



Universidade de Brasília  
Departamento de Estatística

A eficiência da rede de ensino médio do DF,  
usando o método análise envoltória de dados com bootstrap.

Carlo Aleksandr Rosano de Almeida

Relatório final apresentado para o Departamento de Estatística da Universidade de Brasília como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Bacharel em Estatística.

Brasília  
2022

**Carlo Aleksandr Rosano de Almeida**

**A eficiência da rede de ensino médio do DF,  
usando o método análise envoltória de dados com bootstrap.**

Orientador(a): Prof. Dr. Eduardo Monteiro de Castro Gomes

Relatório final apresentado para o Departamento de Estatística da Universidade de Brasília como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Bacharel em Estatística.

**Brasília  
2022**

## Resumo

Neste trabalho, estimou-se escores robustos de eficiência escolar entre 153 unidades escolares (privadas e públicas) do ensino médio do Distrito Federal. Usou-se uma modelagem *Network – DEA*, em oposição ao clássico *DEA*, oferecendo a vantagem de decompor a prestação de serviços educacionais em 03 (três) estágios sequenciais e estimar a eficiência associada a cada um deles e a eficiência global. Além disso usou-se um método para identificar e eliminar outliers que afetassem os índices de eficiência. Seguidamente, valendo-se de técnicas de bootstrap, realizou-se o teste de significância de retorno de escala e uma vez confirmada o tipo de retorno, estimou-se o escore corrigido do viés aleatório inerente aos dados. As estimativas apontam enquanto é possível maximizar os objetivos educacionais (matrícula, taxa de aprovação e nota média no ENEM), tendo como referência as melhores práticas da região. Acredita-se que os resultados aqui encontrados fornecerão novas contribuições práticas para subsidiar a definição de estratégias e ação que melhore o retorno dos investimentos educacionais no DF.

**Palavras-chaves:** Eficiência escolar, Network-Dea Bootstrap, Ensino Médio, Distrito Federal, Brasil

## Abstract

In this work, robust school efficiency scores were estimated among 153 school units (private and public) of high school in the Federal District, Brazil. A *Network – DEA* modeling was used, as opposed to the classic *DEA*, offering the advantage of decomposing the provision of educational services into 03 (three) sequential stages and estimating the efficiency associated with each of them and the overall efficiency. In addition, a method was used to identify and eliminate outliers that affect efficiency levels. Then, using bootstrap techniques, the scale return significance test was performed and once the type of return was confirmed, the corrected score for the random bias inherent in the data was estimated. Estimates point to the extent to which it is possible to maximize educational objectives (enrollment, pass rate and average ENEM grade), having as a reference the best practices in the region. It is believed that the results found here will provide new practical contributions to support the definition of strategies and action that improve the return on educational investments in the Federal District.

**Keywords:** Scholar Efficiency, Network-Dea Bootstrap, High school, Federal District, Brazil.



# Sumário

<b>1 Introdução</b> . . . . .	7
<b>2 Objetivos</b> . . . . .	9
<b>3 Revisão de Literatura</b> . . . . .	11
3.1 Conceito e medida de eficiência . . . . .	11
3.2 Modelos DEA . . . . .	16
3.3 Outras extensões dos modelos DEA clássicos . . . . .	23
3.3.1 Modelo Network DEA . . . . .	23
3.3.2 Modelo Supereficiência DEA . . . . .	24
3.3.3 Identificação de outliers . . . . .	27
3.3.4 Índice corrigido, intervalos de confiança e teste hipótese com bootstrap . . . . .	28
<b>4 Metodologia</b> . . . . .	34
4.1 Variáveis utilizadas e modelagem do processo de avaliação da eficiência do objeto de estudo . . . . .	34
<b>5 Análise de Resultados</b> . . . . .	38
5.1 Análise descritiva, outliers e amostra final . . . . .	38
5.1.1 Outliers do 1º Estágio . . . . .	39
5.1.2 Outliers do 2º Estágio . . . . .	41
5.1.3 Outliers do 3º Estágio . . . . .	43
5.2 Inferência estatística da eficiência DEA . . . . .	44
5.2.1 Eficiência no 1º Estágio . . . . .	47
5.2.2 Eficiência do 2º Estágio . . . . .	49
5.2.3 Eficiência do 3º Estágio . . . . .	51
5.2.4 Eficiência Global . . . . .	54
<b>6 Considerações Finais</b> . . . . .	58
<b>Referências</b> . . . . .	60
<b>Anexos</b> . . . . .	64



# 1 Introdução

O desenvolvimento socioeconômico de um país dificilmente pode ser sustentado sem uma população instruída. A partir dos inovadores trabalhos de Theodore Schultz e Gary Becker (laureados com o Prêmio Nobel em economia) na década de 1950, várias vertentes da teoria econômica consideram o investimento em capital humano como um fator essencial no crescimento econômico e na resiliência em situações de crises (UZAWA, 1965) e (LUCAS, 1988). Para estes economistas, o capital humano é tão importante quanto o capital financeiro no crescimento do PIB (Produto Interno Bruto) e define-se como o conjunto de conhecimentos, habilidades e atitudes que as pessoas possuem e as tornam aptas para desenvolver atividades específicas. Além disso, para Lochner está comprovado que níveis mais altos de escolaridade em um país estão associados a uma menor incidência criminal e corruptiva, maior salubridade da população, níveis mais alto de produtividade e empregabilidade nacional, entre outros (LOCHNER, 2011).

Diante dessas constatações, nas ultimas décadas o Brasil vem realizando altos investimentos na educação. Segundo dados do INEP (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira), o investimento público em relação ao PIB na educação básica cresceu de 3.7% em 2000 para 4.8% em 2018 (INEP, 2022). Este valor representa um percentual maior do que a media dos países desenvolvidos, segundo o relatório Education at a Glance, divulgado pela Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE, 2019).

No entanto, o investimento na educação, em geral, mostra resultados insatisfatórios no que se refere a qualidade do ensino básico, tornando o gasto publico ineficiente. Um dos maiores estudos sobre educação do mundo, o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa), em sua edição 2018, indica que o Brasil possui baixa proficiência em Leitura, Matemática e Ciências, quando comparado com outros 78 países que participaram da avaliação. Revela índices de desempenho estagnados desde 2009, indicando que 68,1% dos estudantes brasileiros, com 15 anos de idade, não possuem nível básico de Matemática, considerado como o mínimo para o exercício pleno da cidadania. Em Ciências, o número chega 55% e em Leitura, 50%. Quando comparado com os países da América do Sul analisados pelo Pisa, o Brasil é o pior país em Matemática e Ciências, empatado estatisticamente com a Argentina. Já em Leitura o país é o segundo pior, atrás da Argentina e Peru que se encontram empatados (OECD, 2018). A nível nacional, os resultados do Saeb (Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica) mostram também quedas expressivas nas médias de proficiência. Isso tem ocorrido em quase todas as Unidades da Federação (BENEGAS et al., 2012).

Para superar este desafio, os tomadores de decisão e gestores escolares precisam

de convincentes respostas às seguintes questões:

1. É possível aumentar a qualidade e o desempenho escolar com os escassos recursos disponíveis?
2. Em que medida a educação brasileira pode ser mais eficiente?

Em torno destas questões está o problema central de pesquisa desse trabalho.

Para abordar este problema, a Estatística e a Pesquisa Operacional apresentaram grandes contribuições nas últimas décadas, desenvolvendo técnicas para análise da eficiência e produtividade. Dentre elas, dois métodos de benchmarking e fronteira eficiente mostraram-se relativamente úteis:

- Stochastic Frontier Analysis (SFA).
- Data Envelopment Analysis (DEA).

O primeiro é chamado de paramétrico e usa técnicas econométricas a partir de uma relação funcional entre insumos e produtos. O segundo é denominado de não-paramétrico e determinístico e utiliza técnicas de programação matemática. Diferenciam-se em função da forma de construir a fronteira eficiente e como são interpretados os desvios da fronteira. Ambos os métodos apresentam vantagens e desvantagens, mas nenhum é claramente superior ao outro (COELLI et al., 2005). No entanto, nota-se a preferência do método DEA na análise da eficiência em vários setores, devido à possibilidade de incluir múltiplos insumos e produtos nos modelos e utilizar pressupostos menos restritivos sobre a tecnologia de produção de bens e serviços.

Para superar o determinismo do modelo DEA, uma nova abordagem tem ganhando importância na literatura na última década. Trata-se do modelo desenvolvido nos trabalhos de Simar e Wilson que estimam índices robustos de eficiência com bootstrap (SIMAR; WILSON, 1998). Esse novo método enquadra-se no denominado DEA estocástico, que busca integrar o termo aleatório contido nos métodos do tipo SFA à fronteira calculada por métodos do tipo DEA, sem precisar da especificação, a priori, da relação funcional entre os insumos e produtos.



## 2 Objetivos

O presente estudo tem como objetivo estimar escores robustos de eficiência DEA com bootstrap para o ensino médio das escolas do DF. Nesse sentido, trabalha-se com dados do Censo Escolar 2019 e do Enem 2019 (Exame Nacional do Ensino Médio), ambos elaborados pelo INEP. Para tanto, utilizaram-se os insumos e produtos clássicos do setor estudado e as técnicas de network-DEA com bootstrap que serão usadas para detectar outliers, estimar o viés, corrigir os escores e testar o tipo de retornos de escala.

Acredita-se que os resultados aqui encontrados fornecerão novas contribuições práticas para subsidiar a definição de estratégias e ação que melhore o retorno dos investimentos educacionais no DF. O presente estudo se justifica ao indicar melhorias para uma gestão escolar mais eficiente e ao determinar fatores que induzem a adequação escolar, principalmente após a pandemia covid 19.



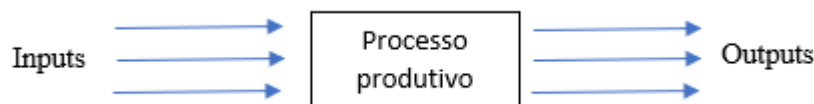
### 3 Revisão de Literatura

O presente Capítulo abarca a análise da literatura teórica e empírica referente ao tema e problemas de investigação deste trabalho. Isso permitirá ter uma ideia do estado da arte sobre o tema, fundamentar o referencial teórico, descrever a metodologia utilizada, justificar a escolha das variáveis usadas e comparar os resultados obtidos com os encontrados em outros trabalhos.

#### 3.1 Conceito e medida de eficiência

O desempenho de unidades produtivas (de agora em diante denominadas Decision Making Units – *DMUs*) é avaliado, na literatura especializada, a partir da compreensão do processo produtivo realizados nessas unidades. A Figura 1 representa a diagramação do processo produtivo, formado pelos fluxos de entradas e saídas e a chamada "caixa preta" que configura os diferentes e desconhecidos processos produtivos realizados nas *DMUs*. Nesse processo, combinam-se e transformam-se uma série de insumos (fatores produtivos ou inputs) em novos bens e serviços (outputs) que devem gerar maiores utilidades.

Figura 1: Diagramação do Processo de Produção.



O processo produtivo realizado nas *DMUs* é caracterizado pelo conceito de conjunto de possibilidade de produção (CPP). O CPP registra o conjunto de duas matrizes: 1) a matriz de inputs ( $x$ ) utilizados, e 2) a matriz de outputs ( $y$ ) gerados nas *DMUs* de um setor produtivo em um determinado momento. Matematicamente pode ser expresso:

$$CPP = \{(x, y) \mid x \text{ pode produzir } y\} \quad (3.1.1)$$

Desta forma, cada par de vetores  $x, y$  do CPP representa um processo produtivo fatível, incluindo os observados empiricamente ou não.

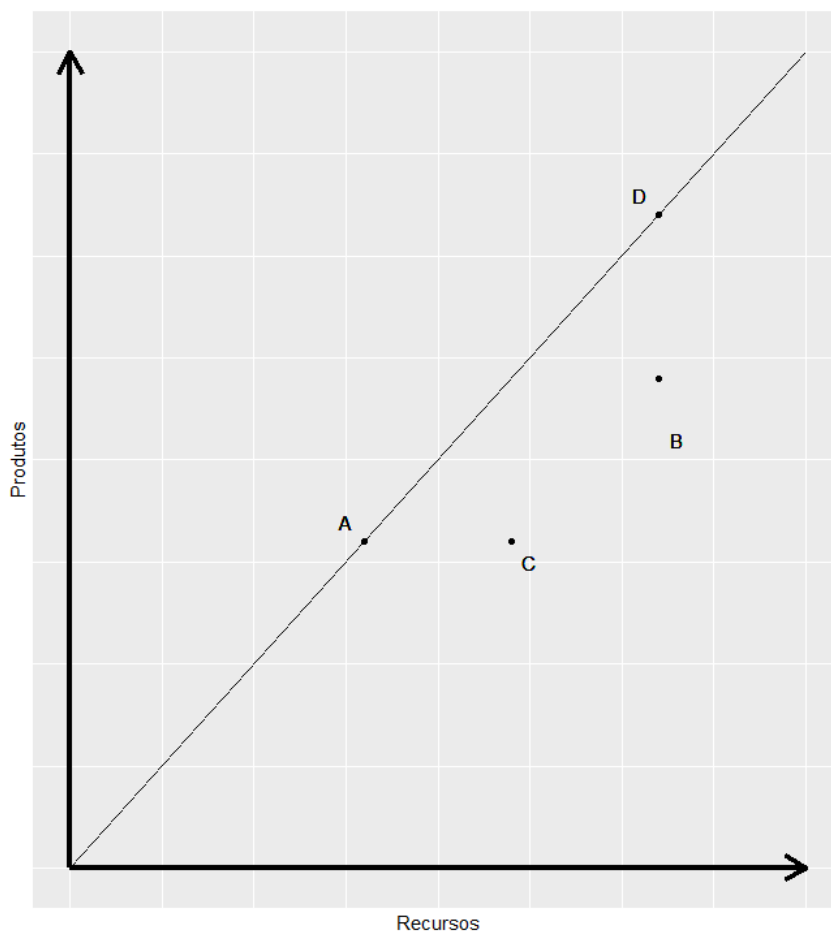
Graficamente o limite superior do CPP é representada pela chamada fronteira de possibilidade de produção. Esta curva é formada pelas melhores práticas, ou seja, pelas *DMUs* que maximizam a produção para uma dada quantidade de insumos e minimizam os insumos para um determinado nível de produção. Pode ser representada basicamente

de duas formas:

1. Por uma linha reta que parte da origem quando considera-se retornos constantes de escala (ou seja, quando o aumento da quantidade utilizada de insumos determina um aumento exatamente proporcional à quantidade do produto).
2. Por uma curva convexa no início e concava no final, quando considera-se rendimentos variáveis de escala (o aumento da quantidade utilizada de insumos determina acréscimos ou reduções nas quantidades produzidas).

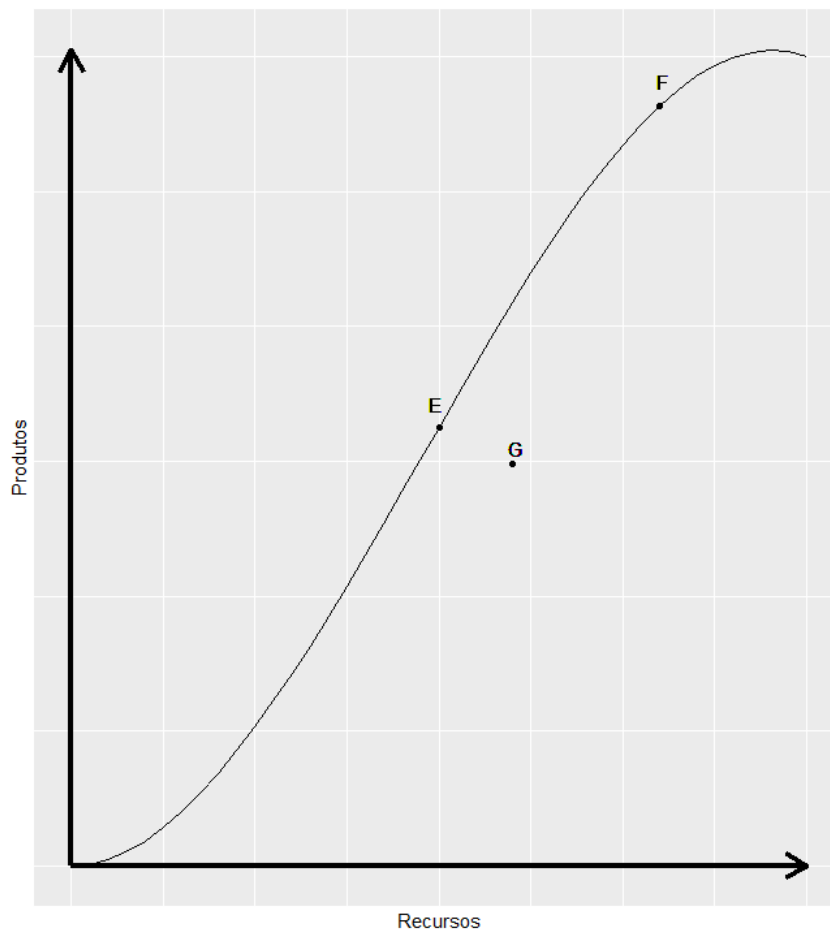
Na Figura 2 e Figura 3, representam-se as respectivas fronteiras do conjunto de possibilidade de produção para o caso de um único insumo (representado no eixo horizontal) e um único produto (no eixo vertical). Na Figura 2, a curva representa processos produtivos com retornos constantes de escala em que os pontos A e D, representando as  $DMU_A$  e  $DMU_D$  respectivamente, formam a fronteira do CPP e são caracterizadas como eficientes, já que estão maximizando a produção ( $y$ ) com uma determinada quantidade de recursos( $x$ ). As  $DMU_B$  e  $DMU_C$ , situadas abaixo da fronteira, no interior do CPP, são classificadas como ineficientes, já que com a dada quantidade de recurso, podem obter uma quantidade de produção maior. Na Figura 3, a curva representa processos produtivos com retornos variáveis de escala em que as  $DMU_E$  e  $DMU_F$  formam a fronteira eficiente e a  $DMU_G$  é classificada como ineficiente pois se encontra a baixo da fronteira.

Figura 2: Curvas do Conjunto de Possibilidade de Produção para um insumo e um produto com retornos constantes de escala.



Fonte: Adaptado de (MEZA; GOMES; NETO, 2005)

Figura 3: Curvas do Conjunto de Possibilidade de Produção para um insumo e um produto com retornos variáveis.



Fonte: Adaptado de (MEZA; GOMES; NETO, 2005)

Neste contexto, para Koopmans uma DMU é eficiente se, e somente se, é impossível aumentar qualquer output (e/ou reduzir qualquer input) sem simultaneamente reduzir outro output (e/ou aumentar qualquer outro input) (KOOPMANS, 1951). Em outras palavras, a eficiência se revela quando uma DMU obtém o maior nível de produção possível com um determinado nível de insumos ou quando emprega a menor quantidade possível de insumos para produzir um número dado de produtos.

Com base nesta definição, para Meza, Gomes e Neto a mensuração da eficiência compara o que foi produzido, dado os recursos disponíveis, com o que poderia ter sido produzido com os mesmos recursos e nesse sentido a eficiência se torna um conceito relativo (MEZA; GOMES; NETO, 2005).

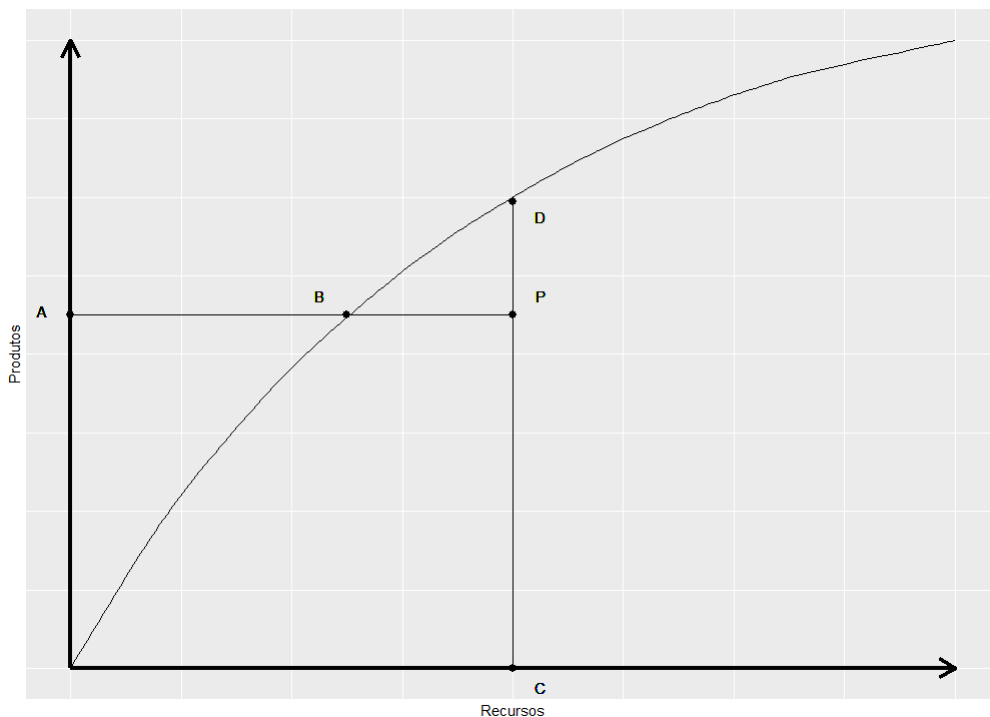
Assim o cálculo da eficiência resulta da distância euclidiana que separa cada DMU da fronteira CPP. Esse procedimento foi proposto por Farrell que considerou duas medidas básicas de eficiência (FARRELL, 1957):

1. Orientada aos outputs, que caracteriza o aumento da produção da DMU com a mesma quantidade de recursos.
2. Orientado aos inputs, que indica a diminuição da quantidade de recursos usados visando manter a mesma quantidade de produtos.

No caso da Figura 4, a eficiência orientada ao produto (output) da  $DMU_P$  é medida pela razão entre os segmentos  $CD$  e  $CP$  que será maior ou igual a 1, de tal forma que quanto maior este, mais ineficiente será a DMU. Assim, se o índice da  $DMU_P$  é, digamos 1.20, pode-se afirmar que a  $DMU_P$  precisa aumentar a produção em 20% para tornar-se eficiente e colocar-se na fronteira do CPP. Porém, há pesquisadores que invertem esse índice de eficiência orientada ao output, que passa a ser então um número menor e igual a 1 (MEZA; GOMES; NETO, 2005). Esse índice é chamado eficiência de Shephard (SHEPHARD, 2015).

A eficiência orientada aos inputs é definida pela razão dos segmentos  $AB$  e  $AP$ . Os valores de eficiência se encontram dentro do intervalo  $(0 : 1]$ , de tal forma que quanto menor o índice mais ineficiente é a DMU avaliada. Deste modo, se o índice da  $DMU_P$  é, digamos 0.80, pode-se afirmar que a  $DMU_P$  precisa reduzir os insumos em 20% para tornar-se eficiente e colocar-se na fronteira do CPP.

Figura 4: Curvas do Conjunto de Possibilidade de Produção para um insumo e um produto.



Fonte: Adaptado de (MEZA; GOMES; NETO, 2005)

Como já mencionado, na literatura especializada, utiliza-se dois métodos básicos para estimar a fronteira eficiente e medir a eficiência: Análise de Fronteira Estocástica (*SFA*) e Análise Envoltória de Dados (*DEA*). A *SFA* é um método paramétrico que usa técnicas econométricas de regressão para definir a fronteira do CPP a partir de uma relação funcional entre insumos e produtos. Tais fronteiras são estocásticas pois incorporam forças externas que contribuem para ruídos estatísticos aleatórios, como por exemplo, greves dos funcionários, intempéries climáticas (chuva torrencial, tempestade, furacão, seca, etc) ou surtos de doenças. A *DEA* é denominada de não-paramétrica e determinística, já que utiliza técnicas de programação matemática para determinar as melhores práticas e a fronteira do CPP. Em contraste com a técnica paramétrica, a *DEA* não precisa definir previamente uma relação funcional, exonerando-se do possível erro da especificação da relação funcional e permite contemplar múltiplos insumos e múltiplos produtos, tornando a representação do processo produtivo mais flexível. Por esse motivo foi escolhida a *DEA* na avaliação da eficiência da educação neste trabalho.

A seguir apresenta-se as abordagens *DEA* a serem utilizada na pesquisa. Parte de uma revisão dos modelos *DEA* clássicos. Posteriormente, na seção 3.3, descreve-se algumas extensões dos modelos *DEA*, incluindo o *Network-DEA*, a supereficiência e a *DEA bootstrap*.

## 3.2 Modelos *DEA*

A Análise Envoltória de Dados (*DEA*) é um método desenvolvido por Charnes, Cooper e Rhodes (CHARNES; COOPER; RHODES, 1978) com base no trabalho de Farrell (FARRELL, 1957) para comparar a eficiência relativa de escolas públicas americanas e estabelecer objetivamente pesos adequados a cada uma das variáveis de input e output (CHARNES et al., 1978). Ela tornou-se uma referência na avaliação empírica da eficiência de organizações sem fins lucrativos, porém, com o tempo, seu uso se estendeu a outros setores, incluindo empresas com fins lucrativos. Segundo Laengle esse inovador trabalho, publicado na revista *European Journal of Operational Research*, é o artigo mais citado no campo da pesquisa operacional (LAENGLÉ et al., 2017).

