

Universidade de Brasília - UnB
Faculdade UnB Gama - FGA
Engenharia Aeroespacial

Atenuação de Ruídos em Dutos por Conjuntos de Ressonadores de Helmholtz: Estudo do Efeito do Escoamento

Autor: Derick Fernando Oliveira Fernandes
Orientador: Dr. Manuel Nascimento Dias Barcelos Júnior

Brasília, DF
2023



Derick Fernando Oliveira Fernandes

Atenuação de Ruídos em Dutos por Conjuntos de Ressonadores de Helmholtz: Estudo do Efeito do Escoamento

Trabalho de Conclusão de Curso submetido ao curso de graduação em Engenharia Aeroespacial da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Aeroespacial.

Universidade de Brasília - UnB

Faculdade UnB Gama - FGA

Orientador: Dr. Manuel Nascimento Dias Barcelos Júnior

Brasília, DF

2023

Derick Fernando Oliveira Fernandes

Atenuação de Ruídos em Dutos por Conjuntos de Ressonadores de Helmholtz:
Estudo do Efeito do Escoamento/ Derick Fernando Oliveira Fernandes. – Brasília,
DF, 2023-

118 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Dr. Manuel Nascimento Dias Barcelos Júnior

Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade de Brasília - UnB
Faculdade UnB Gama - FGA , 2023.

1. Controle de ruídos. 2. Ressonador de Helmholtz. I. Dr. Manuel Nascimento
Dias Barcelos Júnior. II. Universidade de Brasília. III. Faculdade UnB Gama. IV.
Atenuação de Ruídos em Dutos por Conjuntos de Ressonadores de Helmholtz:
Estudo do Efeito do Escoamento

CDU 00:000:000.0

Derick Fernando Oliveira Fernandes

Atenuação de Ruídos em Dutos por Conjuntos de Ressonadores de Helmholtz: Estudo do Efeito do Escoamento

Trabalho de Conclusão de Curso submetido ao curso de graduação em Engenharia Aeroespacial da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Aeroespacial.

Trabalho aprovado. Brasília, DF, 23 de fevereiro de 2023:

**Dr. Manuel Nascimento Dias Barcelos
Júnior**
Orientador

Dr. Fábio Alfaia da Cunha
Convidado 1

Dr. Henrique Gomes de Moura
Convidado 2

Brasília, DF
2023

Este trabalho é dedicado à todos que verdadeiramente assistiram essa conquista.

Agradecimentos

Agradeço, primeiramente, aos meus pais e à minha avó (in memoriam) que me apoiaram e se mostraram compreensíveis durante variados momentos da minha graduação. Agradeço também à minha irmã pelas trocas e suportes durante nossa fase acadêmica. Também agradeço a todos meus familiares que de alguma forma foram auxílio nesta etapa da minha vida.

Agradeço ao professor Manuel Nascimento Dias Barcelos Júnior pela oportunidade de desenvolvimento acadêmico e por toda a orientação, suporte e paciência ao longo desse projeto. Agradeço também aos meus colegas e amigos que passaram por mim no decurso de minha graduação e os que ainda ficam, pois tornaram esse período de dúvidas e desafios mais leve e agradável.

Agradeço igualmente, aos professores da graduação que foram essenciais para a minha formação acadêmica e pelo conhecimento necessário para realizar não somente esse trabalho mas para que também pudesse alcançar o meu sonho de ingressar no mundo das ciências aeroespaciais.

Por fim, agradeço a todos que tornam a ciência e o conhecimento acessível, transparente e democrático, pois com eles não somente eu mas toda a humanidade pode alcançar os meios de evolução.

“Quando compreendemos algo, deixamos de temê-lo”
(Marie Curie)

Resumo

Dos métodos passivos de controle de ruídos em dutos e tubulações, a utilização de ressonadores de Helmholtz está presente nos setores da engenharia de mobilidade, especialmente aqueles que envolvem sistemas de refrigeração, de exaustão de motores a combustão interna, tubulações hidráulicas e motores turbo-fan. Estes ressonadores, em suas configurações originais, consistem de segmentos de cavidades interligadas sem a presença de materiais com propriedades dissipativas. Tais dispositivos apresentam satisfatórias propriedades atenuantes, porém possuem a desvantagem de serem efetivos somente em bandas estreitas de frequências, desse modo, para tornar o projeto de controle acústico mais interessante, são frequentemente utilizados em conjuntos transversais e periódicos ao longo do duto (ou da tubulação) a se controlar. Ademais, estes são corriqueiramente colocados em sistema com escoamento interno, onde estudos anteriores demonstraram ser um fator que envolve-se negativamente no desempenho sonoro do ressonador. Frente ao apontado, o presente trabalho trás, por meio de revisão bibliográfica, uma metodologia analítica capaz de mensurar o desempenho acústico de sistemas atenuantes em dutos por conjunto de ressonadores de Helmholtz com e sem o efeito do escoamento. Para tal, considerou-se apenas a propagação planar da onda sonora no interior do duto principal. Também, a fim de se avaliar o equacionamento apresentado, utilizou-se de comparações com metodologias numéricas (Método dos Elementos Finitos e Método dos Volumes Finitos) e dados experimentais retirados de literatura pública. Por fim, tomando um caso exemplo, os efeitos do escoamento sobre o desempenho acústico de um conjunto de ressonadores conectados lateralmente a um duto são investigados e discutidos. Nas situações sem e com escoamento, os resultados obtidos pelos métodos teóricos demonstraram satisfatória concordância com os dados experimentais e com os resultados numéricos, captando os efeitos esperados quanto à alteração de arranjo de ressonadores e quanto ao incremento da velocidade do escoamento interno do duto principal do sistema. Especificamente sobre a alteração da velocidade do escoamento, notou-se através dos resultados das análises, uma relação inversa com o pico do efeito atenuante e uma relação direta com a frequência ressonante dos ressonadores.

Palavras-chaves: Controle de ruídos. Ressonador de Helmholtz. Dutos. Escoamento. MMT. Análise numérica.

Abstract

From the passive methods of pipelines and ducts noise control, the use of Helmholtz resonators is widely applied in the mobility engineering sectors, especially those involving cooling systems, internal combustion engine exhaust, hydraulic lines and turbo-fan engines. These resonators, in their original configurations, consist of segments of interconnected cavities without the use of materials with dissipative properties. However, they have the disadvantage that their sound performance can be effective only at narrow frequency bands, so, to make the acoustical design effective, are often used in periodic and transverse arrays along the duct (or pipe) to control noise. Moreover, they are routinely installed in a system with internal flow, where previous studies have shown this to be a factor negatively involved in their sound performance. In light of the above, this work presents, by means of a literature review, an analytical methodology capable of measuring the effects of flow on the acoustic performance of attenuating systems in ducts by Helmholtz resonators considering the case of planar propagation of the sound wave. In order to evaluate the equation presented, comparisons were made with numerical methodologies (Finite Element Method and Finite Volume Method) and experimental data taken from public literature. Finally, taking an example case, the effects of flow on the acoustic performance of a resonator array connected laterally to a duct are investigated and discussed. In situations without and with flow, the results obtained by the theoretical methods showed satisfactory agreement with the experimental data and numerical results, capturing the expected effects due to the change of the resonators arrangement and due to the increase of the internal flow velocity of the main duct of the acoustic system. Regarding the effect of the flow, the analyses showed an inverse relationship between the peak of the attenuation effect and a direct relationship with the resonant frequency of the resonators when increasing the flow velocity.

Key-words: Noise control. Helmholtz resonator. Ducts. Flow. TMM. Numerical analysis.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Geometrias de ressonadores. Tubo de um quarto de onda (a) e ressonador de Helmholtz (b). Fonte: (HOWARD; CAZZOLATO, 2014).	31
Figura 2 – Ilustração de amortecedores de pulsação hidráulica (a) e Liners acústico em motores turbo-fan (b). Fonte: Autoria Desconhecida.	31
Figura 3 – Exemplo de forma de onda de um ruído (a) e seu espectro sonoro (b). Fonte: (BISTAFA, 2018).	40
Figura 4 – Espectro sonoro de um ruído em bandas estreitas e largas. Fonte: (BISTAFA, 2018).	40
Figura 5 – Modelo de ressonador de Helmholtz conectado ao duto e descrição das suas principais dimensões. Fonte: adaptado de (LIU et al., 2020).	42
Figura 6 – Propagação da onda sonora no duto sendo “A” a representação da onda incidente e “B” a representação da onda refletida. Fonte: de autoria própria.	43
Figura 7 – Propagação da onda sonora no duto com a presença do ressonador de Helmholtz, sendo “A” a representação da onda incidente, “B” a representação da onda refletida e “C” a representação da onda sonora transmitida. Fonte: adaptado de (LIU et al., 2020).	46
Figura 8 – Arranjo transversal de ressonadores de Helmholtz. Fonte: adaptado de (SEO; KIM, 2005)	50
Figura 9 – Arranjo periódico de ressonadores de Helmholtz. Fonte: adaptado de (SEO; KIM, 2005)	51
Figura 10 – Fluxograma do algoritmo baseado em pressão. Fonte: adaptado de (FLUENT, 2013).	66
Figura 11 – Ilustração do <i>setup</i> do experimento realizado por Xu Wang para medição da Perda de Transmissão. Fonte: adaptado de (WANG; MAK, 2012).	69
Figura 12 – Fluxograma do algoritmo criado para as análises através do método analítico. Fonte: de autoria própria.	70
Figura 13 – Modelos tridimensionais dos sistemas acústicos analisados, sendo: Caso 1 (a), caso 2 (b), caso 3 (c) e o caso 4 (d). Fonte: de autoria própria.	72
Figura 14 – Malha sobre o domínio do modelo acústico do caso 4 (a) e detalhe da malha nas interseções pescoço-duto e pescoço-cavidade do ressonador (b). Fonte: de autoria própria.	73
Figura 15 – Condições de contornos aplicadas ao modelo acústico. Fonte: de autoria própria.	73
Figura 16 – Modelo tridimensional do caso exemplo. Fonte: de autoria própria.	74

Figura 17 – Malha sobre o domínio do modelo acústico do caso exemplo (a) e detalhe da malha na interseções pescoço-duto e pescoço-cavidade do ressonador (b). Fonte: de autoria própria.	75
Figura 18 – Fluxograma do algoritmo concebido para as análises através do método analítico. Fonte: de autoria própria.	77
Figura 19 – Domínio físico bidimensional do modelo acústico de Emel Selamet (SELAMET et al., 2011). P1, P2, P3 e P4 representam as quatro posições de medição da pressão estática para cálculo da Perda de Transmissão sonora. Fonte: adaptado de (SELAMET et al., 2011).	78
Figura 20 – Malha sobre o domínio computacional do modelo acústico de Emel Selamet (SELAMET et al., 2011) utilizada nas análises pelo Método dos Volumes Finitos e detalhe do refinamento próxima às paredes. Fonte: de autoria própria.	79
Figura 21 – Domínio físico bidimensional do caso exemplo para análises pelo Método dos Volumes Finitos. P1, P2, P3 e P4 representam as quatro posições de medição da pressão estática para cálculo da Perda de Transmissão sonora. Fonte: de autoria própria.	81
Figura 22 – Malha sobre o domínio físico bidimensional do caso exemplo utilizada nas análises pelo Método dos Volumes Finitos. Fonte: de autoria própria.	82
Figura 23 – Detalhe da malha na região de intersecção entre o pescoço e o duto principal. Fonte: de autoria própria.	82
Figura 24 – Parâmetro Y_{plus} da malha sobre o domínio computacional bidimensional do caso exemplo no caso de velocidade de escoamento igual à Mach 0,05. Fonte: de autoria própria.	83
Figura 25 – Resultados das análises do modelo com ressonadores em combinação unicamente periódica obtidos por meio do método analítico e do MEF além dos dados experimentais de (WANG; MAK, 2012). Fonte: de autoria própria.	85
Figura 26 – Resultados das análises do modelo com ressonadores em combinação periódica e transversal (casos 2, 3 e 4) obtidos por meio do MEF, além dos dados experimentais de (WANG; MAK, 2012). Fonte: de autoria própria.	86
Figura 27 – Comparação dos resultados das análises do modelo do caso 2 obtidos pelo o método analítico e pelo o MEF. Fonte: de autoria própria.	87
Figura 28 – Comparação dos resultados das análises do modelo do caso 3 obtidos pelo o método analítico e pelo o MEF. Fonte: de autoria própria.	87
Figura 29 – Comparação dos resultados das análises do modelo do caso 4 obtidos pelo o método analítico e pelo o MEF. Fonte: de autoria própria.	88

Figura 30 – Resultados da análise de sensibilidade de malha do MEF para a baixa (8389 elementos), média (17377 elementos) e alta densidade de elementos (32953 elementos) sobre o domínio acústico do modelo com ressonadores em combinação unicamente periódica (caso 1). Fonte: de autoria própria.	88
Figura 31 – Perda de Transmissão sonora do caso exemplo obtida por meio do método analítico e do MEF. Fonte: de autoria própria.	89
Figura 32 – Perda de Transmissão sonora do caso exemplo obtida por meio do método analítico aplicando-se o modelo de King (KING, 1936) e do MEF. Fonte: de autoria própria.	90
Figura 33 – Velocidade de partícula na direção longitudinal em relação ao duto principal para as frequências de: 300 Hz (a), 425 Hz (b) e 575 Hz (c) de onda incidente. Fonte: de autoria própria.	91
Figura 34 – Velocidade de partícula na direção longitudinal em relação ao pescoço em 300 Hz de frequência de onda incidente. Fonte: de autoria própria.	92
Figura 35 – Comparação gráfica entre os resultados do sistema acústico das propriedades da Tab. 4 obtidos pelo método analítico e os resultados obtidos pela Ref. (LIU et al., 2020). Fonte: de autoria própria.	93
Figura 36 – Comparação gráfica entre os resultados do sistema acústico da Fig. 19 obtidos pelo Método dos Volumes Finitos e os resultados obtidos na Ref. (SELAMET et al., 2011). Fonte: de autoria própria.	94
Figura 37 – Comparação entre os resultados de Perda de Transmissão obtidos através do Método dos Volumes Finitos e do Método Analítico para o caso exemplo ilustrado na Fig. 21 em dois números de Mach de velocidades de escoamento no duto principal: 0,0 (a) e 0,05 (b). Fonte: de autoria própria.	95
Figura 38 – Resultados de Perda de Transmissão do sistema acústico do caso exemplo, ilustrado na Fig. 21, obtidos pelo Método Analítico para três diferentes velocidades de escoamento no duto principal. Fonte: de autoria própria.	96
Figura 39 – Camada cisalhante na intersecção do pescoço do ressonador com o duto principal para a velocidade de escoamento de Mach 0,05. Fonte: de autoria própria.	97
Figura 40 – Instabilidade do fluido para condições de escoamento dentro da faixa de Strouhal de 0,6 a 0,9. Fonte: de autoria própria.	97
Figura 41 – Flutuações de pressão nas posições 3 e 4 fora da faixa de instabilidade.	98
Figura 42 – Flutuações de pressão nas posições 3 e 4 dentro da faixa de instabilidade.	98

Lista de tabelas

Tabela 1 – Dimensões do <i>setup</i> do experimento realizado por Xu Wang para medição da Perda de Transmissão (WANG; MAK, 2012).	69
Tabela 2 – Parâmetros quantitativos e qualitativos das malhas dos modelos utilizadas nas análises acústicas por MEF sem escoamento.	72
Tabela 3 – Dimensões do modelo acústico exemplo.	75
Tabela 4 – Dimensões do <i>setup</i> do experimento realizado por Jiang-Wei Liu (LIU et al., 2020) para medição da Perda de Transmissão.	76
Tabela 5 – Constantes do modelo k-epsilon Realizable.	79
Tabela 6 – Resultados de desempenho acústico obtidos para o caso exemplo por meio do método analítico e do MEF.	92
Tabela 7 – Efeito da densidade de malha sobre a Perda de Transmissão na frequência de 550 Hz de onda incidente à Mach 0,05 de escoamento no duto.	98

Lista de abreviaturas e siglas

3D	Tridimensional
CAD	<i>Computer Aided Design</i>
CFD	<i>Computational Fluid Dynamics</i>
Comp.	Comprimento
Freq.	Frequência
HVAC	<i>Heating, Ventilating and Air Conditioning</i>
LES	<i>Large Eddy Simulation</i>
MEF	Método dos Elementos Finitos
MVF	Método dos Volumes Finitos
MMT	Método da Matriz de Transferência
NPS	Nível de pressão acústica
PI	Perda de Inserção
PISO	<i>Pressure-Implicit-Splitting-of-Operators</i>
PT	Perda de Transmissão
RR	Redução de Ruído
RANS	<i>Reynolds-averaged Navier–Stokes equations</i>
RSM	<i>Reynolds Stress Model</i>

