda atualizações constantes pelo operador de mercado. Isso ocorre principalmente pela impossibilidade de armazenagem de energia em grandes volumes – diferente de outras commodities, como a soja ou minério de

ferro, que poderiam ser amenizados com produtos em estoque – por isso a importância do balanceamento de carga entre consumo e geração (ENRI, 2012). As Figura 7 eFigura 8 ilustram, respectivamente, a oscilação do preço de energia no mercado de curto prazo alemão.

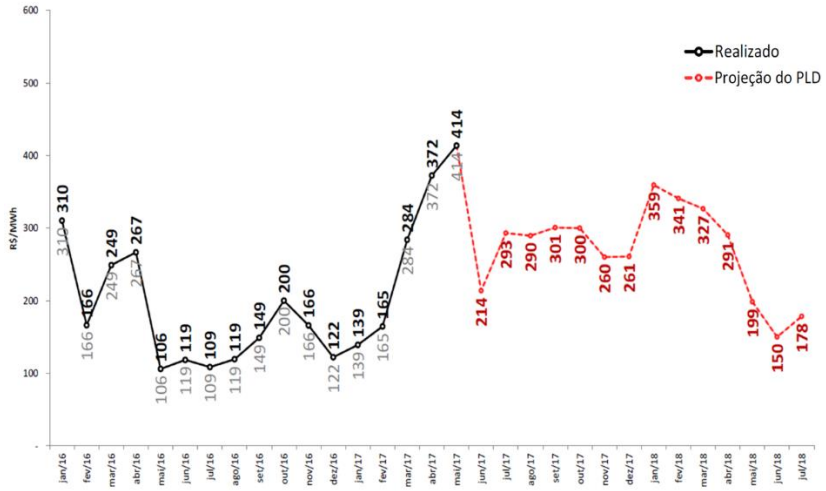
Figura 7 - Volatilidade do preço da energia no mercado spot alemão na modalidade intraday



Fonte: Erni, 2012 – adaptado pelo autor

Volatilidade do preço médio por hora no mercado day-ahead para diferentes meses com dados referentes ao período entre 1º de janeiro de 2010 e 31 de dezembro de 2011. Por exemplo, os preços por hora de janeiro foram computados como a média aritmética dos preços por l em janeiro de 2010 e em janeiro de 2011.

Figura 8 – Oscilação do preço no mercado spot brasileiro e sua projeção para o ano seguinte



Fonte: Câmara de Comercialização de Energia Elétrica, 2017.

O mercado *Spot* tem seu preço recalculado continuamente pelo operador do mercado que assim como nas bolsas de valores espalhadas pelo mundo, como a B3 no brasil e a NYSE nos

Estados Unidos, tem seus valores definidos baseados nas ofertas de compra e venda de energia realizadas pelos participantes do mercado.

Além disso, Ziel, Steinert e Husmann (2014) trazem a argumentação de que as energias renováveis, especialmente energias solar e eólica, trouxeram novas forças de formação de preço em mercados *spot* na Alemanha, o que muito provavelmente é também verdade no Brasil, devido à característica das fontes energéticas do país.

3.2.2 Contratos bilaterais

A modalidade de contratos bilaterais é caracterizada por um comprador e um vendedor concordando em uma certa quantidade de energia a ser transferida em um preço fixo. Segundo definição da ANEEL, o contrato bilateral é um "instrumento jurídico que formaliza a compra e venda de energia elétrica entre Agentes da CCEE, tendo por objeto estabelecer preços, prazos e montantes de suprimento em intervalos temporais determinados". Os períodos podem variar de semanas a anos com preços pré-estabelecidos pelos agentes. Portanto, proporcionam maior estabilidade na oferta e demanda de eletricidade.

Contratos bilaterais são frequentemente usados para reduzir os riscos de preço à vista de sua incerteza e volatilidade. A alta demanda, por exemplo, culmina em um grande aumento no preço da eletricidade. Uma vez que os preços do mercado *spot*, devido à sua incerteza, podem ser maiores ou menores do que o previsto, os contratos bilaterais são uma ferramenta essencial para proteger e mitigar riscos.

Este tipo de contrato é negociado com base nas médias de preços esperadas de longo prazo. Apesar de o contrato fornecer um meio de evitar riscos, a licitação no mercado *spot* pode oferecer a possibilidade de maiores lucros para os atores. Os preços elevados no mercado *spot* são favoráveis para a empresa de geração, fator que está atrelado ao maior risco de volatilidade, o que pode induzir o aumento das vendas nesse mercado e a redução de entregas na modalidade bilateral.

O mercado *spot* e a modalidade de contratos bilaterais apresentam características diferentes, principalmente no que diz respeito ao prazo, sendo o primeiro um mercado imediato e o segundo uma modalidade normalmente utilizada para maior duração. Tais características resultam em possibilidades diferentes, oferecendo uma escolha entre previsibilidade, risco e retorno. Os agentes envolvidos devem tomar decisões considerando esses fatores, sendo possível combinar as duas formas de atuação, visando maximizar o retorno.

3.3 Pesquisa Operacional

Quando é falado sobre o surgimento do termo “Pesquisa Operacional”, ele surgiu antes de ser sido aplicado de forma mais abrangente, segundo Correa (2010). Ele começou a ser utilizado em 1936 por cientistas da *Royal Air Force*, mas apenas com a Segunda Grande Guerra Mundial que realmente começou-se a utilizá-la de fato. Uma vez que era extremamente necessária a aplicação inteligente de recursos muito escassos nas inúmeras operações e atividades militares, onde a eficiência era pré-requisito, a Pesquisa Operacional começou a ser aplicada. Os governos britânico e norte-americano solicitaram a cientistas e matemáticos que fizessem estudos (leia-se pesquisa) sobre as operações militares e como otimizar essas operações. Segundo Hillier e Lieberman (2013), como consequência desses estudos, garantiram-se as vitórias nas Batalhas Aéreas na Grã-Bretanha e no Atlântico Norte, igualmente auxiliaram na Campanha Britânica no Pacífico. Posteriormente, a indústria viu como uma oportunidade a aplicação desses conceitos para o desenho de uma estrutura mais robusta, com menores perdas e processos mais eficazes (CORREA, 2010).

Apesar do nome do campo ser “Pesquisa Operacional”, parecendo se tratar apenas de pesquisa no sentido mais exploratório, o campo de PO faz parte de uma área do conhecimento tratada como *Management Science*, envolvendo o uso de uma série de técnicas com embasamento lógico-científico para tratar questões de gestão que auxiliam no processo de tomada de decisão, segundo Rodrigues et al. (2014).

Tabela 5 - Definição de Pesquisa Operacional

Autor	Definição
Hillier e Lieberman (2013)	A busca por soluções ótimas, inteligíveis e aplicáveis para problemas organizacionais a partir da utilização de modelos matemáticos.
Morse e Kimball (1951)	Método científico para prover a departamentos executivos fundamentos quantitativos para decisões referentes às operações sob seus controles.
Pocock (1959)	Metodologia científica (analítica, matemática e quantitativa) que, ao avaliar as implicações de diversos cursos de ação alternativos em um sistema administrativo, provê um fundamento aprimorado para decisões gerenciais.

Fonte: Autoria própria

Um dos métodos mais utilizados na Pesquisa Operacional para resolução de problemas é concebida a partir de 6 passos (HILLIER E LIEBERMAN, 2010):

i) **Modelagem do Problema:** após uma observação cuidadosa do problema, é feita a sua modelagem, considerando as hipóteses a serem confirmadas e os

dados relevantes;

ii) **Construção do Modelo Científico:** o problema modelado deve seguir critérios tipicamente matemáticos, possuindo a essência do problema a ser resolvido e assumindo que o modelo representa problema original, bem como suas eventuais soluções;

a. É importante salientar que todo modelo é uma forma de simplificar a realidade, por isso é importante no final dessa etapa a verificação da possibilidade de aplicação prática do modelo;

iii) **Apuração das primeiras soluções:** nessa etapa, tem-se normalmente apoio computacional para obter as soluções primárias do modelo;

iv) **Teste de Hipóteses:** com a solução em mãos, são validadas as hipóteses levantadas na etapa (i) modelagem do problema;

v) **Melhoria Contínua do Modelo:** em posse das hipóteses validadas em (iv), o modelo é aplicado mais vezes, com variações dos pontos de partidas e de variáveis relevantes, a fim de encontrar melhorias para o modelo;

vi) **Solução Ótima para o Problema:** por fim, o modelo é implementado em situações reais, para que seja utilizada a solução ótima para o problema.

Nas situações práticas, a Pesquisa Operacional tem uma aplicabilidade vasta de temas e métodos para a resolução de problemas. Dentre essas, as mais comuns são: simulação de sistemas, teoria das filas, teoria dos jogos, processos decisórios de Markov, análise de dados, programação linear e não-linear, como a quadrática, programação dinâmica, dentre outros (WILLIANS, 1999).