Esse modelo foi denominado *DEA-CCR* em homenagem a seus criadores (Charnes, Cooper e Rhodes). Utilizam Problemas de Programação Matemática (PPM) e a propriedade do CPP de retornos constantes de escala (CRS) para identificar as melhores práticas, construir a fronteira eficiente do CPP e medir o nível de eficiência relativa das unidades observadas, identificando os benchmarks com os quais essas *DMUs* ineficientes podem ser comparadas. Os PPM podem modelar-se de três formas: fracionária, multiplicativa e envelope, proporcionando medidas radiais de eficiência orientadas aos inputs ou orientadas aos outputs.



No DEA-CCR na forma fracionária e orientada aos inputs, a eficiência de cada *DMU* se calcula a partir do cociente entre a soma ponderada dos outputs e a soma ponderada dos inputs, que representa a produtividade total dos fatores. Como mostrado por Meza, Gomes e Neto para a  $DMU_o$  a eficiência é definida resolvendo o seguinte problema de programação não lineal (MEZA; GOMES; NETO, 2005):

$$Max_{u,v} Eff_o = \frac{\sum_{j=1}^s u_j y_{jo}}{\sum_{i=1}^r v_i x_{io}} \quad (3.2.1)$$

Sujeito a:

$$\frac{\sum_{j=1}^s u_j y_{jk}}{\sum_{i=1}^r v_i x_{ik}} \leq 1 \quad \text{para } k = 1, \dots, o, \dots, n.$$

$$u_j, v_i \geq 0$$

onde:

1. Considera-se  $n$  *DMUs* ( $k = 1, \dots, n$ ) que utilizam os mesmos inputs ( $x$ ) em diferentes quantidade e obtém os mesmos outputs ( $y$ ) em diferentes quantidades.
2.  $x_{ik}$  representa as quantidades do  $i$ -ésimo input utilizado pela  $k$ -ésima *DMU*.
3.  $x_{io}$  representa as quantidades do  $i$ -ésimo input usado pela unidade avaliada -  $DMU_o$ .
4.  $y_{jk}$  representa as quantidades do  $j$ -ésimo output gerado na  $k$ -ésima *DMU*.
5.  $y_{jo}$  representa as quantidades do  $j$ -ésimo output produzido na unidade avaliada -  $DMU_o$ .
6.  $v_i$  representa os pesos (ou importância dada pela *DMU* avaliada no processo produtivo) dos inputs.
7.  $u_j$  representa os pesos (ou importância dada pela  $DMU_o$  no processo produtivo) dos outputs.
8.  $Eff_o$  representa a eficiência relativa da unidade avaliada -  $DMU_o$ , que deve ser  $0 < Eff_o \leq 1$ . Se  $Eff_o = 1$ , a  $DMU_o$  considera-se tecnicamente eficiente. Caso contrário, é ineficiente.  $Eff_o x_{io}$  computa a projeção de  $(x_{io}, y_{io})$  na fronteira, o nível mínimo de inputs possíveis para o nível dado de output.

Na equação 3.2.2 mostram-se o modelo DEA-CCR orientado aos outputs, na forma fracionária

$$\text{Min } h_o = \frac{\sum_{i=1}^s v_i x_{io}}{\sum_{j=1}^r u_j y_{jo}} \quad (3.2.2)$$

Sujeito a:

$$\frac{\sum_{i=1}^s v_i x_{io}}{\sum_{j=1}^r u_j y_{jo}} \geq 1 \quad \text{para } k = 1, \dots, o, \dots, n.$$

$$u_j, v_i \geq 0$$

Neste modelo, em contraste com o modelo apresentada na equação 3.2.1,  $h_o \leq 1$ . Se  $h_o = 1$ , a  $DMU_o$  é considerada tecnicamente eficiente. Caso contrário, será ineficiente. Assim,  $h_o y_{jo}$  determina a projeção de  $(x_{io}, y_{io})$  na fronteira e indica em quanto é possível aumentar a produção de produtos com o nível dado de insumo. É necessário registrar que, com a tecnologia com retornos constantes,  $h_o = \frac{1}{Eff_o}$ .

Além disso, é imperativo notar que esses problemas de programação fracionária devem ser resolvidos para cada uma das  $DMUs$ . Porém, praticamente os Modelos 3.2.1 e 3.2.2 não são utilizados nos trabalhos empíricos. Por praticidade, eles são transformados em problemas de programação linear (PPL), mais fácil de programar e calcular. Assim, nascem os modelos na forma multiplicativa e na forma envelope (CHARNES; COOPER; RHODES, 1978).

O modelo DEA-CCR multiplicativo orientado aos inputs surge obrigando-se que o denominador da função objetivo do Modelo fracionário 3.2.1 deva ser igual à unidade e passe a ser parte das restrições. Realizando dito procedimento obtemos um PPL, revelado por (MEZA; GOMES; NETO, 2005):

$$\text{Min } Eff_o = \sum_{j=1}^r u_j y_{jo} \quad (3.2.3)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^r v_i x_{io} = 1$$

$$\sum_{j=1}^s u_j y_{jk} - \sum_{i=1}^r v_i x_{ik} \leq 0 \quad \text{para } k = 1, \dots, o, \dots, n.$$

$$u_j, v_i \geq 0$$

De forma idêntica, pode-se definir um novo PPL e encontrar o estimador da eficiência multiplicativa orientada ao output para a  $DMU_o$ , (MEZA; GOMES; NETO, 2005) como segue:

$$\text{Min } h_o = \sum_{i=1}^r v_i x_{io} \quad (3.2.4)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j=1}^r u_j y_{jo} = 1$$

$$\sum_{j=1}^s u_j y_{jk} - \sum_{i=1}^r v_i x_{ik} \leq 0 \quad \text{para } k = 1, \dots, o, \dots, n.$$

$$u_j, v_i \geq 0$$

Como é sabido, a dualização de um PPL primal resulta em outro PPL associado, denominado dual, que encontra a mesma solução da função objetivo do PPL primal, mas traz à tona outras informações úteis: os preços sombras. Na metodologia DEA, a dualização do PPL multiplicativo resulta no PPL na forma envelope. Esse procedimento pode consultar-se em (COLL; BLASCO, 2000).

O modelo do envelope DEA-CCR com orientação aos inputs é dado por:

$$\text{Min}_\lambda = \text{Eff}_o \quad (3.2.5)$$

Sujeito a:

$$\text{Eff}_o x_{io} - \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k \geq 0 \quad \forall i$$

$$-y_{jo} + \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k \geq 0 \quad \forall j$$

$$\lambda \geq 0$$

onde:  $\lambda = [\lambda_1, \dots, \lambda_n]_{[1 \times n]}$  representa o vetor que determina a combinação linear das melhores práticas na construção da fronteira, ou seja, a combinação linear dos bench-

marks na determinação da projeção da *DMU* ineficiente na fronteira . Ele também indica os preços sombras do PPL primal.

No caso do modelo DEA-CCR do envelope com orientação ao output, o PPL é modelado por (MEZA; GOMES; NETO, 2005) como segue:

$$Max \ h_o \tag{3.2.6}$$

Sujeito a:

$$\begin{aligned} x_{jo} \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k &\geq 0 \quad \forall \ i \\ -h_o y_{jo} + \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k &\geq 0 \quad \forall \ j \\ \lambda_k &\geq 0, \quad \forall \ k \end{aligned}$$

Posteriormente, Banker , Charnes e Cooper mostram que o modelo DEA-CCR pode ser muito restritivo quando existem *DMUs* de diferente tamanho, fato não controlável, com frequência, pelos gestores no curto prazo (BANKER; CHARNES; COOPER, 1984). Para atenuar esse problema os autores incorporam a propriedade de rendimento de escala crescente, constante ou decrescente em diferentes partes da fronteira, como mostrado na Figura 3. Substituem a propriedade da proporcionalidade entre inputs e outputs pela propriedade da convexidade. Dessa forma, as pequenas *DMUs* serão comparadas com os benchmarks de pequeno porte e as grandes com os benchmarks de grande porte. Assim, surgem os chamados modelos DEA-BCC, também conhecidos como VRS (Variable Returns to Scale), em que os PPL multiplicativo e do envelope para a eficiência orientada ao input e ao output para cada *DMU<sub>i</sub>* são definidos (MEZA; GOMES; NETO, 2005):

A) Modelo DEA-BCC Multiplicativo Orientado ao input:

$$Max \ Z_o = \sum_{j=1}^s u_j y_{jo} + u_* \tag{3.2.7}$$

Sujeito a:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^r v_i x_{io} &= 1 \\ - \sum_{i=1}^r v_i x_{ik} - \sum_{j=1}^s u_j y_{jk} + u_* &\leq 0 \quad \text{para } k = 1, \dots, o, \dots, n. \end{aligned}$$

$$u_j, v_i \geq 0, \quad \forall u_* \in \mathfrak{R}$$

B) Modelo DEA-BCC Multiplicativo Orientado ao output:

$$Max \quad W_o = \sum_{i=1}^r v_i x_{io} + v_* \quad (3.2.8)$$

Sujeito a:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^r u_j y_{jo} &= 1 \\ - \sum_{i=1}^r v_i x_{ik} - v_* - \sum_{j=1}^s u_j y_{jk} &\leq 0 \quad \text{para } k = 1, \dots, o, \dots, n. \\ u_j, v_i &\geq 0, \quad \forall u_* \in \mathfrak{R} \end{aligned}$$

C) Modelo DEA-BCC do Envelope Orientado ao input:

$$Min \quad Z_o \quad (3.2.9)$$

Sujeito a:

$$\begin{aligned} h_o x_{io} + \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k &\geq 0, \quad \forall i \\ -y_{jo} + \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k &\geq 0, \quad \forall j \\ \sum_{k=1}^n \lambda_k &= 1 \\ \lambda_k &\geq 0, \quad \forall k \end{aligned}$$

D) Modelo DEA-BCC do Envelope Orientado ao output:

$$Max \quad Z_o \quad (3.2.10)$$

Sujeito a:

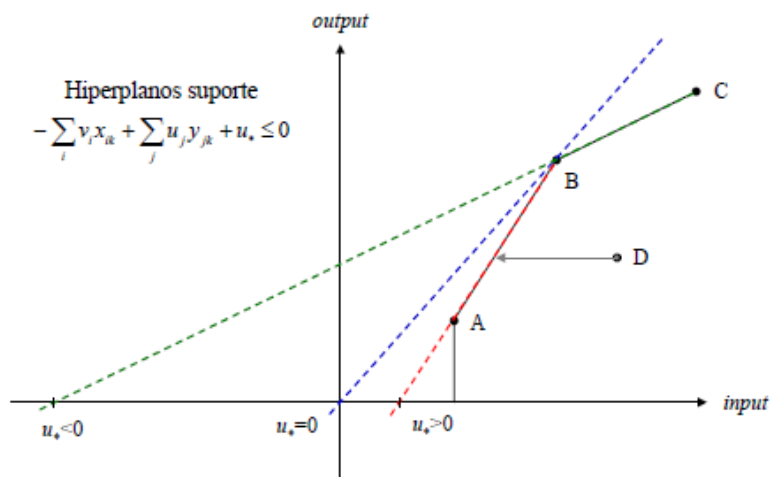
$$x_{io} + \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k \geq 0, \quad \forall i$$

$$\begin{aligned}
 -h_o y_{jo} + \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k &\geq 0, \quad \forall j \\
 \sum_{k=1}^n \lambda_k &= 1 \\
 \lambda_k &\geq 0, \quad \forall k
 \end{aligned}$$

Para explicar os Modelos DEA-BCC Multiplicativo, Meza, Gomes e Neto trazem, nas Figuras 5 e 6, uma interpretação geométrica dos fatores de escala ( $u_*$  e  $v_*$ ) para os casos de orientação a inputs (a) e a outputs (b) respectivamente (MEZA; GOMES; NETO, 2005) . Afirmam:

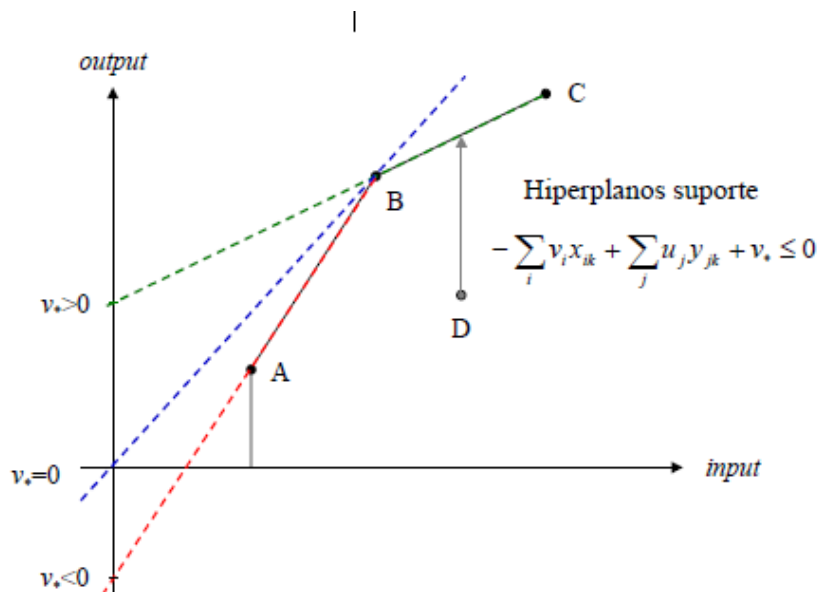
“Podemos notar que os fatores de escala representam os interceptos dos hiperplanos suporte das faces da fronteira de eficiência. No modelo orientado a inputs, quando positivos, indicam retornos crescentes de escala; quando negativos, indicam retornos decrescentes de escala; caso sejam nulos, a situação é de retornos constantes de escala. Já no modelo orientado a outputs, quando positivos, indicam retornos decrescentes de escala; quando negativos, indicam retornos crescentes de escala; caso sejam nulos, a situação é de retornos constantes de escala.” (MEZA; GOMES; NETO, 2005).

Figura 5: Interpretação geométrica dos fatores de escala no modelo BCC, com orientação a inputs.



Fonte: (MEZA; GOMES; NETO, 2005)

Figura 6: Interpretação geométrica dos fatores de escala no modelo BCC, com orientação a outputs.



Fonte: (MEZA; GOMES; NETO, 2005)

A explicação dos escores  $Z$  e  $W$  é a mesma que no modelo DEA-CCR, no que se refere ao nível mínimo possível de inputs e ao nível máximo de outputs possível respectivamente. Porém, diferente daquilo observado nos modelos CCR,  $Z_k \neq \frac{1}{W_k}$  e o índice de eficiência DEA-BCC será sempre superior ou igual à alcançada com DEA-CCR, ou seja, os escores de eficiência BCC tendem a ser menos restritivos que os obtidos com DEA-CCR.

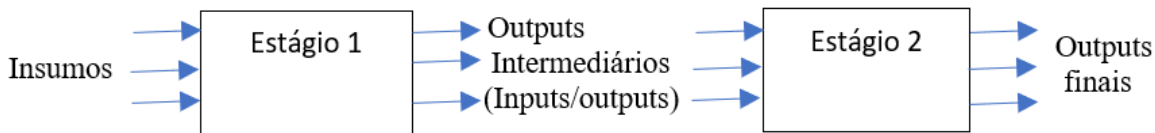
### 3.3 Outras extensões dos modelos DEA clássicos

#### 3.3.1 Modelo Network DEA

O modelo Network DEA (*NDEA*) foi desenvolvido por Färe e Grosskopf, que propuseram a abertura da chamada "caixa preta" e a solução de um modelo *DEA* para cada estágio do processo produtivo (FÄRE; GROSSKOPF, 2000). Ao contrário dos modelos *DEA* tradicionais, o modelo Network DEA define o processo produtivo realizado nas *DMUs* como uma cadeia formada de várias divisões, ou uma rede de sub-processos. Considera a estrutura interna do sistema produtivo e permite o estimar as ineficiências correspondentes aos diferentes estágios. Assim, decompõe a eficiência global em estágios específicos. De acordo com o modelo *NDEA*, cada sub-processo pode ter diferentes inputs e outputs. No entanto, os estágios internos de cada *DMU* estão conectados através de variáveis intermediárias que são produto no estágio anterior e insumo do estágio posterior. Entre os trabalhos que discutem e utilizaram *NDEA*, pode-se citar (KAO, 2014), (BENEGAS et al., 2012), (MORENO; LOZANO, 2014) e (MEZA et al., 2018).

A Figura 7 ilustra o funcionamento de uma *DMU* operando com dois estágios. Porém, os modelos *NDEA* podem ser encontrados em outras configurações.

Figura 7: Representação de um sistema serial com dois estágios.



Dada uma estrutura como a apresentada na Figura 7, de acordo com Meza, pode-se estimar os índices de eficiência de cada estágio usando-se os modelos DEA vistos anteriormente, uma vez que o conjunto de possibilidades de produção é modelado no nível de cada estágio (MEZA et al., 2018). Isto significa que cada sub-processo tem sua própria tecnologia, definindo assim o seu próprio conjunto de pesos e unidades de referência. Assim, obtendo as eficiências individuais  $E_o^1$  e  $E_o^2$  referentes aos estágios 1 e 2 da *DMU*<sub>o</sub> em análise, a eficiência global  $E_o$  é o produto das eficiências individuais de cada estágio:  $E_o = E_o^1 * E_o^2$ . Nestes casos, para que uma *DMU* possa ser eficiente nos modelos *NDEA*, esta deve ser eficiente em cada estágio. Portanto, pode ocorrer de não existir uma *DMU* que seja totalmente eficiente quando se considera todo o processo.

### 3.3.2 Modelo Supereficiência DEA

Classificar as *DMUs* pelos índices de eficiência *DEA* não é trivial. Isso deve-se a que os índices das unidades eficientes sempre são iguais a 1 e o número dessas *DMUs* pode ser grande. Além disso, naturalmente surge os seguintes questionamentos: todas as *DMUs* eficientes são igualmente eficientes? Existem *DMUs* eficientes umas mais eficientes que outras?

Para responder estes questionamentos, Andersen e Petersen sugeriram um método chamado de supereficiência, que compara uma dada *DMU* com a combinação linear de todas as outras *DMUs*, ou seja, excluindo da construção da fronteira a *DMU* avaliada (ANDERSEN; PETERSEN, 1993). Desta forma obtém-se índices diferenciados. Além de permitir estabelecer um ranking entre as *DMUs* eficientes, a o índice de supereficiência tem também sido usada na identificação de observações influentes (outliers) (BANKER; DAS; DATAR, 1989), (WILSON, 1995).

O problema de programação linear BCC-DEA orientado ao produto do suposto modelo para a *DMU*<sub>o</sub> é:



$$\text{Min } h_o = \sum_{i=1}^s v_i x_{io} + v_* \quad (3.3.1)$$

Sujeito a:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^r u_j y_{jo} &= 1 \\ \sum_{i=1}^r v_i x_{io} + v_* &\geq \sum_{j=1}^s u_j y_{jo}, \text{ para } i \text{ e } j \neq o \\ u_j, v_i &\geq 0 \end{aligned}$$

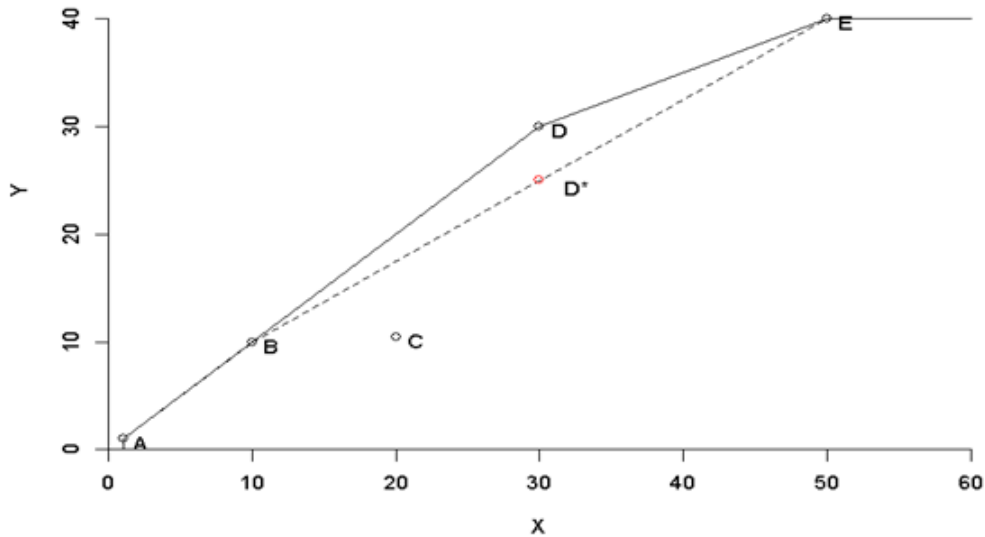
Ao se comparar este PPL com o modelo BCC-DEA 3.2.4 observa-se suas semelhanças, mas no modelo de supereficiência 3.3.1, se exclui a  $DMU_o$  da segunda restrição, que define a fronteira.

Para ilustrar essa ideia considere-se os dados de 5  $DMUs$  operando com retornos variáveis de escala, em que cada uma delas utiliza um input para produzir um output, conforme a Tabela 1. Usando os PPL DEA-BCC 3.2.4 e DEA-Supereficiência 3.3.1 chega-se aos valores registrados na quarta e quinta coluna da Tabela. Nota-se que as  $DMUs$  A, B, D e E são eficientes e forma a fronteira com retorno variável de escala, como ilustrado na Figura 8 pela a linha contínua. Esse índice por ser orientado aos outputs será sempre maior o igual a 1, de tal forma que quanto maior, maior será a ineficiência. Desta forma, observa-se na Tabela 1 e no Figura 8 que a única  $DMU$  ineficiente é C, com um índice 1.9 e colocada abaixo da fronteira.

Tabela 1: Exemplo para a estimativa da Eficiência e Supereficiência da  $DMU_D$ .

DMU	X Input	Y Output	Eficiência BCC	Supereficiência
A	1	1	1.0	-Inf
B	10	10	1.0	1.0
C	20	10.5	1.905	1.905
D	30	30	1.0	0.833
E	50	40	1.0	0.750

Figura 8: Fronteiras de Eficiência e Supereficiência  $DMU_D$  no modelo DEA-BCC.



Na Figura 8, a remoção da  $DMU_D$  terá como consequência uma nova fronteira de eficiência (linha tracejada) definida apenas pelas  $DMUs$  A, B e E. Assim aplicando o modelo de supereficiência a  $DMU_D$  deverá ter um índice menor que 1, indicando que poderia ter uma produção menor em 16,7% ( $0,167 = 1 - 0,833$ ) e continuar sendo eficiente, bem como ser parte da nova fronteira de eficiência formada pelas restantes  $DMUs$ . Nestas circunstâncias, a  $DMU_D$  é dita supereficiente porque com os mesmos insumos pode produzir eficientemente uma quantidade menos (dada por  $D^*$ ).

O modelo Supereficiência de Andersen e Petersen apresenta um inconveniente pelo facto de, em determinadas situações, o índice se tornar impossível de ser calculado, quando uma  $DMU$  supereficiente é excluída do conjunto de referência. Esse fato acontece quando não é possível atingir a fronteira de eficiência, formada pelas restantes  $DMUs$  eficientes, através de um incremento de inputs ou de uma redução de outputs, dependendo do modelo (COOK et al., 2009). Nesses casos, os programas que estimam as supereficiências registam *inf*, como pode ser observado na Tabela com a  $DMU_A$ , o que significa simplesmente que não há outras unidades contra as quais pode-se medir a eficiência de  $DMU_A$ .

Apesar das vantagens e popularidade dos modelos DEA explicados, eles são criticados por não incorporar erros estocásticos (ruídos), o que torna sua fronteira de eficiência suscetível a erros de medida e outliers, bem como por não permitir validar e testar esta-

tisticamente os resultados. Para mitigar os efeitos tanto dos outliers quanto dos erros de medição e digitação, Wilson sugere um procedimento prévio de limpeza dos dados, antes de usar qualquer estimativa de fronteira, ou seja, a utilização de um método de detecção de outliers (WILSON, 1995). Para incorporar a inferência estatística, Simar e Wilson propuseram método o DEA-Bootstrap (SIMAR; WILSON, 1998).

### 3.3.3 Identificação de outliers

Outliers são valores atípicos e distantes das demais observações de um determinado conjunto de dados. No DEA convencional, a presença de outliers é um sério problema porque a ocorrência de inputs ínfimos ou outputs muito acima do esperado para alguma *DMU* acarretaria níveis mais baixos de eficiência para as *DMU* restantes, o que pode levar a uma subestimativa substancial dos escores gerais de eficiência. Para identificar possíveis outliers pode-se considerar os valores máximos e mínimos das estatísticas descritivas dos inputs e outputs das *DMUs* avaliada, bem como o método de supereficiência. Hartman, Storbeck e Byrnes estabeleceram que uma *DMU* com escores de supereficiência orientados aos inputs iguais ou superiores a 2,0 ou inferiores a 0,5 em modelos orientados aos outputs é um outlier em potencial, porque ocasiona um impacto significativo na fronteira eficiente (HARTMAN; STORBECK; BYRNES, 2001) e (AVKIRAN, 2007).

Outra opção para a detecção de outliers em modelos DEA é o método "Data Cloud", descrito e programado em (BOGETOFT; OTTO, 2010). Este método, segundo os autores, parte da construção de uma matriz combinada  $[XY]$  que contém todos inputs e outputs das  $n$  *DMUs* avaliadas. As diferentes coordenadas podem ser vistas como uma nuvem de pontos no espaço, onde cada ponto representa uma *DMU*. O volume desta nuvem ( $D$ ) é proporcional ao determinante da matriz combinada  $[XY'[XY]]$ .