Lista de símbolos

A	Componentes da onda sonora incidente
A_0, A_s	Constantes
B	Componente da onda sonora refletida
c	Velocidade do som
C	Componente da onda transmitida
c_0	Velocidade de referência do som
C	Componente da onda sonora transmitida, amortecimento
$C_1, C_2, C_{1\varepsilon}, C_{3\varepsilon}$	Constantes do modelo $-\varepsilon$
C_f	Coefficiente de resistência de Darcy-Weisbach
C_H	Capacitância acústica do ressonador
d_m	Deslocamento de partícula
D_m	Amplitude do deslocamento de partícula
D_c	Diâmetro da cavidade do ressonador
D_d	Diâmetro do duto principal
D_p	Diâmetro do pescoço do ressonador
E	Energia
f	Frequência
G_b	Geração de energia cinética turbulenta devido à flutuabilidade
G_k	Geração de energia cinética turbulenta devido ao gradiente de velocidade
h	Comprimento da cavidade
Hz	Hertz
I	Tensor identidades
I_0, R_0	Constantes complexas

Im	Parte imaginária
k_t	Coefficiente de condutividade térmica
k	Número de onda, energia cinética turbulenta
K	Energia cinética, rigidez
k_t	Coefficiente de condutividade térmica do fluido
K_f	Rigidez equivalente
l	Comprimento do pescoço do ressonador
l_{ef}	Comprimento efetivo do pescoço
$L_{inicial}, L_{final}$	Comprimento inicial/final do duto principal
M	Número de Mach, Matriz de massa
M_f	Rigidez equivalente
M_H	Massa acústica do ressonador
M_w	Massa molecular
p	Pressão instantânea
P_0	Pressão de referência
P_m	Amplitude de pressão
p_{eficaz}	Pressão eficaz
p_H	Pressão no ressonador de Helmholtz
P_{rt}	Número de Prandtl para energia
q	Fluxo de calor
\dot{q}	Taxa de fluxo de calor
Re	Parte real
R_c	Raio da cavidade do ressonador
R_d	Raio do duto principal
R_f	Correção da resistência acústica do ressonador devido o escoamento
R_p	Raio do pescoço do ressonador

R_H	Resistência acústica do ressonador
s	Segundos
S	Área, módulo do tensor da taxa de deformação
S_m	Termo fonte
S_c	Área da cavidade do ressonador
S_p	Área do pescoço do ressonador
t	Tempo
T	Matriz de transferência T, Temperatura
u	Deslocamento, velocidade do escoamento
u_*	Velocidade de fricção
u_g	Média da velocidade de escoamento
\vec{g}	Vetor de aceleração gravitacional
\vec{F}	Vetor de forças externas
v	Velocidade volumétrica
v_1, v_2	Autovetores
w	Frequência angular
W	Watt
x	Coordenada x no sistema cartesiano
y	Coordenada y no sistema cartesiano
Y_m	Termo de dissipação de dilatação
Y_M	Termo de dissipação de dilatação
z	Coordenada z no sistema cartesiano
Z	Impedância
\bar{Z}	Impedância complexa
Z_0	Impedância específica do meio
Z_A	Impedância acústica

Z_d	Impedância sonora do duto
Z_{eq}	Impedância equivalente
Z_H	Impedância sonora do ressonador de Helmholtz
α	Coefficiente de reflexão
β	Coefficiente de expansão termal
γ	Razão entre o calores específicos
Δ	Período
$\delta_0, \delta_i, \delta_e$	Correções do comprimento do pescoço do ressonador
ε	Taxa de dissipação
ζ	Tensor da taxa de deformação
θ	Ângulo de fase
λ	Comprimento de onda
λ_1	Componente de propagação de onda na direção positiva
μ_t	Viscosidade turbulenta
ρ	Densidade
ρ_0	Densidade de referência
σ_k	Números de Prandtl para energia cinética turbulenta
σ_ε	Números de Prandtl para taxa de dissipação
τ	Tensor de estresses
τ_w	Tensão de cisalhamento local do fluido
τ	Tensor de estresses
ψ	Constante de fase
Ω_{ij}	Taxa de rotação do tensor

Sumário

I	INTRODUÇÃO	29
1	INTRODUÇÃO	30
1.1	Contextualização	30
1.2	Motivação	32
1.3	Objetivos	33
1.4	Organização do documento	33
II	REFERENCIAL TEÓRICO	35
2	FUNDAMENTOS DA ACÚSTICA	36
2.1	Som	36
2.2	Onda sonora	36
2.2.1	Forma da onda	37
2.3	Impedância sonora	38
2.3.1	Nível de pressão sonora	39
2.4	Ruído e o espectro sonoro	39
2.5	Controle de Ruído	40
2.5.1	Controle por silenciadores	41
3	MÉTODO ANALÍTICO	43
3.1	Propagação da onda sonora no interior do duto	43
3.2	Propagação da onda sonora no interior do duto com único ressonador	46
3.2.1	Impedância Acústica do ressonador	47
3.2.2	Perda de Transmissão	48
3.3	Propagação da onda sonora no interior do duto com arranjo de ressonadores	49
3.3.1	Arranjo transversal de ressonadores	49
3.3.2	Arranjo periódico de ressonadores	51
3.4	Influência do escoamento no duto principal	54
3.4.1	Influência na propagação da onda no interior do duto	54
3.4.2	Influência no ressonador	54
3.4.3	Influência na Perda de Transmissão Sonora	55
4	MÉTODO NUMÉRICO	57
4.1	Método dos Elementos Finitos	57
4.1.1	Análise harmônica	57

4.1.2	Formulação do elemento	58
4.1.3	Condições de contorno	58
4.2	Fluidodinâmica Computacional	59
4.2.1	Equações RANS	60
4.2.2	Modelo k - ϵ Realizable	61
4.2.3	Discretização	63
4.2.3.1	Discretização temporal	64
4.2.4	Solução baseada em pressão	64
III	METODOLOGIA	67
5	METODOLOGIA	68
5.1	Análises sem escoamento	68
5.1.1	Avaliação do método analítico	68
5.1.2	Avaliação do método numérico	71
5.1.2.1	Método dos Elementos Finitos	71
5.1.3	Caso Exemplo	74
5.1.3.1	Análise pelo método analítico	75
5.1.3.2	Análise pelo método numérico	75
5.2	Análise com escoamento	76
5.2.1	Avaliação do método analítico	76
5.2.2	Avaliação do método numérico	78
5.2.3	Caso Exemplo	81
5.2.3.1	Análise de sensibilidade de malha	83
IV	RESULTADOS E DISCUSSÃO	84
6	RESULTADOS E DISCUSSÃO	85
6.1	Análises sem escoamento no duto principal	85
6.1.1	Avaliações	85
6.1.1.1	Combinação unicamente periódica	85
6.1.2	Combinação periódica e transversal	86
6.1.2.1	Análise de sensibilidade da malha	88
6.1.3	Caso exemplo	89
6.2	Análise com escoamento no duto principal	93
6.2.1	Avaliações	93
6.2.1.1	Avaliação do método analítico	93
6.2.1.2	Avaliação do método numérico	94
6.2.2	Caso exemplo com escoamento no duto principal	95

6.2.2.1	Análise de sensibilidade da malha	98
V	CONCLUSÃO	100
7	CONCLUSÃO	101
7.1	Análises sem escoamento no duto principal	101
7.2	Análises com escoamento no duto principal	101
7.3	Trabalhos futuros	102
	REFERÊNCIAS	103
	APÊNDICES	107
	APÊNDICE A – CÓDIGO MATLAB PARA CÁLCULOS DAS PERDAS DE TRANSMISSÃO DOS CASOS ACÚSTICOS	108
	APÊNDICE B – CÓDIGO MATLAB PARA CÁLCULOS DAS PERDAS DE TRANSMISSÃO DOS CASOS ACÚSTICOS COM EFEITO DO ESCOAMENTO	114

Parte I

Introdução

1 Introdução

1.1 Contextualização

A acústica é a ciência do som, que inclui sua geração, transmissão e seus efeitos. O termo som tem significado mais amplo que apenas um fenômeno ondulatório do ar responsável pela sensação de audição, pois é tudo aquilo que é governado por princípios físicos análogos, como os infra-sons, os ultra-sons, os ruídos e a vibro-acústica (BISTAFA, 2018). Assim, perturbações muito baixas (infra-sons) ou muito elevadas (ultra-sons) e as relações entre a acústica no interior de um duto e a consequente resposta estrutural em seus contornos são tratadas e trabalhadas por meio da Acústica Física Fundamental.

Dentro da área das engenharias, a ciência acústica é empregada principalmente nos projetos de controle de ruídos, como aqueles gerados em cavidades, dutos e tubulações, são exemplos: os ruídos nos dutos de exaustão de motores a combustão aeronáuticos e automobilísticos, os ruídos relacionados à frequência de passagem de pás em motores turbo-fan, os ruídos em dutos de sistemas HVAC e os ruídos propagados nos dutos dos sistemas pneumáticos e hidráulicos das aeronaves. Aqui vale ressaltar que o ruído não é tratado apenas como som audível indesejável, mas também como qualquer perturbação cíclica da pressão estática do fluido interno que de alguma forma trazem prejuízos aos sistemas projetados ou aos usuários destes.

Nas técnicas de controle de sonoro em cavidades e dutos pode-se empregar os métodos ativos, como os alto falantes de cancelamento de ruídos (VELOSOA; NASCIMENTOB, 2005); os métodos passivos, como o uso de materiais absorventes e ressonadores ou até mesmo as combinações destes. Embora o método de controle ativo de ruídos tenha potencial vantagem em diversos sistemas acústicos, existem problemas relacionados à sua viabilidade e elevado custo, nestes casos, o uso métodos passivos é uma alternativa (BISTAFA, 2018). Dentro desta metodologia, a utilização de ressonadores são costumeiramente empregados principalmente quando o ruído à ser controlado é caracterizado por possuir uma componente total expressiva em relação ao restante de seu espectro sonoro.

Há algumas geometrias de ressonadores presentes e estudadas na física acústica, entre elas o tubo de um quarto de onda e o ressonador de Helmholtz, ambos ilustrados na Fig. 1. No presente trabalho o ressonador de Helmholtz é trabalhado, esse é um dispositivo ressonante relativamente simples, constituído por dois volumes denominados pescoço e cavidade que se conectam. Os princípios acústicos desses dispositivos foram primeiramente estudados por Hermann von Helmholtz em sua publicação “*On the sensation of tone*” (HELMHOLTZ, 1862), em que se discutiu de forma científica a teoria de ressonância e as

validades teóricas da lei de Ohm.

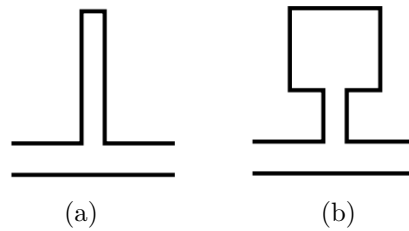


Figura 1 – Geometrias de ressonadores. Tubo de um quarto de onda (a) e ressonador de Helmholtz (b). Fonte: (HOWARD; CAZZOLATO, 2014).

O ressonador de Helmholtz, quando empregados em técnicas de controle de ruídos em cavidades, atuam através da dissipação e da reflexão de energia da onda sonora (ou flutuações de pressão) incidente por meio de interações viscosas e alterações de impedâncias sonoras no interior do sistema. Contudo, são eficazes em apenas estreitas faixas de frequências de onda sonora em torno da frequência ressonante do dispositivo, que é onde o ressonador irá apresentar seu pico de efeito atenuante.

Extensos trabalhos foram realizados no ramo do controle de ruídos com ressonadores de Helmholtz propondo variados parâmetros, técnicas e mecanismos como forma de aprimorar a performance do efeito atenuante destes. Uma dessas técnicas é o emprego periódico e transversal de ressonadores conectados lateralmente ao longo do duto.

No setor aeroespacial, tem-se como exemplos práticos da utilização desta técnica de atenuação de ruído os liners presentes na carenagem do duto de By-Pass de motores turbo-fan e as linhas de amortecedores de pulsação utilizados para se estabilizar o fluxo e a pressão em circuitos com bombas volumétricas ou de dosagem. A Fig. 2 ilustra tais sistemas.

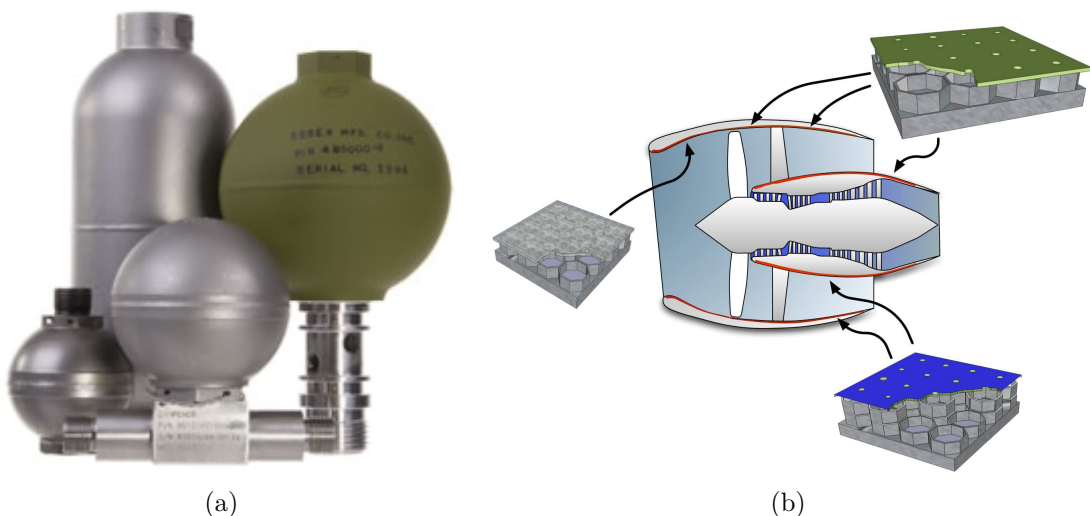


Figura 2 – Ilustração de amortecedores de pulsação hidráulica (a) e Liners acústico em motores turbo-fan (b). Fonte: Autoria Desconhecida.

Nota-se que esses dispositivos são frequentemente implementados em sistemas que possuem escoamento, como no caso dos Liners da carenagem do duto de By-Pass. Nesta situação, investigações prévias, como os trabalhos de Cummings (CUMMINGS, 1986) e McAuliffe (MCAULIFFE, 1950), mostraram experimentalmente que a performance acústica do ressonador decaía com efeito do escoamento. Philips (PHILLIPS, 1968) e Cummings (CUMMINGS, 1986) observaram que a resistência acústica do pescoço do ressonador aumentava linearmente com a velocidade do escoamento e que esse aumento coincidia com o decréscimo da correção do comprimento do pescoço do ressonador. Ainda, Jiang-Wei Liu (LIU et al., 2020) e Anderson (ANDERSON, 1977) demonstraram numericamente e experimentalmente que as frequências naturais de um ressonador Helmholtz aumentavam quando um escoamento passava pela abertura do pescoço do ressonador.

Essas descobertas são importantes para entender o comportamento do ressonador sob escoamento. Entretanto, para um projeto acústico de ressonadores, possuir ferramentas analíticas e numéricas práticas e eficazes em mensurar a eficiência do sistema proposto e em capturar os efeitos complexos e não lineares oriundo do escoamento, como a variação de impedância acústica, torna-se fundamental.

Assim sendo, esse trabalho apresenta uma metodologia analítica prática para se prever a perda de transmissão sonora em dutos com conjuntos laterais de ressonadores de Helmholtz com e sem as correções para os efeitos do escoamento. Também, indica duas diferentes metodologias numéricas capazes de modelar e analisar o sistema acústico, sendo a primeira o Método dos Elementos Finitos (MEF), que é utilizado para as análises sem escoamento, e mais adiante o Método dos Volumes Finitos (MVF), que é utilizado nas análises com escoamentos.

Os resultados destas três metodologias são então comparados entre si e com dados experimentais extraídos de estudos de terceiros, com a finalidade de se avaliar a eficiência e as capacidades destas em mensurar o desempenho de controle sonoro por ressonadores de Helmholtz e ainda de qualificar a resposta do sistema quando há escoamento no duto principal.

1.2 Motivação

O presente trabalho origina-se de estudos pretéritos desenvolvidos a partir do projeto de iniciação científica denominado “Estudo Acústico-Geométrico de Ressonadores do Tipo Helmholtz para Mitigação de Ruídos em Sistemas Aeroespaciais”, que propôs a análise de ressonadores de Helmholtz em cavidade acústica. Neste, o objetivo foi avaliar o efeito da variação dos parâmetros geométricos dos ressonadores no desempenho de atenuação de ruídos.

Esse referido estudo utilizou-se apenas de métodos analíticos e do MEF sem escoamento, logo, esse trabalho apresenta-se como avanço ao passo que traz uma nova abordagem analítica para se avaliar a performance de atenuação sem e com efeito do escoamento, como também faz uso do Método dos Volumes Finitos, que ainda é pouco explorado no estudo acústico de sistemas de controles de ruídos com conjunto de ressonadores de Helmholtz.