3.4 Programação Quadrática

A programação quadrática é um tipo de programação matemática utilizada para otimização de problemas. A Programação Matemática é a disciplina que estuda a minimização de funções em problemas com ou sem restrições. Matematicamente, estes problemas são enunciados como:

$$
\begin{array}{ll}
f(x) & x \in \Re^{n} \\
c_i(x) = 0 & i = 1 \ldots l \\
c_i(x) \leq 0 & i = l+1 \ldots m \\
x_i^l \leq x_i \leq x_i^u & i = 1 \ldots n
\end{array}
$$

em que x é um ponto do $\Re^{n}$ sobre o qual são impostos os limites mínimos e máximos (restrições laterais), f (x) é a função a ser minimizada e as funções $c_1(x)$ representam as restrições de igualdade e desigualdade. Assume-se que tanto a função objetivo quanto as restrições são funções contínuas no $\Re^{n}$. (PEREIRA, 2002).

A Tabela 6 abaixo mostra a diferença entres os tipos de programação utilizadas em modelos de otimização.

Tabela 6 – Tipos de programação

Tipos de otimização	$\boldsymbol{f}$ **(x)**	$\boldsymbol{c_1(x)}$
Programação Linear	Linear	Linear
Programação Quadrática	Quadrática	Linear
Programação Não-linear	Linear/ não linear	Não - Linear/ Linear

Fonte: Pereira, 2002.

A programação quadrática tem como característica a função objetivo quadrática e as restrições lineares em $\boldsymbol{x} \in \mathrm{lR}^{\mathrm{n}}$. O problema, normalmente é formulado da seguinte forma, por exemplo os custos podem ser representados pela equação de custos (1):

$$C_n(P_n) = \frac{1}{2} a_n P_n^2 + b_n P_n + c_n \tag{1}$$

Tendo em vista a natureza da função objetivo, foi utilizada a função *quadprog* do MATLAB para resolver o problema proposto. Segundo a plataforma, a função *quadprog* encontra um mínimo para um problema especificado pela equação (2) abaixo:

$$\min_{X} \frac{1}{2} x^T H x + f^T x \tag{2}$$

A mesma é restringida pelas seguintes equações:

$$A\,x \leq b \tag{3}$$

$$Aeq\;x = beq \tag{4}$$

$$lb \leq x \leq ub \tag{5}$$

onde *H, A,* e *Aeq* são matrizes, e f, b, beq, lb, ub, e x são vetores.

As matrizes e vetores utilizados desempenham papéis específicos na resolução do problema, sendo primordial o entendimento de cada um observando a relação da matriz ou vetor com o todo. A

Tabela 7, segundo o MATLAB, descreve de forma resumida essa relação.

Tabela 7 - Descrição de matrizes e vetores

Elemento	Descrição
H	Matriz simétrica em 1/2 * x '* H * x
f	Vetor no termo linear f '* x
A	Matriz em restrições de desigualdade linear A * x ≤ b
b	Vetor em restrições de desigualdade linear A * x ≤ b
Aeq	Matriz em restrições de igualdade linear Aeq * x = beq
beq	Vetor em restrições de igualdade linear Aeq * x = beq
lb	Vetor de limites inferiores
ub	Vetor de limites superiores

Fonte: Autoria própria

O objetivo de otimizar as variáveis de produção e consumo deve respeitar os limites impostos pelo problema abordado. No caso, as equações de restrição (3-**(5**) desempenham o papel de delimitar as relações de transações energéticas.

A primeira matriz observada é a de restrições de desigualdade linear, *A*, que é multiplicada pelo vetor de variáveis *x*, devendo o resultado atender valores impostos por *b*, vetor que limita os valores da multiplicação.

4 Modelos de mercado de energia P2P

O quarto capítulo descreve os modelos de negociação P2P de energia existentes. São apresentadas suas vantagens e desvantagens, bem como suas modelagens matemáticas.

4.1 Considerações iniciais

O problema arquitetado contribui com uma visão geral sobre novos modelos de mercado P2P, que iniciam com a motivação, desafios e modelos indo até o desenvolvimento de futuros potenciais nesse campo (SOUSA et al. 2019). Este trabalho contribui com recomendações com base em um teste de caso que foi replicado, em partes, aqui neste projeto e será explicado a seguir. Além disso, ele apoia e contribui com os Objetivos de Desenvolvimento Sustentável da ONU, em particular o ODS 7 – Energia Acessível e Limpa – e o ODS 13 – Ação Contra a Mudança Global do Clima (ONU, 2015).

Os modelos propostos para os mercados P2P até o presente momento, como já explicitado por Parag, Sovacoll (2016) e o restante da literatura, são:

1. P2P Completo
2. Baseado em comunidade
3. P2P Híbrido

As principais diferenças entre cada um são os níveis de descentralização, indo de P2P completo a um P2P hierarquizado.

4.2 Modelos de mercado P2P

Inicialmente, para uma boa análise de potenciais oportunidades e desafios sobre este tópico, foi desenvolvida uma Matriz SWOT (também conhecida por Matriz FOFA), que é baseada em Forças, Oportunidades, Fraquezas e Ameaças, apresentada na Tabela 8.

Tabela 8 - Potenciais forças, oportunidades, fraquezas e ameaças dos modelos P2P

Forças	Fraquezas	Oportunidades	Ameaças
Empoderamento de consumidores, focando em confiança, transparência e abertura do mercado	Preço de energia abaixo do ótimo, em todo sistema de energia	Democratização da energia	Obstáculos legais e regulatórios
Clientes tem uma melhor escolha da oferta e a possibilidade de produzir e vender sua própria energia	Transição potencialmente esmagadora para este mercado centrado no consumidor	Aumento da cooperação e atenção dos consumidores frente a consumo de energia renovável	Falta de energia a alguns grupos de consumidores
		Criação de novos modelos de negócios	Engajamento dos prossumidores e sua dimensão humana

Aumento da resiliência e confiabilidade do sistema Potencial remoção de força de mercado de alguns agentes do mercado	Peso da negociação e mecanismos de compensação Avaliação do ciclo de vida da infraestrutura de hardware	Crescimento do mercado do varejo de energia, com a falta de competição Adiar os investimentos da rede dos operadores do sistema	Potenciais congestionamentos na rede Dependência tecnológica (por exemplo, blockchain) Segurança e privacidade dos dados Potencial falha dos mercados, se mal estruturados

Fonte: Sousa et al. 2018 – Adaptado pelo autor.

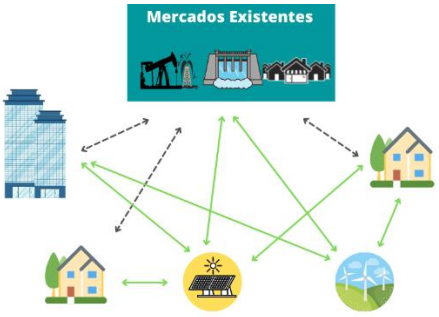
É importante ressaltar que esses modelos são bem humanizados, uma vez que cada agente pode ser uma casa familiar, um comércio ou qualquer outra estrutura. Analisando por esse lado, consegue-se perceber porque se tem como tão importante a opinião e engajamento de cada agente nesses modelos, segundo Brudermann, Yamagata (2018).

4.2.1 P2P Completo

O modelo P2P Completo é baseado em agentes que negociam diretamente entre si, com o objetivo de comprar e vender energia elétrica, como mostrado na Figura 9 apresentada abaixo. Assim sendo, dois agentes podem firmar um acordo entre as transações que fazem, baseado em uma certa quantidade de energia e por um certo preço, sem uma supervisão centralizada.

Um modelo P2P completo entre produtores e consumidores que se baseia em uma economia multi-bilateral foi proposto por Sorin et al. (2018). Essa estrutura P2P inclui as vontades e preferências dos agentes consumidores, no tocante de quem irá comprar sua energia – podendo escolher a fonte como local, renovável ou qualquer outro parâmetro. Isso está em conexão com o experimento icônico do Brooklyn, uma mini rede de mercado de energia foi desenvolvida e publicada em Mengelkamp et al. (2017). Esse modelo libera um mercado local sem uma entidade central.

Figura 9 - Estrutura do modelo de mercado de P2P Completo



Fonte: SOUSA et al. 2018 – Adaptado pelo autor.

As pesquisas mais recentes mostram que esse modelo de mercado está ganhando momentum nos campos acadêmicos e industriais. Uma formulação matemática genérica desse modelo é apresentada abaixo.

$$min_D \sum_{n\epsilon\Omega} Cn\left(\sum_{m\epsilon\Omega_n} Pnm\right) \quad \textbf{(6)}$$

$$\text{s.t.} \quad \underline{P_n} \leq \sum_{m\in\omega_n} P_{nm} \leq \overline{P_n} \qquad \forall n \in \Omega \quad \textbf{(7)}$$

$$P_{nm} + P_{mn} = 0 \qquad \forall(n,m) \in (\Omega, \omega_n) \quad \textbf{(8)}$$

$$P_{nm} \geq 0 \qquad \forall(n,m) \in (\Omega_p, \omega_n) \quad \textbf{(9)}$$

$$P_{nm} \leq 0 \qquad \forall(n,m) \in (\Omega_c, \omega_n) \quad \textbf{(10)}$$

Em que: $D = (P_{nm}\epsilon\mathbb{R})_{n\epsilon\Omega, n\epsilon\Omega_m}$;

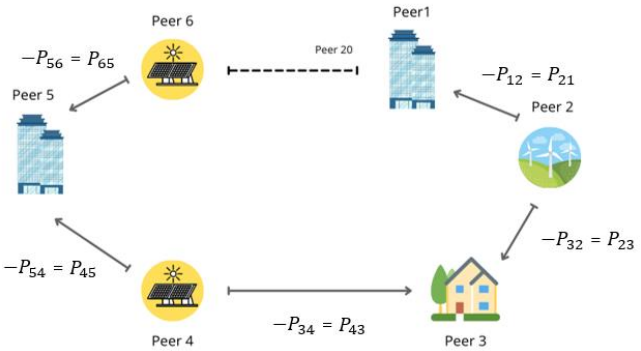
- P_{nm} corresponde a troca de energia entre os agentes n e m, em que um valor positivo significa uma venda/produção, (9) e um valor negativo significa uma compra/consumo, (10);

- Ω, Ω_p e Ω_c são os conjuntos para todos os agentes, produtores e consumidores, respectivamente. Assim, $\Omega_p, \Omega_c \epsilon \Omega, \Omega_p \cap \Omega_c = \varnothing$.