Se removermos uma *DMU* da matriz combinada, o volume da nuvem de dados poderá diminuir. Se a *DMU* removida estiver no meio da nuvem, o volume não será alterado. Se, por outro lado, a *DMU* estiver fora da nuvem restante, o volume será muito menor e se obtém uma indicação de que a *DMU* é outlier. Para procurar um ou mais outliers, podemos observar como o volume da nuvem muda quando removemos uma ou mais observações. Assim, pode-se calcular a razão entre o novo volume da nuvem de dados e o volume inicial para as retiradas das observações:  $R^i = D^i/D$ , de tal forma que se a  $DMU_i$  não for um outlier, então  $D^i$  não mudará muito e  $R^i$  será próximo de 1. Caso contrário, quando a  $DMU_i$  é um outlier significativo, será observado  $R^i$  próximo de zero.

Essa abordagem não se restringe a excluir apenas uma *DMU* por vez. Pode-se eliminar digamos, as observações  $DMU_2$ ,  $DMU_{10}$  e  $DMU_{15}$  e deixar que a razão de volumes resultante fosse denotada como  $R^{2;10;15}$ . Para identificar outliers ou grupos de outliers, deve-se, portanto, procurar valores pequenos de  $R^i$ . Não se precisa de todos

os valores pequenos para fazer inferências sobre outliers; precisamos apenas investigar o menor  $R^i$  para cada número de  $DMU$  que excluímos do conjunto de dados. Entretanto, se houver um grupo de  $s$   $DMUs$  atípicas e forem excluindo apenas um grupo menor de  $r$   $DMUs$ , então para  $r < s$  não deve-se encontrar um pequeno  $R$ , pois ainda existem valores discrepantes nos dados restantes. Caso contrário, se  $r > s$ , se obterá um  $R^s$  do qual todos os valores discrepantes serão excluídos, e esse  $R^s$  presumivelmente será muito pequeno.

Este processo deve ser repetido para cada  $DMU$  e para um conjunto crescente de  $DMUs$  excluídas. O número ( $r$ ) de  $DMUs$  removidas no conjunto é arbitrário, a critério do pesquisador. No entanto, seu tamanho deve ser grande o suficiente para detectar outliers mascarados por outros outliers. Geralmente toma-se 10% da amostra, seguindo as estimativas de Banker e Chang (BANKER; CHANG, 2006). Ao examinar os valores de  $R^r$  para os conjuntos das  $r$   $DMUs$ , procura-se o primeiro menor valor, que é comparado com os outros  $R^r$ . Caso a diferença seja grande, o  $R_{min}^r$  estará formado por um grupo de outliers. Para obter uma visão gráfica dessas diferenças recomenda-se construir um gráfico com os pares ordenados  $(r, \log(R^r/R_{min}^r))$  (SIMAR; WILSON, 2007). Neste gráfico, se identificam os outliers, quando há um intervalo relativamente grande entre os pontos acima de 0 e o ponto em 0.

Nota-se que esse método exige a execução de várias etapas e uma capacidade computacional muito intensa que pode ser não factível para amostras muito grandes e no nível computacional disponível. Por exemplo, tendo 100  $DMUs$  no conjunto de dados serão necessárias 4950 combinações diferentes de remover 2 das 100  $DMUs$ ,  $C_2^{100} = 100!/((100 - 2)!2!)$ . Uma programação mais eficiente desse processo é operacionalizada por meio da função `ap` do pacote FEAR.

Decisões sobre casos atípicos não são mecânicas, devem ser tomadas com prudência. Simar e Wilson indicam que determinar o que constitui um outlier implica necessariamente uma certa subjetividade por parte do pesquisador (SIMAR; WILSON, 2015). Algumas vezes essas observações podem ser potencialmente corretas e representar  $DMUs$  com desempenho relativo excepcional que introduziram uma nova tecnologia em um processo de produção ou uma inovação na prática de gestão com a qual outros gostariam de aprender. Neste caso, essas  $DMUs$  não devem ser removidas.

### 3.3.4 Índice corrigido, intervalos de confiança e teste hipótese com bootstrap

Bootstrap é um método estatístico computacional não paramétrico usado para calcular precisões de estimativas estatísticas. Foi introduzida por Efron, que teve a ideia de amostrar observações com reposição de um conjunto de dados (amostra mestre) e, assim, obter um novo conjunto de dados aleatório do mesmo tamanho que amostra original

(EFRON, 1979). Este conjunto de dados é chamado de réplica. Este processo é repetido para criar uma amostra de réplicas. Com base nessa amostra, pode-se tirar conclusões sobre a distribuição das estatísticas que nos interessam. Estimar características populacionais e fazer inferência sobre a população amostrada. Em outras palavras, a essência do método bootstrap é que a distribuição empírica das réplicas corresponde mais ou menos à distribuição verdadeira da estatística de interesse.

Existe vários métodos de bootstrap. Porém, conforme Simar e Wilson, o bootstrap usual (neive) não se aplica ao método DEA (SIMAR; WILSON, 1998). Não é aconselhado reamostrar diretamente o conjunto de índices de eficiência da *DEA*, já que dessa maneira seria admitido que os escores são independentes, o que iria contra a suposição de que eles dependem da relação entre inputs e outputs. Além disso, tampouco é aconselhável reamostrar simplesmente os inputs (ou outputs) para estimar o CPP e a eficiência de determinada *DMU*, pois existe a possibilidade de encontrar escores maiores do que a unidade, ou seja, vetores que não pertencem ao CPP. Portanto, Simar e Wilson propõem os métodos de alisamento da distribuição e de reflexão (SIMAR; WILSON, 1998).

O método proposto segue um algoritmo usado na função R `boot.sw98` do package `FEAR` (WILSON, 2006) e é composto das seguintes etapas (BOGETOFT; OTTO, 2011).

1. Estimar a eficiência  $\hat{\theta}^k$  com um dos métodos *DEA* a partir da amostra inicial para as  $DMU_k$  para  $k = 1, \dots, n$ ;
2. Gerar uma amostra aleatória de tamanho  $n$  dos escores  $\hat{\theta}^k$  usando uma função de densidade do kernel alisado e o método de reflexão para obter  $\theta^{1*}, \theta^{2*}, \dots, \theta^{k*}$ , onde  $\theta^{k*}$  é o escore bootstrap da  $DMU_i$ . Isto se faz do seguinte modo:
  - Usar o bootstrap na amostra com reposição a partir de  $\theta^1, \theta^2, \dots, \theta^k$ , e chamar os resultados de  $\beta^1, \beta^2, \dots, \beta^k$ .
  - Simular as variáveis independentes aleatórias  $\epsilon^1, \epsilon^2, \dots, \epsilon^k$  com a distribuição normal-padrão e estimar  $h$ , a faixa de amplitude (bandwidth).
  - Calcular  $\tilde{\theta}^k$  o estimador da eficiência com o viés corrigido, utilizando o alisamento e a reflexão para tornar  $\tilde{\theta}^k \leq 1$ :

$$\tilde{\theta}^k = \begin{cases} \beta^k + h\epsilon^k \leq 1 \\ 2 - \beta^k - h\epsilon^k \text{ caso contrário} \end{cases}$$

- Ajustar  $\tilde{\theta}^k$  para obter os parâmetros com a variância assintótica correta, calculando.

$$\theta^{k*} = \bar{\beta} + \frac{1}{\sqrt{\frac{1+h^2}{\hat{\sigma}^2}}}(\tilde{\theta}^k - \bar{\beta})$$

onde:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (\hat{\theta}^k - \bar{\hat{\theta}})^2 \text{ e } \bar{\beta} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \beta^k$$

3. Extrair uma nova amostra dos outputs e inputs cujos elementos,  $Y^b = [Y^{1b}, \dots, Y^{nb}]$  e  $X^{kb} = [X^{1b}, \dots, X^{nb}]$ , são respectivamente dados por  $Y^{kb} = Y^k \frac{\tilde{\theta}^{k*}}{\hat{\theta}^k}$  e  $X^{kb} = X^k$ . Desta forma,  $Y^{kb}$  continuará no mesmo raio que  $Y^k$ .
4. Solucionar o problema de programação linear DEA escolhido para estimar  $\tilde{\theta}^{kb}$ , a estimativa da réplica bootstrap  $b$  com base na réplica do CPP anterior.
5. Repetir os passos a partir de 2 para obter as estimativas bootstrap  $\tilde{\theta}^{kb}$ , para  $b = 1, \dots, B$ .
6. Calcular a média e variância do conjunto  $\{\tilde{\theta}^{kb}\}_{b=1}^B$  para conseguir a estimativa bootstrap  $\tilde{\theta}^{k*}$ .

A distribuição do conjunto  $\{\tilde{\theta}^{kb}\}_{b=1}^B$  de eficiência bootstrap fornece uma estimativa confiável e robusta do índice de eficiência verdadeiro da  $DMU_k$  sendo essa confiabilidade maior quando  $\beta \rightarrow \infty$  e  $n \rightarrow \infty$ . Simar e Wilson recomendam que pelo menos 2000 amostras são necessárias para que os resultados assintóticos sejam considerados bons, embora números maiores representem índices de precisão melhores (SIMAR; WILSON, 1998). Desta forma, a diferença entre a eficiência inicial  $\hat{\theta}^k$  e a média da eficiência bootstrap deve ser semelhante à diferença entre a eficiência inicial e a eficiência verdadeira  $\theta^k$  para dada  $DMU_i$ . Assim, o viés para cada  $DMU_k$  pode ser expresso seguindo o que consta na equação:

$$\hat{vies}_k = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \tilde{\theta}^{k*} - \hat{\theta}^k = \bar{\tilde{\theta}^{k*}} - \hat{\theta}^k$$

Conseqüentemente, o estimador de eficiência com correção do viés é:

$$\tilde{\theta}^k = \hat{\theta}^k - \hat{vies}_k = \hat{\theta}^k - \bar{\tilde{\theta}^{k*}} + \hat{\theta}^k = 2\hat{\theta}^k - \bar{\tilde{\theta}^{k*}}$$

É necessário frisar também que, conhecendo a distribuição empírica da eficiência bootstrap e do viés, é possível encontrar intervalos de confiança com um nível de significância  $(1 - \alpha)$  calculando os valores críticos  $a_\alpha$  e  $b_\alpha$ , de forma que:

$$Pr \left[ -b_\alpha \leq \hat{\theta}^{k*} - \hat{\theta}^k \leq -a_\alpha \right] \approx Pr \left[ -b_\alpha \leq \tilde{\theta}^k - \theta^k \leq -a_\alpha \right] \approx 1 - \alpha$$

Para Simar e Wilson, as estimativas de  $a_\alpha$  e  $b_\alpha$  podem ser encontradas usando-se o procedimento do percentil da distribuição (SIMAR; WILSON, 1998). Este procedimento baseia-se na ordenação dos vieses do maior para o menor e na eliminação, em ambas as extremidades dessa ordenação, da percentagem ( $\alpha/2$ ) dos valores. Logo, o intervalo estimado é:

$$\hat{\theta}^k + a_\alpha \leq \theta^k \leq \hat{\theta}^k + b_\alpha$$

Este procedimento, formulado para a  $DMU_k$ , é o mesmo que deve ser seguido para cada uma das demais  $DMUs$  que compõem a amostra original.

Além de permitir estimar os índices corrigidos e intervalos de confiança da eficiência, o DEA Bootstrap pode ser utilizado para testar a hipótese sobre o tipo de retornos de escala. Este teste é importante porque a discricionariedade na escolha de um modelo (CCR ou BCC) ou a adoção dos dois modelos simultaneamente pode não ser adequada. Segundo Simar e Wilson impor a priori um suposto sobre os retornos de escala pode distorcer seriamente as medidas de eficiência se a verdadeira tecnologia for outra (SIMAR; WILSON, 2002). Deste modo, no desenvolvimento e na validação do método, deve-se testar se a tecnologia  $T$ , do qual nossas observações são amostradas, apresentam retornos constantes de escala ou não. Simar e Wilson formalizam o teste com um par de hipóteses: a hipótese nula ( $H_0$ ):  $T$  é CCR, ou a hipótese alternativa ( $H_1$ ):  $T$  é BCC.

As hipóteses baseiam-se na observação da relação  $\hat{\theta}_{CCR}/\hat{\theta}_{BCC}$  para cada  $DMU$ , que indica a eficiência de escala,  $\hat{\theta}_S$ . Como  $\hat{\theta}_{BCC} < \hat{\theta}_{CCR}$  tendo que  $\hat{\theta}_S \leq 1$ . Se  $\hat{\theta}_S = 1$  para todas as  $DMUs$ , a tecnologia é CCR (retorno constante de escala). Se existem  $DMUs$  onde  $\hat{\theta}_S$  é menor que 1 e  $\hat{\theta}_{BCC} = 1$ , há evidências de que a tecnologia é BCC (retorno variáveis de escala).

Porém, para estimar essas tecnologias e a eficiência de escala utilizando variáveis aleatórias, deve-se rejeitar a hipótese nula se um número representativo desses  $\hat{\theta}_S$  estimados tiver um valor significativamente menor que 1, ou seja, se uma quantidade expressiva de  $\hat{\theta}_S$  estimados for menor do que um valor crítico. A questão então é encontrar a distribuição de  $\hat{\theta}_S$  e calcular esse valor crítico,  $c_\alpha$ .

Para fazer o teste, Simar e Wilson propõem a estatística (SIMAR; WILSON, 2002):

$$S = \frac{\sum_{k=1}^n \hat{\theta}_{CCR}^k}{\sum_{k=1}^n \hat{\theta}_{BCC}^k} \quad (3.3.2)$$

Como  $S \leq 1$ , se  $S$  é próximo de 1, então  $H_0$  não deve ser rejeitada, caso  $S$  for significativamente menor que 1,  $H_1$  deve ser considerada verdadeira. Portanto, rejeita-

se  $H_0$  quando  $S < c_\alpha$  de acordo com um nível de significância. Normalmente o nível de significância ( $\alpha$ ) é de 5% e indica a probabilidade de rejeitar a hipótese nula ( $H_0$ ), embora ela seja verdadeira.

No entanto, a distribuição do parâmetro populacional de  $S$  é desconhecida, logo, não é possível determinar  $c_\alpha$  diretamente. Para estimar a distribuição desse parâmetro, (SIMAR; WILSON, 2002) recomendam usar o método bootstrap. Com ajuda da função R `boot.sw98`, vista anteriormente, o algoritmo obtém o conjunto de eficiência bootstrap para o modelo CCR, o conjunto bootstrap para o modelo BCC e a distribuição bootstrap de  $S$ . Isso permite comparar o valor estimado de  $S$  em 3.3.2 com o valor crítico a 5% para tomar a decisão sobre a hipótese nula.





## 4 Metodologia

Este Capítulo tem o objetivo de apresentar as variáveis utilizadas e a modelagem do processo de avaliação da eficiência das unidades de ensino (*DMUs*).

### 4.1 Variáveis utilizadas e modelagem do processo de avaliação da eficiência do objeto de estudo

O objeto de estudo deste trabalho são as escolas da rede de ensino médio (público e privado) do Distrito Federal (DF). Segundo o censo escolar 2019 realizado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP, 2019a), no Distrito Federal, foram cadastradas 125 escolas públicas e 154 escolas privadas nesta modalidade de ensino. Nestas escolas, foram matriculados 103534 alunos na rede pública e 27707 na rede privada.

Ao revisar-se a literatura, nota-se a utilização de diferentes variáveis na avaliação da eficiência escolar. Estas resultam do entendimento da educação como uma atividade produtiva (prestadora de serviços educacionais), que utiliza e combina um conjunto de fatores produtivos (insumos) para obter certos resultados (produtos) num determinado contexto. Assim, as variáveis classificam-se em Inputs e Outputs .

Os inputs consideram os recursos necessário para a prestação dos serviços educacionais nas unidades escolares. Ferro e D’Elia dividem esses insumos em recursos humanos e materiais (FERRO; D’ELIA, 2020) . O primeiro inclui o número de professores e pessoal de apoio. Alternativamente, este pode ser mensurado utilizando a carga horária ou os salários pagos às diferentes categorias de pessoal. Os recursos materiais abarcam a infraestrutura escolar e materiais, que podem ser medidos em unidades físicas ou financeiras. Os autores supracitados mencionam as principais variáveis utilizadas nos estudos da eficiência do setor educacional: área dos laboratórios, número de salas de aula, computadores, livros em bibliotecas etc. (FERRO; D’ELIA, 2020)

Os outputs incluem os objetivos da educação. Esses, com frequência, são definidos, nos documentos normativos, de forma abstrata, difícil de quantificar, usando-se definições globais e multidimensionais. Por exemplo, no Brasil, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, no art. 32, determina como objetivo do Ensino Fundamental a formação do cidadão, mediante:

“I – o desenvolvimento da capacidade de aprender, tendo como meios básicos o pleno domínio da leitura, da escrita e do cálculo; II – a compreensão do ambiente natural e social, do sistema político, da tecnologia, das artes e dos valores

em que se fundamenta a sociedade; III – o desenvolvimento da capacidade de aprendizagem, tendo em vista a aquisição de conhecimentos e habilidades e a formação de atitudes e valores; IV – o fortalecimento dos vínculos de família, dos laços de solidariedade humana e de tolerância recíproca em que se assenta a vida social” (BRASIL, 1996).

Por esse motivo, uma prática habitual encontrada nas pesquisas empíricas é a seleção de variáveis que expressem os principais resultados, porém intermediários (não finais), da educação: os rendimentos escolares por meio, por exemplo, do Programme for International Student Assessment - PISA, uma avaliação realizada pela OCDE em todo o mundo que mede o desempenho acadêmico dos alunos em matemática, ciências e leitura (AFONSO; AUBYN, 2006); (ARISTOVNIK; OBADIĆ, 2014); (DANCAKOVÁ; GLOVA; ANDREJOVSKÁ, 2021). Nos trabalhos empíricos com frequências incluem-se ainda os chamados produtos indesejados, caracterizado por o abandono escolar e a taxa de reprovação.

Na literatura nacional, encontram-se vários trabalhos que utilizam as notas do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) para avaliar a eficiência de unidades escolares: (DELGADO; MACHADO, 2007); (CARVALHO, 2012); (JÚNIOR et al., 2016). O primeiro analisa a eficiência das escolas públicas estaduais de Minas Gerais, o segundo das escolas públicas urbanas das regiões nordeste e sudeste e o terceiro as escolas públicas dos estados do Nordeste. Estes trabalhos usam a metodologia DEA, em mais de um estágio, ou seja, utilizaram também métodos paramétricos na tentativa de captar o efeito das variáveis ambientais.

Neste contexto, para se analisar a eficiência das unidades de ensino do Distrito Federal foi levado em conta as seguintes variáveis:

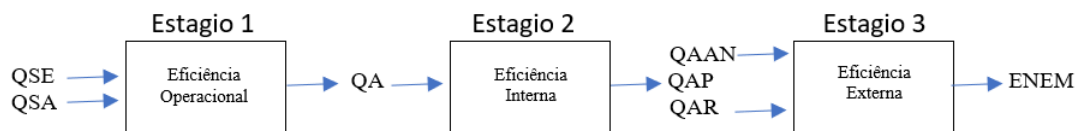
- Quantidade de servidores (QSE)
- Quantidade de salas (QSA)
- Quantidade de alunos matriculados (QA)
- Quantidade de alunos aprovados (QAP)
- Quantidade de alunos reprovados (QAR)
- Quantidade de alunos que abandonaram (QAAN)
- Nota media no ENEM da escola (ENEM)

Para compilar essas variáveis foram utilizados os dados do censo escolar 2019 divulgados pelos INEP (INEP, 2019a) e os dados do Enem 2019 (INEP, 2019b). Cerca de

212 escolas estão presentes em ambos bancos de dados, mas apenas 154 formaram a amostra inicial dessa pesquisa, devido as demais apresentarem inconsistências em determinadas variáveis.

Com estas variáveis foi modelado o método *Network DEA* de três estágios, explicado na seção 3.3.1, em que as escolas com ensino médio são as *DMUs*. O 1° estágio considera a eficiência operacional, já que se utilizam variáveis operacionais, que não expressam o desempenho escolas. Neste estágio os inputs são a quantidade de servidores (QSE) e o número de salas (QSA), sendo estas variáveis calculadas multiplicando o número total de servidores e salas da escola pela proporção de alunos do ensino médio da instituição. Como produto utiliza o número de alunos matriculados (QA) no ensino médio. O 2° estágio analisa a eficiência interna utilizando como insumo a quantidade de matriculados (QA) e, como produto, a quantidade de alunos aprovado (QAP). O 3° estágio considera a eficiência externa onde foi considerado dois inputs: a quantidade de aluno reprovados (QAR) e a quantidade de alunos que abandonaram a escola (QAR), que subtraídos do total de matriculados resulta a quantidade de aprovados. Como output final contempla-se a nota media escolar do ENEM. A descrição do modelo pode ser visualizada na figura 9.

Figura 9: Modelo Network DEA utilizado nessa pesquisa



O objetivo do estágio de eficiência operacional é o de analisar a capacidade da escola de maximizar o número de alunos matriculados com o número de servidores e salas dado. No estágio de eficiência interna, observa-se a capacidade das escolas maximizarem a quantidade de alunos aprovados para o número de alunos matriculados. Como último estágio estima-se a eficiência externa, onde analisa-se a capacidade das escolas obter o melhor desempenho no ENEM para as quantidades de alunos que abandonaram e reprovaram. Como o propósito dos três estágios das unidades de ensino (*DMUs*) deve ser a melhora de seus resultados, o modelo deveria ser orientado à output, já que não faz sentido reduzir os inputs.

Desta forma, o modelo nos permite calcular a eficiência tanto nos aspectos operacionais quanto nos aspectos da avaliação interna e externas das unidades escolares, pois fornece a eficiência destas *DMUs* em cada uma das etapas, assim como a eficiência global

de cada uma das unidades da rede de ensino no DF.

## 5 Análise de Resultados

Na sequência, apresenta-se a análise dos resultados obtidos com a aplicação da metodologia apresentada nas Seções anteriores. Inicialmente, aborda-se a estatística descritiva das variáveis utilizadas e a identificação de outliers. Em seguida, debate-se os resultados do cálculo da eficiência, o teste de retornos de escala e o intervalo de confiança dos índices corrigidos DEA.

### 5.1 Análise descritiva, outliers e amostra final

Para ter uma visão global da amostra inicial, as 154 unidades escolares do ensino médio, utilizou-se as estatísticas descritivas dos insumos, produtos da modelagem Network DEA utilizada. Aqui, como os valores dos inputs e outputs devem ser positivos, os zeros foram substituídos por valores muito pequeno: 0.001, como recomenda (HUSSAIN; JONES, 2001). Estas estatísticas estão registradas na Tabela 2 que indica que, em todas as variáveis, os valores mínimos estão bastante abaixo do 1º quartil e os máximos estão muito acima do 3º quartil. Isso indica a existência de uma significativa heterogeneidade nos dados e de indícios de potenciais observações extremas (outliers).

A análise exploratória inicial permitem identificar os seguintes pontos.

- Ao calcular-se as notas medias dos alunos no ENEM, nota-se que das 31 escolas que obtiveram notas superiores a 600, 17 escolas se encontram próximas a zona central de Brasília (Asa Norte, Asa Sul, Sudoeste), sendo que apenas 2 destas são públicas.
- Logo que analisa-se o número de servidores do ensino médio, observa-se que de 32 escolas abaixo do primeiro quartil 26 são privadas.
- Quando observado o número de alunos, tem-se que de 38 escolas que possuem valores acima do terceiro quartil, todas são publicas.
- As escolas particulares são aquelas que mais aprovam alunos. Das 40 escolas que possuem taxas de aprovação superiores ao terceiro quartil (96.43%), 35 são privadas.
- Observa-se que das 38 escolas que encontram-se acima do terceiro quartil (10.3%) na taxa de reprovação, 36 são públicas.
- Ao-se estimar a taxa de abandono, nota-se que todas as escolas acima do terceiro quartil (3.53%) são publicas.
- Ao analisar-se a quantidade de salas, tem-se que de 34 escolas que possuem mais de 17 salas, 30 são publicas.

Assim observa-se que as escolas públicas, nesta análise preliminar, não se encontram entre as escolas que apresentam o melhor desempenho, porém, destacam-se, por possuir altos números de servidores e de alunos matriculados, além de apresentarem altas taxas de reprovação e abandono.

Tabela 2: Medidas resumo das variáveis usadas no modelo.

	QSE	QSA	QA	QAA	QAR	QAAN	ENEM
Mínimo	2	2	59	56	0	0	463
1° Quartil	7	5	177.5	167.8	7	0	511.9
Mediana	17.5	9	400	364	23.5	1	536
Média	21.97	11.48	658.4	568.3	65.097	24.968	551.7
3° Quartil	31	17	1002	868.8	103.75	30.25	591.8
Máximo	111	36	2424	2190	384	207	717.9
Desvio Padrão	18.53	7.86	595.77	496.94	84.73	46.01	52.84

Conforme apontado na seções que explicam a metodologia, os modelos *DEA* são especialmente sensíveis à presença de outliers. Por isso realizou-se uma depuração prévia dos dados, usando-se a rotina desenvolvida por Wilson no pacote FEAR 2.01 para a linguagem de programação R (WILSON, 2006). Nesta análise, considerou-se um  $r=16$ , um tamanho aceitável para uma amostra de 154, pois recomenda-se um valor correspondente a 10% da amostra. A identificação dos outliers foi feita para os três estágios.

### 5.1.1 Outliers do 1° Estágio

Os resultados do primeiro estágio apresentam-se na Tabela 3 e no Gráfico 10. A Tabela identifica quais outliers fornecem o valor mínimo de  $R^r$  - a razão do novo volume da nuvem de dados para o volume inicial. A primeira linha mostra que a exclusão da  $DMU_{83}$  reduz o volume da nuvem de pontos em 20.8%, resultando em um valor de  $R_1 = 0.792$ , o mínimo valor de  $R_1$  quando apenas uma observação é excluída da amostra. A segunda linha,  $r = 2$ , indica que excluindo  $DMU_{83}$  e  $DMU_{94}$  simultaneamente obtemos um  $R_2 = 0.613$ . O mesmo entendimento é válido para as outras linhas. Complementando a Tabela 3, o Gráfico 10 representa uma linha tracejada que conecta os segundos valores mais baixos para cada  $r$ , ilustrando a separação entre as razões log mais baixas para cada valor de  $r$ . Assim, para  $r = 2$  e  $r = 5$  saltos relativamente maiores do que o resto são obtidos quando se excluem as *DMUs* 83, 94, 97, 26 e 61.