1.3 Objetivos

O presente trabalho possui como objetivo principal estudar o efeito do escoamento na performance de atenuação de ruído em duto com conjuntos de ressonadores de Helmholtz, que é alcançado por meio do cumprimento dos seguintes objetivos específicos:

- Introduzir e demonstrar metodologias analítica e numérica capazes de qualificar o desempenho da atenuação de ruídos em dutos com conjunto de ressonadores de Helmholtz sem e com efeito do escoamento no sistema;
- Qualificar os efeitos da variação da quantidade de ressonadores no arranjo transversal e periódico ao longo do duto no desempenho de atenuação de ruídos;
- Investigar os efeitos do escoamento sobre a Perda de Transmissão Sonora em dutos com conjunto de ressonadores de Helmholtz.

1.4 Organização do documento

Primeiramente, na seção 2 da parte 2, apresenta-se o referencial teórico utilizado para suportar as análises aqui efetuadas. Nestas seções, apresenta-se resumidamente alguns aspectos básicos da acústica que são necessários para entendimento das metodologias de análise de propagação sonora e atenuação de ruídos em dutos com e sem escoamento, discutidas posteriormente.

Na seção 3 da parte 2 as metodologias teóricas de análise e os equacionamentos são apresentados, que por sua vez é subdividida em: apresentação do método teórico para análise da propagação da onda sonora no duto sem escoamento, apresentação do equacionamento da propagação da onda sonora no duto com um único ressonador sem escoamento, apresentação de equacionamento para mensurar o efeito atenuante deste caso, apresentação da propagação da onda e o efeito atenuante de conjuntos de ressonadores no duto e terminando na apresentação das considerações e dos equacionamentos que se deve tomar para mensurar o efeito do escoamento no duto principal sobre o desempenho atenuante de conjuntos de ressonadores de Helmholtz.

Na seção 4 da parte 3 do trabalho, apresenta-se o Método dos Elementos Finitos e o Método dos Volumes Finitos utilizados para as análises numéricas dos sistemas acústico estudados nesse trabalho.

Na seção 5 da parte 3, apresenta-se as metodologias utilizadas para avaliar os métodos teóricos e numéricos apresentados ao longo do referencial teórico e para avaliar os efeitos do quantidade de ressonadores e do escoamento sob o desempenho atenuante do conjunto transversal e periódico de ressonadores de Helmholtz.

Por fim, na seção 7 da parte 5, apresenta-se as conclusões obtidas e as sugestões para futuros trabalhos.

Parte II

Referencial Teórico

2 Fundamentos da acústica

2.1 Som

Segundo Bistafa ([BISTAFA, 2018](#)), o som pode ser definido como deslocamento cíclico das partículas em um meio material, sendo que nos fluídos, o som age como variação cíclica da pressão local em relação a pressão ambiente. Quando a amplitude desta variação de pressão (P_m) é maior que a pressão do limiar da audição ($2,0E - 5$ Pa) a variação de pressão é então chamada de pressão sonora ou pressão acústica, indicada pela letra p .

O período (Δ) é o tempo decorrido para que um ciclo se complete na curva de variação de pressão ambiente versus o tempo. Porém em acústica é usual se trabalhar com a frequência ($f = 1/\Delta$ Hz), o inverso do período.

E uma vez conhecidas a amplitude da pressão sonora (P_m) e a frequência angular $w = 2\pi f$ (rad/s), a variação temporal de pressão pode ser obtida através da Eq. 2.1.

$$p(t) = P_m \cos(\omega \cdot t) \quad (2.1)$$

2.2 Onda sonora

Nos fluídos, o som se propaga a partir de uma fonte por meio de perturbações das partículas que são transmitidas as demais através de choques mecânicos sem que ocorra o transporte de material ao longo desse movimento. Logo, o movimento é na forma de ondas, chamadas de ondas sonoras.

A velocidade com a qual a onda sonora se propaga é denominada velocidade do som (c). Nos fluídos, a velocidade do som varia de acordo com a temperatura, sendo que para o ar à 288,15 K a velocidade do som será igual à 340,5 m/s ([ANDERSON, 2009](#)).

Define-se comprimento de onda (λ) como a distância percorrida durante um ciclo completo na curva pressão sonora versus distância. Esta magnitude pode ser relacionada com a velocidade do som e com a frequência, através da expressão:

$$\lambda = \frac{c}{f}, \quad (2.2)$$

onde, c é a velocidade do som em metros por segundo.

O comportamento espacial da pressão sonora, assim como no comportamento temporal, é também uma função cossenoidal, dada por:

$$p(x) = P_m \cos(k \cdot x), \quad (2.3)$$

onde, $k = 2 \cdot \pi / \lambda$ (1/m) é o chamado número de ondas.

Em adição, o comportamento temporal e espacial da pressão sonora de um tom puro (som em uma única frequência) na frequência angular w pode ser descrito matematicamente através de uma única expressão, combinando as Eqs. 2.5 e 2.3, resultando na expressão (BISTAFA, 2018):

$$p(x, t) = P_m \cos(\omega t \pm kx + \phi), \quad (2.4)$$

em que, ϕ é o ângulo de fase.

Nota-se que na Eq. 2.3 o espaço é descrito apenas pela coordenada x , ou seja, a equação independe das coordenadas y e z . Isso significa que, em qualquer ponto em plano perpendicular à coordenada x , a pressão sonora é uniforme à qualquer instante de tempo. Diz-se então que a pressão sonora está “em fase com esse plano” e tem-se a chamada onda sonora plana que é a forma de onda predominante no interior de dutos e cavidades cujo o diâmetro (ou dimensão característica) é menor que o comprimento de onda da onda propagante.

Adiante, da mesma forma realizada para a pressão sonora, também podemos representar o deslocamento longitudinal de um elemento de massa de ar d_m pela equação cossenoidal (KINSLER et al., 2000):

$$d_m(x, t) = D_m \cos(kx - \omega t), \quad (2.5)$$

onde, o fator D_m é a amplitude do deslocamento, que pode ser relacionada com a pressão instantânea através da expressão:

$$D_m = \frac{p}{\rho c}. \quad (2.6)$$

sendo o numerador desta equação (ρc) denominado como impedância característica do meio de propagação da onda, que tem como unidade o rayl ($kg/m^2 \cdot s$).

2.2.1 Forma da onda

O comportamento temporal da onda sonora é também chamado de forma de onda. Dela é possível extrair algumas informações importantes para a análise das características

do som e de sua propagação no fluido. Dentre algumas informações, o valor eficaz da pressão sonora (p_{eficaz}), expressa na Eq. 2.7, é uma das mais aplicadas no estudo do som, pois está relacionada diretamente com a energia transportada pela onda sonora (BIES; HANSEN; HOWARD, 2017).

$$p_{eficaz} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n p_i^2}{N}}. \quad (2.7)$$

Na Eq. 2.7, p_i é o valor discreto da pressão no ponto i dentre n pontos registrados de pressão sonora. Neste caso, para boa estimativa do p_{eficaz} deve-se coletar um número “suficientemente” grande de amostras da forma de onda.

Para quando se conhece uma expressão analítica do comportamento temporal da pressão sonora, o valor de p_{eficaz} pode ser obtido facilmente pela equação:

$$p_{eficaz} = \sqrt{\frac{1}{\Delta} \int_0^{\Delta} p^2(t) dt}. \quad (2.8)$$

2.3 Impedância sonora

Pressão sonora e a velocidade volumétrica são duas magnitudes diretamente proporcionais entre si. No caso especial de propagação de ondas sonoras planas, a dependência temporal da pressão sonora é exatamente a mesma que a dependência temporal da velocidade da partícula e, em qualquer ponto ao longo da onda, não há diferença de fase entre estas duas magnitude. Assim, a razão entre a pressão sonora e a velocidade da partícula é constante em todo instante de tempo e igual a impedância acústica característica do meio.

Porém, segundo István L. Vér (VÉR; BERANEK, 2005), em geral há uma diferença de fase entre essas magnitudes e para se obter a impedância acústica torna-se necessário utilizar a impedância complexa (\bar{Z}), definida como:

$$\bar{Z} \equiv \frac{\bar{A}}{\bar{B}} = \frac{|A|e^{j(\omega t + \theta_1)}}{|B|e^{j(\omega t + \theta_2)}} = \frac{|A|e^{j\theta_1}}{|B|e^{j\theta_2}} = |Z|e^{j\theta} \quad (2.9)$$

e

$$\bar{Z} \equiv Re(Z) + jIm(Z) = \sqrt{Re(Z)^2 + Im(Z)^2} e^{j\theta} = |Z|e^{j\theta}, \quad (2.10)$$

onde:

\bar{Z} = impedância complexa;

A = pressão estacionária;

B = velocidade volumétrica estacionária;

θ = ângulo fase entre a função temporal A e B ($\theta = \theta_1 - \theta_2$); e

$Re(Z)$, $Im(Z)$ = parte real (resistência) e imaginária (reatância), respectivamente, da impedância complexa.

Há vários tipos de impedância complexa. Para o caso acústico, a impedância acústica (Z_A) a uma dada superfície S é definida como a razão entre a pressão acústica média (\bar{p}_m) sobre esta superfície e a velocidade de volumétrica através dela, ou seja:

$$Z_A = \frac{\bar{p}_m}{v} \quad (N \cdot s/m^2). \quad (2.11)$$

2.3.1 Nível de pressão sonora

O Nível de Pressão Sonora (NPS) é a relação entre uma pressão sonora instantânea, $p(t)$ e uma pressão referência P_0 em escala logarítmica (BIES; HANSEN, 2003). É uma grandeza útil para qualificar a energia da onda sonora em relação à sensibilidade auditiva do ser humano. O NPS pode ser expressado como:

$$NPS = 20 \log \left(\frac{p(t)}{P_0} \right) = 20 \log \left(\frac{Zv}{P_0} \right) \quad (dB), \quad (2.12)$$

onde, P_0 é comumente assumida como a pressão do limiar da audição (20×10^{-5} Pa).

2.4 Ruído e o espectro sonoro

O conceito de ruído é subjetivo e há variados significados e meios de o qualificar. No geral é tratado como oscilações de componentes características em níveis ou formas indesejáveis. Por exemplo, em sistemas hidráulicos e pneumáticos o ruído são as variações cíclicas indesejáveis de pressão do fluído no interior do conduto, que podem causar danos mecânicos às tubulações e aos suportes. Já em acústica, o ruído é caracterizado informalmente como sons indesejáveis, com comportamentos que causam efeitos adversos ao conforto sonoro do indivíduo.

O ruído acústico, normalmente, possui comportamento temporal bastante irregular, isto é, a forma da onda se mostra como na Fig. 3 (a). Aqui, o som é composto pela combinação de diversas frequências que podem ser extraídas aplicando a Transformada Direta de Fourier à forma de onda (BISTAFA, 2018), resultando no espectro sonoro da onda, Fig. 3 (b), que fornece o valor eficaz da pressão sonora para cada frequência presente no ruído.

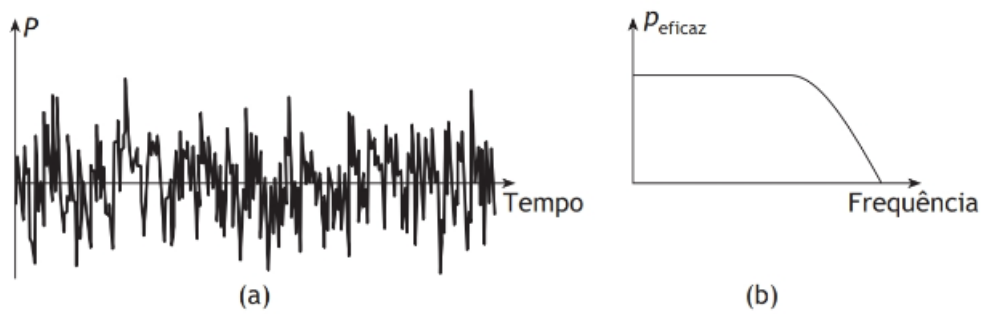


Figura 3 – Exemplo de forma de onda de um ruído (a) e seu espectro sonoro (b). Fonte: (BISTAFA, 2018).

O espectro sonoro da onda fornece o valor eficaz da pressão sonora para cada frequência presente no som (ou ruído). Esta magnitude pode ser também obtida em função da banda de frequência (ou faixa de frequências) podendo ser estreita ou larga. A Fig. 4 apresenta o espectro sonoro de um mesmo ruído em bandas estreitas e largas.

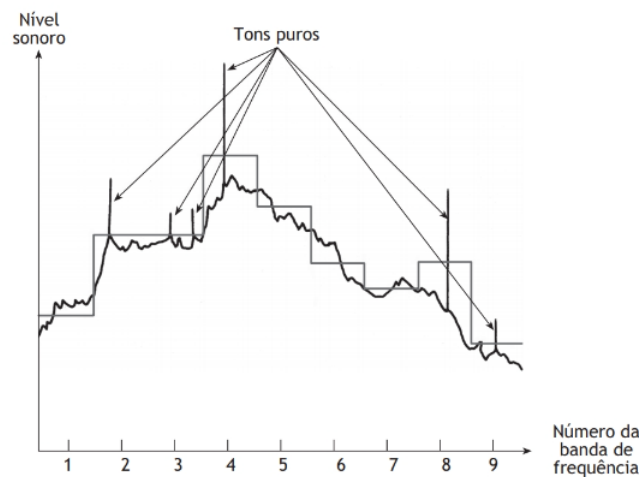


Figura 4 – Espectro sonoro de um ruído em bandas estreitas e largas. Fonte: (BISTAFA, 2018).

Os “tons puros” marcados na Fig. 4 são as frequências em níveis que se destacam do restante do ruído de fundo, por exemplo, o ruído de um apito se destacando em relação ao ruído gerado por um ventilador.

2.5 Controle de Ruído

O controle de ruído é uma ciência multidisciplinar que visa obter um nível de ruído aceitável em determinado sistema, onde a solução proposta atenda à aspectos operacionais, legais, econômicos, médicos ou até mesmo culturais (BISTAFA, 2018).

Todo problema de ruído apresenta fonte, trajetória de transmissão e receptor, e o método de controle pode então refletir em um ou na combinação desses campos. Porém,

ocorre que, geralmente, o controle do ruído na fonte é inviável em aspectos operacionais e/ou financeiros e, assim, o uso de métodos de controle na trajetória torna-se o mais usual.

Neste método de controle, envolve-se o uso de: distanciamento entre a fonte e o receptor, enclausuramento acústico, revestimento de dutos e tubulações, uso de silenciadores ou as combinações destes.

2.5.1 Controle por silenciadores

Os silenciadores podem ser divididos em duas classes: resistivos e reativos. Cada um possui mecanismos distintos de controle do ruído e são normalmente empregados em sistemas fechados, como dutos e cavidades acústicas.

Os silenciadores resistivo consistem de câmaras revestida internamente com material poroso fono-absorvente que atua na conversão da energia sonora em calor, através do atrito das partículas oscilantes do fluido nos poros do material. São comumente usados em situações de alta frequência sonora (BIES; HANSEN; HOWARD, 2017).

Já os silenciadores reativos, são segmentos de tubulações que se interconectam. Nesta classe estão presentes as (os): câmaras de expansão, ressonadores em ramificações e tubos perfurados. Aqui, o mecanismo de atuação é a alteração de impedâncias sonoras no interior do sistema, resultando em reflexão das ondas sonoras dentro do duto principal, entre a fonte e o silenciador e entre as câmaras que compõem o silenciador (SEO; KIM, 2005). Neste processo, a energia sonora é então dissipada pelas múltiplas reflexões, além da absorção no próprio silenciador por um fenômeno de amortecimento mecânico, que envolve efeitos da viscosidade do fluido (SILVA, 2005).

Neste trabalho o silenciador reativo é explorado, mais especificamente o ressonador Helmholtz. E como já mencionado, esse é um ressonador composto de dois segmentos de dutos interconectados, denominados cavidade e pescoço, que se conectam na extremidade do seu pescoço à um duto principal, a Fig. 5 ilustra esse dispositivo, que é particularmente útil para o controle de ruídos quando o ruído está dentro de uma faixa estreita de frequências próxima a frequência de ressonância do ressonador, parâmetro esse que está relacionado às suas geometrias e dimensões (SEO; KIM, 2005).

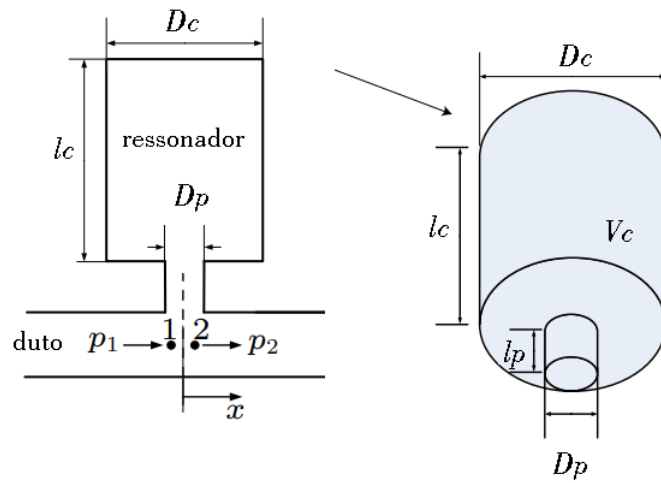


Figura 5 – Modelo de ressonador de Helmholtz conectado ao duto e descrição das suas principais dimensões. Fonte: adaptado de (LIU et al., 2020).