O conjunto ω_n contém os parceiros de comércio de um certo agente n. As trocas bilaterais P_{nm} têm reciprocidade, como definido na (8), e por exemplo, a troca de energia entre P_{15} e P_{51} devem ser iguais, mas com sinais contrários. Em teoria, o resultado de cada negociação pode gerar preços diferentes para cada negócio em específico. A função C_n corresponde ao custo de produção (ou abertura a pagar). Uma função quadrática é comumente utilizada para representar os custos de produção/consumo, usando três parâmetros positivos, a_n, b_n e c_n.

A Figura 10 mostra um exemplo simples a fim de ilustrar uma troca P2P entre 4 agentes, em que 1 e 2 são produtores e 3 e 4 são consumidores. Entretanto, as fórmulas apresentadas acima podem facilmente ser generalizadas para considerar os agentes como prossumidores. O modelo P2P completo será utilizado no estudo e análise do presente projeto.

Figura 10 - Exemplo ilustrado de um modelo de mercado P2P completo



Fonte: SOUSA et al. 2018 – Adaptado pelo autor.

4.2.2 Modelo baseado em comunidade

O modelo baseado em comunidade é mais estruturado e hierarquizado, com um gerente de comunidade que maneja as trocas dentro da comunidade, bem como trabalha como um intermediador da comunidade e o restante do sistema, conforme pode ser visualizado na Figura 11.

Este modelo de mercado pode ser facilmente aplicado a micro redes ou a um grupo de prossumidores vizinhos, que são grupos naturais devido à sua localização (ou seja, estar geograficamente próximo). De modo mais geral, uma comunidade deve ser baseada em membros que compartilham interesses e objetivos comuns: por exemplo, um grupo de membros que estão dispostos a compartilhar energia renovável, embora não estejam no mesmo local.

Figura 11 - Estrutura do modelo de mercado baseado em comunidade

Fonte: SOUSA et al. 2018 – Adaptado pelo autor.

A implementação matemática desse modelo é realizada pelas Eqs. (11-16).

$$\min_{D} \quad \sum_{n \in \Omega} C_n(p_n, q_n, \alpha_n, \beta_n) + G(q_{\text{imp}}, q_{\text{exp}}) \tag{11}$$

$$\text{s.t.} \quad p_n + q_n + \alpha_n - \beta_n = 0\,, \qquad \forall n \in \Omega \tag{12}$$

$$\sum_{n\in\Omega} q_n = 0 \tag{13}$$

$$\sum_{n\in\Omega} \alpha_n = q_{\text{imp}} \tag{14}$$

$$\sum_{n\in\Omega} \beta_n = q_{\text{exp}} \tag{15}$$

$$\underline{P_n} \leq P_n \leq \overline{P_n} \qquad \forall n \in \Omega \tag{16}$$

Em que $D = (p_n, q_n, \alpha_n, \beta_n \epsilon \mathbb{R})_{n\epsilon\Omega}$;

- p_n é a produção ou consumo do agente n;

- Ω é o conjunto dos agentes do sistema.

Cada agente negocia dentro da comunidade por meio de q_n sem saber com qual membro, porque é tratado de forma centralizada pelo gerente de comunidade por meio da Eq. (13). Cada par também pode escolher negociar com o exterior por meio de α_n e β_n – que são, respectivamente, a importação e a exportação de energia. A soma dessas transações é administrada de forma centralizada pelo gerente da comunidade por meio da (14-(15). A função objetivo (11) considera o custo associado a todas as variáveis de decisão. Começando com uma função de custo quadrática de p_n, e havendo também um custo de transação γ_{com} associado a q_n. Para α_n e β_n, pode-se usar coeficientes de ponderação γ_{imp} e γ_{exp} traduzindo a preferência do membro para o mundo exterior. O gerente de comunidade também tem uma função associada à energia trocada com o mundo exterior G (q_{imp}, q_{exp}). Esta função pode ser modelada de diferentes maneiras, mas a mais direta conecta-se diretamente aos preços do mercado atacadista do dia seguinte.

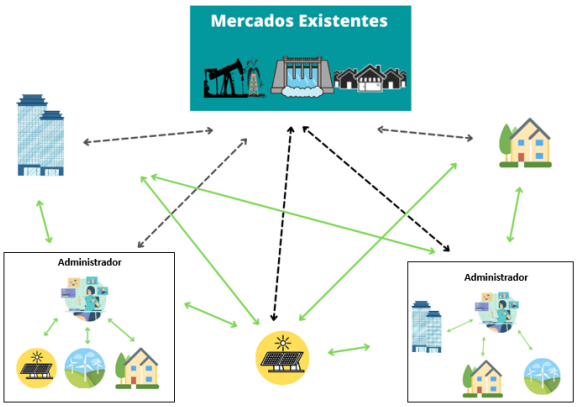
4.2.3 Modelo P2P Híbrido

O modelo P2P Híbrido é a combinação dos dois modelos anteriores, incluindo diferentes camadas para comercialização de energia, conforme mostrado na Figura 12. Esta proposta é vista como uma abordagem de "boneca russa", onde, em cada camada, comunidades (ou coletivos de energia) e agentes podem interagir diretamente uns com os outros.

No nível superior, encontram-se agentes individuais ou grupos de energia envolvidos em transações P2P entre si e também interagindo com os mercados existentes. No nível inferior, os coletivos de energia se comportam como o modelo baseado na comunidade apresentada anteriormente, em que um gerente de comunidade supervisiona o comércio dentro de sua

comunidade. Conforme mostrado à direita da Figura 12, os coletivos de energia podem ser aninhados uns nos outros. Portanto, edifícios e seus habitantes formam um coletivo de energia, sendo parte de outro coletivo de energia, que é a vizinhança. Embora não haja uma formulação matemática genérica para este projeto P2P híbrido, pode-se combinar as duas formulações anteriores para escrever uma versão simplista desse projeto. Dois níveis são assumidos nessa formulação: (i) o nível inferior só assume comunidades; (ii) o nível superior assume a negociação conforme o modelo P2P completo.

Figura 12 - Estrutura do modelo de mercado P2P Híbrido



Fonte: SOUSA et al. 2018 – Adaptado pelo autor.

No nível inferior, o gerente de cada comunidade $n \epsilon \Omega^b$ determina a energia interna necessária q_n mais o desejo de importar energia (q_{imp}^n) ou exportar (q_{exp}^n). Então, o modelo de P2P completo é usado no modelo superior para calcular a troca ótima de energia entre os agentes $n \epsilon \Omega^u$ – ou seja, os prossumidores e gerentes de comunidade. A soma das trocas bilaterais $\Sigma_{m\epsilon\omega_n} P_{nm}$ é igual a quantidade de q_{exp}^n menos q_{imp}^n definidos pelo gerente de cada comunidade n – Eq. 18.

$$\min_{D} \quad \sum_{n\in\Omega^u} C_n^u \left(\sum_{m\in\omega_n} P_{nm} \right) + \sum_{n\in\Omega^b} C_n^b(p_n, q_n, \alpha_n, \beta_n) \tag{17}$$

Nível superior – modelo P2P completo, restrições das (6-(10)

$$\sum_{m\in\omega_n} P_{nm} = q_{\text{exp}}^n - q_{\text{imp}}^n \tag{18}$$

$$\forall n \in \Omega^u \qquad \forall (n,m) \in (\Omega_{co}, \omega_n) \tag{19}$$

Nível inferior – modelo baseado em comunidades, restrições das (11-(16)

$$\forall n \in \Omega^b \tag{20}$$

Em que $D = \left(P_{nm}\epsilon\mathbb{R}_{n\epsilon\Omega^u}\mathbb{R}, p_n, q_n, \alpha_n, \beta_n\epsilon\mathbb{R}_{n\epsilon\Omega^b}\right)$;

- Ω^b e Ω^u são conjuntos dos agentes nos níveis superiores e inferiores, respectivamente, enquanto $\Omega^b \cap \Omega^u = \Omega$.

4.3 Comparação entre modelos

A literatura tem desenvolvido três modelos de mercado diferentes para mercados P2P, mesmo que algumas referências usem termos diferentes para descrever o mesmo tipo de estrutura de mercado. As principais vantagens, desafios e referências dos três projetos de mercado P2P são apresentados na Tabela 9.