Analisando as  $DMU_{83}$ ,  $DMU_{94}$ ,  $DMU_{97}$ ,  $DMU_{26}$  e  $DMU_{61}$ , nota-se que estas unidades escolares (com exceção da 26) formam a fronteira inferior da nuvem de pontos (ou seja, são super ineficientes como pode observar-se no Anexo A), e assim, não afetando

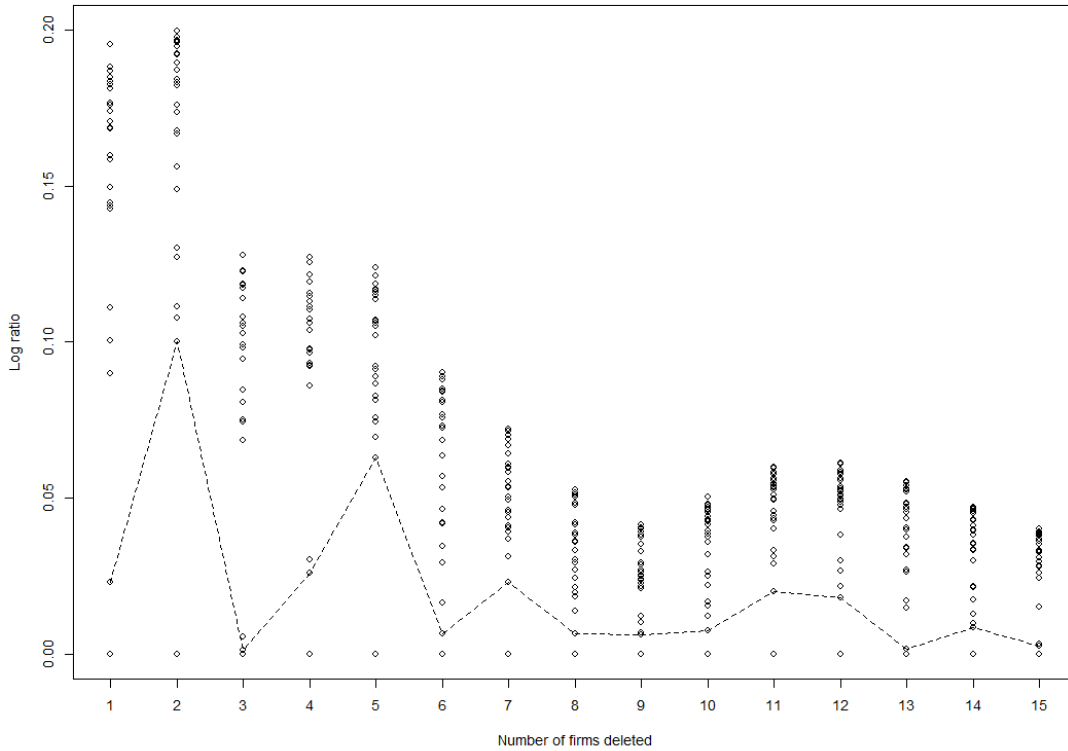
os índices de eficiência das outras *DMUs*. Apenas a  $DMU_{26}$  é supereficiente e forma a fronteira eficiente. Portanto, decidiu-se retirar apenas a  $DMU_{26}$  da amostra.

Tabela 3: Matriz de outliers do 1° estágio para amostra inicial

r	Observações excluídas													$R_{min}^r$		
1	83													0.792		
2	94	83												0.613		
3	97	94	83											0.515		
4	26	97	94	83										0.420		
5	68	26	97	94	83									0.349		
6	120	68	26	97	94	83								0.303		
7	120	122	68	26	97	94	83							0.261		
8	120	62	122	68	26	97	94	83						0.230		
9	120	37	62	122	68	26	97	94	83					0.202		
10	120	25	37	62	122	68	26	97	94	83				0.176		
11	79	120	25	37	62	122	68	26	97	94	83			0.152		
12	90	79	120	25	37	62	122	68	26	97	94	83		0.133		
13	90	151	79	120	25	37	62	122	68	26	97	94	83	0.118		
14	90	107	151	79	120	25	37	62	122	68	26	97	94	83	0.105	
15	90	107	79	120	25	38	37	62	122	91	68	26	97	94	83	0.093



Figura 10: Log-Ratio do 1º estágio para amostra inicial



### 5.1.2 Outliers do 2º Estágio

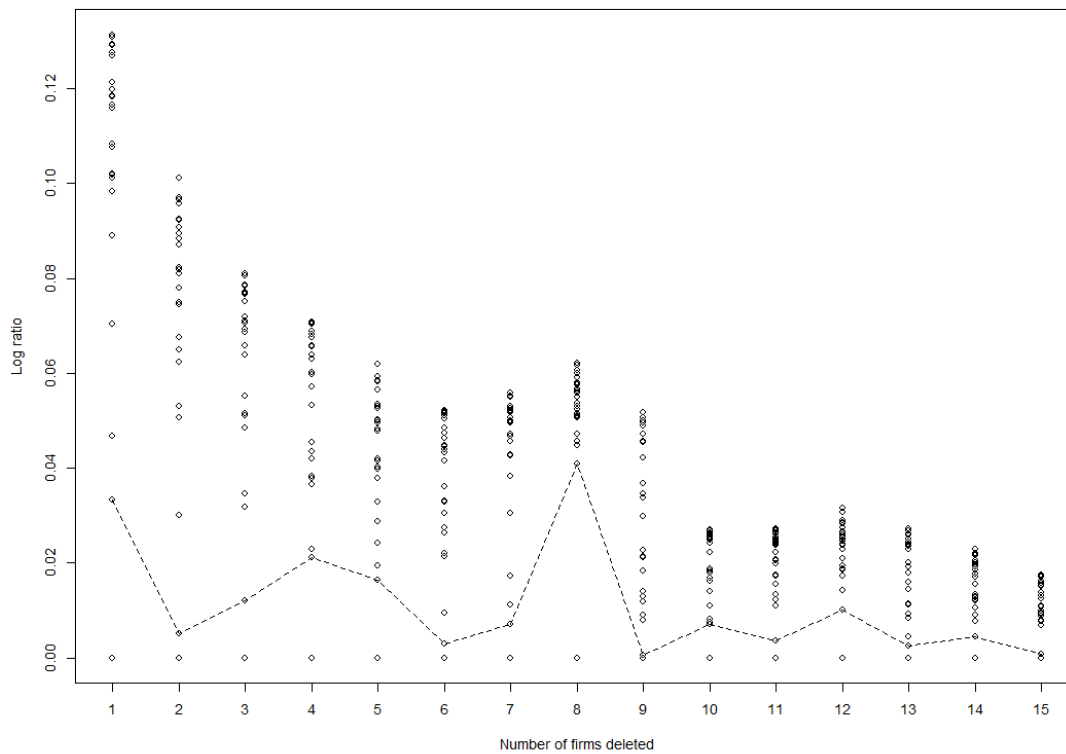
Os cálculos do segundo estágio estão na Tabela 4 e no Gráfico 11 que apresentam quais exclusões da amostra fornecem os valores mínimos de  $R^r$ . Como vimos, a primeira linha da Tabela 4 mostra que a exclusão da  $DMU_{79}$  resultará em um valor de  $R_1 = 0.87$ . A segunda linha,  $r = 2$ , indica que excluindo as  $DMUs$  121 e 117 simultaneamente obtemos um  $R_2 = 0.75$  e assim por diante. Seguidamente, o Gráfico 11 representa a linha tracejada que conecta os segundos valores mais baixos para cada  $r$ , evidenciando a separação entre as razões log mais baixas para cada valor de  $r$ . Assim, para  $r = 8$ , um salto relativamente maior do que o resto é obtido quando se excluem as  $DMUs$  97, 103, 80, 123, 68, 121, 37 e 79.

Verificando essas  $DMUs$ , observa-se que elas formam a divisa inferior da nuvem de pontos, ou seja, são super ineficientes (ver anexo A), não afetando os índices de eficiência das outras  $DMUs$ . Portanto, decidiu-se não retirar nenhuma  $DMU$  da amostra.

Tabela 4: Matriz de outliers do 2° estágio para amostra inicial

r	Observações excluídas															$R_{min}^r$
1	79															0.85
2	121	79														0.75
3	121	37	79													0.65
4	68	121	37	79												0.58
5	123	68	121	37	79											0.52
6	80	123	68	121	37	79										0.47
7	103	80	123	68	121	37	79									0.42
8	97	103	80	123	68	121	37	79								0.37
9	97	62	103	80	123	68	121	37	79							0.34
10	106	97	62	103	80	123	68	121	37	79						0.31
11	54	106	97	62	103	80	123	68	121	37	79					0.29
12	54	106	97	62	103	25	80	123	68	121	37	79				0.26
13	92	54	106	97	62	103	25	80	123	68	121	37	79			0.24
14	92	119	54	106	97	62	103	25	80	123	68	121	37	79		0.22
15	92	119	54	106	136	97	62	103	25	80	123	68	121	37	79	0.21

Figura 11: Log-Ratio do 2° estágio para amostra inicial



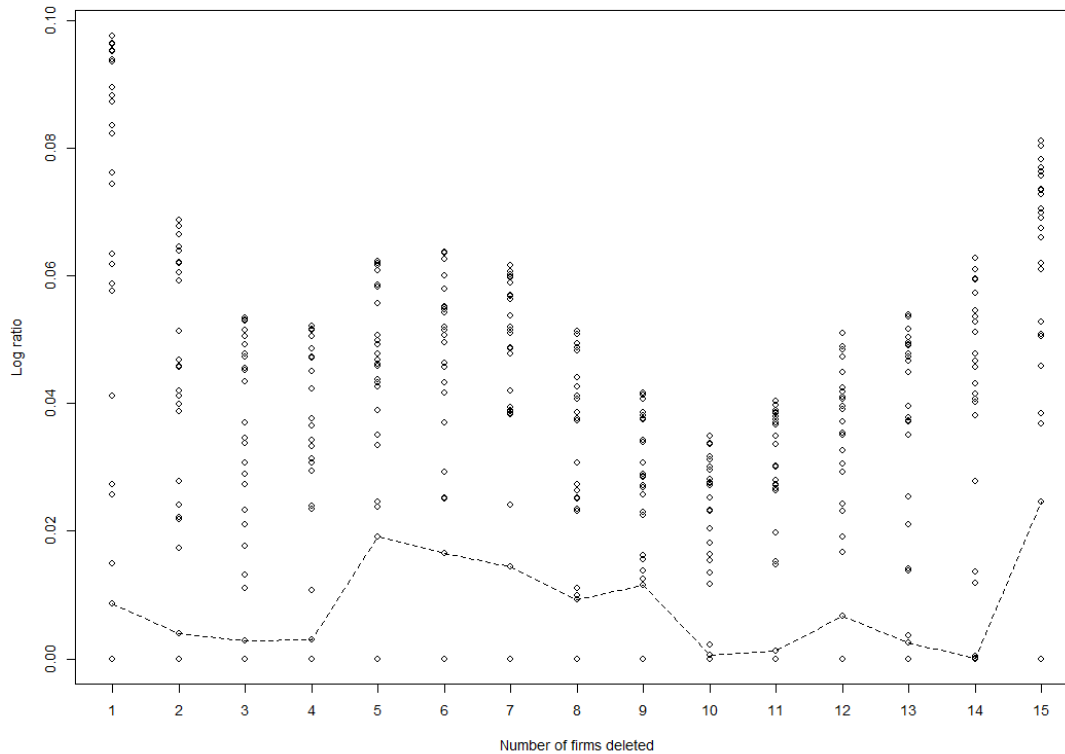
### 5.1.3 Outliers do 3° Estágio

Os resultados do terceiro estágio exibem-se na Tabela 5 e no Gráfico 12 que registram quais outliers fornecem o valor mínimo de  $R^r$ . Complementando a Tabela 5, o Gráfico 12 indica que para  $r = 15$ , um salto relativamente maior do que o resto é obtido quando se excluem as *DMUs* 15, 78, 75, 80, 62, 123, 26, 63, 97, 106, 79, 68, 103, 121, 54 e 117. Nessas *DMUs*, nota-se que suas coordenadas formam a fronteira inferior da nuvem de pontos, ou seja, elas são super ineficientes, não afetando os índices de eficiência das demais *DMUs*. Portanto, decidiu-se manter as *DMUs* da amostra.

Tabela 5: Matriz de outliers do 3° estágio para amostra inicial

r	Observações excluídas														$R_{min}^r$	
1	117														0.87	
2	121	117													0.75	
3	121	54	117												0.65	
4	68	103	54	117											0.57	
5	68	103	121	54	117										0.49	
6	79	68	103	121	54	117									0.42	
7	97	79	68	103	121	54	117								0.37	
8	97	106	79	68	103	121	54	117							0.33	
9	63	97	106	79	68	103	121	54	117						0.29	
10	26	63	97	106	79	68	103	121	54	117					0.25	
11	62	123	26	63	106	79	68	103	121	54	117				0.22	
12	62	123	26	63	97	106	79	68	103	121	54	117			0.19	
13	78	75	62	123	26	63	106	79	68	103	121	54	117		0.16	
14	75	80	62	123	26	63	97	106	79	68	103	121	54	117	0.14	
15	78	75	80	62	123	26	63	97	106	79	68	103	121	54	117	0.12

Figura 12: Log-Ratio do 3º estágio para amostra inicial



## 5.2 Inferência estatística da eficiência DEA

Após definida a nova amostra (153 *DMUs*), foi realizado o teste de retorno de escala, já que a escolha do tipo de fronteira é uma questão básica e se decidida arbitrariamente pode-se chegar a conclusões inadequadas. Como sugerido, esse teste foi realizado usando os escores de eficiência CCR, BCC com o procedimento de bootstrap. A hipótese nula de prevalência da uma fronteira com retornos constantes de escala (CRS ou CCR) pode ser rejeitada se a estatística estimada  $S$  em (3.3.2) for menor que o valor crítico obtido pelos estimadores de bootstrap. Os testes foram realizados para os três estágios.

Os resultados da aplicação de bootstrap para os três testes usou 2000 replicações. A Tabela 6 registra os valores de  $S$  e os valores críticos a um nível de significância de 5%. Desta forma, decidiu-se pela não rejeição da tecnologia CRS no 1º e 3º estágios e a aceitação da tecnologia VRS no 2º. Portanto, pode-se assumir que no 1º e 3º processos as *DMUs* operam com uma escala de produção semelhantes, não existindo ineficiência relativa de escala. No estágio 2º, opera-se com retornos variáveis de escala (VRS ou BCC).

Tabela 6

Estágios	S	Valor Crítico	Decisão
1°	0.8948	0.8085	CRS
2°	0.9814	0.9858	VRS
3°	0.5289	0.0042	CRS

Adotando a tecnologia CRS como a dominante no 1º e 3º estágio e VRS no 2º, passou-se a estimar os valores de eficiência escolar, considerando o erro aleatório inerente aos dados. Aqui utilizou-se a proposta DEA-Bootstrap de Simar e Wilson, usando-se 2000 amostragens (SIMAR; WILSON, 1998). Os resultados estão alistado na Tabela 14 no anexo B e permitem estabelecer uma fronteira estocástica de produção mais próxima da real para estimar os níveis de eficiência.

A Tabela 7 exhibe os principais resultados: os níveis de eficiência determinísticos, os corrigidos e seu intervalo de confiança para os três estágios. Mas, devido ao grande número de *DMUs*, são mostrados apenas as cinco unidades escolares mais eficientes e os cinco mais ineficientes nos três estágios. Para os três estágios, as *DMUs* foram classificadas por ordem decrescente de eficiência corrigida. Assim, como o índice de Farrell foi orientado aos outputs, se a escore é igual a 1 a *DMU* é considerada eficiente; caso contrário, se o escore é maior que 1 será ineficiente. Os resultados confirmam que no DF existem comportamentos ineficientes não desprezíveis e, portanto, é possível aumentar a eficiência.

Tabela 7: Eficiência de Farrell das unidades escolares (DMUs)

ID	Estágio	Nome Escola	Eficiência sem correção de viés		Eficiência com correção de viés		Intervalo de confiança de 95%	
							Limite Inferior	Limite Superior
80	1	CEM 04 DE CEILANDIA	1	1,045090159	1,009376406	1,095720046	1,126315519	
62		CEM 01 DE PLANALTINA	1,019239838	1,059232533	1,024004051	1,126315519	1,117038444	
65		CEM 03 DE PLANALTINA	1,028731777	1,06334562	1,032915354	1,117038444	1,224563586	
115		CEM 123 DE SAMAMBAIA	1,069476183	1,125486774	1,07288223	1,224563586	1,258663601	
122		CEM 404 DE SANTA MARIA	1	1,149392956	1,038341119	1,258663601		
146	1	IFB - CAMPUS GAMA	6,12253265	6,328064361	6,150643475	6,635931898		
31		CE DO SESI-DF - TAGUATINGA	6,439355634	6,684085127	6,474564648	7,054460083		
131		COL SOMA	5,52173913	6,92478682	5,623434086	8,214943851		
94		CEM INTEGRADO DO CRUZEIRO	6,138888889	7,011332981	6,246109323	7,721851485		
152		COL MADRE TERESA	7,021994885	7,389750695	7,044358394	8,040271836		
Media (Desvio Padrão)			2,553 (1.3701)	2,701 (1.4636)				
59	2	INST SAO JOSE	1,001368982	1,003480196	1,001598092	1,007113319		
8		CED LEONARDO DA VINCI - UNID NORTE	1	1,006715852	1,000738681	1,017797652		
56		COL LA SALLE - SOBRADINHO	1,004305535	1,007082363	1,00459051	1,01229993		
142		COL OBJETIVO GAMA	1	1,00839106	1,001002419	1,024219356		
45		CLARETIANO - CED STELLA MARIS	1,007637111	1,00986412	1,007864475	1,013784418		
133	2	CED STELLA DOS CHERUBINS GUIMARAES TROIS	1,36246454	1,365693481	1,362797414	1,372219165		
79		CEM 03 DE CEILANDIA	1,359569222	1,367092386	1,360392951	1,379357457		
92		CED 04 DO GUARA	1,390182997	1,395374706	1,390548734	1,405301182		
119		CED DO LAGO NORTE	1,461308819	1,465267381	1,461666288	1,473553584		
137		CED POMPILIO MARQUES DE SOUZA	1,536338049	1,539576886	1,536748995	1,545339805		
Media (Desvio Padrão)			1,104 (0.1013)	1,112 (0.1012)				
126	3	COL PODION	1	1,368105591	1,154039061	1,919799627		
16		COL MADRE CARMEN SALLES	1,107661925	1,583140579	1,306001858	2,122204237		
71		COL LA SALLE AGUAS CLARAS	1,17119645	1,612704082	1,353918416	2,24601783		
58		INST EDUCACIONAL STO ELIAS	1,108236134	1,626820762	1,28793313	2,123135134		
134		COL DROMOS	1,162722297	1,635525061	1,359952782	2,231300867		
79	3	CEM 03 DE CEILANDIA	169623,1235	297488,6606	197759,1648	334112,7996		
62		CEM 01 DE PLANALTINA	169727,895	301488,6106	203235,8123	334395,2008		
123		CEM 02 DE BRAZLANDIA	174878,0477	311789,7583	210993,7934	344767,7763		
106		CEM 01 DE SAO SEBASTIAO	198346,4979	357722,0499	248238,3341	391341,0227		
121		CEM 417 DE SANTA MARIA	224883,8384	402394,4031	272266,0687	443424,9201		
Media (Desvio Padrão)			23767.09 (43996.7)	41985.6 (78186.97)				

### 5.2.1 Eficiência no 1º Estágio

Na Tabela 7, para o 1º estágio, nota-se que a unidade escolar pública CEM 04 de Ceilândia,  $DMU_{80}$ , foi a mais bem posicionada no ranking da eficiência operacional com um índice corrigido de 1,045. A escola de menor eficiência foi a privada Colégio Madre Teresa,  $DMU_{152}$ , com um índice corrigido de 7.39, dentro do intervalo de confiança  $[7,04 - 8,04]$ . Isso permite considerar que nesta escola, bem como nas outras que possuem escores muito altos, pode-se aumentar o produto (quantidade de alunos matriculados) consideravelmente passando a ser eficiente.

Dos resultados registrados na Tabela 7 para o 1º estágio deriva-se outra inferência importante. A média dos índices das  $DMUs$  foi de 2.701, indicando que no DF, em média, o valor total da produção (matrícula) pode aumentar em 170%, mantendo o nível de insumos. Equivalentemente, esse índice mostra que é possível reduzir os insumos em 62.98% ( $1 - (1/2.701)$ ) com o mesmo nível de matrículas.

Complementado a Tabela 7, o Gráfico 13 representa os Boxplots dos índices de eficiência Shephard dos modelos DEA determinístico e estocástico do 1º estágio. Como explicado, este índice está entre 0 e 1, sendo 1 o valor da eficiência e quanto menor maior a ineficiência. É o inverso do índice Farrell registrado na Tabela 7.

No Gráfico 13 e na Tabela 8, para este índice, observa-se que a mediana (0.467), a média (0.467) e o desvio padrão (0.20) dos níveis de eficiência corrigidos são menores que os obtidos da eficiência não corrigida (determinísticos). Ou seja, os índices de eficiência corrigidos em geral são inferiores e menos dispersos que os índices estimados pelo método DEA determinístico, sugerindo uma superestimação dos últimos. Esta constatação evidencia a robustez do índice corrigido e a relevância de se realizar a análise de bootstrap ao se estimar os índices de eficiências. Indica também que deve haver grande cautela ao se realizar análises comparativas entre DMUs, já que, como mostra o intervalo de confiança da Tabela 7, é possível que não exista uma diferença significativa entre os índices. Caso dois intervalos se cruzem, seria possível afirmar que as unidades não possuem diferentes níveis.

Além disso, a Tabela 8 indica que a eficiência operacional é maior nas escolas públicas. Ou seja, a média da eficiência operacional desta  $DMUs$  é superior à média das escolas privadas. Isto ocorre porque a rede pública de ensino, por lei, não pode deixar nenhuma criança fora da escola, ou seja, deve universalizar o ensino básico, uma responsabilidade social não delegada ao ensino privado (KUENZER, 2010). Assim, a rede pública possui um número elevado de alunos matriculados e, além disso, possui um número relativamente baixo de servidores e salas. No entanto, é necessário já frisar que a eficiência operacional não é garantia para eficiência interna e externa que focam na

qualidade do ensino.

Figura 13: Box Plot da Eficiência de Shephard do 1º Estágio

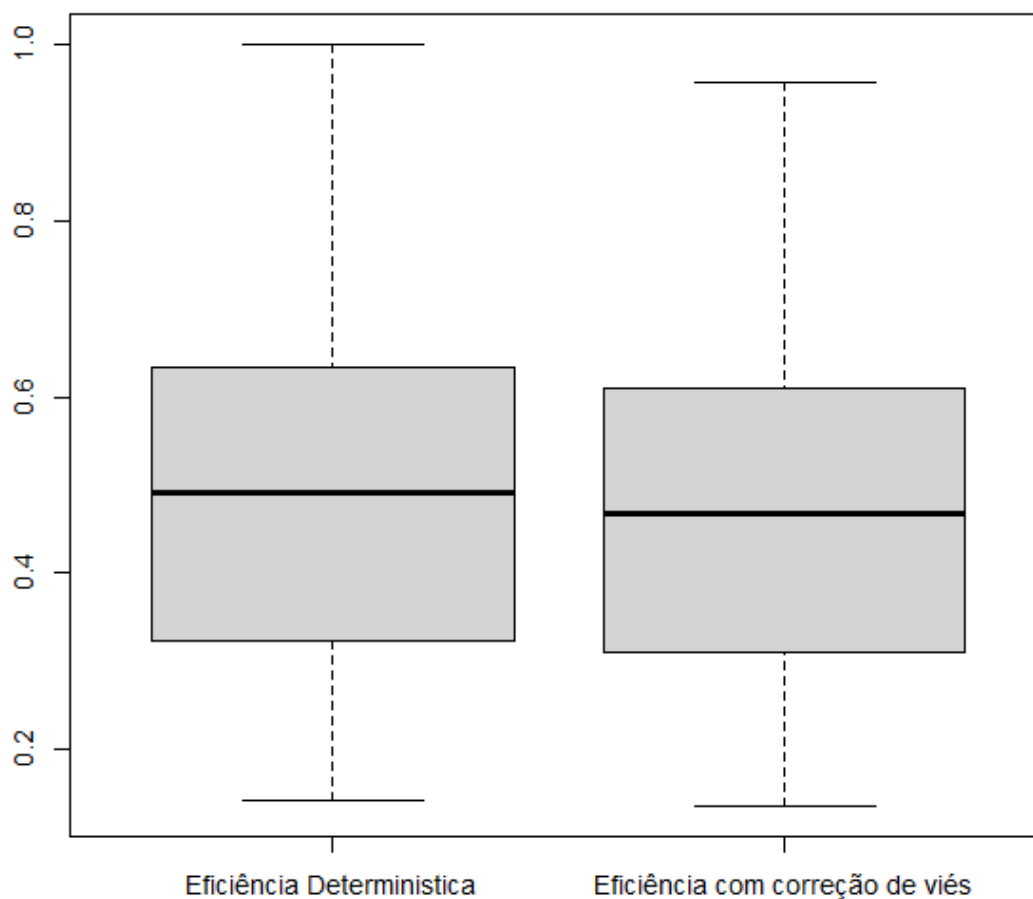


Tabela 8: Estatística descritiva dos índices de Shephard do 1º estágio

	Eficiência sem correção de viés	Eficiência com correção de viés	Eficiência com correção de viés - Públicas	Eficiência com correção de viés - Privadas
Mínimo	0.1424	0.1353	0.1426	0.1353
1º Quartil	0.3235	0.3103	0.4669	0.2404
Mediana	0.4916	0.4669	0.5735	0.3256
Média	0.4950	0.4674	0.5660	0.3442
3º Quartil	0.6341	0.6107	0.7042	0.4304
Máximo	1.0000	0.9569	0.9569	0.6968
Desvio Padrão	0.2199	0.2045	0.2000	0.1304



### 5.2.2 Eficiência do 2º Estágio

Na Tabela 7, para o 2º estágio, observa-se que a unidade escolar privada Instituto São José,  $DMU_{59}$ , foi a mais bem colocada no ranking da eficiência interna com um índice corrigido de Farrell de 1.0034. A mesma apresenta a maior taxa de aprovação no DF. A escola de menor eficiência foi a pública CED Pompílio Marques de Souza,  $DMU_{137}$ , com um índice corrigido de 1.54, dentro do intervalo de confiança  $[1, 54 - 1, 545]$ . Isso significa que nesta escola, bem como nas outras que possuem escores muito altos, aumentar seu produto (quantidade de alunos aprovados) para serem eficientes exigirá um grande esforço.