3 Método analítico

Antes de entender o fenômeno de atenuação de ruídos em dutos através do uso ressonadores de Helmholtz, é fundamental compreender o mecanismo de propagação da onda sonora em seu interior. Desse modo, neste capítulo apresenta-se primeiramente a derivação e a solução da propagação da onda sonora plana no interior de dutos, considerando que o fluido de trabalho, nesta etapa, é invíscido e encontrasse em repouso.

Posteriormente, apresenta-se a derivação da propagação da onda sonora no interior de dutos com a presença de um único ressonador de Helmholtz anexado a estrutura como um elemento de ramificação lateral e demonstra-se um método de avaliação do desempenho atenuante desse sistema acústico.

Segue-se com a derivação da propagação da onda sonora em dutos com arranjos transversais e periódicos de ressonadores e, novamente, apresenta-se um método de avaliação do desempenho atenuante para esses sistemas acústico.

Por fim, concluí-se com as considerações e as equações que regem a propagação da onda sonora e a Perda de Transmissão sonora no interior de dutos com arranjos transversais e periódicos de ressonadores sob a presença de escoamento no duto principal.

3.1 Propagação da onda sonora no interior do duto

Quando as dimensões transversais do interior de um duto preenchido com fluido invíscido são muito menores que o comprimento de onda, ou quando a frequência do som está abaixo da frequência de corte do duto, pode se considerar que o som se propagará por ondas sonoras planas, como ilustrado na Fig. 6. Nesta ocasião, a amplitude e a fase da pressão sonora p e da velocidade da partícula u são uniformes em todos os pontos de um determinado plano normal à direção de propagação.

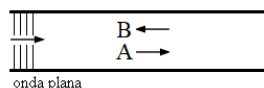


Figura 6 – Propagação da onda sonora no duto sendo “A” a representação da onda incidente e “B” a representação da onda refletida. Fonte: de autoria própria.

À vista disso, para estudar a propagação de ondas plana, partisse de três equações fundamentais nas suas formas unidimensionais (CARDOSO, 2016), são elas:

a equação da continuidade,

$$\rho_0 \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (3.1)$$

a equação de movimento,

$$\rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (3.2)$$

e a equação da energia, assumindo que a propagação da onda é um processo isentrópico,

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s = \frac{\gamma(P_0 + p)}{\rho_0 + \rho} \simeq \frac{\gamma P_0}{\rho_0} = \alpha_0^2. \quad (3.3)$$

Ainda, assumindo $a_0 = c$ na Eq. 3.3, segue-se:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s = \frac{\gamma(P_0 + p)}{\rho_0 + \rho} \simeq \frac{\gamma P_0}{\rho_0} = c^2 \quad (3.4)$$

onde:

γ = razão entre o calor específico a pressão constante e o calor específico a volume constante;

c = velocidade do som (m/s);

p = é a pressão instantânea (N/m²)

ρ = densidade instantânea do fluido (kg/m³);

ρ_0 = densidade do fluido ambiente (kg/m³);

x = coordenada longitudinal.

Da Eq. 3.4, segue:

$$\rho_0 = \frac{P_0}{c^2}, \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial x}. \quad (3.7)$$

Substituindo das Eqs. 3.5, 3.6 e 3.7 na Eq. 3.1, eliminando a variável u das Eqs. 3.1 e 3.2, através da diferenciação da Eq. 3.1 em relação a t e da Eq. 3.2 em relação a x , obtém-se a equação clássica unidimensional da onda (MUNJAL, 1987):

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) p = 0 \quad (3.8)$$

A Eq. 3.8 é uma equação diferencial linear, homogênea, com coeficientes constantes, onde c não depende da posição x e do tempo t . Logo, usando da técnica de separação de variáveis, obtém-se a solução da Eq. 3.8 na forma (CARDOSO, 2016):

$$p(x, t) = (Ae^{-jkx} + Be^{jkx}) e^{j\omega t} \quad (3.9)$$

A Eq. 3.9 representa a superposição de duas ondas progressivas com amplitudes A e B movendo-se em direções opostas, conforme ilustrado na Fig. 6. A velocidade da partícula u também satisfaz a Eq. 3.8 e pode ser escrita na forma:

$$u(x, t) = (Ge^{-jkx} - He^{jkx}) e^{j\omega t}. \quad (3.10)$$

Substituindo as Eqs. 3.9 e 3.10 na equação de equilíbrio, Eq. 3.1, obtêm-se:

$$G = \frac{A}{\rho_0 c_0}, \quad H = \frac{B}{\rho_0 c_0}, \quad (3.11)$$

Substituindo a Eq. 3.11 na Eq. 3.10, tem-se a equação da propagação da velocidade da partícula na forma:

$$u(x, t) = \frac{1}{Z_0} (Ae^{-jkx} - Be^{jkx}) e^{j\omega t}, \quad (3.12)$$

onde, $Z_0 = c_0 \rho_0$ representa a impedância sonora característica do meio.

Por fim, para a propagação da onda plana ao longo do interior de um duto, pode-se ainda tomar uma velocidade volumétrica v ($v = S_d u$) e a impedância sonora do duto, que é expressada como:

$$Z_d = \frac{c_0 \rho_0}{S_d}, \quad (3.13)$$

onde, S_d é a área da seção transversal do duto. Logo, aplicando a Eq. 3.13 na Eq. 3.12, obtém-se a expressão para a velocidade volumétrica, como:

$$v(x, t) = \frac{S_d}{c_0 \rho_0} (Ae^{-jkx} - Be^{jkx}) e^{j\omega t}. \quad (3.14)$$

3.2 Propagação da onda sonora no interior do duto com único ressonador

Quando um ressonador é fixado ao duto pela extremidade do seu pescoço, como demonstrado na Fig. 7, a presunção básica, neste caso, é que à montante da intersecção do duto com o ressonador, parte da energia da onda sonora incidente é refletida (na forma de onda), devido à alteração de impedância no duto provocada pela presença do ressonador. Esta onda refletida propaga-se na direção oposta e paralela à onda incidente.

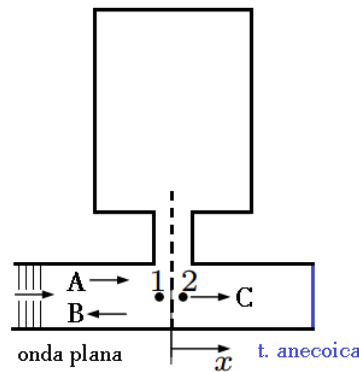


Figura 7 – Propagação da onda sonora no duto com a presença do ressonador de Helmholtz, sendo “A” a representação da onda incidente, “B” a representação da onda refletida e “C” a representação da onda sonora transmitida. Fonte: adaptado de (LIU et al., 2020).

A energia da onda remanescente, que não é refletida ou atenuada no ressonador, é transmitida a jusante da intersecção ressonador-duto, e desde que a terminação do duto a jusante do ressonador seja tratada como anecoica, não haverá reflexão dessa onda sonora.

Nesse caso, a pressão e a velocidade volumétrica a montante (p_1 e v_1) e a jusante (p_2 e v_2) da intersecção do duto com o ressonador podem ser expressadas em função do espaço, a partir das Eqs. 3.9 e 3.10.

$$p_1 = Ae^{-jkx} + Be^{jkx}, \quad p_2 = Ce^{-jkx}, \quad (3.15)$$

$$v_1 = \frac{1}{Z_d} (Ae^{-jkx} + Be^{jkx}), \quad v_2 = \frac{1}{Z_d} (Ce^{-jkx}), \quad (3.16)$$

em que A, B e C são, respectivamente, as amplitudes complexas da onda incidente, refletida e transmitida e Z_d é a impedância sonora do duto, definida através da Eq. 3.13.

Ainda, segundo István L. VÉR (VÉR; BERANEK, 2005) e Jiang-Wei Liu (LIU et al., 2020), atribuindo a continuidade da pressão sonora e da velocidade volumétrica entre os pontos 1 e 2, ilustrado na Fig. 7, pode-se relacionar as propriedades da onda à montante

e à jusante da intersecção ressonador-duto através do Método da Matriz de Transferência (MMT), conforme demonstrado na seguinte equação:

$$\begin{Bmatrix} p_1 \\ v_1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_2 \\ v_2 \end{Bmatrix} = [T]_{4 \times 4} \begin{Bmatrix} p_2 \\ v_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Z_H^{-1} & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_2 \\ v_2 \end{Bmatrix}, \quad (3.17)$$

onde, Z_H é a impedância do ressonador, derivada na seção seguinte, e $[T]_{4 \times 4}$ é a matriz de transferência do sistema em questão.

Ainda, a Eq. 3.17 pode ser reescrita como:

$$p_1 = T_{11}p_2 + T_{12}v_2 \quad (3.18)$$

$$u_1 = T_{21}p_2 + T_{22}v_2 \quad (3.19)$$

3.2.1 Impedância Acústica do ressonador

Desde que a propagação de ondas no interior do duto é considerada unidimensional, a impedância complexa do ressonador de Helmholtz (Z_H) pode ser expressada por (LIU et al., 2020):

$$Z_H = R_H + j \left(\omega M_H - \frac{1}{\omega C_H} \right), \quad (3.20)$$

$$M_H = \frac{\rho_0 l_{ef}}{S_p}, \quad C_H = \frac{V_c}{\rho_0 c_0^2}, \quad (3.21)$$

onde, R_H , M_H e C_H são, respectivamente, a resistência, a massa e a capacitância acústica. S_p é a área da seção transversal do pescoço, V_c é o volume da cavidade do ressonador, ρ_0 a densidade e c_0 a velocidade do som no fluido.

Além disso, segundo Jiang-Wei Liu (LIU et al., 2020), na ausência de escoamento no interior do duto principal a resistência acústica pode ser expressada como:

$$R_H = \frac{\rho_0 c k^2}{2\pi}. \quad (3.22)$$

Onde l_{ef} na Eq. 3.21 é o comprimento efetivo do ressonador, valor que é igual a soma do comprimento geométrico do pescoço do ressonador l à uma correção δ ($l_{ef} = l + \delta$). Essa correção é necessária devido aos efeitos de carregamentos de massa que ocorrem nas interseções do pescoço do ressonador com a sua cavidade e com o duto, resultando em um aumento “virtual” de seu comprimento.

Várias formulações para essa correção de comprimento foram propostas através de resultados experimentais, que se limitam por serem úteis apenas em de casos próximos aos experimentados, ou através de formulação analítica, considerando uma aproximação aglomerada clássica, que se desvia dos resultados reais por desconsiderar os efeitos do movimento das ondas no pescoço e no volume da cavidade (SELAMET et al., 1994).

Selamet e Z. L. Ji (SELAMET; JI, 2000) sugeriram uma correção empírica para a interseção pescoço-cavidade (δ_e) de ressonadores de seções concêntricas, através da expressão:

$$\delta_e = 0,82R_p \left(1 - 1,33 \frac{R_p}{R_c}\right), \quad \frac{R_p}{R_c} \leq 0,4 \quad (3.23)$$

onde, R_p é o raio do pescoço e R_c é o raio da cavidade do ressonador.

Já para a correção devido a interseção pescoço-duto, Zhen Lin Ji (JI, 2005), por meio de análises utilizando elementos de contorno, propôs as expressões:

$$\delta_i = R_p \left[0,8216 - 0,0644 \frac{R_p}{R_d} - 0,694 \left(\frac{R_p}{R_d}\right)^2\right], \quad \frac{R_p}{R_d} \leq 0,4 \quad (3.24)$$

$$\delta_i = R_p \left[0,9326 - 0,6196 \frac{R_p}{R_d}\right], \quad \frac{R_p}{R_d} > 0,4 \quad (3.25)$$

onde, R_d é o raio do duto principal do sistema duto-ressonador.

Utilizando-se das Eqs. 3.23, 3.24 e 3.25 o comprimento efetivo do pescoço do ressonador é obtido como a soma do comprimento geométrico e das correções devido as carregamentos de massa nas interseções cavidade-pescoço e pescoço-duto ($l_{eff} = l + \delta_i + \delta_e$).

3.2.2 Perda de Transmissão

Como mencionado anteriormente, o ruído em um duto será atenuado através do ressonador de Helmholtz caso a frequência do ruído incidente seja próxima da frequência ressonante do ressonador. Neste caso, o desempenho atenuante poderá ser estimado por três diferentes parâmetros: Perda de Transmissão (PT), Redução de Ruído (RR) e Perda de Inserção (PI) (MUNJAL, 1987).

Dentro desses parâmetros de medida, a Perda de Transmissão é uma das mais utilizadas em sistema acústico com ressonadores por se relacionar com o campo de pressão, ser uma característica intrínseca aos ressonadores e por não possuir dependência das características da fonte sonora e de análises prévias do duto sem elementos atenuadores.

Segundo Sang-Hyun Seo (SEO; KIM, 2005), a Perda de Transmissão pode ser representada pela razão logarítmica entre o nível de pressão acústica incidente (A) e a pressão acústica transmitida para a saída do sistema (B), conforme a equação a seguir:

$$PT = 20 \log_{10} \left| \frac{A}{C} \right| \quad (dB), \quad (3.26)$$

A Eq. 3.26 pode ser reescrita utilizando das Eqs. 3.18, 3.19, 3.15 e 3.16, o que resulta em:

$$PT = 20 \log_{10} \left| \frac{T_{11} + T_{12}/Z_d + T_{21} \cdot Z_d + T_{22}}{2} \right| \quad (dB), \quad (3.27)$$

Por fim, a Eq. 3.27 pode ser simplificada substituindo os termos da matriz de transferência T da Eq. 3.17, resultando na Eq. 3.32:

$$PT = 20 \log_{10} \left(\frac{1}{2} \left| 2 + \frac{Z_d}{Z_H} \right| \right) \quad (dB). \quad (3.28)$$

3.3 Propagação da onda sonora no interior do duto com arranjo de ressonadores

A aplicação de um único ressonador conectado ao duto para controle de ruídos é eficaz aos casos em que o ruído é caracterizado por possuir uma banda estreita de frequências compatível com a banda de frequências que o ressonador possui efetividade. Porém, no geral, os ruídos possuem faixas de frequências maiores que as faixas em que o ressonador exerce alguma influência acústica.

Um método eficiente para se aumentar tanto a banda de frequência efetiva quanto a Perda de Transmissão em um projeto de atenuação de ruído em dutos por ressonadores de Helmholtz é recorrendo à aplicação de conjuntos transversais e periódicos de ressonadores ao longo do duto.

3.3.1 Arranjo transversal de ressonadores

O arranjo transversal de m ressonadores montados na mesma seção transversal do duto é ilustrado na Fig. 8.

Neste sistema, desde que não haja componente refletida da onda sonora à jusante da intersecção ressonador-duto, a pressão e a velocidade de partícula da onda também podem ser expressadas pelas as Eqs. 3.15 e 3.16. Entretanto, para o cálculo da Perda de Transmissão sonora algumas alterações em relação ao sistema com um único ressonador devem ser colocadas.

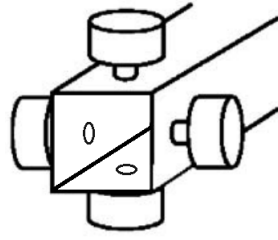


Figura 8 – Arranjo transversal de ressonadores de Helmholtz. Fonte: adaptado de (SEO; KIM, 2005)

Primeiramente, assume-se a continuidade da pressão sonora e da velocidade volumétrica na interface duto-pescoço:

$$p_1 = p_2 = p_{H1} = p_{H2} = p_{H3} = p_{H4} = \dots = p_{Hm} \quad (3.29)$$

$$v_1 = v_2 + \frac{p_{H1}}{Z_{H1}} + \frac{p_{H2}}{Z_{H2}} + \frac{p_{H3}}{Z_{H3}} + \frac{p_{H4}}{Z_{H4}} + \dots + \frac{p_{Hm}}{Z_{Hm}} \quad (3.30)$$

aqui, p_1 , p_2 são, respectivamente, as pressões estáticas a jusante e a montante da intersecção ressonador-duto e p_{Hm} é a pressão estática no m-ésimo ressonador do arranjo transversal. Por sua vez, v_1 e v_2 são as velocidades volumétrica a jusante e a montante da intersecção ressonador-duto, e Z_{HM} é a impedância acústica no m-ésimo ressonador da arranjo transversal.

Combinando as Eqs. 3.29 e 3.30, podemos relacionar a propagação da onda a jusante e a montante da intersecção pescoço-duto utilizando-se novamente do Método da Matriz de Transferência, conforme apresentado na Eq. 3.31.