Tabela 9 – Resumo dos três modelos de mercado P2P

Estrutura de mercado P2P	Principais vantagens	Principais desafios
Mercado P2P Completo	1) Total liberdade de escolha e autonomia, empoderando consumidores ativos; 2) Uso de energia alinhado com a preferência de cada agente (por exemplo, energia local ou verde); 3) Completa democratização do uso de energia.	1) Investimento e manutenção com Infraestrutura de TI para uma escalabilidade de todo o sistema; 2) Potencial convergência lenta na obtenção de um consenso na entrega final de energia; 3) Previsão do comportamento do sistema por operadores da rede, pela falta de controle centralizado; 4) Garantia de uma entrega de energia segura e alta qualidade.
Mercado baseado em comunidade	1) Melhora do relacionamento e envolvimento de membros da comunidade, pela troca de uma bem comum; 2) Mobilização da cooperação social e resiliência da comunidade; 3) Potenciais novos servidões para operadores da rede, fornecidos pelo gerente da comunidade.	1) Alcance das preferências de uso de energia de todos os membros da comunidade em todos os momentos; 2) Para o gerente da comunidade, é difícil de agregar os dados e gerenciar as expectativas de todos os membros; 3) Ter uma troca justa e imparcial da energia entre os membros da comunidade.
Mercado P2P Híbrido	1) Infraestrutura de TI e esforço computacional são escaláveis para todo o sistema; 2) Mais compatibilidade do sistema, ele pode coexistir com os outros dois modelos; 3) Mais previsível para os operadores da rede.	1) Coordenar trocas internas entre a comunidade com trocas entre os agentes de alto nível, como os gerentes da comunidade.

Fonte: SOUSA et al. 2018 – Adaptado pelo autor.

As próximas seções descrevem o modelo implementado neste trabalho, bem como os resultados e conclusões obtidos.

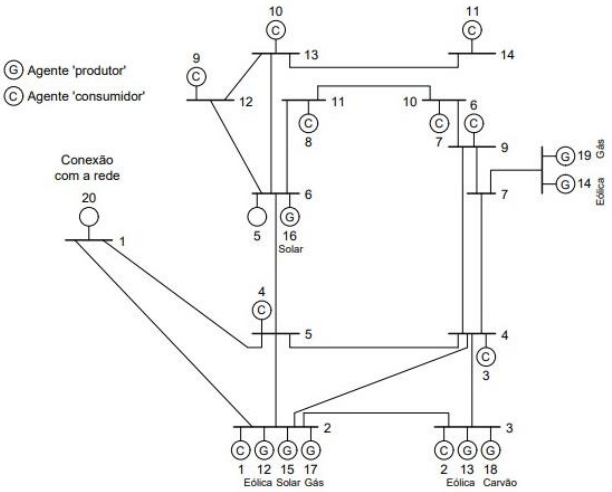
5 Implementação do modelo

Neste capítulo, será apresentado o modelo de mercado de energia que foi utilizado como base para a otimização utilizando a programação quadrática. Dentre os três modelos que foram explicados no capítulo anterior, o modelo implementado foi o modelo de P2P Completo. O teste de caso realizado propõe um caso realista para simular o modelo, porém ainda hoje não existe um teste de referência ou caso real para usar como base, além do já feito por Sousa et al. (2018).

Os modelos serão feitos com base no Sistema do IEEE de rede com 14 barramentos (*IEEE 14-bus network system*). Cada barramento possui um ou mais agentes, podendo esses ser consumidores ou produtores, com exceção do agente 20, que representa a rede principal e se comporta como um prossumidor – aqueles agentes que compram e vendem energia, a depender da situação ou necessidade. A Figura 13 apresenta os 14 barramentos e 20 agentes, com seus respectivos ID e tipos. Aqueles que possuem um *C* são consumidores e *G* são geradores, divididos entre suas fontes de energia – solar, eólica, gás ou carvão.

Apesar do modelo aparentar ter linhas que se conectam e restringem o sistema, a comunicação entre qualquer um deles é livre. O barramento 7, em outros estudos, é utilizado como estoque de energia, mas não foi utilizado assim no presente estudo, pois o objetivo deste trabalho é comparar a implantação realizada com a de Sousa et al (2018). O agente 20, que representa a rede principal, não possui limites de produção nem de consumo. A Tabela 10 facilita a leitura de qual é o tipo de cada agente, bem como sua fonte de energia.

Figura 13 – Sistema de rede de 14 barramentos do IEEE



Fonte: SOUSA et al. 2018 – Adaptado pelo autor.

Tabela 10 - Classificação de cada agente

Agente	Tipo	Energia	Agente	Tipo	Energia
1	Consumidor	-	11	Consumidor	-
2	Consumidor	-	12	Produtor	Eólica
3	Consumidor	-	13	Produtor	Eólica
4	Consumidor	-	14	Produtor	Eólica
5	Consumidor	-	15	Produtor	Solar
6	Consumidor	-	16	Produtor	Solar
7	Consumidor	-	17	Produtor	Gás
8	Consumidor	-	18	Produtor	Carvão
9	Consumidor	-	19	Produtor	Gás
10	Consumidor	-	20	Rede	-

Fonte: Autoria própria

5.1 Modelagem do problema

A Tabela 11 apresenta, de forma resumida, a relação entre os agentes 1,2, 12 a 16 e 19 e 20, em que os consumidores interagem com os produtores; o mesmo vale para produtores com consumidores. A representação completa desta tabela se encontra no apêndice.

Tabela 11 – Representação simplificada da relação entre cada agente e seus limites (Matriz A e vetor b)

Agentes	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**		**b**
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	≤	-19.33
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	≤	21.7
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	≤	-86.02
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	≤	94.2
...																						
12	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	50
12	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	-50
13	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	30
13	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	-30
14	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	40
14	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	-40
15	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	30
15	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	-30
16	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	30
16	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	-30
...																						
20	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	inf
20	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	inf

Fonte: Autoria própria

Essa relação é explicitada na matriz *A*, que além de atender as limitações das variáveis de consumo e produção, por exemplo todas as variáveis relacionadas ao agente 1, x_1 até x_{20}, que representam a conexão do agente com os demais pares, devem atender os limites de

consumo do agente, esses estão especificados no vetor *b*. A presença de duas linhas para cada agente se deve aos seus limites máximos e mínimos de consumo ou produção, de acordo com cada um, conforme a (7). Em específico para os agentes 12, 13, 14, 15 e 16, que são todos produtores de energia de fontes renováveis, os limites máximos e mínimos são iguais para que o sistema priorize esses produtores aos que utilizam combustíveis fósseis. Como o agente 20, que representa a rede principal, pode tanto consumir quanto produzir para o sistema, ele entra nas equações da matriz A de modo repetido, a fim de declarar sua característica de prossumidor.

Tabela 12 - Relação entre os agentes e cada variável

Relação entre agentes	1.1	1.2	1.3	1.4	...	1.20	2.1	2.2	...	2.20	3.1	3.2	...	20.1	20.2	...	20.20
Variáveis	x1	x2	x3	x4	x...	x20	x21	x22	x...	x40	x41	x42	x...	x380	x381	x...	x400

Fonte: Autoria própria

Dessa forma, a equação de restrição que envolve A, x e b atende a (7 do artigo (SOUSA et al. 2018) que ilustra o comportamento do somatório de produção e consumo e seus limites inferiores e superiores. Além disso, foram incorporadas, na matriz A e no vetor b, restrições que atendessem as (9-(10), onde os produtores devem ter valores maiores ou iguais a zero e os consumidores valores menores ou iguais a zero.

A equação $Aeq * x = beq$ representa a equação (8), em que os valores de produção e consumo representam uma conexão bilateral resultando em um valor positivo de produção e um valor negativo de consumo que quando somados resultam em zero. A matriz *Aeq* especifica justamente essa relação par a par sendo multiplicada pelo vetor *x* de variáveis, resultando em um valor igual a beq, vetor composto, no caso, por zeros, como pode ser visto na Tabela 13.

Tabela 13 - Representação simplificada da Matriz Aeq e do vetor beq

Agentes	**1.1**	**1.2**	**1.3**	**...**	**2.1**	**2.2**	**2.3**	**...**	**3.1**	**3.2**	**3.3**	**...**		**beq**
1.1	1	0	0		0	0	0		0	0	0		=	0
1.2	0	1	0		1	0	0		0	0	0		=	0
1.3	0	0	1		0	0	0		1	0	0		=	0
...													=	0
2.1	0	1	0		1	0	0		0	0	0		=	0
2.2	0	0	0		0	1	0		0	0	0		=	0
2.3	0	0	0		0	0	1		0	1	0		=	0
...													=	0
3.1	0	0	1		0	0	0		1	0	0		=	0
3.2	0	0	0		0	0	1		0	1	0		=	0
3.3	0	0	0		0	0	0		0	0	1		=	0
...													=	0

Fonte: Autoria própria

Além disso, as restrições de limite inferior e superior para cada variável foram incluídas

nas equações da Matriz A. Após compreender as restrições e o comportamento das variáveis, é necessário abordar a função que associa os valores de produção e consumo com seus custos. A aplicação da solução proposta por Sousa et al. 2018 tem como base para a equação de custos de produção e consumo os valores da Tabela 14.