Dos resultados reportados na Tabela 7 para o 2º estágio pode-se tirar outra conclusão. A média dos índices das  $DMUs$  foi de 1.112, indicando que no DF, em média, a quantidade de alunos aprovados pode aumentar em 11.2%, para o mesmo nível de matriculados. Ou seja, a taxa de aprovação pode ser maior, imitando as melhores práticas e seus procedimentos pedagógicos.

Os Boxplots dos índices de eficiência Shephard dos modelos DEA determinístico e estocástico do 2º estágio são representados no Gráfico 14. Neste Gráfico e na Tabela 9, observa-se que a mediana (0.9272), a média (0.9063) e o desvio padrão (0.0735) dos níveis de eficiência corrigidos são menores que os obtidos da eficiência não corrigida (determinísticos), confirmando novamente que a eficiência corrigida em geral é inferior e menos dispersa que a eficiência estimada pelo método DEA determinístico, indicando uma superestimação dos últimos. Isso constata novamente a robustez do índice corrigido e a relevância de se realizar a análise de bootstrap ao se estimar os índices de eficiências. Indica ainda que deve haver grande precaução ao se analisar  $DMUs$ , já que, como mostra o intervalo de confiança da Tabela 7, é possível que não exista uma diferença significativa entre os índices.

A Tabela 9 também compara a eficiência interna das escolas públicas e privadas. Nota-se que neste estágio as privadas têm um melhor desempenho, indicando que a média da taxa de aprovação é menor nas públicas. Desta forma, a classificação do 1º se inverte neste estágio.

A Avaliação Interna da aprendizagem é realizada pelo professor em sala de aula e determinada em conformidade com o planejamento escolar e Plano de Trabalho Docente. Deve ter o objetivo de verificar a aprendizagem do aluno e redefinir novas estratégias para elevar a qualidade da aprendizagem. No entanto, a reprovação afeta a autoestima do aluno, a defasagem escolar e induz o abandono da escola. Além disso, a taxa de aprovação passou a ser um dos principais critérios na avaliação da efetividade do professor e da escola, o que cria uma propensão a aumentar artificialmente este indicador. Portanto, a eficiência do 2º estágio é uma condição necessário mais não suficiente na avaliação da

qualidade da aprendizagem. Deve ser complementada com uma avaliação externa, objeto da análise da seguinte seção.

Figura 14: Box Plot Eficiência de Shephard 2° Estágio

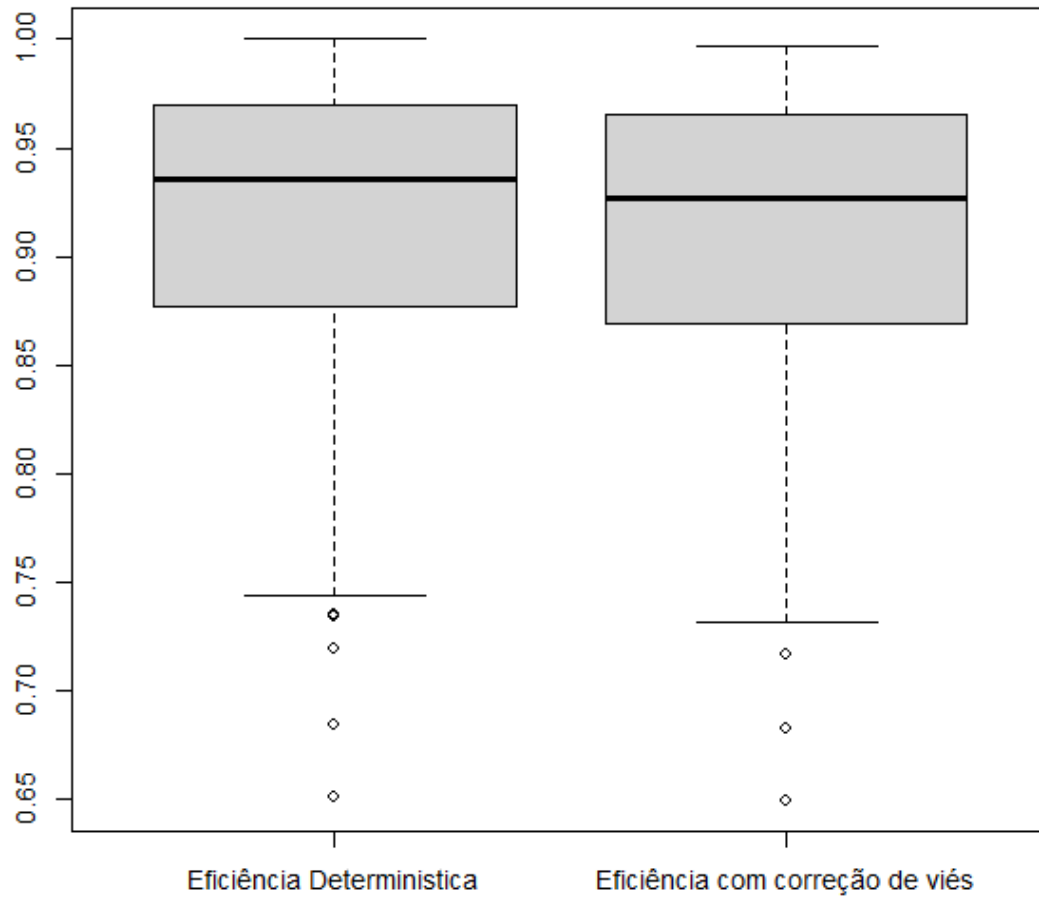


Tabela 9: Estatística descritiva dos índices de Shephard do 2º estágio

	Eficiência sem correção de viés	Eficiência com correção de viés	Eficiência com correção de viés - Públicas	Eficiência com correção de viés - Privadas
Mínimo	0.6509	0.6495	0.6495	0.8007
1º Quartil	0.8766	0.8689	0.8260	0.9377
Mediana	0.9356	0.9272	0.8808	0.9651
Média	0.9127	0.9063	0.8680	0.9541
3º Quartil	0.9696	0.9653	0.9241	0.9774
Máximo	1.0000	0.9965	0.9818	0.9965
Desvio Padrão	0.0743	0.0735	0.0740	0.0348

### 5.2.3 Eficiência do 3º Estágio

Neste estágio estima-se a eficiência externa, já que o produto é a nota média da escola resultante de uma prova nacional (ENEM) realizada pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Na Tabela 7, para o 3º estágio, observa-se que as 5 unidades escolares mais bem colocadas na classificação da eficiência externa de Farrell são privadas. Por outro lado, as 5 escolas de menor eficiência foram públicas. Daqui percebe-se que nestas escolas, bem como nas outras que possuem escores muito altos, aumentar a nota média no ENEM da escola para serem eficientes devem exigir grandes melhorias.

Dos resultados reportados na Tabela 7 para o 3º estágio pode-se tirar outras importantes conclusões. A média dos índices das *DMUs* foi muito baixo, 41985.6, indicando que no DF, em média, a nota média no ENEM da escola pode aumentar em 4198460%, para o mesmo número de alunos que reprovaram e abandonaram a escola. Ou seja, a nota do ENEM pode ser drasticamente melhorada se as unidades ineficiente fossem capazes de imitar as melhores práticas e internalizar seus procedimentos pedagógicos. Esse panorama mostra que a rede de ensino do DF ainda possui um longo caminho para melhoria da qualidade de ensino, o que deve despertar preocupação por parte do poder público e da sociedade, tendo em vista que a educação consiste em um dos pontos-chave para uma nação próspera, com desenvolvimento sustentado.

O Gráfico 15 representa os Boxplots dos índices de eficiência de Shephard dos modelos DEA determinístico e estocástico do 3º estágio. Neste Gráfico e na Tabela 10, observa-se que a mediana (0.0006), a média (0.2647) e o desvio padrão (0.2739) dos níveis de eficiência corrigidos são menores que os obtidos da eficiência não corrigida (determinísticos). Ou seja, aqui também os índices de eficiência corrigidos em geral são inferiores e menos dispersos que os índices estimados pelo método DEA determinístico, indicando uma superestimação dos últimos. Isso constata novamente a robustez do índice corrigido e a relevância de se realizar a análise de bootstrap ao se estimar os índices de

eficiência. Indica ainda que deve-se haver grande precaução ao se criar um ranking de *DMUs*, já que, como mostra o intervalo de confiança da Tabela 7, é provável que não exista uma diferença significativa entre os índices.

A Tabela 10 também compara a eficiência externa das escolas públicas e privadas. Nota-se que neste estágio as escolas privadas também possuem um melhor desempenho, indicando que a nota média do Enem é menor em escolas públicas.

Existe um conjunto de fatores explicativos dessa diferença. Ao longo dos anos a literatura teórica e empírica menciona uma série de fatores ligados à escola, aos professores e às estratégias didáticas. Não obstante, outro fator crucial no desempenho dos alunos, embora não inserido diretamente na análise do contexto escolar, é o background familiar desses estudantes (SOUZA; OLIVEIRA; ANNEGUES, 2018). O background familiar consiste em um conjunto de características do ambiente familiar no qual os estudantes se desenvolvem (educação e ocupação dos pais, renda familiar etc.) e que determinam a chance do progresso escolar. Acredita-se que este é bem maior no ensino privado. Neste sentido, uma avaliação mais justa exige o estudo do impacto do background familiar. Essa análise permitiria descobrir se o gestor escolar classificado como ineficiente o é realmente ou se, mesmo fazendo todo o possível, existem fatores deste tipo, não controlados por ele, que não lhe permitem alcançar os resultados que os outros conseguem.

Figura 15: Box Plot Eficiência de Shephard 3° Estágio

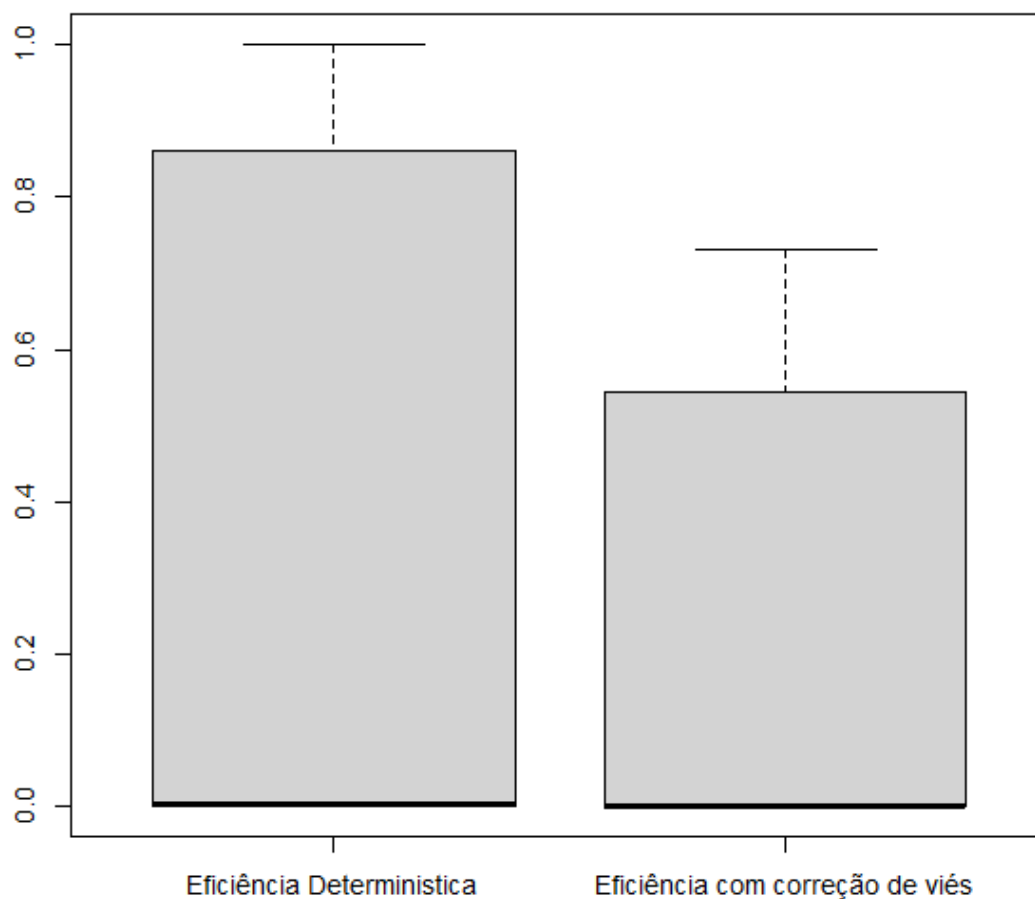


Tabela 10: Estatística descritiva dos índices de Shephard do 3º estágio

	Eficiência sem correção de viés	Eficiência com correção de viés	Eficiência com correção de viés - Públicas	Eficiência com correção de viés - Privadas
Mínimo	0.000004	0.000002	0.000002	0.0002
1° Quartil	0.000035	0.000020	0.000008	0.5010
Mediana	0.0010	0.0006	0.000027	0.5527
Média	0.4178	0.2647	0.0726	0.5049
3° Quartil	0.8600	0.5435	0.0002	0.5938
Máximo	1.0000	0.7309	0.5963	0.7309
Desvio Padrão	0.4314	0.2739	0.1726	0.1658

### 5.2.4 Eficiência Global

Na sequência, sintetizando os índices de eficiência de Shephard dos três estágios, estimou-se a eficiência global multiplicativa, registrada para todas as *DMUs* na Tabela 15 do anexo. Adverte-se que devido à sua estrutura, para que uma *DMU* possa ser eficiente nos modelos *Network – DEA*, esta deve ser eficiente em cada estágio. Como isso não acontece, não existem *DMUs* que sejam totalmente eficiente. A partir dessa Tabela 15, compilou-se as cinco escolas mais eficientes e cinco mais ineficientes para as duas rede de ensino na Tabela 11. Nota-se que existem muitas escolas privadas que têm um desempenho relativamente melhor e outras não, e o mesmo se aplica às escolas públicas.

Tabela 11: Eficiência de Shepard das melhores e piores escolas

ID	Escola	Dependência Administrativa	Eficiência Global
71	COL LA SALLE AGUAS CLARAS		0,3199858
118	COL WGS		0,3067655
12	CED SIGMA		0,2927076
127	COL VITORIA		0,2918915
58	INST EDUCACIONAL STO ELIAS		0,2917042
		Privada (68)	
88	ESC DE EDUC BASICA E PROFISSIONAL FUNDACAO BRADESCO		0,000183
6	COL LA SALLE BRASILIA		0,0001322
47	CED PROJECAO TAGUATINGA NORTE UNIDADE II		0,0001138
100	COL NOSSA SENHORA DO PERPETUO SOCORRO		0,000104
152	COL MADRE TERESA		0,000074
		Pública (85)	
42	CEM EIT		0,2866988
10	CEM SETOR LESTE		0,2611925
52	CED 03 DE SOBRADINHO		0,2479166
54	CEM 01 DE SOBRADINHO		0,2455094
60	CED TAQUARA		0,2264081
106	CEM 01 DE SAO SEBASTIAO		0,000002
123	CEM 02 DE BRAZLANDIA		0,0000017
79	CEM 03 DE CEILANDIA		0,0000016
91	CED 03 DO GUARA		0,0000015
121	CEM 417 DE SANTA MARIA		0,0000013

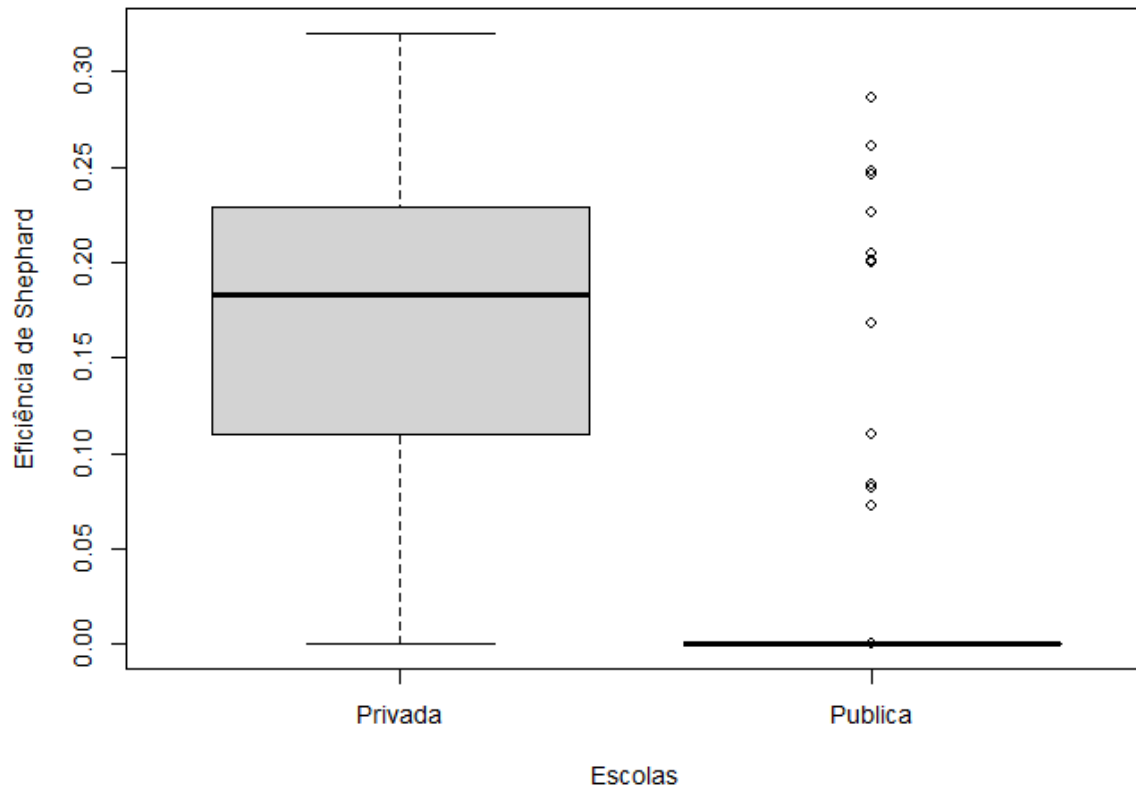
A Tabela 12 apresenta as estatísticas descritivas da eficiência global estimada nas *DMUs* privadas e públicas. Observa-se que, a média das escolas privadas é superior à média das públicas e, como se pode deduzir da Figura 16, as distribuições dessas duas redes são estatisticamente diferentes. Portanto, pode-se afirmar que a média das privadas é estatisticamente superior a média das públicas. No entanto, esse resultado está alinhado com fato de que o adequado seria afastar-se da abordagem dicotômica que atribui uma superioridade a um determinado tipo de escola. Na classificação do índice global de eficiência, entre as 20 melhores escolas, 3 são públicas.

Além disso, é necessário registrar que o índice global utilizado considera que os três estágios têm o mesmo peso no cálculo. Porém, pode admitir-se que o primeiro ou terceiro estágio é relativamente mais importante. Como a determinação do peso relativo dos estágios é subjetiva essa ponderação foi deixada fora do escopo desta pesquisa.

Tabela 12: Medidas resumo da eficiência global

	Eficiência Global	
	Públicas	Privadas
Mínimo	0.000001	0.000074
1° Quartil	0.000004	0.111082
Mediana	0.000011	0.183248
Média	0.028144	0.169495
3° Quartil	0.000098	0.224647
Máximo	0.286698	0.319986
Desvio Padrão	0.0721	0.0836

Figura 16: Box Plot Eficiência de Shephard Global







## 6 Considerações Finais

Neste trabalho, foram estimados escores robustos de eficiência escolar entre 153 unidades escolares (privadas e públicas) do ensino médio do DF. Usou-se uma modelagem *Network – DEA*, em oposição ao clássico *DEA*, oferecendo a vantagem de decompor a prestação de serviços educacionais em 03 (três) estágios sequenciais e estimar a eficiência associada a cada um deles e a eficiência global. Além disso usou-se um método para identificar e eliminar outliers que afetassem os níveis de eficiência. Seguidamente, valendo-se de técnicas de bootstrap, realizou-se o teste de significância de retorno de escala e uma vez confirmada o tipo de retorno, estimou-se o escore corrigido do viés aleatório inerente aos dados. As estimativas apontam enquanto é possível maximizar os objetivos educacionais (matrícula, taxa de aprovação e nota média no ENEM), tendo como referência as melhores práticas da região. Desta forma, preenche-se uma lacuna importante no que diz respeito à avaliação do desempenho escolar no DF.

Dos resultados, derivam-se resumidamente as seguintes conclusões:

1. A eficiência operacional é maior nas escolas públicas. Isto ocorre porque a rede pública de ensino deve garantir a universalização do ensino, uma responsabilidade social não delegada ao ensino privado. No entanto, a eficiência operacional não é garantia para eficiência interna e externa que focam na qualidade do ensino.
2. A eficiência interna e externa é maior na rede de ensino privada. Provavelmente isso deve ser explicado pelo background familiar que é bem maior no ensino privado.
3. Ponderando os índices de eficiência dos três estágios, o índice global multiplicativo indica que a média das escolas privadas é superior à média das públicas. No entanto, os resultados sugerem que o adequado seria afastar-se da abordagem dicotômica que atribui uma superioridade a um determinado tipo de escola. Mesmo sendo minorias no ranking das melhores práticas, existem escolas públicas que conseguem um desempenho comparáveis com as privadas.

Para finalizar, cabe frisar que esta pesquisa deve ser complementada pela análise dos determinantes exógenos da eficiência, não controláveis pelos gestores escolares, bem como pelo exame da dinâmica dos indicadores de eficiência no tempo, identificando as mudanças tecnológicas, de eficiência do setor e testar a convergência ou não entre as melhores e piores práticas. Isto deve ser objeto de pesquisas futuras, já que é outra lacuna encontrada na literatura.



## Referências

- AFONSO, A.; AUBYN, M. S. Cross-country efficiency of secondary education provision: A semi-parametric analysis with non-discretionary inputs. *Economic modelling*, Elsevier, v. 23, n. 3, p. 476–491, 2006.
- ANDERSEN, P.; PETERSEN, N. C. A procedure for ranking efficient units in data envelopment analysis. *Management science*, Informs, v. 39, n. 10, p. 1261–1264, 1993.
- ARISTOVNIK, A.; OBADIĆ, A. Measuring relative efficiency of secondary education in selected eu and oecd countries: The case of slovenia and croatia. *Technological and Economic Development of Economy*, Taylor & Francis, v. 20, n. 3, p. 419–433, 2014.
- AVKIRAN, N. K. Stability and integrity tests in data envelopment analysis. *Socio-Economic Planning Sciences*, Elsevier, v. 41, n. 3, p. 224–234, 2007.
- BANKER, R. D.; CHANG, H. The super-efficiency procedure for outlier identification, not for ranking efficient units. *European journal of operational research*, Elsevier, v. 175, n. 2, p. 1311–1320, 2006.
- BANKER, R. D.; CHARNES, A.; COOPER, W. W. Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. *Management science*, INFORMS, v. 30, n. 9, p. 1078–1092, 1984.
- BANKER, R. D.; DAS, S.; DATAR, S. M. Analysis of cost variances for management control in hospitals. *Research in governmental and nonprofit accounting*, JAI Press Inc., Greenwich, CT, v. 5, n. 1989, p. 269–291, 1989.
- BENEGAS, M. et al. O uso do modelo network dea para avaliação da eficiência técnica do gasto público em ensino básico no brasil. *Economia*, v. 13, n. 3a, p. 569–601, 2012.
- BOGETOFT, P.; OTTO, L. *Benchmarking with dea, sfa, and r*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2010. v. 157.
- BOGETOFT, P.; OTTO, L. Statistical analysis in dea. In: *Benchmarking with DEA, SFA, and R*. [S.l.]: Springer, 2011. p. 155–196.
- BRASIL. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. *Diário Oficial da República Federativa do Brasil*, Brasília, DF, 1996. Disponível em: [http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/leis/19394.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/19394.htm).
- CARVALHO, L. B. d. Eficiência das escolas públicas urbanas das regiões nordeste e sudeste do brasil: uma abordagem em três estágios. Brasil. Ministério do Planejamento, Desenvolvimento e Gestão (MP), 2012.
- CHARNES, A.; COOPER, W. W.; RHODES, E. Measuring the efficiency of decision making units. *European journal of operational research*, Elsevier, v. 2, n. 6, p. 429–444, 1978.
- COELLI, T. J. et al. *An introduction to efficiency and productivity analysis*. [S.l.]: springer science & business media, 2005.