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} p_1 \\ v_1 \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \left(\frac{1}{Z_{H1}} + \frac{1}{Z_{H2}} + \dots + \frac{1}{Z_{Hm}}\right) & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_2 \\ v_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Z_{eq} & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_2 \\ v_2 \end{Bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_2 \\ v_2 \end{Bmatrix}, \quad (3.31) \end{aligned}$$

Aqui, Z_{eq} representa a impedância transversal equivalente para a combinação dos m ressonadores.

Por fim, a Perda de Transmissão pode ser então obtida combinando a Eq. 3.31 à 3.26, resultando na expressão:

$$PT = 20 \log_{10} \left(\frac{1}{2} \left| 2 + \frac{Z_d}{Z_{eq}} \right| \right) \quad (dB). \quad (3.32)$$

Por meio da Eq. 3.31 pode-se notar que a resposta em frequência do sistema acústico é dependente das impedâncias de cada um dos m ressonadores da configuração

transversal e, conseqüentemente, as frequências de ressonâncias do sistema dependerão das frequências de ressonância de cada ressonador individual, se estes forem distintos entre si.

3.3.2 Arranjo periódico de ressonadores

O arranjo transversal de ressonadores interfere principalmente na largura de banda da resposta do sistema acústico (SEO; KIM, 2005) tanto se os m ressonadores forem distintos ou idênticos entre si. Porém, a periodicidade de ressonadores ao longo do duto, como ilustrado na Fig. 9, traz um efeito mais eficaz no pico de atenuação sonora (WU et al., 2019a).

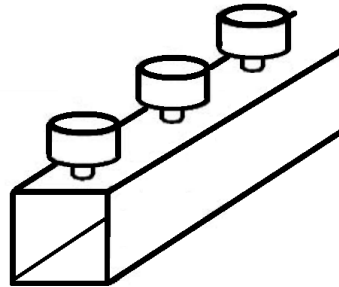


Figura 9 – Arranjo periódico de ressonadores de Helmholtz. Fonte: adaptado de (SEO; KIM, 2005)

Considerando um duto carregado periodicamente com n ressonadores e que apenas ondas planas propagasse em seu interior, a pressão p_n e a velocidade de partícula u_n na n ésima unidade de ressonador podem ser expressadas, respectivamente, conforme as Eqs. 3.9 e 3.10 (WU et al., 2019a):

$$p_n(x, t) = \left[A_n e^{-jk(x-x_n)} + B_n e^{jk(x-x_n)} \right] e^{j\omega t}, \quad (3.33)$$

$$u_n(x, t) = \left[A_n e^{-jk_i(x-x_n)} + B_n e^{jk_r(x-x_n)} \right] \frac{e^{j\omega t}}{\rho c}, \quad (3.34)$$

onde, A_n e B_n são, novamente, as amplitudes complexas incidente e refletiva da onda na n ésima seção, nessa ordem, e $x_n = (n - 1)d$ é a coordenada local, sendo d a distância periódica entre dois sucessivos ressonadores.

Na estrutura periódica, quando as ondas incidentes alcançam as intersecções dos ressonadores se produzem ondas refletidas e transmitidas. As ondas refletidas e as ondas transmitidas produzidas são então refletidas e transmitidas novamente pelos ressonadores anteriores e seguintes. Este processo é fisicamente repetido ao longo de toda a estrutura periódica. Nesta situação, em vez de se trabalhar com o campo de pressão e de velocidade

de partícula ao longo das seções do duto é mais apropriado decompô-los nas magnitudes incidentes e refletidas (A_n e B_n) de cada seção n do duto.

Assim, considerando a condição de continuidade da pressão e da velocidade de volume ao longo do duto, pode-se relacionar as magnitudes complexas da onda sonora na seção $n+1$ (A_{n+1} e B_{n+1}) e em n (A_n e B_n) através do Método da Matriz de Transferência, como (WU et al., 2019a):

$$\begin{Bmatrix} A_{n+1} \\ B_{n+1} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-jkd} & 0 \\ 0 & e^{jkd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (1 - \frac{\rho c}{2S_d Z_H}) & -\frac{\rho c}{2S_d Z_H} \\ \frac{\rho c}{2S_d Z_H} & (1 + \frac{\rho c}{2S_d Z_H}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_n \\ B_n \end{Bmatrix} = T \begin{Bmatrix} A_n \\ B_n \end{Bmatrix}. \quad (3.35)$$

Aqui, T é a matriz de transferência. E desde que as condições iniciais sejam dadas, pode-se obter a pressão sonora e velocidade de partícula da onda em qualquer unidade periódica n ao longo do duto por meio da Eq. 3.35.

Ainda, sistemas periódicos dinâmicos (como aqui estudados) podem ser descritos pela função $f(x + D) = e^\mu f(x)$, onde D é a periodicidade da função, esta preposição é derivada das condições de ondas de Floquet-Bloch (BRADLEY, 1991). Portanto, usando-se desta preposição, a Eq. 3.35 pode ser reescrita como:

$$\begin{Bmatrix} A_{n+1} \\ B_{n+1} \end{Bmatrix} = e^\mu \begin{Bmatrix} A_n \\ B_n \end{Bmatrix} = T \begin{Bmatrix} A_n \\ B_n \end{Bmatrix}, \quad (3.36)$$

onde, μ é chamada de constante de propagação (MEAD, 1970) que é um valor complexo composto por uma parte real μ_r , chamada de constante de atenuação, e uma parte imaginária μ_j , chamada de constante de fase ($\mu = \mu_r + j\mu_j$) (WANG; MAK, 2012).

Em princípio, haverá uma faixa de frequência em que a constante de atenuação é não nula, isto indica que a energia da onda propagante é atenuada quando viaja através das unidades periódicas de ressonadores. Para essas faixas de frequências se dá o nome de Faixa de Frequências de Bloqueio. Porém, no caso oposto, quando a constante é não nula numa faixa de frequências, indicará que nesta faixa haverá apenas um atraso no ângulo de fase quando a onda atravessa as unidades periódicas de ressonadores. Para estas faixas de frequências, onde a onda propaga sem atenuação, são dadas a denominação de bandas de passagem.

Em geral, a matriz de transferência T pode ser relacionada com seu vetor de autovalores λ ($T = \lambda$) (LIU et al., 2020) e sendo λ igual à e^μ , a análise da acústica do duto carregado periodicamente com ressonadores de Helmholtz torna-se um problema de autovalores e seus correspondentes autovetores $v_1 = [v_{1I}, v_{1R}]^T$ e $v_2 = [v_{2I}, v_{2R}]^T$, conforme a Eq. 3.37.

$$\begin{Bmatrix} A_{n+1} \\ B_{n+1} \end{Bmatrix} = T \begin{Bmatrix} A_n \\ B_n \end{Bmatrix} = T^2 \begin{Bmatrix} A_{n-1} \\ B_{n-1} \end{Bmatrix} = T^n \begin{Bmatrix} A_1 \\ B_1 \end{Bmatrix} = I_0 \lambda_1^n \begin{Bmatrix} v_{1I} \\ v_{1R} \end{Bmatrix} + R_0 \lambda_2^n \begin{Bmatrix} v_{2I} \\ v_{2R} \end{Bmatrix} \quad (3.37)$$

Aqui, λ_1 ($\lambda_1 = e^{-(\mu_r + j\mu_i)}$) e λ_2 ($\lambda_2 = e^{(\mu_r + j\mu_i)}$) descrevem a componente da propagação da onda nas direções positivas e negativas, respectivamente, e I_0 e R_0 são constantes complexas. Assim, com base na Eq. 3.37, o coeficiente de reflexão α na terminação do duto pode ser expresso como:

$$\frac{A_n e^{-jk(x-x_n+\omega t)}}{B_n e^{-jk(x-x_n+\omega t)}} = \frac{I_0 \lambda_1^{n-1} v_{1R} e^{jkL_{final}} + R_0 \lambda_1^{n-1} v_{2R} e^{jkL_{final}}}{I_0 \lambda_1^{n-1} v_{1I} e^{-jkL_{final}} + R_0 \lambda_1^{n-1} v_{2I} e^{-jkL_{final}}} = \alpha \quad (3.38)$$

Ademais, assumindo que a terminação do duto principal é anecoica, nenhuma reflexão da onda sonora existirá a jusante, portanto o coeficiente de reflexão α será nulo e a Eq. 3.39 torna-se:

$$I_0 \lambda_1^{n-1} v_{1R} e^{jkL_{final}} + R_0 \lambda_1^{n-1} v_{2R} e^{jkL_{final}} = 0. \quad (3.39)$$

Ainda, para a função periódica na seção inicial do duto ($x = L_{inicial}$) a condição inicial da pressão sonora (P_0) é dada como:

$$\begin{aligned} p_{0i}(x) + p_{0r}(x) &= A_0 e^{-jk(x+d)} + B_0 e^{jk(x+d)} \Big|_{x=-L_{inicial}} \\ &= \left(I_0 \lambda_1^{-1} v_{1I} + R_0 \lambda_2^{-1} v_{2I} \right) e^{-jk(d-L_{inicial})} \\ &\quad + \left(I_0 \lambda_1^{-1} v_{1R} + R_0 \lambda_2^{-1} v_{2R} \right) e^{-jk(d-L_{inicial})} \\ &= P_0 \end{aligned} \quad (3.40)$$

E conhecendo as condições de contorno, pode-se então determinar por meio das Eqs. 3.39 e 3.40 os valores das constantes I_0 e R_0 . Por fim, a Perda de Transmissão sonora do duto carregado periodicamente com n ressonadores de Helmholtz poderá ser expressada pela Eq. 3.41 (WU et al., 2019a), que é função das condições de contorno, das dimensões e da frequência de excitação do sistema.

$$PT = 20 \log_{10} \left| \frac{A_0}{A_{n+1}} \right| = 20 \log_{10} \left| \frac{I_0 \lambda_1^{-1} v_{1I} + R_0 \lambda_2^{-1} v_{2I}}{I_0 \lambda_1^n v_{1I} + R_0 \lambda_2^n v_{2I}} \right|. \quad (3.41)$$

No arranjo múltiplo de ressonadores (combinação de ressonadores em composição transversal e periódica) o efeito da combinação transversal pode ser implementado por meio da impedância equivalente dos m ressonadores presentes nas n seções periódicas (WU et al., 2019a). Assim, a impedância Z_H presente na matriz de transferência da Eq. 3.35 pode ser trocada pela impedância equivalente Z_{eq} da combinação dos m ressonadores e a Perda de Transmissão do sistema será então calculada como se segue para o arranjo unicamente periódico.

3.4 Influência do escoamento no duto principal

3.4.1 Influência na propagação da onda no interior do duto

Com base em Seybert (SEYBERT; ROSS, 1977), se um duto rígido carregado periodicamente com n ressonadores e que apresenta uma impedância complexa desconhecida Z_n e um coeficiente de reflexão α_n em sua terminação, é excitado por uma fonte acústica na presença de escoamento interno v , a pressão total e a velocidade da partícula na n -ésima seção do duto podem ser expressas como:

$$p(x, t) = \left[A(t)e^{-jk_i(x-x_n)} + B(t)e^{jk_r(x-x_n)} \right] e^{j\omega t}, \quad (3.42)$$

$$u(x, t) = \left[A(t)e^{-jk_i(x-x_n)} + B(t)e^{jk_r(x-x_n)} \right] \frac{e^{j\omega t}}{\rho c}, \quad (3.43)$$

onde, x_n é a coordenada local, k_i e k_r são os números de onda incidente e refletida, respectivamente expressos por:

$$k_i = \frac{k}{1 + M}, \quad k_r = \frac{k}{1 - M}, \quad (3.44)$$

sendo k o número de onda na ausência de escoamento e M o número de Mach.

Percebe-se que as Eqs. 3.44 e 3.43 são derivações das Eqs. 3.9 e 3.12 para os casos de ressonadores periodicamente distanciados entre si ao longo do duto com escoamento interno em função tanto do espaço quanto do tempo e a principal diferença está na consideração do efeito do escoamento através dos números de onda corrigidos a partir das variáveis k_i e k_r .

3.4.2 Influência no ressonador

Shi, Mark e Yang (SHI; MAK; YANG, 2013), assim como outros estudiosos, observaram que o efeito principal do escoamento sobre o desempenho acústico de ressonadores de Helmholtz está na resistência acústica e no comprimento efetivo do pescoço desses dispositivos. Alguns estudos propuseram modelos teóricos capazes de mensurar tal efeito sobre esses parâmetros, como Cummings (CUMMINGS, 1986) em seu trabalho sobre efeito do escoamento turbulento totalmente desenvolvido sob um orifício, onde propôs os seguintes equacionamentos para a resistência acústica do ressonador com escoamento e para a correção da intersecção duto-pescoço do ressonador, que contabiliza o efeito do escoamento sobre o comprimento efetivo do ressonador:

$$\frac{R_f c_0}{f d} = \left[12,52 \left(\frac{l}{D_p} \right)^{-0,32} - 2,44 \right] \left(\frac{u_*}{f D_p} \right) \quad (3.45)$$

$$\frac{\delta}{\delta_i} = \left(1 + 0,6 \frac{l}{D_p}\right) \exp \left[-\frac{\frac{u_*}{fl} - 0,12 \frac{D_p}{l}}{0,25 + \frac{l}{D_p}} \right] - 0,6 \frac{l}{D_p}, \quad \left(\frac{u_*}{fl} > \frac{D_p}{l}\right) \quad (3.46)$$

$$\frac{\delta}{\delta_i} = 1, \quad \left(\frac{u_*}{fl} \leq \frac{D_p}{l}\right) \quad (3.47)$$

onde, D_p , l , δ e δ_i são, respectivamente, o diâmetro e o comprimento do pescoço do ressonador, a correção do comprimento devido a intersecção duto-pescoço para os casos com escoamento no duto principal e essa mesma correção para os casos sem escoamento no duto principal. Por sua vez, f é a frequência de oscilação da onda incidente e u_* é a velocidade de fricção na camada limite, uma forma através da qual uma tensão de cisalhamento pode ser reescrita em unidades de velocidade. No caso geral, a velocidade de fricção pode ser obtida através da adimensionalidade das equações turbulentas do movimento, resultando na expressão:

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}, \quad (3.48)$$

onde, ρ refere-se à densidade do fluido e τ_w à tensão de cisalhamento local do fluido na parede no duto, que pode ser determinada por meio da média da velocidade de escoamento u_g e pelo coeficiente de resistência de Darcy-Weisbach C_f , como se segue:

$$\tau_w = \frac{\rho u_g^2 f}{8} \quad (3.49)$$

Ainda, utilizando a Eq. 3.50 na Eq. 3.48, tem-se:

$$u_* = \frac{u_g}{2} \sqrt{\frac{f}{2}}. \quad (3.50)$$

Por fim, aplicando a Eq. 3.45 na Eq. 3.21 e considerando o comprimento efetivo do ressonador como $l_e f = \delta_i + \delta$, obtém-se a impedância corrigida em função do efeito do escoamento no interior do duto principal, conforme demonstrado na Eq. 3.51.

$$Z_H^* = R_H + R_f + j \left(w M_H - \frac{1}{w C_H} \right). \quad (3.51)$$

3.4.3 Influência na Perda de Transmissão Sonora

Para a combinação de ressonadores com presença de escoamento do duto, a Perda de Transmissão pode novamente ser determinada utilizando o Método da Matriz de Transferência com aplicação do teorema de Floquet-Bloch (LIU et al., 2020), como demonstrado

na seção 3.3.2. Entretanto, deve-se aplicar a impedância e o comprimento efetivo do ressonador corrigidos para efeito do escoamento, como também a matriz de transferência do duto com o efeito do escoamento. Desse modo, a relação entre as magnitudes complexas da onda propagante no duto na (n+1) seção e na (n) seção do sistema torna-se:

$$\begin{Bmatrix} A_{n+1} \\ B_{n+1} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-(jk_i d)} & 0 \\ 0 & e^{(jk_r d)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \left(1 - \frac{\rho c}{2S_d Z_H^*}\right) & -\frac{\rho c}{2S_d Z_H^*} \\ \frac{\rho c}{2S_d Z_H^*} & \left(1 + \frac{\rho c}{2S_d Z_H^*}\right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_n \\ B_n \end{Bmatrix} = T \begin{Bmatrix} A_n \\ B_n \end{Bmatrix} \quad (3.52)$$

4 Método numérico

O uso de técnicas numéricas para resolução de problemas acústicos possibilita investigações de situações complexas impossíveis ou custosas de se solucionar por métodos analíticos. Dentro dos métodos numéricos, o Método dos Elementos Finitos é um dos mais utilizados para soluções de variados problemas físicos, inclusive, problemas acústicos (HOWARD; CAZZOLATO, 2014).

Porém, embora seja uma poderosa ferramenta para análise de sistemas acústicos, o método apresenta limitações quando há a presença de escoamento no sistema a ser analisado. Nestas condições, a aplicação da fluidodinâmica computacional por meio do método de volumes finitos, na prática, traz uma solução mais real aos sistemas acústicos com escoamento e geometrias complexas (LIU et al., 2020), por ser capaz de capturar os desprendimentos de vórtices e demais fenômenos aero-acústicos produzidos.