Tabela 14 - Valores de an e bn

Agente	a_n ($/MW^2)	b_n($/MW)	Agente	a_n ($/MW^2)	b_n($/MW)
1	1.18	50.9	11	1.54	42.9
2	0.24	37.8	12	0	0
3	0.57	43.6	13	0	0
4	1.24	50.3	14	0	0
5	1.62	30.4	15	0	0
6	0.31	27.5	16	0	0
7	4.36	46.7	17	2.51	27.7
8	1.63	33.2	18	0.15	35.5
9	5.16	55	19	3.64	30.4
10	1.96	62.1	20 (prod)	0	205
			20 (cons)	0	185

Fonte: Autoria própria

Os dados mostram que os valores de a_n e b_n para os produtores de energia renovável são iguais a zero, sendo então um incentivo para seu consumo. Isso significa que esses produtores são um *must take*, sendo o consumo de sua produção prioritário (SOUSA et al. 2018).

A matriz *H*, representada na Tabela 15, está associada aos valores de a_n. Dessa forma, a matriz *H* apresenta a relação de custo entres os elementos quadráticos da Equação Custos, sendo uma matriz 400x400, pelo fato de serem 20 agentes em um modelo P2P onde todos podem transacionar com todos, respeitando as restrições impostas.

O agente 20 possui uma taxa de importação e exportação de energia. Quando ele se comporta como consumidor, paga 185 $/MWh e, como produtor, ele vende por 205 $/MWh. Assim sendo, esse valor foi utilizado no b_n da equação de custos, que é a matriz *f*.

Tabela 15 - Representação simplificada da Matriz H

Agentes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	2.36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0.48	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	1.14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	2.48	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	3.24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0.62	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	8.72	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	3.26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	10.32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3.92	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3.08	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Agentes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5.02	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.3	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7.28	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Fonte: Autoria própria

A tabela 16 apresenta os tamanhos de cada matriz, demonstrando a complexidade do problema.

Tabela 16 - Tamanho das matrizes de cada elemento

Agente	Linhas	Colunas
H	400	400
f	400	1
A	442	400
b	442	1
Aeq	400	400
beq	400	1
x	400	1

Fonte: Autoria própria

Figura 14 - Exemplo de parte da matriz H modelada no Google Planilhas

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB
25	H		1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	1.10	1.11	1.12	1.13	1.14	1.15	1.16	1.17	1.18	1.19	1.20	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6
26			x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10	x11	x12	x13	x14	x15	x16	x17	x18	x19	x20	x21	x22	x23	x24	x25	x26
27	1.1	x1	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36						
28	1.2	x2	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36						
29	1.3	x3	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36						
30	1.4	x4	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36						
31	1.5	x5	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36						
32	1.6	x6	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36						
33	1.7	x7	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36						
34	1.8	x8	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36						
35	1.9	x9	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36						
36	1.10	x10	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36						
37	1.11	x11	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36						
38	1.12	x12	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36						
39	1.13	x13	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36						
40	1.14	x14	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36						
41	1.15	x15	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36						
42	1.16	x16	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36						
43	1.17	x17	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36						
44	1.18	x18	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36						
45	1.19	x19	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36						
46	1.20	x20	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36	2.36						
47	2.1	x21																					0.48	0.48	0.48	0.48	0.48	0.48
48	2.2	x22																					0.48	0.48	0.48	0.48	0.48	0.48
49	2.3	x23																					0.48	0.48	0.48	0.48	0.48	0.48
50	2.4	x24																					0.48	0.48	0.48	0.48	0.48	0.48
51	2.5	x25																					0.48	0.48	0.48	0.48	0.48	0.48

Fonte: Autoria própria

O vetor f está relacionada aos valores de b_n, multiplicando os elementos lineares da Equação Custos, sendo uma matriz 1x400, tendo em vista o número de variáveis de produção.

Tabela 17 - Representação simplificada do vetor *f*

Agente	*f*	Agente	*f*
1	50.9	12	0
2	37.8	13	0
3	43.6	14	0
4	50.3	15	0
5	30.4	16	0
6	27.5	17	27.7
7	46.7	18	35.5
8	33.2	19	30.4
9	55	20 (prod)	205
10	62.1	20 (cons)	185
11	42.9		

Fonte: Autoria própria

Como resultado final da simulação, têm-se as 400 variáveis relacionais entre cada agente, mostrando quanto cada agente comprou ou vendeu de outro agente, e o mínimo custo total do sistema, que é, na função quadprog, a expressão chamada de fval. E o contrário do custo total – o máximo da função – pode ser chamado de bem estar social (HUG, KAR, WU, 2015), que está denotado na equação (21).

$$\mathrm{SW} = -\sum_{n=1}^{N} C_n(P_n) \tag{21}$$

5.2 Resultados e discussão

Com os dados apresentados na seção anterior, torna-se possível calcular a otimização do sistema, descobrindo, assim, a melhor relação de troca entre cada agente – resultando no consumo/produção total de cada um – bem como o custo total do sistema. Estão presentes, na Tabela 18, os resultados totais de produção e consumo de forma a simplificar a visualização, visto que a matriz de resultados possui 400 variáveis, que são as relações entre cada agente P_{nm}. A matriz completa pode ser visualizada no apêndice.

Tabela 18 – Limites inferiores e superiores de produção e consumo

Agente	P_{n-min}	P_{n-max}	P_{n-res}
1	-19.33	-21.7	-19.33
2	-86.02	-94.2	-86.02
3	-45.74	-47.8	-45.74
4	-6.36	-7.6	-6.36
5	-9.11	-11.2	-9.11
6	-25.24	-29.5	-25.24
7	-8.11	-9.0	-8.11
8	-2.72	-3.5	-2.72
9	-5.33	-6.1	-5.33

Agente	P_{n-min}	P_{n-max}	P_{n-res}
10	-11.93	-13.5	-11.93
11	-13.34	-14.9	-13.34
12	0	50	50
13	0	30	30
14	0	40	40
15	0	30	30
16	0	30	30
17	0	20	20
18	0	50	50
19	0	10	10
20	-∞	∞	-26.77

Fonte: Autoria própria

A fim de analisar e comparar o modelo, foi realizada uma alteração nos limites superiores de produção e consumo de cada agente. Um aumento generalizado de 30%, para que seja analisado se o comportamento de troca entre cada agente muda, bem como o seu custo total. Dessa forma, é possível comparar tanto a relação de consumo e produção de cada agente com os outros agentes, quanto o bem estar social do sistema. A Tabela 19 apresenta os novos valores de P_{n-max} máximos.

Tabela 19 - Novos valores superiores de produção e consumo

Agente	$P_{n-max} - \boldsymbol{novos}$	Agente	$P_{n-max} - \boldsymbol{novos}$
1	*28.21*	11	*19.37*
2	*122.46*	12	*65*
3	*62.14*	13	*39*
4	*9.88*	14	*52*
5	*14.56*	15	*39*
6	*38.35*	16	*39*
7	*11.7*	17	*26*
8	*4.55*	18	*65*
9	*7.93*	19	*13*
10	*17.55*	20	∞

Fonte: Autoria própria

Com os novos valores superiores, o modelo foi rodado mais uma vez, gerando os resultados apresentados nas Tabela 20 e Tabela 21. As seguintes análises foram feitas baseando-se nos resultados obtidos.

- Houve uma maior importação feita pela rede principal, uma vez que os produtores aumentaram seus limites. Com mais oportunidade de venda, o sistema utilizou-se dessa vantagem;
- Os agentes consumidores continuaram consumindo apenas seus limites inferiores;
- O bem estar social aumentou em 231%, devido praticamente à maior venda dos produtores para o grid, que possui uma alta taxa de compra, em comparação aos outros agentes.

Tabela 20 - Comparação entre os resultados (agentes)

Agente	$P_n original$	$P_n\ novo$
1	-19.33	-19.33
2	-86.02	-86.02
3	-45.74	-45.74
4	-6.36	-6.36
5	-9.11	-9.11
6	-25.24	-25.24
7	-8.11	-8.11
8	-2.72	-2.72
9	-5.33	-5.33
10	-11.93	-11.93
11	-13.34	-13.34
12	50	65
13	30	39
14	40	52
15	30	39
16	30	39
17	20	26
18	50	65
19	10	13
20	-26.77	-104.77

Fonte: Autoria própria

Tabela 21 - Comparação entre os resultados (Bem estar social)

Modelo	Bem estar social	p.p.
Original	5384.30	-
Limite superior maior	17826	+ 231.07%

Fonte: Autoria própria

O modelo foi rodado em um computador HP, com chip Intel i5 de 8ª geração e 8gb disponíveis de memória RAM. O tempo para atingir os resultados utilizando o software Matlab foi de aproximadamente 30 segundos.

6 Considerações Finais

Este trabalho apresentou um modelo de otimização com base em programação quadrática, para encontrar o ponto ótimo entre a troca de energia de 20 agentes entre si. A métrica principal da função objetivo foi de minimizar os custos, que também pode ser dito como maximizar o bem estar social.

Este projeto buscou (i) determinar os valores ótimos de produção e consumo de cada agente, (ii) encontrar o custo mínimo e o bem estar social máximo do sistema, e (iii) comparar resultados com a alteração nos limites superiores do modelo.