- COLL, V.; BLASCO, O. M. *Evaluación de la eficiencia mediante el análisis envolvente de datos*. [S.l.]: Juan Carlos Martínez Coll, 2000.
- COOK, W. D. et al. A modified super-efficiency dea model for infeasibility. *Journal of the Operational Research Society*, Taylor & Francis, v. 60, n. 2, p. 276–281, 2009.
- DANCAKOVÁ, D.; GLOVA, J.; ANDREJOVSKÁ, A. The robust efficiency estimation in lower secondary education: Cross-country evidence. *Mathematics*, MDPI, v. 9, n. 24, p. 3249, 2021.
- DELGADO, V. M. S.; MACHADO, A. F. *Eficiência das escolas públicas estaduais de minas gerais*. Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (Ipea), 2007.
- EFRON, B. Computers and the theory of statistics: thinking the unthinkable. *SIAM review*, SIAM, v. 21, n. 4, p. 460–480, 1979.
- FÄRE, R.; GROSSKOPF, S. Theory and application of directional distance functions. *Journal of productivity analysis*, Springer, v. 13, n. 2, p. 93–103, 2000.
- FARRELL, M. J. The measurement of productive efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society: Series A (General)*, Wiley Online Library, v. 120, n. 3, p. 253–281, 1957.
- FERRO, G.; D'ELIA, V. Higher education efficiency frontier analysis: A review of variables to consider. *Journal on Efficiency and Responsibility in Education and Science*, ERIC, v. 13, n. 3, p. 140–153, 2020.
- HARTMAN, T. E.; STORBECK, J. E.; BYRNES, P. Allocative efficiency in branch banking. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 134, n. 2, p. 232–242, 2001.
- HUSSAIN, A.; JONES, M. An introduction to frontier analyst 4. *Banxia Software Ltd, Kendal*, 2001.
- INEP. *Censo Escolar*. 2019. Disponível em: <<https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/pesquisas-estatisticas-e-indicadores/censo-escolar>>.
- INEP. *Enem 2019*. 2019. Disponível em: <<https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem>>.
- INEP. *Percentual do investimento total em relação ao Produto Interno Bruto (PIB), por nível de ensino – 2000 a 2018*. 2022. <[https://download.inep.gov.br/informacoes-estatisticas/investimentos\\_publicos\\_em\\_educacao/indicadores\\_financeiros\\_educacionais/Investimento\\_pib\\_total.zip](https://download.inep.gov.br/informacoes-estatisticas/investimentos_publicos_em_educacao/indicadores_financeiros_educacionais/Investimento_pib_total.zip)>.
- JÚNIOR, J. N. devAraújo et al. Eficiência técnica das escolas públicas dos estados do nordeste: uma abordagem em dois estágios. *Revista Econômica do Nordeste*, v. 47, n. 3, p. 61–73, 2016.
- KAO, C. Network data envelopment analysis: A review. *European journal of operational research*, Elsevier, v. 239, n. 1, p. 1–16, 2014.
- KOOPMANS, T. C. Efficient allocation of resources. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, JSTOR, p. 455–465, 1951.

- KUENZER, A. Z. O ensino médio no plano nacional de educação 2011-2020: superando a década perdida? *Educação & Sociedade*, SciELO Brasil, v. 31, p. 851–873, 2010.
- LAENGLÉ, S. et al. Forty years of the european journal of operational research: A bibliometric overview. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 262, n. 3, p. 803–816, 2017.
- LOCHNER, L. Non-production benefits of education: Crime, health, and good citizenship. nber working paper no. 16722. *National Bureau of Economic Research*, ERIC, 2011.
- LUCAS, R. E. On the mechanics of economic development. *Journal of monetary economics*, Elsevier, v. 22, n. 1, p. 3–42, 1988.
- MEZA, L. A.; GOMES, E. G.; NETO, L. B. Curso de análise de envoltória de dados. *XXXVII Simpósio brasileiro de pesquisa operacional*, p. 20520–2547, 2005.
- MEZA, L. A. et al. Evaluation of post-graduate programs using a network data envelopment analysis model. *Dyna*, 2006, Revista DYNA, v. 85, n. 204, p. 83–90, 2018.
- MORENO, P.; LOZANO, S. A network dea assessment of team efficiency in the nba. *Annals of Operations Research*, Springer, v. 214, n. 1, p. 99–124, 2014.
- OCDE. Panorama da educação : destaques do education at a glance 2019. *Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira*, 2019.
- OECD. *PISA 2018 Results*. 2018. Disponível em: <[https://www.oecd.org/pisa/publications/PISA2018\\_CN\\_BRA.pdf](https://www.oecd.org/pisa/publications/PISA2018_CN_BRA.pdf)>.
- SHEPHARD, R. W. *Theory of cost and production functions*. [S.l.]: Princeton University Press, 2015.
- SIMAR, L.; WILSON, P. W. Sensitivity analysis of efficiency scores: How to bootstrap in nonparametric frontier models. *Management science*, INFORMS, v. 44, n. 1, p. 49–61, 1998.
- SIMAR, L.; WILSON, P. W. Non-parametric tests of returns to scale. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 139, n. 1, p. 115–132, 2002.
- SIMAR, L.; WILSON, P. W. Estimation and inference in two-stage, semi-parametric models of production processes. *Journal of econometrics*, Elsevier, v. 136, n. 1, p. 31–64, 2007.
- SIMAR, L.; WILSON, P. W. Statistical approaches for non-parametric frontier models: a guided tour. *International Statistical Review*, Wiley Online Library, v. 83, n. 1, p. 77–110, 2015.
- SOUZA, W. P. S. de F.; OLIVEIRA, V. R. de; ANNEGUES, A. C. Background familiar e desempenho escolar: uma abordagem não paramétrica. *Pesquisa e planejamento econômico*, v. 48, n. 2, 2018.
- UZAWA, H. Optimum technical change in an aggregative model of economic growth. *International economic review*, JSTOR, v. 6, n. 1, p. 18–31, 1965.

WILSON, P. W. Detecting influential observations in data envelopment analysis. *Journal of productivity analysis*, Springer, v. 6, n. 1, p. 27–45, 1995.

WILSON, P. W. *FEAR: A Software Package for Frontier Efficiency Analysis with R*. [S.l.], 2006. R package version 3.0.0. Disponível em: <https://pww.people.clemson.edu/Software/FEAR/fear.html>.

## Anexos



Tabela 13: Estimativa da super eficiência de Farrell dos modelos CRS e VRS para os três estágios

ID	Nome Escola	CRS.Super1	VRS.Super1	CRS.Super2	VRS.Super2	CRS.Super3	VRS.Super3
1	ESC SEB DINATOS	2,947220943	2,648095103	1,0328125	1,027309054	898,4270938	1,153933939
2	CEM PAULO FREIRE	1,649325979	1,642402184	1,274695535	1,258136251	3095,940806	1,321163047
3	CEM ASA NORTE - CEAN	1,703440637	1,684282305	1,133964817	1,126159869	25904,6013	1,332442465
4	CEM ELEFANTE BRANCO	1,725024656	1,545258155	1,158408408	1,081704645	78685,6642	1,36744062
5	CED GISNO	2,42305844	2,41997185	1,281716418	1,274848003	1116,622889	1,421370449
6	COL LA SALLE BRASILIA	4,405226402	4,389318454	1,021164021	1,017696103	934,3422381	1,091549099
7	CED LEONARDO DA VINCI	3,055951567	2,89212828	1,017301038	1,01289232	1,011713197	1,011713197
8	CED LEONARDO DA VINCI NORTE	2,968641525	2,74615168	1,005442177	0,99786919	1,00821544	1,00821544
9	CED MARIA AUXILIADORA	4,560645933	3,532142857	1,095890411	1,095890411	1,142519541	1,142519541
10	CEM SETOR LESTE	1,645512382	1,382958312	1,112016293	1,033004093	1,319148154	1,319148154
11	CEM SETOR OESTE	1,7542223	1,749781489	1,096440873	1,080157753	32551,27676	1,308187103
12	CED SIGMA	1,755498721	1,704090773	1,055172414	1,049014778	1,072995755	1,072995755
13	COL BATISTA DE BRASILIA	3,312718703	2,739872068	1,015151515	1,012924034	1,027990827	1,027990827
14	COL COR JESU	2,814007941	2,175413712	1,1015625	1,098930417	1,21496023	1,21496023
15	COL DOM BOSCO	5,714492754	5,133333333	1,034482759	1,034201123	1,148864464	1,148864464
16	COL MADRE CARMEN SALLES	3,09124714	2,86791498	1,078014184	1,075146894	1,107661925	1,107661925
17	COL MARISTA DE BRASILIA	2,70275146	2,673158998	1,024464832	1,0189949	1,100041371	1,100041371
18	COL NOTRE DAME	3,985708136	3,405940594	1,030612245	1,029674657	1,131151616	1,131151616
19	COL S. C. DE MARIA	3,826761261	3,165024631	1,064220183	1,062534246	1,117432598	1,117432598
20	COL SANTA DOROTEIA	2,959362041	1,704444444	1,041666667	1,041666667	1,159793967	1,159793967
21	CED ADVENTISTA MILTON A.	2,412523403	1,805383023	1,061538462	1,059088232	1,222095318	1,222095318
22	ESC FRANCISCANA DE FATIMA	3,644475427	3,112362031	1,102189781	1,099283487	1,369083489	1,369083489
23	CED 08 DO GAMA	1,629223693	1,527131783	1,084033613	1,078500006	10405,44305	1,338054945
24	CE DO SESI - DF GAMA	3,920507177	3,573877551	1,029411765	1,026204846	1,203065595	1,203065595
25	CEM 01 DO GAMA	1,221295162	1,040713028	1,170530654	1,061692371	53181,30497	1,340678631
27	CEM 03 DO GAMA	1,719909172	1,637246113	1,222797927	1,173211376	1124,584324	1,425236242
28	CEM 06 DO GAMA	1,465050405	1,399051202	1,143089431	1,136943936	28638,52878	1,416602538

Tabela 13 Continuação

ID	Nome Escola	CRS.Super1	VRS.Super1	CRS.Super1	CRS.Super2	VRS.Super2	CRS.Super3	VRS.Super3
29	ESC ADVENTISTA DO GAMA	1,881231167	1,757425743	1,071618037	1,066451107	1,240552263	1,240552263	1,240552263
30	CE BRASIL CENTRAL	4,582047308	4,122736419	1,245614035	1,242604981	1,417217759	1,417217759	1,417217759
31	CE DO SESI-DF - TAGUATINGA	6,439355634	6,386774797	1,070093458	1,0660002	1,26185538	1,26185538	1,26185538
32	CEM 03 DE TAGUATINGA	1,809399347	1,726351421	1,121296296	1,072694646	27979,39317	27979,39317	1,439034657
33	CEM 04 DE TAGUATINGA	1,802524272	1,779671397	1,271604938	1,24024024	1,385090292	1,385090292	1,385090292
34	CEM 05 DE TAGUATINGA	2,17407518	2,105796964	1,182134571	1,154571469	1,402708036	1,402708036	1,402708036
35	CEM 06 DE TAGUATINGA	1,591573089	1,583381924	1,214374226	1,192164147	1,439409736	1,439409736	1,439409736
36	CEM 07 DE TAGUATINGA	6,03201581	5,962237762	1,071428571	1,066575844	1,399617889	1,399617889	1,399617889
37	CEM AVE BRANCA	1,125835844	0,950907591	1,106849315	0,88630137	1,373116058	1,373116058	1,373116058
38	CEM CATOLICA DE BRASILIA	2,776099436	2,504879449	1,010440835	1,00306596	1,130775698	1,130775698	1,130775698
39	COL MARISTA CHAMPAGNAT	2,285229202	2,089400922	1,033333333	1,028759571	1,179182606	1,179182606	1,179182606
40	COL OBJETIVO DF - UNIDADE I	3,988655672	3,95826702	1,048192771	1,044945479	1,200864586	1,200864586	1,200864586
41	CEM TAGUATINGA NORTE	1,217799952	1,157358513	1,104262295	1,023430628	1,363027093	1,363027093	1,363027093
42	CEM EIT	1,40417108	1,370178538	1,114893617	1,057613711	1,386427716	1,386427716	1,386427716
43	COL JESUS MARIA JOSE	2,436074042	2,226009139	1,030612245	1,026986905	1,166095907	1,166095907	1,166095907
44	CEM PROJECAO T. NORTE	2,476605731	2,352272727	1,038348083	1,033541585	1,227570405	1,227570405	1,227570405
45	CLARETIANO - CED STELLA M.	2,78359577	2,771517672	1,010928962	1,007615126	1,026909123	1,026909123	1,026909123
46	CEM ADVENTISTA DE T.	1,935367893	1,653846154	1,034825871	1,03110786	1,183541629	1,183541629	1,183541629
47	CEM PROJECAO T. NORTE II	4,42533548	4,095287335	1,0125	1,009590352	935,4649506	935,4649506	1,000351918
48	CEM INCRA 08	2,102139622	1,922000848	1,059748428	1,054913462	1,347021201	1,347021201	1,347021201
49	CEM 01 DE BRAZLANDIA	1,578743212	1,545602011	1,118923611	1,063227862	69883,38392	69883,38392	1,361760243
50	CEM 04 DE BRAZLANDIA	3,590230811	2,781576448	1,094594595	1,094594595	1,49190566	1,49190566	1,49190566
51	CEM IRMA MARIA R. V. REGIS	1,822372136	1,610470275	1,069767442	1,064964666	1,37289802	1,37289802	1,37289802
52	CEM 03 DE SOBRADINHO	1,577130865	1,576209063	1,091891892	1,084821429	1,394560995	1,394560995	1,394560995
53	CEM SANTA RITA DE CASSIA	2,920423067	2,415413534	1,048275862	1,04548767	1,123981429	1,123981429	1,123981429
54	CEM 01 DE SOBRADINHO	1,545847808	1,214436249	1,223726628	1,123603672	1,374167369	1,374167369	1,374167369
55	CEM 02 DE SOBRADINHO	1,775415538	1,620749665	1,189111748	1,134118954	1,428128108	1,428128108	1,428128108
56	COL LA SALLE - SOBRADINHO	4,112215321	4,095970696	1,006849315	1,00429	1,019103713	1,019103713	1,019103713

Tabela 13 Continuação

ID	Nome Escola	CRS.Super1	VRS.Super1	CRS.Super2	VRS.Super2	CRS.Super3	VRS.Super3
57	CED PROF CARLOS RAMOS MOTA	1,946948711	1,610275689	1,239130435	1,234403089	1,467418854	1,467418854
58	INST EDUCACIONAL STO ELIAS	1,960510982	1,704203013	1,037433155	1,03389539	1,108236134	1,108236134
59	INST SAO JOSE	1,867647059	1,867647059	1,004926108	1,00136543	0,986049156	0,986049156
60	CED TAQUARA	2,022897094	1,728643216	1,058510638	1,054828777	1,451046972	1,451046972
61	CED VARZEAS	2,271518252	1,903743316	1,119760479	1,11605579	3191,166059	1,367596914
62	CEM 01 DE PLANALTINA	1,019239838	0,900206252	1,189984512	1,078372151	169730,9981	1,436069771
63	CEM 02 DE PLANALTINA	1,353259397	1,237219011	1,160295104	1,073003612	91533,70582	1,453338192
64	IFB - CAMPUS PLANALTINA	4,812147563	4,767179487	1,274131274	1,268360463	8285,5347	1,331355241
65	CED 03 DE PLANALTINA	1,028731777	0,994277236	1,241252302	1,234619083	67197,18729	1,393884089
66	ESC ADVENTISTA DE PLANALTINA	2,123944049	1,756664388	1,024509804	1,020816443	1,228932638	1,228932638
67	CED DO PAD-DF	1,531015493	1,439228622	1,080614203	1,075005952	16516,18229	1,517127702
68	CEM 01 DO PARANOA	1,263714968	0,994497363	1,298526586	1,186679093	90239,55447	1,41495526
69	CED AGROURBANO IPE R. FUNDO	2,032954899	1,540152156	1,030487805	1,027387667	1066,002554	1,245361796
70	CEM 01 DO RIACHO FUNDO	2,064738806	1,958145738	1,179317932	1,14445525	5366,033557	1,37733098
71	COL LA SALLE AGUAS CLARAS	1,584277558	1,472183767	1,028571429	1,023639148	1,17119645	1,17119645
72	CEM URSO BRANCO	1,578060875	1,523689409	1,083333333	1,036567646	48791,66343	1,394452645
73	COL LA SALLE	2,034067382	1,887112887	1,035874439	1,031891443	1,142010747	1,142010747
74	CED 14 DE CEILANDIA	1,493139511	1,452926209	1,323232323	1,315085378	2260,29175	1,444042159
75	CED 15 DE CEILANDIA	1,549634094	1,530746256	1,25987526	1,205156528	126162,9711	1,461771832
76	CEM 12 DE CEILANDIA	1,391058744	1,269876232	1,195635816	1,113579582	58121,60704	1,43719096
77	REDE DE ENSINO CERTO	1,989565217	0,833333333	1,011235955	1,010960648	1,127855348	1,127855348
78	CEM 02 DE CEILANDIA	1,756877201	1,279155673	1,12932062	1,037043032	94144,03133	1,391695421
79	CEM 03 DE CEILANDIA	1,376429387	1,190434077	1,423959218	1,320245375	169632,5723	1,435151127
80	CEM 04 DE CEILANDIA	0,931801693	0,925005095	1,304416404	1,21074198	125753,981	1,394100627
81	CED 06 DE CEILANDIA	1,118170206	1,09573817	1,145402708	1,065754662	73282,10416	1,385892437
82	CED 07 DE CEILANDIA	1,310879583	1,289319897	1,1885759	1,111441225	44517,1464	1,467598839
83	CEM 09 DE CEILANDIA	1,527297858	1,311333794	1,186065574	1,114094903	35603,80509	1,387097397
84	CEM 10 DE CEILANDIA	3,007482305	2,827647267	1,2074883	1,200273011	59835,4372	1,479820258

Tabela 13 Continuação

ID	Nome Escola	CRS.Super1	VRS.Super1	CRS.Super2	VRS.Super2	CRS.Super3	VRS.Super3
85	COL TIRADENTES	1,677318841	0,841666667	1,090909091	1,089015732	1,299326551	1,299326551
86	CED 11 DE CEILANDIA	1,208918736	1,179494462	1,17112922	1,145734451	42708,45478	1,373011016
87	CED INCRA 09	2,219521531	1,660952381	1,071428571	1,068628309	3443,2167	1,431267567
88	ESC EDUC BAS E P. F. BRADESCO	1,428943329	1,319753417	1,066	1,060523737	1973,659082	1,267917064
89	CED 01 DO GUARA	1,286183824	1,229717243	1,165912519	1,158963585	21171,01912	1,432659496
90	CEM 01 DO GUARA	1,880501067	1,68627451	1,12571977	1,080802726	2173,309228	1,391398725
91	CED 03 DO GUARA	3,235765228	2,836877278	1,323151125	1,314308682	83800,81629	1,381678214
92	CED 04 DO GUARA	1,325489277	1,274932615	1,397363465	1,389729621	113249,6786	1,442069741
93	COL ROGACIONISTA	1,80448905	1,634533488	1,045325779	1,040414908	1,221741942	1,221741942
94	CEM INTEGRADO DO CRUZEIRO	6,138888889	6,138888889	1,028571429	1,024152264	1,331392354	1,331392354
95	CED 02 DO CRUZEIRO	1,901039099	1,847491443	1,11738149	1,095462858	1,367831422	1,367831422
96	CED MYRIAM ERVILHA	1,526032185	1,421469544	1,124731183	1,11897446	26287,46142	1,408625358
97	CEM 304 DE SAMAMBAIA	0,630794702	0,37842488	1,277856135	1,17741757	69211,65638	1,41247762
98	COL COC LAGO NORTE	5,903187721	4,912801484	1,054794521	1,054794521	1,11585616	1,11585616
99	CED DO LAGO	3,523409724	3,492610837	1,180232558	1,17453435	2089,599537	1,341004184
100	COL N. S. DO P. SOCORRO	4,710973237	3,594505495	1,12345679	1,123078668	929,3190963	1,176438709
101	COL PRESBITERIANO MACKENZIE	3,164201273	3,087604507	1,048	1,042985197	1,151786431	1,151786431
102	CED 416 DE SANTA MARIA	1,88261958	1,674480318	1,113793103	1,108787031	14941,28453	1,47808363
103	CED 619 DE SAMAMBAIA	1,241093277	1,236744343	1,358672377	1,293181205	3410,290282	1,450929669
104	CE EBENEZER	3,977655967	3,717059639	1,067357513	1,063548866	1,361243838	1,361243838
105	CED PROJECAO SOBRADINHO	2,945080092	2,777580972	1,034013605	1,031263348	1,191622969	1,191622969
106	CEM 01 DE SAO SEBASTIAO	1,150941706	1,081733724	1,233663366	1,134025598	198346,4979	1,466040433
107	CED 104 DO RECANTO DAS EMAS	1,869616541	1,6144431481	1,169625247	1,121549461	52263,22904	1,344167759
108	COL MARISTA JOAO PAULO II	2,298451459	2,257639621	1,042857143	1,03835047	1,122083118	1,122083118
109	CED CERTO	2,43903465	1,404761905	1,034090909	1,033742865	1,170303117	1,170303117
110	CED DARCY RIBEIRO	1,375344779	1,335798319	1,147098516	1,139025448	44868,88414	1,407382721
111	COL PALOMA	2,096648551	1,25	1,010526316	1,009881518	1,084339976	1,084339976
112	CE CANDANGUINHO - CECAN	4,882458771	4,091954023	1,048192771	1,048118969	1,09532632	1,09532632

Tabela 13 Continuação

ID	Nome Escola	CRS.Super1	VRS.Super1	CRS.Super2	VRS.Super2	CRS.Super3	VRS.Super3
113	ESC JARDIM DO EDEN	2,387478261	1,2	1,041666667	1,041666667	1,09235347	1,09235347
114	CEM 414 DE SAMAMBAIA	1,275608311	1,214299443	1,15373459	1,074436541	1,13335,6142	1,401530533
115	CED 123 DE SAMAMBAIA	1,069476183	1,068311893	1,061594203	1,056045675	4475,473269	1,4383139
116	CED 16 DE CEILANDIA	1,405293127	1,377661216	1,154613466	1,14234026	43994,58964	1,529213794
117	CEM 111 DO RECANTO DAS EMAS	1,230734005	1,174216459	1,210869565	1,122954344	95747,6615	1,431859431
118	COL WGS	1,385071181	1,053097345	1,071090047	1,067025685	1,303082005	1,303082005
119	CED DO LAGO NORTE	2,77046692	2,763546798	1,46835443	1,460693586	44296,32555	1,389244732
120	CED 04 DE SOBRADINHO	1,672736874	1,549749164	1,187686197	1,137790247	75112,08132	1,463559823
121	CEM 417 DE SANTA MARIA	1,339284351	1,25602596	1,381355932	1,283739093	224885,5367	1,397193624
122	CEM 404 DE SANTA MARIA	0,764328808	0,751979638	1,132607303	1,045587548	100105,2971	1,430461465
123	CEM 02 DE BRAZLANDIA	1,379943072	1,346537047	1,371399177	1,298615689	174880,1013	1,414509201
124	COL GALOIS	2,536745811	2,486997636	1,031707317	1,026672394	1,063033982	1,063033982
125	COL CIMAN	2,351034828	2,193521595	1,106109325	1,101027659	1,151657095	1,151657095
126	COL PODION	3,515051712	3,382293291	1,026066351	1,021029445	0,947013595	0,947013595
127	COL VITORIA	1,647652064	0,718562874	1,012121212	1,009114112	1,13932009	1,13932009
128	ESC MASTER II	2,953076292	2,245283019	1,029126214	1,027936782	1,15971148	1,15971148
129	COL MILITAR DOM PEDRO II	1,822216165	1,812876778	1,019169329	1,013767864	912,6381969	1,172918573
130	C EDUC P. S. ESPERANCA	3,246423562	1,935483871	1,087719298	1,050877193	1,220136888	1,220136888
131	COL SOMA	5,52173913	5,52173913	1	0,972624799	1,040096888	1,040096888
132	CED LEONARDO DA VINCI T.	2,082210041	2,074145911	1,018978102	1,013505326	1,066381474	1,066381474
133	CED STELLA DOS C. G. TROIS	1,735157421	1,704658488	1,368731563	1,361901277	23909,02616	1,397329596
134	COL DROMOS	4,095897122	3,173347779	1,14516129	1,14516129	1,162722297	1,162722297
135	ESC VILA DAS CRIANCAS	2,365802676	2,161797337	1,024630542	1,020949162	1,221899022	1,221899022
136	COL IDEAL	2,194669479	2,169281655	1,007777778	0,991982543	1,129818493	1,129818493
137	CED POMPLIO M. DE SOUZA	0,784607569	0,535433071	1,542510121	1,535194152	39889,82947	1,349905045
138	CED VALE DO AMANHECER	1,250425067	1,179308122	1,158576052	1,153183961	17226,62857	1,476867376
139	COL REACAO II	5,784019832	5,701754386	1,013333333	1,009467415	1,101596631	1,101596631
140	CEM INT A E. P. DO GAMA	2,725651562	2,645378151	1,026570048	1,02155418	1,232713474	1,232713474