4.1 Método dos Elementos Finitos

O Método dos Elementos Finitos (MEF) é um método numérico que pode ser utilizado para calcular a resposta de um sistema devido à aplicação de funções de forças, podendo ser uma fonte acústica ou uma distribuição de forças mecânicas. O MEF pode ser utilizado para estimar a potência sonora irradiada por uma estrutura ou a distribuição do campo sonoro num espaço fechado. O método consiste em discretizar o modelo acústico em elementos, e a partir de um processo de assemblagem das relações matemáticas de cada elemento obter a solução aproximada do sistema global.

Há variados tipos de análises disponíveis para se conduzir pelo MEF. No caso do cálculo da resposta acústica de um sistema devido a excitação por uma força mecânica variável como variação sinusoidal de pressão e deslocamento do fluido, emprega-se a análise do tipo Harmônica (HOWARD; CAZZOLATO, 2014), sendo realizada variadas vezes em diferentes frequências de excitação para se obter então a resposta do sistema acústico dentro de uma banda de frequências de interesse.

4.1.1 Análise harmônica

Existem dois métodos para a análise da resposta harmônica de sistemas dinâmicos, o método “completo” e o método por superposição nodal (HOWARD; CAZZOLATO, 2014). O método completo é o aplicado neste trabalho. Neste método a solução do problema é o cálculo do vetor deslocamento $\{u\}$ (ou vetor $\{p\}$, que será mencionado na seção

seguinte) por meio das relações apresentada na Eq. 4.1 que envolve as matrizes de massa $[M]$, de amortecimento $[C]$, e de rigidez $[K]$ além do vetor força $\{f\}$ global.

$$\begin{aligned} [M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} &= \{f\} \\ -\omega^2[M]\{\ddot{u}\} + j\omega[C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} &= \{f\} \\ (-\omega^2[M] + j\omega[C] + [K])\{u\} &= \{f\} \\ \{u\} &= (-\omega^2[M] + j\omega[C] + [K])^{-1}\{f\}. \end{aligned} \quad (4.1)$$

4.1.2 Formulação do elemento

Há dois tipos de formulação de elementos em análise acústica: a formulação baseada em pressão e em deslocamento. A mais comum é a baseada em pressão na qual a pressão p dentro de um elemento finito pode ser escrita como (HOWARD; CAZZOLATO, 2014):

$$p = \sum_{i=1}^m N_i p_i, \quad (4.2)$$

onde, N_i e p_i são, respectivamente, a função de forma e pressão nodal relacionada ao nó i dentre m nós que formam o elemento. Para o caso de formulação baseada em pressão a relação que governa o problema é na forma:

$$[M]\{\ddot{p}\} + [K_f]\{p\} = \{F_f\}, \quad (4.3)$$

em que, $[K_f]$ é a matriz de rigidez equivalente do fluido, $[M_f]$ é a matriz de massa equivalente do fluido, $\{F_f\}$ é o vetor de forças equivalentes aplicadas ao sistema, $\{p\}$ é o vetor de pressão nodal desconhecida e $\{\ddot{p}\}$ é o vetor da segunda derivada temporal da pressão acústica. Rearranjado a Eq.4.3 na forma da Eq. 4.1 e considerando o sistema global, tem-se a solução do sistema na forma:

$$\{p\} = (-\omega^2[M_f] + [K_f])^{-1}\{F_f\}. \quad (4.4)$$

Enfatiza-se que a Eq. 4.4 não considera o amortecimento do sistema, assim a resposta tenderá ao infinito quando a frequência de excitação se aproximar da frequência natural do sistema acústico analisado.

4.1.3 Condições de contorno

Para que a análise pelo Método dos Elementos Finitos ocorra é necessário inserir condições de contorno no sistema a fim de aproxima-lo ao contexto real. No caso de

sistemas acústico envolvendo estudos da Perda de Transmissão sonora em dutos finitos, faz-se importante a aplicação de: contorno irradiadores, para aproximar a condição de terminações anecoicas do duto, e de velocidade de superfície normal, que é necessária como fonte de excitação em análises harmônicas (HOWARD; CAZZOLATO, 2014).

Contornos (ou limites) irradiadores são aplicadas as superfícies externas de um sistema acústico, ele define que a ondas de pressão incidentes normais à esta superfície sejam absorvidas e não refletidas novamente ao domínio acústico. Já a velocidade de superfície normal define que, quando aplicada à uma superfície externa do domínio acústico, estabeleça um deslocamento cíclico nos nós adjacentes a esta superfície e, portanto, gerando uma pressão acústica no domínio.

4.2 Fluidodinâmica Computacional

A Fluidodinâmica Computacional (em inglês: *Computational fluid dynamics* - CFD) consiste na análise de sistemas envolvendo escoamento de fluidos, transferências de calor e fenômenos associados a reações químicas através de modelagem numérica (MALISKA, 2017).

O CFD integra técnicas e conceitos relacionados às disciplinas de fenômenos de transporte, matemática e informática. É uma ferramenta de solução de sistemas físicos em pontos discretos, substituindo as equações diferenciais e integrais governantes do problema por equações algébricas, que são solucionadas iterativamente sobre o domínio computacional. A escolha das equações governantes dependerá das características do problema fluidodinâmico e das soluções que se deseja obter. Entretanto, nos problemas clássicos de fluidodinâmica, fazem-se presentes as equações da continuidade, do momento e da forma geral da energia que são expressas, respectivamente, para um escoamento não constante, compressível e viscoso, como (FLUENT, 2013):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = S_m, \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{v}) + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot \tau + \rho \vec{g} + \vec{F}, \quad (4.6)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho E) + \nabla \cdot (\rho E \vec{v}) = & \rho \dot{q} - \nabla \cdot (p \vec{v}) + \rho(f \cdot \vec{v}) \\ & + k_t T(\nabla \cdot \nabla^T) + (\nabla \cdot \tau) \cdot \vec{v}, \end{aligned} \quad (4.7)$$

onde, \vec{v} , τ , $\rho \vec{g}$ e \vec{F} são, respectivamente: o vetor velocidade do escoamento, o tensor de estresses viscosos, a força gravitacional e o vetor de forças externas definidos para um volume infinitesimal dV do fluido. Por sua vez, S_m é um termo fonte de massa adicionada

no meio contínuo, T é a temperatura, \dot{q} a taxa específica de transferência de calor, E a energia e k_t é o coeficiente de condutividade térmica do fluido.

O tensor de estresses τ é definido como apresentado a seguir, onde μ é a viscosidade molecular e I é o tensor identidades.

$$\tau = \mu \left[(\nabla \vec{v} + \nabla \vec{v}^T) - \frac{2}{3} \nabla \cdot \vec{v} I \right]. \quad (4.8)$$

Ainda, para se realizar o acoplamento da temperatura, pressão e densidade do fluido (CERBINO, 2021), acrescenta-se às três equações previamente apresentadas a lei dos gases ideais, expressa como (FLUENT, 2013):

$$\rho = \frac{P_0 + p}{\frac{R}{M_w} T}, \quad (4.9)$$

onde, P_0 é a pressão de referência, p a pressão estática local, R a constante universal dos gases e M_w a massa molecular do fluido.

4.2.1 Equações RANS

Na forma RANS (do inglês Reynolds Averaged Navier-Stokes), as variáveis das equações de Navier-Stokes (Eqs. 4.5, 4.6, 4.7 e 4.9) são decompostas em seus valores médios mais um componente de flutuação (FLUENT, 2013). Por exemplo, para a componente velocidade:

$$v_i = \bar{v}_i + v'_i, \quad (4.10)$$

onde, \bar{u}_i e u'_i são, respectivamente, os componentes médios e da flutuação da velocidade ($i = x, y, z$, considerando as coordenadas cartesianas).

Substituindo as expressões para as variáveis de escoamentos dentro das equações da continuidade e momento (Eqs. 4.5 e 4.6) e tomando o tempo médio, produz-se as equações Médias de Navier-Stokes:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = 0 \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho v_i) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho v'_i v'_j) = & - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial v_l}{\partial x_l} \right) \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial x_j} (-\rho \bar{u}'_i \bar{u}'_j) \end{aligned} \quad (4.12)$$

onde, os termos envolvendo flutuação da velocidade ($-\rho \bar{u}'_i \bar{u}'_j$) corresponde ao estresses

de Reynolds devidos a movimentos turbulentos e estão ligados ao campo de velocidade média através da equação de transporte do modelo de turbulência escolhido (SELAMET et al., 2011).

4.2.2 Modelo k - ε Realizable

O ANSYS Fluent®, software de análise fluidodinâmica escolhido para este trabalho, possui diferentes modelos de turbulências, incluindo o Large Eddy Simulation (LES), o Reynolds Stress Model (RSM), o Modelo k - ω e outros modelos. Entretanto, para esse trabalho optou-se pelo modelo k- ε Realizable, por apresentar correlação satisfatória com os dados experimentais nas análises acústica realizadas por Emel Selamet (SELAMET et al., 2011) e por Broxton (BROXTON; AMMERMAN; MARTIN, 2000).

O modelo k- ε Realizable é um modelo baseado nas equações de transporte para a energia cinética turbulenta (k) e para taxa de dissipação (ε). Nesse modelo, o escoamento é considerado totalmente desenvolvido, assim é válido apenas para os casos onde o escoamento é turbulento (FLUENT, 2013), como comumente encontrados em dutos.

O modelo k- ε Realizable difere do modelo k- ε padrão por conter uma nova formulação para a viscosidade turbulenta C_μ que, diferente k- ε do modelo padrão, é tratada como uma variável. Além disso, o modelo possui um nova equação de transporte para a taxa de dissipação (ε) que é derivada de uma equação exata para o transporte da flutuação da vorticidade (FLUENT, 2013).

Como resultado, o modelo apresenta melhores previsões para a taxa de espalhamento dos jatos e uma capacidade superior de captar o escoamento médio de estruturas complexas e escoamentos que envolvem rotação, camadas limite sob forte gradiente de pressão adversa, separação e recirculação (FLUENT, 2013).

Para o modelo k - ε Realizable, as equações de transporte para a energia cinética turbulenta (k) e para taxa de dissipação (ε) são expressas, respectivamente, como (FLUENT, 2013):

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial t}(\rho k v_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M + S_k, \quad (4.13)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon v_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_1 \rho S \varepsilon - C_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{k + \sqrt{\nu \varepsilon}} + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} C_{3\varepsilon} G_b + S_\varepsilon, \quad (4.14)$$

onde: G_k é a geração de energia cinética turbulenta devido ao gradiente de velocidade, G_b a geração de energia cinética turbulenta por efeito da flutuabilidade e Y_M é o termo de dissipação de dilatação. Por sua vez, C_1 , C_2 , $C_{1\varepsilon}$ e $C_{3\varepsilon}$ são constantes, σ_k e σ_ε são os números de Prandtl para k e ε , respectivamente. e S_k e S_ε são os termos fontes.

A constante C_1 , segundo (FLUENT, 2013) pode ser expressa como:

$$C_1 = \max \left[0, 43, \frac{\eta}{\eta + 5} \right], \eta = S \frac{k}{\varepsilon}, S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}} \quad (4.15)$$

Ainda, assim como no modelo $k-\varepsilon$ padrão, a viscosidade turbulenta (μ_t) é computada como:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (4.16)$$

em que, C_μ é uma variável dada como:

$$C_\mu = \frac{1}{A_0 + A_s \frac{kU^*}{\varepsilon}} \quad (4.17)$$

onde

$$U^* \equiv \sqrt{S_{ij}S_{ij} + \widetilde{\Omega}_{ij}^2} \quad (4.18)$$

$$\widetilde{\Omega}_{ij} = \Omega_{ij} - 2\varepsilon_{ijk}w_k \quad \bar{\Omega}_{ij} = \bar{\Omega}_{ij} - \varepsilon_{ijk}w_k$$

Aqui, $\bar{\Omega}_{ij}$ é a taxa média de rotação do tensor visualizada em uma referência móvel com velocidade angular igual à w_k . As constante A_0 e A_s são dadas por:

$$A_0 = 4,04, \quad A_s = \sqrt{6}\cos\phi$$

$$\phi = \frac{1}{3}\cos^{-1}(\sqrt{6}W), W = \frac{S_{ij}S_{jk}S_{ki}}{\bar{S}^3}, \bar{S} = \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)} \quad (4.19)$$

Em prosseguimento, G_k , de modo consistente com a hipótese de Boussinesq, é calculado como:

$$G_k = \mu_t S^2 \quad (4.20)$$

onde, $S \equiv \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$ é o módulo do tensor da taxa de deformação. Por sua vez, G_b é calculado como:

$$G_b = \beta g_i \frac{\mu_t}{\rho Pr_t} \frac{\partial \rho}{\partial x_i} \quad (4.21)$$

onde, Pr_t é o número de Prandtl para energia, g_i é a componente do vetor gravitacional na direção e β é o coeficiente de expansão termal, definido como:

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad (4.22)$$

4.2.3 Discretização

O ANSYS Fluent utiliza o Método dos Volumes Finitos para converter uma equação geral de transporte escalar em uma equação algébrica que pode ser resolvida numericamente. Este método consiste em dividir o domínio computacional em diversos volumes de controle e integrar a equação de transporte sobre cada volume, produzindo uma equação discreta que expressa a lei de conservação com base no volume de controle (FLUENT, 2013).

Considerando a seguinte equação de conservação para o transporte no regime transiente de uma quantidade escalar ϕ na forma integral para um volume de controle arbitrário V :

$$\int_V \frac{\partial \rho \phi}{\partial t} dV + \oint \rho \phi \bar{v} \cdot d\bar{A} = \oint \Gamma_\phi \nabla \phi \cdot d\bar{A} + \int_V S_\phi dV \quad (4.23)$$

onde:

ρ = Densidade

\bar{v} = Vetor velocidade

\bar{A} = Vetor área superficial

Γ_ϕ = Coeficiente de difusão para o escalar ϕ

$\nabla \phi$ = Gradiente de ϕ ($\partial \phi / \partial z$) i + ($\partial \phi / \partial y$) j

S_ϕ = Fonte do escalar ϕ por unidade de volume

A Eq. 4.23 é aplicada em cada volume de controle do domínio computacional e a discretização de equação em cada célula produz:

$$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} V + \sum_f^{N_{faces}} \rho_f \bar{v}_f \phi_f \cdot \bar{A}_f = \sum_f^{N_{faces}} \Gamma_\phi \nabla \phi_f \cdot \bar{A}_f + S_\phi V \quad (4.24)$$

onde:

N_{faces} = Número de faces ao redor do volume

ϕ_f = Valor do escalar ϕ convectados através da face f

$\rho_f \bar{v}_f \cdot \bar{A}_f$ = Fluxo de massa através da face

\bar{A}_f = Área da face

$\nabla \phi_f$ = Gradiente de ϕ na face f

V = Volume da célula

O valor $\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} V$ apresentado na Eq. 4.24 é definido da discretização temporal, discutido na seção 5.2.3.1.

Por padrão, a ANSYS Fluent armazena valores discretos do escalar ϕ no centro do volume. Contudo, valores nas faces dos volumes são requeridos para os termos convectivos

da Eq. 4.24. Esses valores nas faces são interpolados a partir do valor do centro do volume usando um esquema que a ANSYS chama de “contra vento”.

O esquema “contra vento” significa que o valor facial é derivado de quantidades na célula a montante relativa à direção da velocidade normal. A ANSYS possui algumas variações deste de esquema como o esquema de segunda ordem, onde o valor do escalar ϕ na face no volume é calculado por (FLUENT, 2013):

$$\phi_f = \phi + \nabla\phi \cdot \bar{r} \quad (4.25)$$

aqui, ϕ e $\nabla\phi$ são os valores do escalar centrado na célula e seu gradiente na célula a montante, respectivamente, e \bar{r} é o vetor deslocamento do centroide da célula a montante para o centroide da face. Ainda, o gradiente $\nabla\phi$, nesta ocasião, pode ser calculado por três métodos dentro do ANSYS Fluent, um deles é o método do “Gradiente com base em células de quadrados mínimos”, em que a mudança dos valores do escalar ϕ do centroide c_0 da célula 0 para o centroide c_i da célula i ao longo do vorto δr_i é calculado pela expressão (FLUENT, 2013):

$$\nabla\phi \cdot \delta r_i = (\phi_{c_i} - \phi_{c_0}) \quad (4.26)$$

4.2.3.1 Discretização temporal

Para simulações em regime transientes, as equações governantes devem ser discretizadas tanto no espaço quanto no tempo e a discretização temporal envolverá a integração de cada termo nas equações diferenciais ao longo de uma etapa temporal. Uma expressão genérica para a evolução no tempo de uma variável ϕ é dado por (FLUENT, 2013):

$$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} = F(\phi) \quad (4.27)$$

onde a função $F(\phi)$ incorpora qualquer discretização espacial.