Os valores ótimos de produção e consumo foram encontrados e todos eles respeitavam os limites inferiores e superiores propostos inicialmente, demonstrando a sua viabilidade. Além disso, os valores foram de acordo ao esperado, que era de se priorizar as opções de menor preço de compra ou maior preço de venda, fazendo com que os consumidores consumissem o mínimo e os produtores vendessem para a rede.

Sobre o segundo objetivo, o bem estar social resultante foi positivo, como esperado, porém, sem um estudo aprofundado dos preços da energia do sistema, é difícil de confirmar se ele poderia ser ainda melhor. Não foram realizados cálculos nem estudos sobre os preços, a fim de se buscar o valor ótimo.

O teste feito com o aumento de 30% dos limites superiores foi no intuito de analisar se o comportamento observado com os dados originais se mantinha, o que foi comprovado. Além disso, conclui-se que o aumento no limite superior trouxe um efeito muito positivo e significativo para o sistema, comprovado pelo aumento de 231% no bem estar social encontrado. Porém, supõe-se que qualquer acréscimo nos limites superiores e decréscimo nos limites inferiores sejam positivos para o sistema, uma vez que os parâmetros de compra e venda atual favorecem a venda para a rede principal e não as necessidades (além do mínimo) do próprio sistema.

É válido o estudo posterior sobre o funcionamento do sistema, caso as taxas de importação e exportação da rede fossem alteradas. Isso altera o comportamento quanto à venda ou compra da rede, ou as relações de obrigatoriedade de consumo para as energias renováveis, que não necessariamente seriam seguidas em um contexto real, caso também fossem alteradas. Além disso, um estudo mais aprofundado para encontrar o preço ótimo interno para o mercado ou uma simulação dos modelos baseado em comunidade e híbrido também trariam valor para o trabalho.

Referências Bibliográficas

ANEEL. **Mercado contrato bilateral**. Disponível em: http://www.aneel.gov.br/busca?p_p_id=101&p_p_lifecycle=0&p_p_state=maximized&p_p_mode=view&_101_struts_action=%2Fasset_publisher%2Fview_content&_101_returnToFullPageURL=http%3A%2F%2Fwww.aneel.gov.br%2Fbusca%3Fp_auth%3DYyYTumi9%26p_p_id%3D3%26p_p_lifecycle%3D1%26p_p_state%3Dnormal%26p_p_state_rcv%3D1&_101_assetEntryId=15046547&_101_type=content&_101_groupId=656835&_101_urlTitle=contrato-bilateral&inheritRedirect=true Acessado em 23/10/2021

ANEEL. **Saiba mais sobre o setor elétrico brasileiro**. Disponível em: https://www.aneel.gov.br/home?p_p_id=101&p_p_lifecycle=0&p_p_state=maximized&p_p_mode=view&_101_struts_action=%2Fasset_publisher%2Fview_content&_101_returnToFullPageURL=%2F&_101_assetEntryId=14476909&_101_type=content&_101_groupId=654800&_101_urlTitle=faq&inheritRedirect=true Acessado em 23/10/2021

BERTSCH, V, et al. **Public acceptance and preferences related to renewable energy and grid expansion policy: Empirical insights for Germany**. Energy, 2016, vol. 114, p. 465-477.

BRASIL. Decreto nº 3.520, de 21 de junho de 2000. **Dispõe sobre a estrutura e o funcionamento do Conselho Nacional de Política Energética** - CNPE e dá outras providências. Disponível em: https://www.gov.br/mme/pt-br/assuntos/conselhos-e-comites/arquivos/conselhos-e-comites/Decreton3520de21dejunhode2000.pdf. Acesso em: 22 out 2021.

BRUDERMANN, T., YAMAGATA, Y. **Towards an agent-based model of urban electricity sharing**. En 2014 International Conference and Utility Exhibition on Green Energy for Sustainable Development (ICUE). IEEE, 2014. p. 1-5.

CCEE. **Construindo um mercado inteligente de energia elétrica no Brasil**, 2012.

CCEE**. Panorama e perspectivas da comercialização de energia elétrica**. VIII Conferência do Setor Elétrico/Saneamento – Santander. Mar. 2016. Disponível em < https://pt.slideshare.net/CCEEOficial/panorama-e-perspectivas-da-comercializao-de-energia-eltrica>

CASTRO, Nivalde José de; LEITE, André Luís da Silva**. Preço spot de eletricidade: teoria e evidências do caso brasileiro**. Rio de Janeiro, UFRJ, 2010. Disponível em: https://www.ie.ufrj.br/datacenterie/pdfs/seminarios/pesquisa/texto0306.pdf

ERNI, D. **Day-Ahead Electricity Spot Prices – Fundamental Modelling and the Role of Expected Wind Electricity Infeed at the European Energy Exchange**. University of St. Gallen: St. Gallen, 2012

EURELETRIC, **Prosumers - an integral part of the power system and the market**, June 2015 (Acessado em outubro de 2021) http://www.elecpor.pt/pdf/18_06_2015_Prosumers_an_integral_part_of_the_power_system_and_market_june.pdf

FALCÃO. **Cunhado na família.** Som Zoom: 2001. 3:30 min

FORNASIER, M., KNEBEL, N. **Comercialização de energia elétrica peer-to-peer, contratos inteligentes e a regulação do acesso à energia no Brasil**. Direito e Desenvolvimento, 2021, vol. 12, no 1, p. 218-237.

GENERGIA. **Tudo Sobre Mercado Livre de Energia**. Relatório técnico. Disponível em: http://www.genergia.com.br/media/Genergia-Mercado-Livre-de-Energia.pdf Acessado em 20/10/2021

GERHARDT, T. E., SILVEIRA, D. T. **Métodos de Pesquisa**. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2007.

HILLIER, F. S; LIEBERMAN, G. J. **Introduction to Operations Research**. 9th ed. New York: McGraw-Hill, 2013.

HU, J, et al**. Identifying barriers to large-scale integration of variable renewable electricity into the electricity market: A literature review of market design**. Renewable and Sustainable Energy Reviews, 2018, vol. 81, p. 2181-2195.

HUG, G; KAR, S; WU, C. **Consensus+ innovations approach for distributed multiagent coordination in a microgrid**. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 2015, vol. 6, no 4, p. 1893-1903.

MATLAB. **Quadprog**. Disponível em < https://www.mathworks.com/help/optim/ug/quadprog.html >. Acessado em 24 out 2021

MENGELKAMP, Esther, et al. **Designing microgrid energy markets: A case study: The Brooklyn Microgrid**. Applied Energy, 2018, vol. 210, p. 870-880.

MERCADOLIVREDEENERGIA. Mercado Livre de Energia. Disponísvel em <https://www.mercadolivredeenergia.com.br/> Acessado em 24 out 2021.

MORSE, P. M.; KIMBALL, G. E. **Methods of Operations Research**. The Technology Press of Massachussets Institute of Technology, 1951.

ONU. Organização das Nações Unidas. **Transformando Nosso Mundo: A Agenda 2030 para o Desenvolvimento Sustentável**. 2015. Disponível em: <https://www.br.undp.org/content/brazil/pt/home/library/ods/agenda-2030---transformando-nosso-mundo.html> Acesso em 22 out 2021.

PAIS, I., PROVASI, G. **Sharing economy: A step towards the reembeddedness of the economy?**. Stato e mercato, Rivista quadrimestrale (3) (2015) 347–378.

PARAG, Y., SOVACOOL, B K. **Electricity market design for the prosumer era**. Nature energy, 2016, vol. 1, no 4, p. 1-6.

PEREIRA, M., CAMPODONICO N., KELMAN R. **Long-term hydro scheduling based on stochastic models**. Proceedings International Conference Electrical Power Systems Operations and Management – EPSOM'98, vol. 1, p. 1-22. 1998.

POCOCK, J. W. **Operations Research and the Management Consultant**. Booz, Allen & Hamilton, 1953.

RIZKALLA, F. **Migração para o mercado livre de energia: estudo de caso do Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Rio de Janeiro**. Rio de Janeiro, Trabalho de conclusão de curso. Universidade Federal do Rio de Janeiro-Escola Politécnica, 2018.

RODRIGUES, L H, et al. **Pesquisa operacional: programação linear passo a passo: do entendimento do problema à interpretação da solução**. São Leopoldo: Editora UNISINOS, 2014.

SCIENCEDIRECT. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**. Disponível em: https://www.sciencedirect.com/journal/renewable-and-sustainable-energy-reviews/about/aims-and-scope. Acesso em: 21/10/2021.

SELLONI, D. **Codesign for public-interest services**. Research for Development. Springer. 2017.

SILVA, E. L. **Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação**. – 4. ed. rev. atual. – Florianópolis: UFSC, 2005.

SORIN, E., BOBO, L., PINSON, P. **Consensus-based approach to peer-to-peer electricity markets with product differentiation**. IEEE Transactions on Power Systems, 2018, vol. 34, no 2, p. 994-1004.

SOUSA, T et al. **Peer-to-peer and community-based markets: A comprehensive review**. v1. Renewable & Sustainable Energy Reviews. 2019.

THIOLLENT, M. **Metodologia da pesquisa-ação**. São Paulo: Cortez & Autores Associados, 1988.