Tabela 13 Continuação

ID	Nome Escola	CRS.Super1	VRS.Super1	CRS.Super2	VRS.Super2	CRS.Super3	VRS.Super3
141	CED SAO BARTOLOMEU	1,796076582	1,785716669	1,050113895	1,044881343	12057,01531	1,550616644
142	COL OBJETIVO GAMA	3,381496461	2,619856887	1	0,998819854	0,961448891	0,961448891
143	IFB - CAMPUS BRASILIA	4,765736166	4,715340909	1,128205128	1,122982683	1,326386579	1,326386579
144	IFB - CAMPUS TAGUATINGA	4,194673913	4,120192308	1,344537815	1,340728634	2841,638661	1,217184904
145	IFB - CAMPUS SAMAMBAIA	4,300323956	4,247481146	1,153846154	1,149161891	2102,772889	1,350768594
146	IFB - CAMPUS GAMA	6,12253265	6,072594326	1,128755365	1,124102032	2975,600167	1,274919643
147	CED SIGMA AGUAS CLARAS	1,954502749	1,947444739	1,055825243	1,050636346	1,11466145	1,11466145
148	IFB - CAMPUS RIACHO FUNDO	2,741952454	2,634255797	1,157575758	1,152081303	14640,56159	1,344772038
149	IFB - CAMPUS SAO SEBASTIAO	3,063006301	2,732673267	1,16091954	1,156835824	4132,801405	1,328325346
150	REDE DE ENSINO CERTO T.	3,034929993	1,525423729	1,053571429	#DIV/0!	1,10116887	1,10116887
151	COL MILITAR TIRADENTES	5,805735756	5,636617147	1,038216561	1,033534593	1,196194412	1,196194412
152	COL MADRE TERESA	7,021994885	6,986877828	1,120879121	1,119802097	942,8595065	1,20266992
153	COL OLIMPO DE AGUAS CLARAS	5,091070034	5,072685398	1,024539877	1,02149588	0,991851503	0,991851503
154	CED JUSCELINO KUBITSCHEK T.	4,272379995	4,062468824	1,074534161	1,071224069	1,280353831	1,280353831

Tabela 14: Eficiência sem e com correção de viés e intervalos de confiança de 95% dos três estágios

ID	Eficiência sem correção de viés 1		Intervalo Inferior 1		Intervalo Superior 1		Eficiência sem correção de viés 2		Intervalo Inferior 2		Intervalo Superior 2		Eficiência com correção de viés 3		Intervalo Inferior 3		Intervalo Superior 3	
	Eficiência sem correção de viés 1	Eficiência com correção de viés 1	Intervalo Inferior 1	Intervalo Superior 1	Intervalo Inferior 1	Intervalo Superior 1	Eficiência sem correção de viés 2	Eficiência com correção de viés 2	Intervalo Inferior 2	Intervalo Superior 2	Intervalo Inferior 2	Intervalo Superior 2	Eficiência sem correção de viés 3	Eficiência com correção de viés 3	Intervalo Inferior 3	Intervalo Superior 3		
1	2,947220943	3,21464264	2,97106096	3,594601856	1,027331552	1,032336577	1,027331552	1,032336577	1,027690528	1,041326004	898,4270938	1528,786077	1008,001365	1749,579598				
2	1,649325979	1,71814545	1,655781929	1,803401386	1,267709022	1,276266825	1,267709022	1,276266825	1,268586386	1,290320848	3092,903342	5246,50301	3492,79958	6006,245403				
3	1,703440637	1,774282032	1,712213415	1,884521097	1,127749639	1,135362631	1,127749639	1,135362631	1,12853014	1,147865043	25902,39691	44980,48699	29886,16804	50683,7987				
4	1,725024656	1,783313372	1,731869258	1,874730066	1,090445027	1,096861334	1,090445027	1,096861334	1,09112417	1,109092723	78682,70937	138697,9839	94172,62285	154297,8045				
5	2,42305844	2,524162529	2,432543009	2,649413764	1,275118399	1,27993519	1,275118399	1,27993519	1,275468107	1,289169756	1116,622889	1890,143776	1267,196337	2163,669993				
6	4,405226402	4,573694314	4,424806076	4,854893426	1,017745566	1,019951042	1,017745566	1,019951042	1,017992084	1,023843641	934,3422381	1621,70454	1078,112918	1828,107185				
7	3,055951567	3,17532037	3,071889925	3,342294105	1,012915864	1,015111416	1,012915864	1,015111416	1,013144691	1,019333887	1,011713197	1,684312282	1,229529387	1,938668069				
8	2,968641525	3,158234151	2,990335205	3,472110013	1	1,006715852	1,006715852	1,006715852	1,000738681	1,017797652	1,00821544	1,682670632	1,220924917	1,934416677				
9	4,560645933	4,773888391	4,584638143	5,099280495	1,095890411	1,113277655	1,095890411	1,113277655	1,096660698	1,140451722	1,142519541	1,749312861	1,379462654	2,188890528				
10	1,645512382	1,709787943	1,654094575	1,799690826	1,036164394	1,044233122	1,036164394	1,044233122	1,036741945	1,060550805	1,319148154	2,14436964	1,478458031	2,521648479				
11	1,7542223	1,824740199	1,763577266	1,917727969	1,088352914	1,100088453	1,088352914	1,100088453	1,089862962	1,114964352	32550,39339	57703,77209	39062,56782	63978,59364				
12	1,755498721	1,847437985	1,761089598	2,010067959	1,049471444	1,056289713	1,049471444	1,056289713	1,050208245	1,067485526	1,072995755	1,750705567	1,213698519	2,052518523				
13	3,312718703	3,450944471	3,325685666	3,622183594	1,012975819	1,016249636	1,012975819	1,016249636	1,013357113	1,02251213	1,027990827	1,708066378	1,207332042	1,972617579				
14	2,814007941	3,040199513	2,840284166	3,312415373	1,09933926	1,103088087	1,09933926	1,103088087	1,099795465	1,110388264	1,21496023	1,992887427	1,419701849	2,327388681				
15	5,714492754	5,914454387	5,748457366	6,192214257	1,034409478	1,04270028	1,034409478	1,04270028	1,035286328	1,058610819	1,148864464	1,907176476	1,359653043	2,206110111				
16	3,09124714	3,212540179	3,105696497	3,415945576	1,075428708	1,078552791	1,075428708	1,078552791	1,075798687	1,084567856	1,107661925	1,583140579	1,306001858	2,122204237				
17	2,70275146	2,807393083	2,721653373	2,93809168	1,019010213	1,024208946	1,019010213	1,024208946	1,019446827	1,033197905	1,100041371	1,797993243	1,270151025	2,107636224				
18	3,985708136	4,119506619	4,004008005	4,319925963	1,029835035	1,035804654	1,029835035	1,035804654	1,030317766	1,047165789	1,131151616	1,872857536	1,335784308	2,169366737				
19	3,826761261	3,986435855	3,841740338	4,184246566	1,062837943	1,067721629	1,062837943	1,067721629	1,063307854	1,077255308	1,117432598	1,683336042	1,342000254	2,141910595				
20	2,959362041	3,082843666	2,970945862	3,235817344	1,041666667	1,06006648	1,041666667	1,06006648	1,042886528	1,087009304	1,159793967	1,920138021	1,369395418	2,224376971				
21	2,412523403	2,513187771	2,421966735	2,637894574	1,059328649	1,062842493	1,059328649	1,062842493	1,059736252	1,06962917	1,222095318	1,808477612	1,449946581	2,342157458				
22	3,644475427	4,016327333	3,676201859	4,398993999	1,09966673	1,103009481	1,09966673	1,103009481	1,100055573	1,10945724	1,369083489	2,236904343	1,579878566	2,623520361				
23	1,629223693	1,700369403	1,637904648	1,809562055	1,07858698	1,082160323	1,07858698	1,082160323	1,078857632	1,089116561	10405,14785	18088,7551	11939,17874	20468,225				
24	3,920507177	4,074627655	3,947568465	4,301126283	1,028286303	1,028680843	1,028286303	1,028680843	1,026545827	1,032938146	1,203065595	1,986654839	1,441396289	2,305924346				
25	1,221295162	1,273634391	1,226854515	1,361142537	1,066074209	1,098861224	1,066074209	1,098861224	1,067899959	1,172066466	53170,98442	91583,0669	60460,74997	104552,1395				

Tabela 14 Continuação

ID	Eficiência sem correção de viés 1	Eficiência com correção de viés 1	Intervalo Inferior 1	Intervalo Superior 1	Eficiência sem correção de viés 2	Eficiência com correção de viés 2	Intervalo Inferior 2	Intervalo Superior 2	Eficiência sem correção de viés 3	Eficiência com correção de viés 3	Intervalo Inferior 3	Intervalo Superior 3
27	1,719909172	1,786175947	1,72902692	1,881384763	1,199872304	1,210629241	1,201030577	1,22576094	1124,584324	1914,139417	1274,848026	2210,791057
28	1,465050405	1,580627317	1,476574548	1,755984861	1,137061341	1,142240324	1,137414339	1,151777192	28638,52878	49880,7996	28042,46617	56360,65665
29	1,881231167	1,960048513	1,895554542	2,053600878	1,066544092	1,069308373	1,066790003	1,075095837	1,240552263	2,016903564	1,414655859	2,375054285
30	4,582047308	4,911072002	4,612951658	5,339848795	1,243731275	1,248972185	1,244283896	1,259251172	1,417217759	2,303619932	1,616111523	2,713282795
31	6,439355634	6,684085127	6,474564648	7,054460083	1,066163073	1,068394379	1,066425344	1,072161414	1,26185538	2,059491073	1,45404487	2,418002987
32	1,809399347	1,874732512	1,818580444	1,959044916	1,082531235	1,08936088	1,083326555	1,100326838	27975,45768	48354,49135	31998,80801	55009,74581
33	1,802524272	1,864360007	1,810156039	1,961920511	1,263240049	1,273815337	1,264444185	1,289621936	116313,895	209193,0407	142273,6552	229499,8302
34	2,17407518	2,268302532	2,183647313	2,425650403	1,173545239	1,185559737	1,174467269	1,201600877	81801,06218	146748,2103	99536,97955	161338,8472
35	1,591573089	1,660712922	1,600035398	1,767245595	1,206437317	1,216423494	1,207532929	1,231490127	86180,15853	153784,844	104120,5732	169856,4692
36	6,03201581	6,234471027	6,057673077	6,544815861	1,066689909	1,069058394	1,066913441	1,073751125	11971,02975	21607,00476	14988,18347	23610,28453
37	1,125835844	1,164664467	1,130665216	1,225932579	1,1085939493	1,1085939493	1,002537017	1,264902944	1084,867325	1846,784448	1231,04445	2132,527853
38	2,776099436	2,981855717	2,796338037	3,301524805	1,003099022	1,013368528	1,003887136	1,027079846	1,130775698	1,636439507	1,325654966	2,167237451
39	2,285229202	2,376943332	2,296268691	2,521461174	1,028810162	1,031068713	1,029027867	1,035500633	1,179182606	1,671725287	1,387431907	2,260704151
40	3,988655672	4,271855827	4,015524066	4,72045311	1,045088567	1,047575435	1,045335232	1,05206748	1,200864586	1,752283424	1,409870026	2,301296375
41	1,217799952	1,26382265	1,22451699	1,334653843	1,025590667	1,034869596	1,026211481	1,054420926	15900,91894	27238,82573	17903,21159	31264,90167
42	1,40417108	1,457259471	1,411755025	1,537753562	1,064701787	1,070600556	1,065347968	1,080190021	1,386427716	2,235680725	1,546234188	2,652056231
43	2,436074042	2,518573092	2,445841611	2,64814	1,027059635	1,029249474	1,027291023	1,033055449	1,166095907	1,748119737	1,359578854	2,234809036
44	2,476605731	2,582072934	2,49706826	2,705264573	1,033593789	1,036043319	1,033846314	1,04099385	1,227570405	2,005748908	1,415907023	2,354794736
45	2,78359577	3,003191684	2,805491642	3,336370856	1,007637111	1,00986412	1,007864475	1,013784418	1,026909123	1,681754869	1,179198419	1,968652427
46	1,935367893	2,000337348	1,944253887	2,097656357	1,031189605	1,033369677	1,031427051	1,037149262	1,183541629	1,745485295	1,376349536	2,26856186
47	4,42533548	5,15480544	4,478527116	5,982469411	1,009622033	1,012119243	1,009870379	1,016622843	935,4649506	1684,780148	1142,411352	1846,12332
48	2,102139622	2,186505736	2,1112294641	2,319444997	1,055004583	1,05739376	1,055252742	1,062094142	9571,308821	17233,93323	11730,11911	18885,11572
49	1,578743212	1,632812482	1,587612229	1,709688699	1,071181475	1,077244009	1,071943918	1,086811463	69883,38392	125763,5433	86891,22217	137769,0919
50	3,590230811	3,715665276	3,606043464	3,916868449	1,094594595	1,110907918	1,095361852	1,1368859655	1,49190566	2,200260072	1,734948406	2,859620816
51	1,822372136	1,89397043	1,831864497	2,007627587	1,065078564	1,067419766	1,065303655	1,072015918	7705,811592	13400,5635	7412,120482	15152,14871
52	1,577130865	1,637443766	1,587348485	1,713065668	1,085888821	1,093237368	1,086713192	1,105263107	1,3945660995	2,253271327	1,559264363	2,667655371



Tabela 14 Continuação

ID	Eficiência sem correção de viés 1		Eficiência com correção de viés 1		Intervalo Superior 1		Eficiência sem correção de viés 2		Intervalo Inferior 2		Intervalo Superior 2		Eficiência sem correção de viés 3		Eficiência com correção de viés 3		Intervalo Inferior 3		Intervalo Superior 3	
	53	2,920423067	3,042279994	2,931854469	3,1932408	2,931854469	3,1932408	1,045957075	1,048571413	1,045957075	1,054076972	1,054076972	1,123981429	1,657646006	1,307086527	1,657646006	1,307086527	2,154399421	1,307086527	1,657646006
54	1,545847808	1,606582156	1,55389981	1,702992843	1,55389981	1,702992843	1,134790232	1,146105818	1,134790232	1,170210103	1,170210103	1,374167369	2,212097434	1,51922176	2,212097434	1,51922176	2,628625475	1,51922176	2,212097434	2,628625475
55	1,775415538	1,863357227	1,784690467	1,99509105	1,784690467	1,99509105	1,152919286	1,160713104	1,152919286	1,173167363	1,173167363	1,428128108	2,300210917	1,579023158	2,300210917	1,579023158	2,731846217	1,579023158	2,300210917	2,731846217
56	4,112215321	4,416999929	4,142194609	4,890523989	4,142194609	4,890523989	1,004305535	1,007082363	1,004305535	1,012229993	1,012229993	1,019103713	1,669128688	1,142270304	1,669128688	1,142270304	1,952164081	1,142270304	1,669128688	1,952164081
57	1,946948711	2,028186663	1,954569646	2,1288272	1,954569646	2,1288272	1,235076122	1,237795775	1,235076122	1,242562948	1,242562948	1,467418854	2,373728237	1,642669004	2,373728237	1,642669004	2,809393478	1,642669004	2,373728237	2,809393478
58	1,960510982	2,033551607	1,968799114	2,153486975	1,968799114	2,153486975	1,033991147	1,03624503	1,033991147	1,040253574	1,040253574	1,108236134	1,626820762	1,28793313	1,626820762	1,28793313	2,123135134	1,108236134	1,626820762	2,123135134
59	1,867647059	2,342207307	1,902043882	2,77858395	1,902043882	2,77858395	1,001368982	1,003480196	1,001368982	1,007113319	1,007113319	1	1,637839865	1,120857759	1,637839865	1,120857759	1,915569589	1,120857759	1,637839865	1,915569589
60	2,022897094	2,090804867	2,032184967	2,192525238	2,032184967	2,192525238	1,054982846	1,057275447	1,054982846	1,055236712	1,055236712	1,451046972	1,998050263	1,677429281	1,998050263	1,677429281	2,782690616	1,451046972	1,998050263	2,782690616
61	2,271518252	2,358385787	2,286234538	2,467303137	2,286234538	2,467303137	1,116423045	1,119065917	1,116423045	1,123824707	1,123824707	3190,94374	5501,780538	3601,702029	5501,780538	3601,702029	6284,416324	3190,94374	5501,780538	6284,416324
62	1,019239838	1,059232533	1,024004051	1,126315519	1,024004051	1,126315519	1,083951021	1,116590583	1,083951021	1,190597687	1,190597687	169727,895	301488,6106	203235,8123	301488,6106	203235,8123	334395,2008	169727,895	301488,6106	334395,2008
63	1,353259397	1,408210022	1,360210361	1,479266781	1,360210361	1,479266781	1,079901693	1,088715753	1,079901693	1,106774054	1,106774054	91533,70582	158937,4472	79667,39305	158937,4472	79667,39305	179938,7828	91533,70582	158937,4472	179938,7828
64	4,812147563	4,97385256	4,831774914	5,222218779	4,831774914	5,222218779	1,268907414	1,271599994	1,268907414	1,269224194	1,269224194	8284,684451	14241,07112	9329,173607	14241,07112	9329,173607	16314,15939	8284,684451	14241,07112	16314,15939
65	1,028731777	1,06334562	1,032915354	1,117038444	1,032915354	1,117038444	1,234846924	1,239589936	1,234846924	1,235185034	1,235185034	67196,85785	120179,4373	80487,81568	120179,4373	80487,81568	132528,409	67196,85785	120179,4373	132528,409
66	2,123944049	2,212567269	2,132257796	2,322356946	2,132257796	2,322356946	1,020870337	1,02302049	1,020870337	1,026695813	1,026695813	1,228932638	2,021047821	1,469239168	2,021047821	1,469239168	2,355146413	1,228932638	2,021047821	2,355146413
67	1,531015493	1,608218618	1,539047955	1,723036181	1,539047955	1,723036181	1,07508187	1,079012642	1,07508187	1,075374789	1,075374789	16515,46517	28993,18154	19230,82478	28993,18154	19230,82478	32532,49775	16515,46517	28993,18154	32532,49775
68	1,263714968	1,41996024	1,280208583	1,557697342	1,280208583	1,557697342	1,203456238	1,215952771	1,203456238	1,204398272	1,204398272	90225,12691	156128,9663	103358,9309	156128,9663	103358,9309	177675,3618	90225,12691	156128,9663	177675,3618
69	2,032954899	2,109644487	2,043859412	2,226914496	2,043859412	2,226914496	1,027475925	1,029949284	1,027475925	1,034399637	1,034399637	1066,002554	1854,223196	1221,216608	1854,223196	1221,216608	2100,262229	1066,002554	1854,223196	2100,262229
70	2,064738806	2,14171929	2,077634224	2,238566221	2,077634224	2,238566221	1,168285766	1,182578827	1,168285766	1,17051896	1,17051896	5363,602632	9190,217205	5997,854184	9190,217205	5997,854184	10562,27956	5363,602632	9190,217205	10562,27956
71	1,584277558	1,888024396	1,609023954	2,215597369	1,609023954	2,215597369	1,023677158	1,026377125	1,023677158	1,023911232	1,023911232	1,17119645	1,612704082	1,353918416	1,612704082	1,353918416	2,24601783	1,17119645	1,612704082	2,24601783
72	1,578060875	1,639909161	1,586429857	1,726076815	1,586429857	1,726076815	1,041335326	1,047511629	1,041335326	1,042129088	1,042129088	48791,66343	87731,40024	59822,89075	87731,40024	59822,89075	96235,82454	48791,66343	87731,40024	96235,82454
73	2,034067382	2,113879252	2,043575184	2,247721764	2,043575184	2,247721764	1,031966959	1,034122743	1,031966959	1,032223397	1,032223397	1,142010747	1,649619724	1,332413024	1,649619724	1,332413024	2,188497482	1,142010747	1,649619724	2,188497482
74	1,493139511	1,551802878	1,500916967	1,64492642	1,500916967	1,64492642	1,316294144	1,322012861	1,316294144	1,316698424	1,316698424	2257,139452	3860,592395	2551,310641	3860,592395	2551,310641	4445,779416	2257,139452	3860,592395	4445,779416
75	1,549634094	1,605587746	1,557497113	1,677795893	1,557497113	1,677795893	1,236848184	1,248102449	1,236848184	1,23809756	1,23809756	126162,9711	225625,673	148702,4485	225625,673	148702,4485	248538,92	126162,9711	225625,673	248538,92
76	1,391058744	1,459962082	1,398325759	1,563177066	1,398325759	1,563177066	1,125760164	1,132361863	1,125760164	1,126441686	1,126441686	58114,03728	100751,1615	66624,26265	100751,1615	66624,26265	114441,2362	58114,03728	100751,1615	114441,2362
77	1,989565217	2,093762684	1,995901545	2,278077702	1,995901545	2,278077702	1,011025912	1,018523823	1,011025912	1,011609142	1,011609142	1,127855348	1,847712952	1,266228618	1,847712952	1,266228618	2,160495278	1,127855348	1,847712952	2,160495278
78	1,756877201	1,830184384	1,76375414	1,920999743	1,76375414	1,920999743	1,040120736	1,057129242	1,040120736	1,041514785	1,041514785	94144,03133	166677,5977	104702,7436	166677,5977	104702,7436	185249,0052	94144,03133	166677,5977	185249,0052

Tabela 14 Continuação

ID	Eficiência sem correção de viés 1	Eficiência com correção de viés 1	Intervalo Inferior 1	Intervalo Superior 1	Eficiência sem correção de viés 2	Eficiência com correção de viés 2	Intervalo Inferior 2	Intervalo Superior 2	Eficiência sem correção de viés 3	Eficiência com correção de viés 3	Intervalo Inferior 3	Intervalo Superior 3
79	1,376429387	1,538367065	1,387971082	1,750590966	1,359569222	1,367092386	1,360392951	1,379357457	169623,1235	297488,6606	197759,1648	334112,7996
80	1	1,045090159	1,009376406	1,095720046	1,234552615	1,241475115	1,235386187	1,253774814	125746,6853	220228,2644	146484,1014	247688,0519
81	1,118170206	1,161847229	1,124002038	1,222942709	1,072399863	1,079446666	1,073035142	1,09249276	73278,92229	128747,4122	85606,45442	144343,5997
82	1,310879583	1,360248654	1,316614323	1,441666361	1,1239222829	1,1302558708	1,124653877	1,141738084	44509,06962	76869,90421	50646,52818	87645,52458
83	1,527297858	1,743669841	1,550782011	1,921124074	1,1275529	1,133799246	1,128372379	1,14436743	35596,31184	61388,61583	40392,50446	70094,85482
84	3,007482305	3,164990798	3,017060475	3,443604798	1,201078835	1,206948605	1,201502965	1,217465169	59833,98826	105887,4221	71647,16092	117876,0534
85	1,677318841	1,733625678	1,685020035	1,817968843	1,089444087	1,094358638	1,089923936	1,103977147	1,299326551	1,817574106	1,520142222	2,491025365
86	1,208918736	1,265444322	1,2152785	1,351697944	1,162663641	1,174418949	1,163484573	1,190295009	42705,34885	74484,9454	49174,01508	84114,97625
87	2,219521531	2,312132749	2,228209396	2,426863008	1,068887523	1,072026093	1,069275902	1,078077208	3443,148147	6023,377791	3989,58773	6783,209757
88	1,428943329	1,517129068	1,438814047	1,638646154	1,060587572	1,064295185	1,060858282	1,071444624	1973,246853	3384,357462	2205,031406	3886,462508
89	1,286183824	1,355212352	1,294241188	1,455253596	1,159692091	1,165796857	1,160300096	1,176201246	21167,48802	36577,7797	24086,17573	41684,75109
90	1,880501067	2,013057496	1,893067142	2,186964723	1,092191384	1,099669666	1,093018515	1,111521302	2171,257381	3716,328411	2451,107701	4276,512465
91	3,235765228	3,380450364	3,250651488	3,62280878	1,31616078	1,32226091	1,31660951	1,333390884	83798,71705	148232,9317	100342,9895	165087,2795
92	1,325489277	1,382687137	1,336464581	1,44870402	1,390182997	1,395374706	1,390548734	1,405301182	113249,6786	203860,8623	139996,3198	223328,3973
93	1,80448905	1,879782761	1,811552355	1,973059356	1,040475311	1,043025795	1,040729119	1,048306852	1,221741942	1,991938495	1,379383058	2,342678624
94	6,138888889	7,011332981	6,246109323	7,721851485	1,024197791	1,026400753	1,024438652	1,030552496	1,331392354	1,923179	1,553369368	2,551419784
95	1,901039099	1,976302806	1,909994702	2,096014545	1,108938718	1,122061784	1,111115074	1,136961736	1,367831422	2,205478214	1,5176107	2,616521084
96	1,526032185	1,583673764	1,53450973	1,672467244	1,1191094	1,122724215	1,119393995	1,129710349	26286,98582	46643,47198	31280,97756	51792,10262
97	1	1,431097607	1,05141696	1,667628899	1,19513088	1,203266	1,195887418	1,218794917	69198,92322	119551,1007	79187,40569	136263,3609
98	5,903187721	6,126936151	5,935530781	6,466589401	1,054794521	1,071529743	1,055535922	1,097684783	1,11585616	1,839716494	1,329723878	2,139513544
99	3,523409724	3,680604529	3,555123278	3,85784906	1,17480204	1,177619829	1,175091605	1,183356173	2088,696412	3580,435725	2343,917093	4113,781039
100	4,710973237	5,306608615	4,779788818	5,821614629	1,12345679	1,135229807	1,124626296	1,155794926	929,3190963	1596,432121	1046,76832	1830,819223
101	3,164201273	3,495361851	3,193694634	3,829914878	1,043045667	1,045736595	1,043287302	1,051393439	1,151786431	1,876023339	1,300401201	2,208539592
102	1,88261958	1,970645363	1,892523485	2,104966149	1,108985007	1,111391322	1,109236102	1,116021282	14940,9352	26440,70801	17779,62476	29435,26756
103	1,241093277	1,289268696	1,24754243	1,357518156	1,340045252	1,354235975	1,341988867	1,371922128	3404,747448	5821,841383	3850,80808	6705,697884
104	3,977655967	4,133042331	3,998577049	4,375444813	1,063722799	1,066005059	1,063963494	1,070017823	1,361243838	2,223719456	1,568028152	2,610302389