Se a derivada do tempo for discretizada usando diferenças ao passado, a discretização de segunda ordem será dada por:

$$\frac{3\phi^{n+1} - 4\phi^n + \phi^{n-1}}{2\Delta t} = F(\phi) \quad (4.28)$$

4.2.4 Solução baseada em pressão

Selecionadas as equações governantes e o modelo de turbulência, o problema de escoamento pode ser então solucionado sob dois diferentes métodos numéricos, o baseado em pressão ou o baseado em densidade (FLUENT, 2013). Ambos solucionarão as equações de conservação de massa, momento, energia e turbulência e ambos seguirão as

etapas de: divisão do domínio computacional em volumes de controle discreto por meio de malha (volumes finitos), integração das equações de governo em cada volume de controle, transformando-as em equações algébricas para as variáveis discretas dependentes, tal como a velocidade, pressão, temperatura e volume, seguida da linearização das equações discretas e por fim a solução do sistema de equações lineares resultantes para produzir valores atualizados das variáveis dependentes, sendo que essa etapa é dependente do método numérico utilizado.

Para o método baseado em pressão o campo de velocidade é alcançado através da resolução de uma equação de pressão (FLUENT, 2013). A equação de pressão é derivada da continuidade e da equação de momento de tal forma que o campo de velocidade, corrigido pela pressão, satisfaz a continuidade. Uma vez que as equações governantes são não lineares e acopladas umas às outras, o processo de solução envolve iterações em que todo o conjunto de equações governantes é resolvido repetidamente até que a solução convirja.

O ANSYS Fluent® apresenta duas formas de soluções para método baseado em pressão, a forma segregada e a forma acoplada. A forma acoplada, por ter uma convergência melhor (FLUENT, 2013), é a que será abordada nesse trabalho. Esta forma resolve um acoplamento do sistema de equações compreendendo as equações de momento e de continuidade baseada em pressão. O algoritmo para esta solução é ilustrado na Fig. 10.

Complementa-se que dentro do ANSYS Fluent® há alguns algoritmos disponíveis para a realização deste acoplamento entre momento (velocidade) e a pressão, sendo eles: o SIMPLE, SIMPLEC, e o PISO, onde este último é um avanço em relação aos dois primeiros, por efetuar duas correções adicionais: a correção do “vizinho” e a correção de distorção.

Por fim, sobre o comportamento das equações de Navier Stokes elas podem assumir características Parabólicas, Elípticas e Hiperbólicas. Entretanto, nos casos analisados nesse trabalho, um esquema misto é empregado, onde as equações tomam um comportamento parabólico dentro e nas proximidades da camada limite e nas regiões onde o campo de velocidade subsônico é livre do efeito de cisalhamento da camada limite, as equações de Navier Stokes se comportam de modo elíptico.

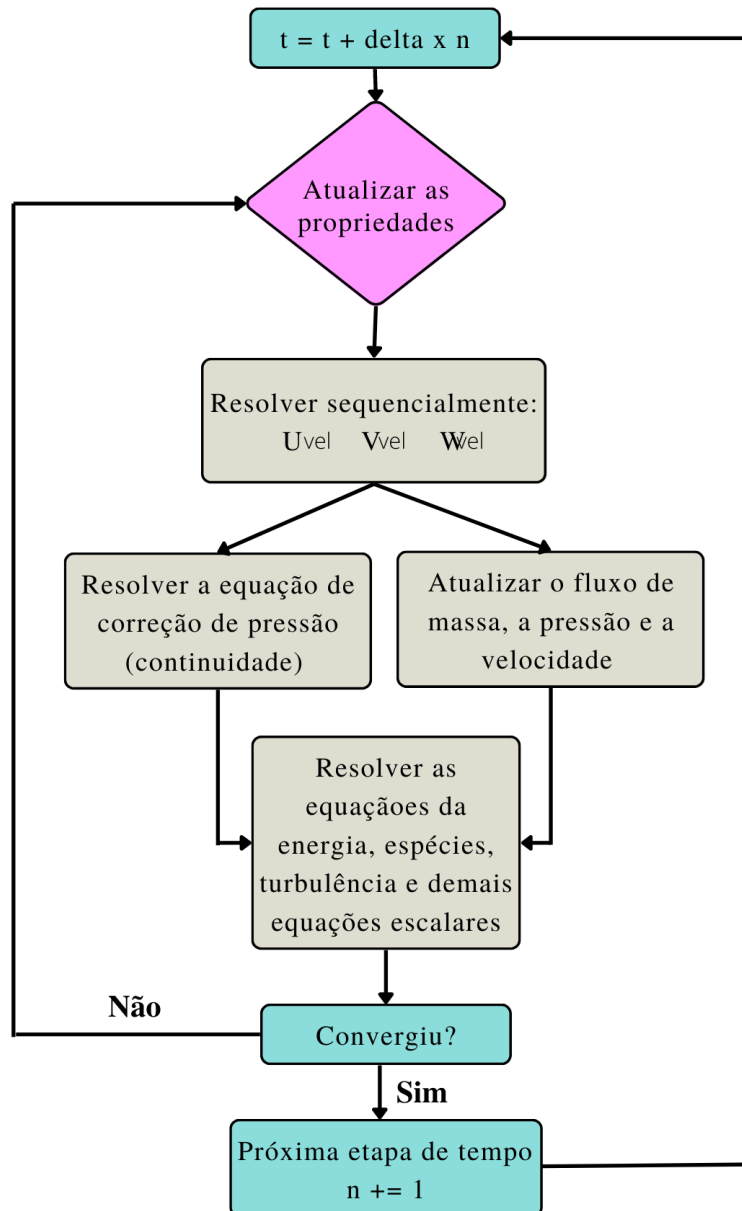


Figura 10 – Fluxograma do algoritmo baseado em pressão. Fonte: adaptado de (FLUENT, 2013).

Parte III

Metodologia

5 Metodologia

A metodologia de análise é elencada neste tópico, sendo separada em duas principais seções. A primeira é referente a análise de sistemas acústico (ressonadores conectados lateralmente à um duto) sem a presença de escoamento no duto principal tanto pelo método analítico quanto pelo método numérico. Por sua vez, a segunda seção refere-se às análises de sistemas acústicos com a presença de escoamento no duto principal.

A avaliação da eficiência e das capacidades dos equacionamentos e das metodologias numéricas apresentadas neste trabalho são realizadas em ambas as seções através de análises comparativas entre dados de referências públicas (adquiridos de forma experimental ou por outras metodologias validadas) e os resultados obtidos pelos métodos apresentados neste trabalho quando estudados e modelados os mesmos casos das referências selecionadas.

Ainda, em ambas as seções se propõe um caso acústico (denominado caso exemplo) que é base para o desenvolvimento das análises deste trabalho. Este é utilizado nas avaliações de performance atenuante em função da Perda de Transmissão sonora e dos gradientes de pressão e de velocidade ao longo do domínio acústico (nos casos analisados por métodos numéricos).

5.1 Análises sem escoamento

5.1.1 Avaliação do método analítico

Para demonstrar a capacidade da metodologia analítica em prever a Perda de Transmissão sonora de um duto carregado periodicamente com ressonadores de Helmholtz na ausência de escoamento, realizou-se uma comparação dos dados experimentais obtidos por Xu Wang (WANG; MAK, 2012) em seu estudo sobre propagação de ondas sonoras no interior de um duto com conjunto periódico de ressonadores de Helmholtz.

Neste, Xu Wang avalia experimentalmente, por meio da técnica dos dois microfones, a Perda de Transmissão média (Perda de Transmissão total dividida pela quantidade ressonadores) do conjunto periódico de cinco ressonadores rígidos e idênticos conectados à uma lateral de um duto rígido com terminação anecoica. A Fig. 11 ilustra o *setup* construído para este experimento onde as dimensões podem ser conferidas através da Tab. 1.

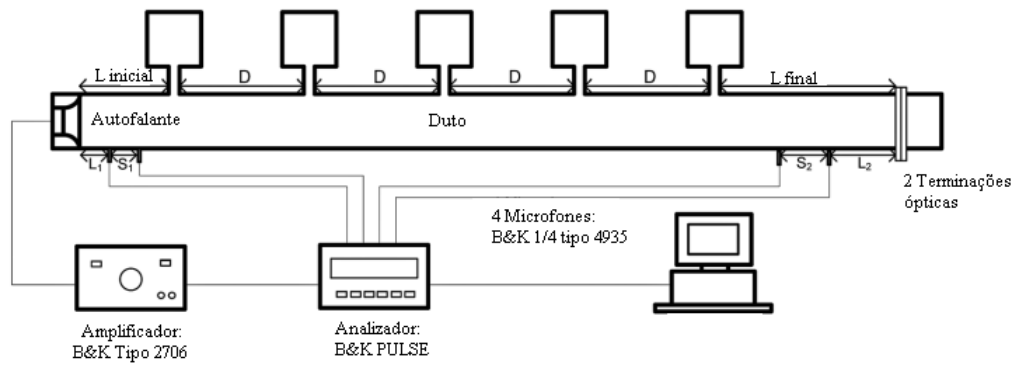


Figura 11 – Ilustração do *setup* do experimento realizado por Xu Wang para medição da Perda de Transmissão. Fonte: adaptado de (WANG; MAK, 2012).

Tabela 1 – Dimensões do *setup* do experimento realizado por Xu Wang para medição da Perda de Transmissão (WANG; MAK, 2012).

Raio do pescoço	Raio da cavidade	Comp. do pescoço	Comp. da cavidade	Seção transv. do duto	Comp. inicial e final do duto	Distancia periódica
R_n (cm)	R_c (cm)	l_n (cm)	l_c (cm)	S_d (cm ²)	$L_{inicial}$ (cm)	D (cm)
1,7	4,7	5,0	4,0	13,2	47,0	47,0

Portanto, com auxílio do MATLAB[®] e considerando: as dimensões listadas na Tab. 1, as condições de contorno utilizadas por Xu Wang ($P_0 = 1$ e $\alpha = 0$), a densidade do ar e a velocidade do som em 288,15 K ($c = 340,5$ m/s e $\rho = 1,204$ kg/m³), calculou-se a impedância dos ressonadores através da Eq. 3.21 e a Perda de Transmissão da onda sonora por meio da Eq. 3.41 em 80 pontos de frequências de oscilação igualmente distribuídos dentro de uma faixa de frequências de 100 a 800 Hz. O fluxograma da Fig. 12 ilustra o algoritmo criado para realizar a análise.

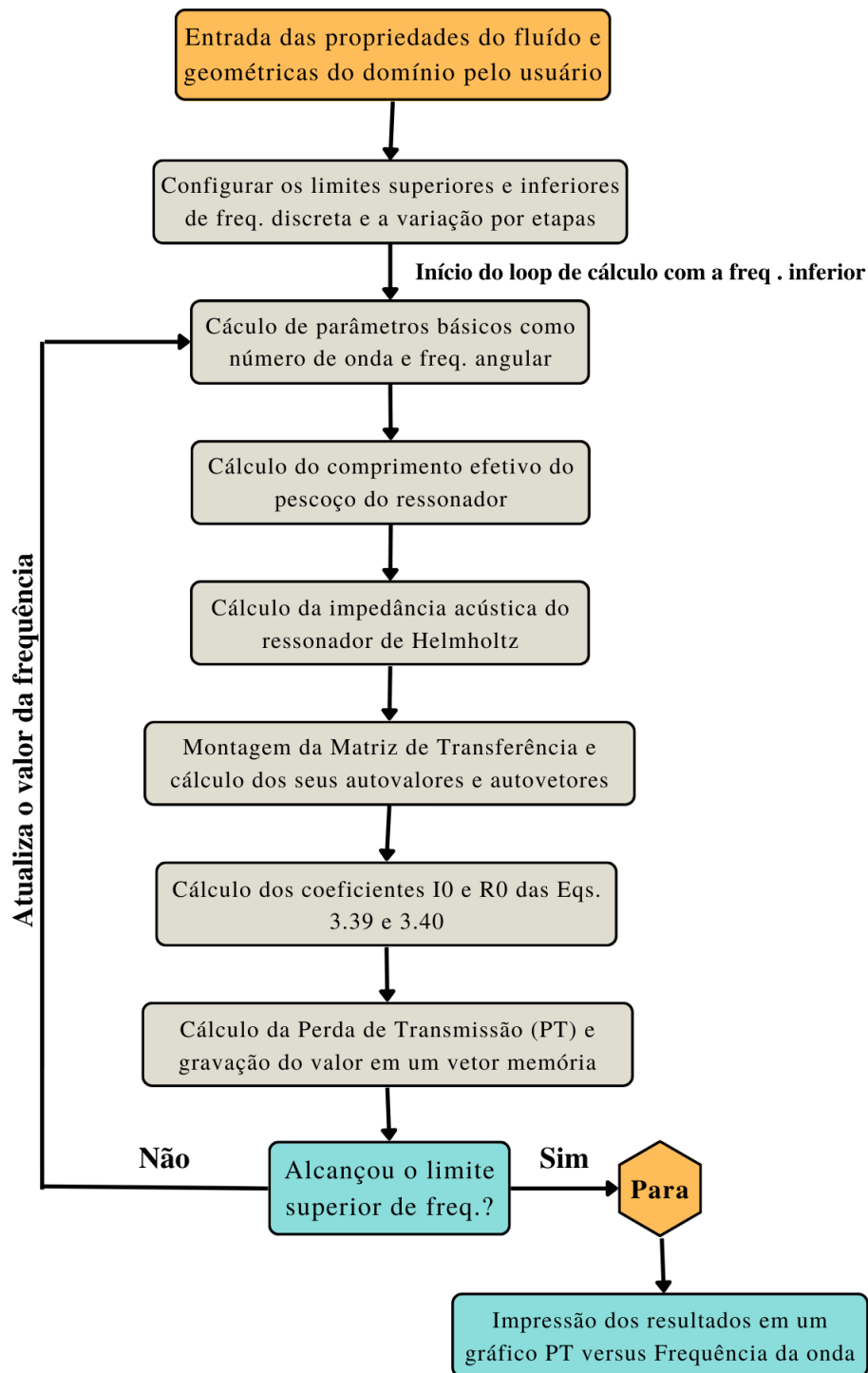


Figura 12 – Fluxograma do algoritmo criado para as análises através do método analítico.
Fonte: de autoria própria.

Nesta etapa, além da comparação qualitativa do comportamento da Perda de Transmissão ao longo da faixa de frequências de atenuação, comparou-se a predição da faixa de frequências de banda bloqueio, que são os espectros de frequências em que a energia da onda é atenuada quando atravessa cada unidade de ressonador no duto.

Complementando, para avaliar o comportamento da inserção transversal (ou paralela) de ressonadores de Helmholtz no duto obtido por meio do método analítico, utilizou-se as dimensões do ressonador e do duto apresentada na Tab. 1 e variou-se a quantidade de ressonadores de dois a quatro numa mesma seção transversal. Então, os resultados foram comparados qualitativamente tanto em relação à Perda de Transmissão sonora quanto na largura da Faixa de Frequências de Bloqueio, com base nos resultados e observações de Sang-Hyun Seo e Yang-Hann Kim (SEO; KIM, 2005) sobre design de sistema acústico por uso de arranjo de ressonadores para redução de ruídos em baixa frequência.

5.1.2 Avaliação do método numérico

5.1.2.1 Método dos Elementos Finitos

O Método dos Elementos Finitos Tridimensional foi utilizado para comparação quantitativa e qualitativa dos seus resultados com os obtidos via método analítico e experimental da configuração unicamente periódica de ressonadores, além da comparação de seus resultados com os resultados analíticos das três diferentes configurações periódica e transversais de ressonadores ao longo do duto, mencionados na seção 5.1. Nesta etapa, empregou-se o ANSYS *Mechanical*® com extensão acústica (*Acoustic Extension*) como ferramenta para modelar, solucionar e extrair os resultados dos sistemas acústicos em estudo.

Quatro modelos tridimensionais foram construídos, sendo o primeiro o modelo para análise do sistema com os ressonadores em configuração unicamente periódica e os demais modelos para as análises dos sistemas nas três diferentes configurações periódica e transversais. Estes modelos são ilustrados nas Figs. 13 (a) a 13 (d).