WU, F F., VARAIYA, P. **Coordinated multilateral trades for electric power networks: theory and implementation**. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 1999, vol. 21, no 2, p. 75-102.

ZHANG, C et al. **Peer-to-Peer energy trading in a Microgrid**. Applied Energy, v. 220, p. 1-12, 2018.

ZHOU, Y; WU, J; LONG, C. **Evaluation of peer-to-peer energy sharing mechanisms based on a multiagent simulation framework**. Applied energy, 2018, vol. 222, p. 993-1022.

ZIEL, F., STEINERT, R., HUSMANN, S. **Efficient modeling and forecasting of electricity spot prices**. Energy Economics, 2015, vol. 47, p. 98-111.

Apêndices

O código apresentado a seguir foi utilizado no software MATLAB para a obtenção dos resultados expostos e discutidos nos Seção 5.

Para melhor visualização das tabelas utilizadas, recomenda-se abrir o seguinte link do Google Planilhas: https://docs.google.com/spreadsheets/d/1kG-tRqfKL93IxFTLIAiQmpqesukPo8cA/edit?usp=sharing&ouid=100535127147944189020&rtpof=true&sd=true

Apêndice 1 – Código utilizado para a programação

```
%Programação quadrática aplicada a um modelo de mercado P2P Completo
%Baseado no modelo IEEE 14-bus

%link do Google Planilhas com as matrizes utilizadas:
https://docs.google.com/spreadsheets/d/1kG-
tRqfKL93IxFTLIAiQmpqesukPo8cA/edit?usp=sharing&ouid=100535127147944189020&rtpof=
true&sd=true

function name %Nome genérico para a função

Ax = []; %Presente na aba 'Matrizes A e b' do link referido
bx = []; %Presente na aba 'Matrizes A e b' do link referido
Aeq = []; %Presente na aba 'Matriz Aeq' do link referido
beq = zeros(400,1); %Matriz é igual a zero
H = []; %Presente na aba 'Matriz H' do link referido
f = []; %Presente na aba 'Matriz f' do link referido

[x,fval] = quadprog(H,f,Ax,bx,Aeq,beq %Função quadrática

%x resultante está presente na aba 'Matriz X e fval' do link referido
%fval resultante está presente na aba 'Matriz X e fval' do link referido

end
```

Apêndice 2 – Tabelas resumidas

Tabela 22- Representação simplificada da relação entre cada agente e seus limites (Matriz A, vetor b e b alterado)

Agentes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20		b	b alterado
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	≤	-19.33	-19.33
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	≤	21.70	28.21
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	≤	-86.02	-86.02
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	≤	94.20	122.46
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	≤	-45.74	-45.74
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	≤	47.80	62.14
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	≤	-6.36	-6.36
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	≤	7.60	9.88
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	≤	-9.11	-9.11
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	≤	11.20	14.56
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	≤	-25.24	-25.24
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	≤	29.50	38.35
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	≤	-8.11	-8.11
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	≤	9.00	11.7
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	≤	-2.72	-2.72
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	≤	3.50	4.55
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	≤	-5.33	-5.33
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	≤	6.10	7.93
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	≤	-11.93	-11.93
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	≤	13.50	17.55
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	≤	-13.34	-13.34
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	≤	14.90	19.37
12	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	50	65
12	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	-50	-65
13	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	30	39
13	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	-30	-39
14	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	40	52
14	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	-4	-52
15	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	30	39
15	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	-30	-39
16	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	30	39
16	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	-30	-39
17	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	20	26
17	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	0	0
18	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	50	65
18	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	0	0
19	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	10	13
19	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	0	0
20	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	inf	inf
20	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	0	0
20	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	0	0
20	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≤	inf	inf

Fonte: Autoria própria

Tabela 23 – Resultado para variáveis no modelo alterado

Variável	P	Variável	P	Variável	P	Variável	P	Variável	P	Variável	P	Variável	P
x1	0.0	x61	0.0	x121	0.0	x181	0.0	x241	2.3	x301	2.3	x361	1.1
x2	0.0	x62	0.0	x122	0.0	x182	0.0	x242	9.8	x302	9.8	x362	1.3
x3	0.0	x63	0.0	x123	0.0	x183	0.0	x243	5.2	x303	5.2	x363	1.6
x4	0.0	x64	0.0	x124	0.0	x184	0.0	x244	0.8	x304	0.8	x364	0.5
x5	0.0	x65	0.0	x125	0.0	x185	0.0	x245	1.1	x305	1.1	x365	0.7
x6	0.0	x66	0.0	x126	0.0	x186	0.0	x246	2.8	x306	2.8	x366	1.4
x7	0.0	x67	0.0	x127	0.0	x187	0.0	x247	1.0	x307	1.0	x367	0.6
x8	0.0	x68	0.0	x128	0.0	x188	0.0	x248	0.3	x308	0.3	x368	0.4
x9	0.0	x69	0.0	x129	0.0	x189	0.0	x249	0.7	x309	0.7	x369	0.4
x10	0.0	x70	0.0	x130	0.0	x190	0.0	x250	1.5	x310	1.5	x370	0.8
x11	0.0	x71	0.0	x131	0.0	x191	0.0	x251	1.6	x311	1.6	x371	0.8
x12	-3.4	x72	-0.9	x132	-1.2	x192	-1.9	x252	0.0	x312	0.0	x372	0.0
x13	-2.3	x73	-0.8	x133	-1.0	x193	-1.5	x253	0.0	x313	0.0	x373	0.0
x14	-2.8	x74	-0.8	x134	-1.1	x194	-1.7	x254	0.0	x314	0.0	x374	0.0
x15	-2.3	x75	-0.8	x135	-1.0	x195	-1.5	x255	0.0	x315	0.0	x375	0.0
x16	-2.3	x76	-0.8	x136	-1.0	x196	-1.5	x256	0.0	x316	0.0	x376	0.0
x17	-2.2	x77	-0.7	x137	-0.9	x197	-1.4	x257	0.0	x317	0.0	x377	0.0
x18	-3.0	x78	-1.0	x138	-1.3	x198	-1.8	x258	0.0	x318	0.0	x378	0.0
x19	-1.1	x79	-0.5	x139	-0.6	x199	-0.8	x259	0.0	x319	0.0	x379	0.0
x20	0.0	x80	0.0	x140	0.0	x200	0.0	x260	11.8	x320	11.8	x380	3.4
x21	0.0	x81	0.0	x141	0.0	x201	0.0	x261	2.8	x321	2.2	x381	0.0
x22	0.0	x82	0.0	x142	0.0	x202	0.0	x262	14.9	x322	3.3	x382	0.0
x23	0.0	x83	0.0	x143	0.0	x203	0.0	x263	7.6	x323	3.0	x383	0.0
x24	0.0	x84	0.0	x144	0.0	x204	0.0	x264	0.8	x324	0.7	x384	0.0
x25	0.0	x85	0.0	x145	0.0	x205	0.0	x265	1.3	x325	0.9	x385	0.0
x26	0.0	x86	0.0	x146	0.0	x206	0.0	x266	3.7	x326	3.0	x386	0.0
x27	0.0	x87	0.0	x147	0.0	x207	0.0	x267	1.1	x327	0.9	x387	0.0
x28	0.0	x88	0.0	x148	0.0	x208	0.0	x268	0.3	x328	0.3	x388	0.0
x29	0.0	x89	0.0	x149	0.0	x209	0.0	x269	0.7	x329	0.6	x389	0.0
x30	0.0	x90	0.0	x150	0.0	x210	0.0	x270	1.7	x330	1.4	x390	0.0
x31	0.0	x91	0.0	x151	0.0	x211	0.0	x271	1.9	x331	1.4	x391	0.0
x32	-20.2	x92	-1.3	x152	-0.3	x212	-2.1	x272	0.0	x332	0.0	x392	-18.2
x33	-9.8	x93	-1.1	x153	-0.3	x213	-1.6	x273	0.0	x333	0.0	x393	-11.8
x34	-14.9	x94	-1.3	x154	-0.3	x214	-1.9	x274	0.0	x334	0.0	x394	-15.1
x35	-9.8	x95	-1.1	x155	-0.3	x215	-1.6	x275	0.0	x335	0.0	x395	-11.8
x36	-9.8	x96	-1.1	x156	-0.3	x216	-1.6	x276	0.0	x336	0.0	x396	-11.8
x37	-3.3	x97	-0.9	x157	-0.3	x217	-1.4	x277	0.0	x337	0.0	x397	-8.2
x38	-16.8	x98	-1.4	x158	-0.4	x218	-2.3	x278	0.0	x338	0.0	x398	-24.5
x39	-1.3	x99	-0.7	x159	-0.4	x219	-0.8	x279	0.0	x339	0.0	x399	-3.4
x40	0.0	x100	0.0	x160	0.0	x220	0.0	x280	15.1	x340	8.2	x400	0.0
x41	0.0	x101	0.0	x161	0.0	x221	3.4	x281	2.3	x341	3.0		
x42	0.0	x102	0.0	x162	0.0	x222	20.2	x282	9.8	x342	16.8		
x43	0.0	x103	0.0	x163	0.0	x223	10.1	x283	5.2	x343	7.8		
x44	0.0	x104	0.0	x164	0.0	x224	0.9	x284	0.8	x344	1.0		
x45	0.0	x105	0.0	x165	0.0	x225	1.3	x285	1.1	x345	1.4		
x46	0.0	x106	0.0	x166	0.0	x226	4.6	x286	2.8	x346	3.9		
x47	0.0	x107	0.0	x167	0.0	x227	1.2	x287	1.0	x347	1.3		
x48	0.0	x108	0.0	x168	0.0	x228	0.3	x288	0.3	x348	0.4		
x49	0.0	x109	0.0	x169	0.0	x229	0.8	x289	0.7	x349	0.8		