Tabela 14 Continuação

ID	Eficiência sem correção de viés 1	Eficiência com correção de viés 1	Intervalo Inferior 1	Intervalo Superior 1	Eficiência sem correção de viés 2	Eficiência com correção de viés 2	Intervalo Inferior 2	Intervalo Superior 2	Eficiência sem correção de viés 3	Eficiência com correção de viés 3	Intervalo Inferior 3	Intervalo Superior 3
105	2,945080092	3,099319782	2,954459524	3,372153484	1,031375788	1,034203122	1,031674275	1,039489823	1,191622969	1,959995814	1,424602053	2,2836652595
106	1,150941706	1,194844437	1,156864683	1,26037978	1,146470374	1,156501616	1,147110651	1,177636281	198346,4979	357722,0499	248238,3341	391341,0227
107	1,869616541	2,096419119	1,887104964	2,389894881	1,139222975	1,147701056	1,140053034	1,160984497	52259,96144	91341,55551	60518,12314	102939,0355
108	2,298451459	2,381501604	2,307738545	2,517438351	1,03842276	1,040656319	1,038666967	1,044865725	1,122083118	1,833285371	1,290701128	2,154153775
109	2,43903465	2,540805219	2,448581754	2,666882427	1,033946078	1,041897013	1,034664699	1,057401117	1,170303117	1,919060735	1,371897355	2,242247136
110	1,375344779	1,472934599	1,384474673	1,600716344	1,140772553	1,148515766	1,141663493	1,161131876	44867,60116	79184,62882	52602,09533	88427,46556
111	2,096648551	2,167032097	2,106275044	2,272461054	1,00993662	1,016237837	1,0104449609	1,028518031	1,084339976	1,773323069	1,216397013	2,076869236
112	4,882458771	5,069174049	4,914090329	5,303283754	1,048192771	1,058183994	1,04929507	1,076236654	1,09532632	1,803449913	1,305346171	2,101679002
113	2,387478261	2,512515221	2,395081854	2,733692424	1,041666667	1,06006648	1,042886528	1,087009304	1,09235347	1,791239057	1,280520246	2,092899184
114	1,275608311	1,324756517	1,282370688	1,39537022	1,082100077	1,088891925	1,082772704	1,101633032	113335,425	203262,8674	137215,0195	223647,1188
115	1,069476183	1,125486774	1,07288223	1,224563586	1,056099214	1,060248481	1,056392294	1,068145063	4475,039043	7703,507054	5051,483562	8814,102079
116	1,405293127	1,506203561	1,414771351	1,637707406	1,147149582	1,156497671	1,148184911	1,170737228	43994,58964	75243,22148	34288,351	86453,23489
117	1,230734005	1,281620472	1,240110355	1,342399112	1,135602864	1,142742178	1,136312179	1,156127928	95747,6615	163895,483	74596,15213	188149,3785
118	1,385071181	1,435082644	1,39209919	1,499622878	1,067193446	1,069430265	1,067459483	1,07320986	1,303082005	2,124046716	1,473113775	2,501285749
119	2,77046692	2,875064517	2,785428945	3,034566629	1,461308819	1,465267381	1,461666288	1,473553584	44291,4943	76951,69286	50946,62728	87254,53891
120	1,672736874	1,884230615	1,697171392	2,067095049	1,157984882	1,166808221	1,158905404	1,180506216	75109,2647	132199,1135	87744,48923	147995,4804
121	1,339284351	1,389885447	1,346514681	1,4667942	1,318480803	1,325770732	1,319291783	1,337643604	224883,8384	402394,4031	272266,0687	443424,9201
122	1	1,149392956	1,038341119	1,258663601	1,049684573	1,06058436	1,050506238	1,083650758	100103,993	178090,0244	119903,919	197330,5725
123	1,379943072	1,432115459	1,387396161	1,51122068	1,344197478	1,355888967	1,345355809	1,37262749	174878,0477	311789,7583	210993,7934	344767,7763
124	2,536745811	2,637937358	2,556120471	2,761514332	1,026706709	1,029590503	1,026946914	1,035609969	1,063033982	1,735410555	1,222778542	2,040509914
125	2,351034828	2,440666438	2,364747895	2,577790569	1,101199079	1,103656595	1,101421859	1,1085222167	1,151657095	1,865159564	1,293367231	2,207624701
126	3,515051712	3,699142607	3,526246378	4,024778107	1,02105573	1,024016849	1,021315019	1,03015669	1	1,368105591	1,154039061	1,919799627
127	1,647652064	1,815764752	1,661995451	1,988766748	1,009143304	1,011558108	1,0093384742	1,015912646	1,13932009	1,86521149	1,303373978	2,184554321
128	2,953076292	3,059704505	2,968060536	3,197309155	1,028080401	1,033407981	1,028569167	1,0430701866	1,15971148	1,901843945	1,359481222	2,22325439
129	1,822216165	1,890768223	1,833733994	1,977023257	1,01377946	1,018529208	1,014132615	1,027130163	912,6381969	1566,369252	1028,089895	1798,231178
130	3,246423562	3,355404538	3,261329101	3,518649373	1,037323037	1,038604818	1,039887391	1,172873788	1,220136888	2,004789466	1,459615762	2,341157969

Tabela 14 Continuação

ID	Eficiência sem correção de viés 1		Eficiência com correção de viés 1		Intervalo Inferior 1		Intervalo Superior 1		Eficiência sem correção de viés 2		Eficiência com correção de viés 2		Intervalo Inferior 2		Intervalo Superior 2		Eficiência sem correção de viés 3		Eficiência com correção de viés 3		Intervalo Inferior 3		Intervalo Superior 3		
	131	5,52173913	6,92478682	5,623434086	8,214943851	1	1,026221613	1,002938116	1,055044534	1,040096888	1,021237271	1,026860639	1,021899022	2,006176463	1,461723755	1,311009491	1,127563247	1,730066888	1,223908229	1,27563247	1,740132506	1,644439969	1,359952782	1,45977,91851	2,04746802
132	2,082210041	2,156518536	2,093475827	2,254419896	1,013515721	1,019290052	1,01414827	1,028920012	1,066381474	1,362797414	1,536748995	1,539576886	39887,186	41367,27923	1,311009491	1,27563247	1,740132506	1,223908229	1,27563247	1,40096888	1,644439969	1,359952782	1,45977,91851	2,04746802	2,04746802
133	1,735157421	1,793405917	1,743124174	1,880657424	1,36246454	1,3656693481	1,362797414	1,372219165	23905,20472	1,116082225	1,150895443	1,119601463	1,215705843	1,162722297	1,311009491	1,27563247	1,740132506	1,223908229	1,27563247	1,066381474	1,644439969	1,359952782	1,45977,91851	2,04746802	2,04746802
134	4,095897122	4,238998413	4,113936909	4,468540061	1,116082225	1,150895443	1,119601463	1,215705843	1,162722297	1,116082225	1,150895443	1,119601463	1,215705843	1,162722297	1,311009491	1,27563247	1,740132506	1,223908229	1,27563247	1,066381474	1,644439969	1,359952782	1,45977,91851	2,04746802	2,04746802
135	2,365802676	2,445921945	2,375288487	2,571751346	1,021003668	1,023156279	1,021237271	1,026860639	1,221899022	1,021003668	1,023156279	1,021237271	1,026860639	1,221899022	1,311009491	1,27563247	1,740132506	1,223908229	1,27563247	1,066381474	1,644439969	1,359952782	1,45977,91851	2,04746802	2,04746802
136	2,194669479	2,268330142	2,204004537	2,381245021	1	1,01295028	1,002577932	1,026348129	1,221899022	1,01295028	1,01295028	1,002577932	1,026348129	1,221899022	1,311009491	1,27563247	1,740132506	1,223908229	1,27563247	1,066381474	1,644439969	1,359952782	1,45977,91851	2,04746802	2,04746802
137	1	1,254095251	1,018417197	1,487745737	1,536338049	1,539576886	1,536748995	1,545339805	39887,186	1,536338049	1,539576886	1,536748995	1,545339805	39887,186	1,311009491	1,27563247	1,740132506	1,223908229	1,27563247	1,066381474	1,644439969	1,359952782	1,45977,91851	2,04746802	2,04746802
138	1,250425067	1,31591231	1,254407396	1,431752317	1,153445563	1,156010811	1,153681725	1,161099345	17225,68116	1,153445563	1,156010811	1,153681725	1,161099345	17225,68116	1,311009491	1,27563247	1,740132506	1,223908229	1,27563247	1,066381474	1,644439969	1,359952782	1,45977,91851	2,04746802	2,04746802
139	5,784019832	6,040414006	5,835586291	6,330360576	1,009489634	1,011598974	1,009747302	1,015199764	1,101596631	1,009489634	1,011598974	1,009747302	1,015199764	1,101596631	1,311009491	1,27563247	1,740132506	1,223908229	1,27563247	1,066381474	1,644439969	1,359952782	1,45977,91851	2,04746802	2,04746802
140	2,725651562	2,908694538	2,743779572	3,152179504	1,021581641	1,024480608	1,021833875	1,030496663	1,232713474	1,021581641	1,024480608	1,021833875	1,030496663	1,232713474	1,311009491	1,27563247	1,740132506	1,223908229	1,27563247	1,066381474	1,644439969	1,359952782	1,45977,91851	2,04746802	2,04746802
141	1,796076582	1,875477771	1,804028727	2,008902069	1,044935265	1,048104134	1,045201668	1,054572817	12056,9793	1,044935265	1,048104134	1,045201668	1,054572817	12056,9793	1,311009491	1,27563247	1,740132506	1,223908229	1,27563247	1,066381474	1,644439969	1,359952782	1,45977,91851	2,04746802	2,04746802
142	3,381496461	3,499638225	3,396389774	3,689143539	1	1,00839106	1,001002419	1,024219356	1	1,00839106	1,001002419	1,024219356	1	1,311009491	1,27563247	1,740132506	1,223908229	1,27563247	1,066381474	1,644439969	1,359952782	1,45977,91851	2,04746802	2,04746802	
143	4,765736166	4,926608996	4,784704381	5,179030943	1,123190686	1,125702119	1,123424046	1,130697624	1,326386579	1,123190686	1,125702119	1,123424046	1,130697624	1,326386579	1,311009491	1,27563247	1,740132506	1,223908229	1,27563247	1,066381474	1,644439969	1,359952782	1,45977,91851	2,04746802	2,04746802
144	4,194673913	4,346240427	4,211622845	4,59432499	1,342243708	1,347470098	1,342815465	1,357643437	2841,12986	1,342243708	1,347470098	1,342815465	1,357643437	2841,12986	1,311009491	1,27563247	1,740132506	1,223908229	1,27563247	1,066381474	1,644439969	1,359952782	1,45977,91851	2,04746802	2,04746802
145	4,30023956	4,498602477	4,321295428	4,83688595	1,149518299	1,151919897	1,149803629	1,156007109	2102,302354	1,149518299	1,151919897	1,149803629	1,156007109	2102,302354	1,311009491	1,27563247	1,740132506	1,223908229	1,27563247	1,066381474	1,644439969	1,359952782	1,45977,91851	2,04746802	2,04746802
146	6,12253265	6,328064361	6,150643475	6,635931898	1,124383255	1,126737677	1,124692388	1,130827512	2975,244877	1,124383255	1,126737677	1,124692388	1,130827512	2975,244877	1,311009491	1,27563247	1,740132506	1,223908229	1,27563247	1,066381474	1,644439969	1,359952782	1,45977,91851	2,04746802	2,04746802
147	1,954502749	2,029248282	1,963189822	2,154010187	1,050701175	1,053667105	1,050960468	1,059841909	1,11466145	1,050701175	1,053667105	1,050960468	1,059841909	1,11466145	1,311009491	1,27563247	1,740132506	1,223908229	1,27563247	1,066381474	1,644439969	1,359952782	1,45977,91851	2,04746802	2,04746802
148	2,741952454	2,947461055	2,764708806	3,209379645	1,152324468	1,155003568	1,152607052	1,1603687	14639,4719	1,152324468	1,155003568	1,152607052	1,1603687	14639,4719	1,311009491	1,27563247	1,740132506	1,223908229	1,27563247	1,066381474	1,644439969	1,359952782	1,45977,91851	2,04746802	2,04746802
149	3,063006301	3,222664156	3,079958677	3,456361376	1,157312099	1,159964414	1,157624806	1,164661487	4132,492927	1,157312099	1,159964414	1,157624806	1,164661487	4132,492927	1,311009491	1,27563247	1,740132506	1,223908229	1,27563247	1,066381474	1,644439969	1,359952782	1,45977,91851	2,04746802	2,04746802
150	3,034929993	3,193875281	3,044595577	3,475032743	1	1,051499605	1,002446722	1,140285655	1,10116887	1,051499605	1,002446722	1,140285655	1,10116887	1,311009491	1,27563247	1,740132506	1,223908229	1,27563247	1,066381474	1,644439969	1,359952782	1,45977,91851	2,04746802	2,04746802	
151	5,805735756	6,040716814	5,834131263	6,408601958	1,035990949	1,035911596	1,033814909	1,040529692	1,196194412	1,035990949	1,035911596	1,033814909	1,040529692	1,196194412	1,311009491	1,27563247	1,740132506	1,223908229	1,27563247	1,066381474	1,644439969	1,359952782	1,45977,91851	2,04746802	2,04746802
152	7,021994885	7,389750695	7,044358394	8,040271836	1,12049967	1,128300976	1,121075317	1,143649506	942,8595065	1,12049967	1,128300976	1,121075317	1,143649506	942,8595065	1,311009491	1,27563247	1,740132506	1,223908229	1,27563247	1,066381474	1,644439969	1,359952782	1,45977,91851	2,04746802	2,04746802
153	5,091070034	5,285766483	5,11369804	5,610745098	1,021565578	1,024040465	1,021808371	1,028487649	1	1,021565578	1,024040465	1,021808371	1,028487649	1	1,311009491	1,27563247	1,740132506	1,223908229	1,27563247	1,066381474	1,644439969	1,359952782	1,45977,91851	2,04746802	2,04746802
154	4,272379995	4,79066081	4,312343906	5,461301211	1,071457882	1,074089047	1,071725634	1,078832488	1,280353831	1,071457882	1,074089047	1,071725634	1,078832488	1,280353831	1,311009491	1,27563247	1,740132506	1,223908229	1,27563247	1,066381474	1,644439969	1,359952782	1,45977,91851	2,04746802	2,04746802

Tabela 15: Estimativas de Eficiência Global das Unidades escolares por dependência administrativa do DF

ID	Nome Escola	Dependência Administrativa	Eficiência Global
71	COL LA SALLE AGUAS CLARAS	Privada	0,3199858
118	COL WGS	Privada	0,3067655
12	CED SIGMA	Privada	0,2927076
127	COL VITORIA	Privada	0,2918915
58	INST EDUCACIONAL STO ELIAS	Privada	0,2917042
85	COL TIRADENTES	Privada	0,2899966
42	CEM EIT	Publica	0,2866988
73	COL LA SALLE	Privada	0,277309
46	CED ADVENTISTA DE TAGUATINGA	Privada	0,2771564
136	COL IDEAL	Privada	0,2646596
132	CED LEONARDO DA VINCI - UNIDADE TAGUATINGA	Privada	0,2614368
10	CEM SETOR LESTE	Publica	0,2611925
59	INST SAO JOSE	Privada	0,2597732
147	CED SIGMA AGUAS CLARAS	Privada	0,2584593
111	COL PALOMA	Privada	0,2560657
93	COL ROGACIONISTA	Privada	0,256048
77	REDE DE ENSINO CERTO	Privada	0,2537855
52	CED 03 DE SOBRADINHO	Publica	0,2479166
54	CEM 01 DE SOBRADINHO	Publica	0,2455094
39	COL MARISTA CHAMPAGNAT	Privada	0,244078
29	ESC ADVENTISTA DO GAMA	Privada	0,2365621
60	CED TAQUARA	Publica	0,2264081
43	COL JESUS MARIA JOSE	Privada	0,2206752
108	COL MARISTA JOAO PAULO II	Privada	0,2200958
66	ESC ADVENTISTA DE PLANALTINA	Privada	0,2185962
124	COL GALOIS	Privada	0,2121626
113	ESC JARDIM DO EDEN	Privada	0,2096065

Tabela 15 Continuação

ID	Nome Escola	Dependência Administrativa	Eficiência Global
21	CED ADVENTISTA MILTON AFONSO	Privada	0,2070108
95	CED 02 DO CRUZEIRO	Publica	0,2044688
38	CED CATOLICA DE BRASILIA	Privada	0,2022302
55	CED 02 DE SOBRADINHO	Publica	0,2010071
140	CEM INTEGRADO A EDUC PROFISSIONAL DO GAMA	Publica	0,2001405
135	ESC VILA DAS CRIANCAS	Privada	0,1991803
125	COL CIMAN	Privada	0,1990406
109	CED CERTO	Privada	0,1968408
45	CLARETIANO - CED STELLA MARIS	Privada	0,196061
17	COL MARISTA DE BRASILIA - ENS FUND E ENS MEDIO	Privada	0,1934284
126	COL PODJON	Privada	0,1929622
53	CE SANTA RITA DE CASSIA	Privada	0,1891085
8	CED LEONARDO DA VINCI - UNID NORTE	Privada	0,1869174
44	CED PROJECAO TAGUATINGA NORTE	Privada	0,1863704
7	CED LEONARDO DA VINCI	Privada	0,1841943
16	COL MADRE CARMEN SALLES	Privada	0,1823016
142	COL OBJETIVO GAMA	Privada	0,1703075
57	CED PROF CARLOS RAMOS MOTA	Publica	0,1678078
13	COL BATISTA DE BRASILIA	Privada	0,1669386
128	ESC MASTER II	Privada	0,1662929
150	REDE DE ENSINO CERTO TAGUATINGA NORTE	Privada	0,1649706
20	COL SANTA DOROTEIA	Privada	0,1593613
105	CED PROJECAO SOBRADINHO	Privada	0,1591742
14	COL COR JESU	Privada	0,1496253
101	COL PRESBITERIANO MACKENZIE - BRASILIA	Privada	0,1458301
19	COL SAGRADO CORACAO DE MARIA	Privada	0,1395682
130	C EDUCATIVO PASSIONISTA MAE DA SANTA ESPERANCA	Privada	0,1371878
56	COL LA SALLE - SOBRADINHO	Privada	0,1346846

Tabela 15 Continuação

ID	Nome Escola	Dependência Administrativa	Eficiência Global
40	COL OBJETIVO DF - UNIDADE I	Privada	0,1275245
134	COL DROMOS	Privada	0,1253267
18	COL NOTRE DAME	Privada	0,1251331
24	CE DO SESI - DF GAMA	Privada	0,1200906
153	COL OLIMPO DE AGUAS CLARAS	Privada	0,1122556
50	CED 04 DE BRAZLANDIA	Publica	0,1101061
9	CED MARIA AUXILIADORA	Privada	0,1075615
112	CE CANDANGUINHO - CECAN	Privada	0,1033707
104	CE EBENEZER	Privada	0,1020683
22	ESC FRANCISCANA NOSSA SRA DE FATIMA	Privada	0,1009123
154	CED JUSCELINO KUBITSCHEK - TAGUATINGA	Privada	0,0929352
139	COL REACAO II	Privada	0,0906409
15	COL DOM BOSCO	Privada	0,0850227
143	IFB - CAMPUS BRASILIA	Publica	0,0841118
98	COL COC LAGO NORTE	Privada	0,0827945
151	COL MILITAR TIRADENTES	Publica	0,0817962
131	COL SOMA	Privada	0,0813373
94	CEM INTEGRADO DO CRUZEIRO	Publica	0,0722541
30	CE BRASIL CENTRAL	Privada	0,0707718
31	CE DO SESI-DF - TAGUATINGA	Privada	0,0679934
37	CEM AVE BRANCA	Publica	0,0004281
129	COL MILITAR DOM PEDRO II	Publica	0,0003315
69	CED AGROURBANO IPE RIACHO FUNDO	Publica	0,0002482
27	CEM 03 DO GAMA	Publica	0,0002416
1	ESC SEB DINATOS	Privada	0,0001971
88	ESC DE EDUC BASICA E PROFISSIONAL FUNDACAO BRADESCO	Privada	0,000183
5	CED GISNO	Publica	0,0001638
6	COL LA SALLE BRASILIA	Privada	0,0001322

Tabela 15 Continuação

ID	Nome Escola	Dependência Administrativa	Eficiência Global
74	CED 14 DE CEILANDIA	Publica	0,0001263
90	CEM 01 DO GUARA	Publica	0,0001216
47	CED PROJECAO TAGUATINGA NORTE UNIDADE II	Privada	0,0001138
115	CED 123 DE SAMAMBAIA	Publica	0,0001088
100	COL NOSSA SENHORA DO PERPETUO SOCORRO	Privada	0,000104
103	CED 619 DE SAMAMBAIA	Publica	0,0000984
2	CEM PAULO FREIRE	Publica	0,0000869
152	COL MADRE TERESA	Privada	0,000074
61	CED VARZEAS	Publica	0,0000689
87	CED INCRA 09	Publica	0,000067
99	CED DO LAGO	Publica	0,0000644
145	IFB - CAMPUS SAMAMBAIA	Publica	0,0000535
70	CEM 01 DO RIACHO FUNDO	Publica	0,000043
149	IFB - CAMPUS SAO SEBASTIAO	Publica	0,0000375
51	CED IRMA MARIA REGINA VELANES REGIS	Publica	0,0000369
144	IFB - CAMPUS TAGUATINGA	Publica	0,000035
23	CED 08 DO GAMA	Publica	0,00003
41	CEM TAGUATINGA NORTE	Publica	0,0000281
146	IFB - CAMPUS GAMA	Publica	0,0000274
48	CED INCRA 08	Publica	0,0000251
141	CED SAO BARTOLOMEU	Publica	0,0000237
138	CED VALE DO AMANHECER	Publica	0,0000218
67	CED DO PAD-DF	Publica	0,0000199
89	CED 01 DO GUARA	Publica	0,0000173
102	CED 416 DE SANTA MARIA	Publica	0,0000173
96	CED MYRIAM ERVILHA	Publica	0,0000121
148	IFB - CAMPUS RIACHO FUNDO	Publica	0,0000115
28	CED 06 DO GAMA	Publica	0,0000111



Tabela 15 Continuação

ID	Nome Escola	Dependência Administrativa	Eficiência Global
64	IFB - CAMPUS PLANALTINA	Publica	0,0000111
3	CEM ASA NORTE - CEAN	Publica	0,000011
32	CEM 03 DE TAGUATINGA	Publica	0,0000101
133	CED STELLA DOS CHERUBINS GUIMARAES TROIS	Publica	0,0000099
86	CED 11 DE CEILANDIA	Publica	0,000009
11	CEM SETOR OESTE	Publica	0,0000086
82	CED 07 DE CEILANDIA	Publica	0,0000085
83	CEM 09 DE CEILANDIA	Publica	0,0000082
25	CEM 01 DO GAMA	Publica	0,0000078
116	CED 16 DE CEILANDIA	Publica	0,0000076
110	CED DARCY RIBEIRO	Publica	0,0000075
137	CED POMPILIO MARQUES DE SOUZA	Publica	0,0000074
36	CED 07 DE TAGUATINGA	Publica	0,0000069
72	CEM CORSO BRANCO	Publica	0,0000066
65	CED 03 DE PLANALTINA	Publica	0,0000063
81	CED 06 DE CEILANDIA	Publica	0,0000062
76	CEM 12 DE CEILANDIA	Publica	0,000006
97	CEM 304 DE SAMAMBAIA	Publica	0,0000049
107	CED 104 DO RECANTO DAS EMAS	Publica	0,0000046
122	CEM 404 DE SANTA MARIA	Publica	0,0000046
49	CEM 01 DE BRAZILANDIA	Publica	0,0000045
117	CEM 111 DO RECANTO DAS EMAS	Publica	0,0000042
63	CEM 02 DE PLANALTINA	Publica	0,0000041
4	CEM ELEFANTE BRANCO	Publica	0,0000037
68	CEM 01 DO PARANAO	Publica	0,0000037
80	CEM 04 DE CEILANDIA	Publica	0,0000035
114	CEM 414 DE SAMAMBAIA	Publica	0,0000034
120	CED 04 DE SOBRADINHO	Publica	0,0000034

Tabela 15 Continuação

ID	Nome Escola	Dependência Administrativa	Eficiência Global
35	CED 06 DE TAGUATINGA	Publica	0,0000032
78	CEM 02 DE CEILANDIA	Publica	0,0000031
119	CED DO LAGO NORTE	Publica	0,0000031
62	CEM 01 DE PLANALTINA	Publica	0,0000028
34	CED 05 DE TAGUATINGA	Publica	0,0000025
84	CEM 10 DE CEILANDIA	Publica	0,0000025
92	CED 04 DO GUARA	Publica	0,0000025
75	CED 15 DE CEILANDIA	Publica	0,0000022
33	CED 04 DE TAGUATINGA	Publica	0,000002
106	CEM 01 DE SAO SEBASTIAO	Publica	0,000002
123	CEM 02 DE BRAZLANDIA	Publica	0,0000017
79	CEM 03 DE CEILANDIA	Publica	0,0000016
91	CED 03 DO GUARA	Publica	0,0000015
121	CEM 417 DE SANTA MARIA	Publica	0,0000013