x50	0.0	x110	0.0	x170	0.0	x230	1.9	x290	1.5	x350	1.8		
x51	0.0	x111	0.0	x171	0.0	x231	2.1	x291	1.6	x351	2.3		
x52	-10.1	x112	-4.6	x172	-0.8	x232	0.0	x292	0.0	x352	0.0		
x53	-5.2	x113	-2.8	x173	-0.7	x233	0.0	x293	0.0	x353	0.0		
x54	-7.6	x114	-3.7	x174	-0.7	x234	0.0	x294	0.0	x354	0.0		
x55	-5.2	x115	-2.8	x175	-0.7	x235	0.0	x295	0.0	x355	0.0		
x56	-5.2	x116	-2.8	x176	-0.7	x236	0.0	x296	0.0	x356	0.0		
x57	-3.0	x117	-3.0	x177	-0.6	x237	0.0	x297	0.0	x357	0.0		
x58	-7.8	x118	-3.9	x178	-0.8	x238	0.0	x298	0.0	x358	0.0		
x59	-1.6	x119	-1.4	x179	-0.4	x239	0.0	x299	0.0	x359	0.0		
x60	0.0	x120	0.0	x180	0.0	x240	18.2	x300	11.8	x360	24.5		

Fonte: Autoria própria

Tabela 24 – Resultado para variáveis no modelo inalterado

Variável	P	Variável	P	Variável	P	Variável	P	Variável	P	Variável	P	Variável	P
x1	0.0	x61	0.0	x121	0.0	x181	0.0	x241	2.4	x301	2.4	x361	1.0
x2	0.0	x62	0.0	x122	0.0	x182	0.0	x242	8.8	x302	8.8	x362	1.2
x3	0.0	x63	0.0	x123	0.0	x183	0.0	x243	5.2	x303	5.2	x363	1.4
x4	0.0	x64	0.0	x124	0.0	x184	0.0	x244	0.8	x304	0.8	x364	0.5
x5	0.0	x65	0.0	x125	0.0	x185	0.0	x245	1.2	x305	1.2	x365	0.7
x6	0.0	x66	0.0	x126	0.0	x186	0.0	x246	3.0	x306	3.0	x366	1.1
x7	0.0	x67	0.0	x127	0.0	x187	0.0	x247	1.1	x307	1.1	x367	0.6
x8	0.0	x68	0.0	x128	0.0	x188	0.0	x248	0.3	x308	0.3	x368	0.4
x9	0.0	x69	0.0	x129	0.0	x189	0.0	x249	0.7	x309	0.7	x369	0.4
x10	0.0	x70	0.0	x130	0.0	x190	0.0	x250	1.5	x310	1.5	x370	0.8
x11	0.0	x71	0.0	x131	0.0	x191	0.0	x251	1.8	x311	1.8	x371	0.8
x12	-3.3	x72	-0.9	x132	-1.1	x192	-1.7	x252	0.0	x312	0.0	x372	0.0
x13	-2.4	x73	-0.8	x133	-1.1	x193	-1.5	x253	0.0	x313	0.0	x373	0.0
x14	-2.9	x74	-0.8	x134	-1.1	x194	-1.6	x254	0.0	x314	0.0	x374	0.0
x15	-2.4	x75	-0.8	x135	-1.1	x195	-1.5	x255	0.0	x315	0.0	x375	0.0
x16	-2.4	x76	-0.8	x136	-1.1	x196	-1.5	x256	0.0	x316	0.0	x376	0.0
x17	-2.1	x77	-0.8	x137	-0.9	x197	-1.4	x257	0.0	x317	0.0	x377	0.0
x18	-2.8	x78	-0.9	x138	-1.0	x198	-1.7	x258	0.0	x318	0.0	x378	0.0
x19	-1.0	x79	-0.5	x139	-0.6	x199	-0.8	x259	0.0	x319	0.0	x379	0.0
x20	0.0	x80	0.0	x140	0.0	x200	0.0	x260	3.0	x320	3.0	x380	1.1
x21	0.0	x81	0.0	x141	0.0	x201	0.0	x261	2.9	x321	2.1	x381	0.0
x22	0.0	x82	0.0	x142	0.0	x202	0.0	x262	13.8	x322	3.3	x382	0.0
x23	0.0	x83	0.0	x143	0.0	x203	0.0	x263	7.6	x323	3.1	x383	0.0
x24	0.0	x84	0.0	x144	0.0	x204	0.0	x264	0.8	x324	0.8	x384	0.0
x25	0.0	x85	0.0	x145	0.0	x205	0.0	x265	1.3	x325	1.0	x385	0.0
x26	0.0	x86	0.0	x146	0.0	x206	0.0	x266	3.8	x326	2.6	x386	0.0
x27	0.0	x87	0.0	x147	0.0	x207	0.0	x267	1.1	x327	0.9	x387	0.0
x28	0.0	x88	0.0	x148	0.0	x208	0.0	x268	0.3	x328	0.3	x388	0.0
x29	0.0	x89	0.0	x149	0.0	x209	0.0	x269	0.7	x329	0.7	x389	0.0
x30	0.0	x90	0.0	x150	0.0	x210	0.0	x270	1.6	x330	1.4	x390	0.0
x31	0.0	x91	0.0	x151	0.0	x211	0.0	x271	1.9	x331	1.4	x391	0.0
x32	-19.0	x92	-1.3	x152	-0.4	x212	-2.0	x272	0.0	x332	0.0	x392	-5.3
x33	-8.8	x93	-1.2	x153	-0.3	x213	-1.8	x273	0.0	x333	0.0	x393	-3.0
x34	-13.8	x94	-1.3	x154	-0.3	x214	-1.9	x274	0.0	x334	0.0	x394	-4.0
x35	-8.8	x95	-1.2	x155	-0.3	x215	-1.8	x275	0.0	x335	0.0	x395	-3.0
x36	-8.8	x96	-1.2	x156	-0.3	x216	-1.8	x276	0.0	x336	0.0	x396	-3.0

x37	-3.3	x97	-1.0	x157	-0.3	x217	-1.4	x277	0.0	x337	0.0	x397	-2.4
x38	-22.2	x98	-1.1	x158	-0.3	x218	-1.9	x278	0.0	x338	0.0	x398	-5.0
x39	-1.2	x99	-0.7	x159	-0.4	x219	-0.8	x279	0.0	x339	0.0	x399	-1.1
x40	0.0	x100	0.0	x160	0.0	x220	0.0	x280	4.0	x340	2.4	x400	0.0
x41	0.0	x101	0.0	x161	0.0	x221	3.3	x281	2.4	x341	2.8		
x42	0.0	x102	0.0	x162	0.0	x222	19.0	x282	8.8	x342	22.2		
x43	0.0	x103	0.0	x163	0.0	x223	9.4	x283	5.2	x343	8.6		
x44	0.0	x104	0.0	x164	0.0	x224	0.9	x284	0.8	x344	0.9		
x45	0.0	x105	0.0	x165	0.0	x225	1.3	x285	1.2	x345	1.1		
x46	0.0	x106	0.0	x166	0.0	x226	4.7	x286	3.0	x346	3.8		
x47	0.0	x107	0.0	x167	0.0	x227	1.1	x287	1.1	x347	1.0		
x48	0.0	x108	0.0	x168	0.0	x228	0.4	x288	0.3	x348	0.3		
x49	0.0	x109	0.0	x169	0.0	x229	0.8	x289	0.7	x349	0.7		
x50	0.0	x110	0.0	x170	0.0	x230	1.7	x290	1.5	x350	1.7		
x51	0.0	x111	0.0	x171	0.0	x231	2.0	x291	1.8	x351	1.9		
x52	-9.4	x112	-4.7	x172	-0.8	x232	0.0	x292	0.0	x352	0.0		
x53	-5.2	x113	-3.0	x173	-0.7	x233	0.0	x293	0.0	x353	0.0		
x54	-7.6	x114	-3.8	x174	-0.7	x234	0.0	x294	0.0	x354	0.0		
x55	-5.2	x115	-3.0	x175	-0.7	x235	0.0	x295	0.0	x355	0.0		
x56	-5.2	x116	-3.0	x176	-0.7	x236	0.0	x296	0.0	x356	0.0		
x57	-3.1	x117	-2.6	x177	-0.7	x237	0.0	x297	0.0	x357	0.0		
x58	-8.6	x118	-3.8	x178	-0.7	x238	0.0	x298	0.0	x358	0.0		
x59	-1.4	x119	-1.1	x179	-0.4	x239	0.0	x299	0.0	x359	0.0		
x60	0.0	x120	0.0	x180	0.0	x240	5.3	x300	3.0	x360	5.0		

Fonte: Autoria própria