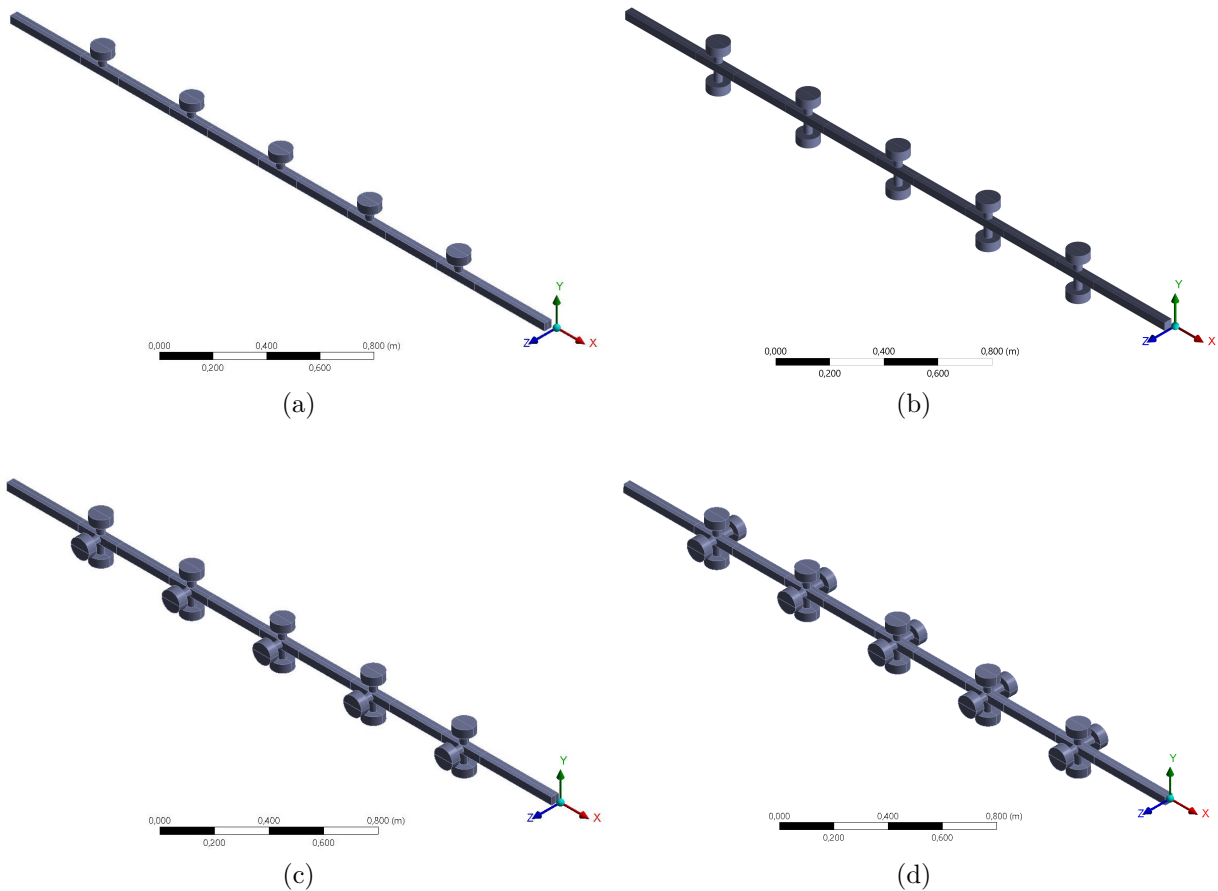


Figura 13 – Modelos tridimensionais dos sistemas acústicos analisados, sendo: Caso 1 (a), caso 2 (b), caso 3 (c) e o caso 4 (d). Fonte: de autoria própria.

Posteriormente, para confecção da malha sobre o domínio acústicos, utilizou-se de elementos acústicos lineares (8 nós) tridimensionais tetraédrico FLUID 30. A Tab. 2 apresenta as características das malhas dos modelos acústicos e a Fig. 14 ilustra um exemplo de malha utilizada nas análises conduzidas. Ademais, o modelo do caso 1 teve seu domínio discretizado por três malhas distintas, cada uma com densidade de elementos maiores entre si, possibilitando, assim, se conhecer a sensibilidade da malha sobre a análises executadas.

Tabela 2 – Parâmetros quantitativos e qualitativos das malhas dos modelos utilizadas nas análises acústicas por MEF sem escoamento.

Parâmetro	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
Quantidade de nós	17574	29491	41164	52047
Quantidade de elementos	81896	140602	199662	253475
Índice de qualidade média	0,78	0,78	0,79	0,79

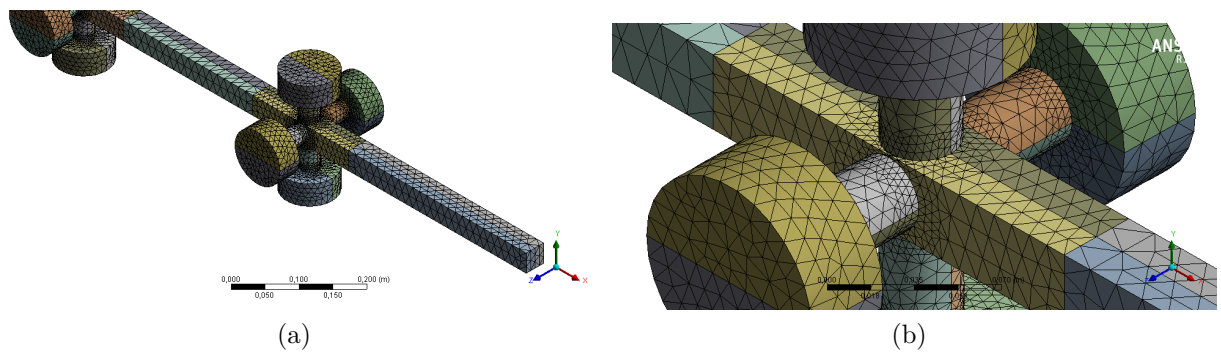


Figura 14 – Malha sobre o domínio do modelo acústico do caso 4 (a) e detalhe da malha nas interseções pescoço-duto e pescoço-cavidade do ressonador (b). Fonte: de autoria própria.

Para as condições de contorno, tomou-se as mesmas características do ar empregadas na seção 5.1, aplicou-se na face da extremidade de entrada do duto a condição de carregamento do sistema como velocidade de superfície normal com amplitude igual à 0,001 m/s, além de contornos irradiadores em ambas as faces das extremidades do duto para simular as propriedades anecoicas das terminações do mesmo, a Fig. 15 ilustra essas condições. Por fim, performou-se análises da resposta harmônica do sistema acústico em 80 pontos igualmente distribuídos dentro de um intervalo de frequências de 100 a 800 Hz.

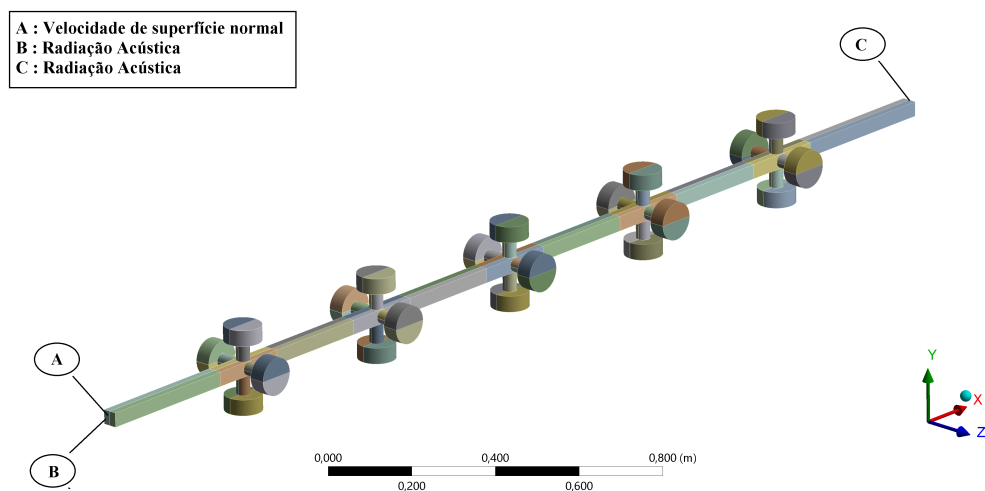


Figura 15 – Condições de contornos aplicadas ao modelo acústico. Fonte: de autoria própria.

5.1.3 Caso Exemplo

Após as avaliações das capacidades dos métodos elencados, o arranjo de 8 ressonadores rígidos ilustrado na Fig. 16 foi desenhado para as análises do desempenho acústico do sistema sem escoamento no interior do duto principal.

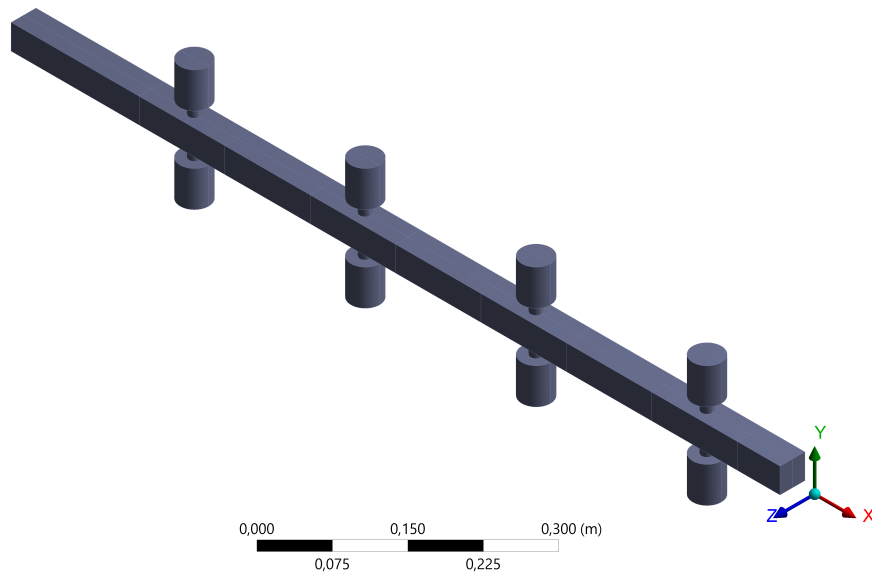


Figura 16 – Modelo tridimensional do caso exemplo. Fonte: de autoria própria.

A Tab. 3 lista as dimensões do modelo ilustrado na Fig. 16. As dimensões da cavidade dos ressonadores foram determinadas afim de se obter uma frequência de ressonância próxima de 600 Hz, o comprimento dos ressonadores foi estabelecido com base nos resultados de (SELAMET et al., 2011), em que, dentre de seus resultados numéricos, foi possível observar uma maior influência do escoamento na performance acústica quanto maior o comprimento do pescoço do ressonador, por reduzir a interação entre a cavidade e o duto principal. Desse modo, buscou-se minimizar este parâmetro para que se tornem mais pronunciadas as interações cavidade-duto principal nas futuras análises com escoamento via CFD. As dimensões da seção transversal do duto principal foram escolhidas de forma a possibilitar uma frequência de corte do duto maior que a frequência de atuação das características atenuantes no ressonador, a fim de garantir que a presunção de propagação apenas de ondas planares no interior do duto seja atendida. Optou-se pela geometria quadrangular da seção transversal do duto devido maior facilidade de manuseio da malha nas análises numéricas.

Tabela 3 – Dimensões do modelo acústico exemplo.

Raio do pescoço	Raio da cavidade	Comp. do pescoço	Comp. da cavidade	Seção transv. do duto	Comp. inicial e Dist. periódica	Comp. final
R_n (cm)	R_c (cm)	l_n (cm)	l_C (cm)	S_d (cm ²)	$L_{inicial}$ e D (cm)	L_{final} (cm)
0,75	2,0	1,75	5,0	12,25	24,0	12,0

5.1.3.1 Análise pelo método analítico

Repetindo o processo realizado anteriormente, com auxílio do MATLAB® e utilizando-se das dimensões apresentadas na Tab. 3 e das propriedades do ar da seção 5.1, calculou-se a impedância dos ressonadores através da Eq. 3.21 e a Perda de Transmissão da onda sonora por meio da Eq. 3.41 em 80 pontos de frequências igualmente distribuídos dentro de uma faixa de frequências variando de 200 a 1200 Hz. O fluxograma da Fig. 12 descreve o algoritmo seguido para as análises analíticas aqui realizadas.

5.1.3.2 Análise pelo método numérico

Em complemento, a análise do caso acústico foi conduzida pelo Método dos Elementos Finitos tridimensional, assim como realizada na seção 5.2.1. Primeiramente, o sistema acústico foi modelado dentro do ambiente Ansys SpaceClaim e posteriormente discretizado com malha de 65739 elementos (quantidade definida com base no estudo de sensibilidade pretérita mencionada) tetraédricos tridimensionais FLUID 30 em todo o domínio computacional, conforme ilustrado na Fig. 17, tomando preocupação de se refinar as interseções entre o pescoço e o duto e entre o pescoço e a cavidade para realçar a complexidade do campo de velocidade das partículas acústicas e do nível de pressão sonora nestas regiões (HOWARD; CAZZOLATO, 2014).

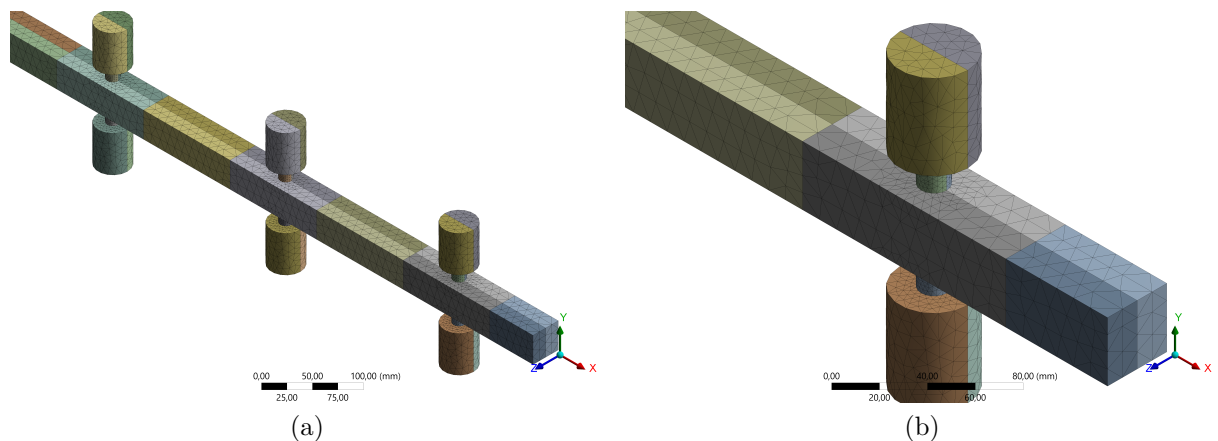


Figura 17 – Malha sobre o domínio do modelo acústico do caso exemplo (a) e detalhe da malha na interseções pescoço-duto e pescoço-cavidade do ressonador (b). Fonte: de autoria própria.

Para as condições de contorno, tomou-se as características do fluido utilizadas na seção 5.3.1.1, aplicou-se a condição de carregamento do sistema como velocidade de superfície normal com amplitude igual à 0,001 m/s em uma das extremidades do duto (face de entrada), e novamente, aplicou-se contornos irradiadores para simular as propriedades anecoicas das terminações do duto. Por fim, a análise da resposta harmônica do sistema acústico foi conduzida em 80 pontos de frequências igualmente distribuídos dentro de uma faixa de frequências variando de 200 a 1200 Hz.

5.2 Análise com escoamento

5.2.1 Avaliação do método analítico

Afim de avaliar a metodologia analítica para predição da Perda de Transmissão sonora de conjunto de ressonadores Helmholtz em um duto com correções para o efeito do escoamento, apresentada na seção 3.3, o modelo de acústico analisado por Jiang-Wei Liu (LIU et al., 2020), que consiste em um conjunto de 5 ressonadores periodicamente distanciados ao longo de um duto reto e rígido, é utilizado. A Tab. 4 apresenta as principais dimensões deste modelo.

Tabela 4 – Dimensões do *setup* do experimento realizado por Jiang-Wei Liu (LIU et al., 2020) para medição da Perda de Transmissão.

Raio do pescoço	Raio da cavidade	Comp. do pescoço	Comp. da cavidade	Seção transv. do duto	Comp. inicial e final do duto	Distancia periódica
R_n (cm)	R_c (cm)	l_n (cm)	l_c (cm)	S_d (cm ²)	$L_{inicial}$ (cm)	D (cm)
2,022	7,66	8,05	24,42	113,10	110,0	110,0

Neste trabalho, Jiang-Wei Liu utilizou-se de metodologias analíticas e numérica para a examinar o comportamento da Perda de Transmissão sonora do modelo sob escoamento interno do duto principal. E, ainda que não haja dados experimentais no trabalho de Jiang-Wei Liu para a exata configuração periódica, é possível verificar a consistência dos resultados por meio do trabalho de Emel Selamet (SELAMET et al., 2011) que examina o efeito do escoamento na Perda de Transmissão obtida por um único ressonador com mesmas dimensões listadas na Tab. 4. Quando comparado os resultado para a frequência de ressonância e sua variação devido o escoamento dos dois trabalhos, nota-se semelhanças significativas embora os métodos sejam distintos.

Posto isso, utilizando-se do MATLAB® e das mesmas características do fluido aplicadas no artigo de referência, calculou-se a Perda de Transmissão sonora sob o efeito do escoamento para três números de Mach (0,0, 0,05 e 0,1) a partir do equacionamento apresentado na seção 3.3, seguindo o algoritmo do ilustrado no fluxograma da Fig. 18.

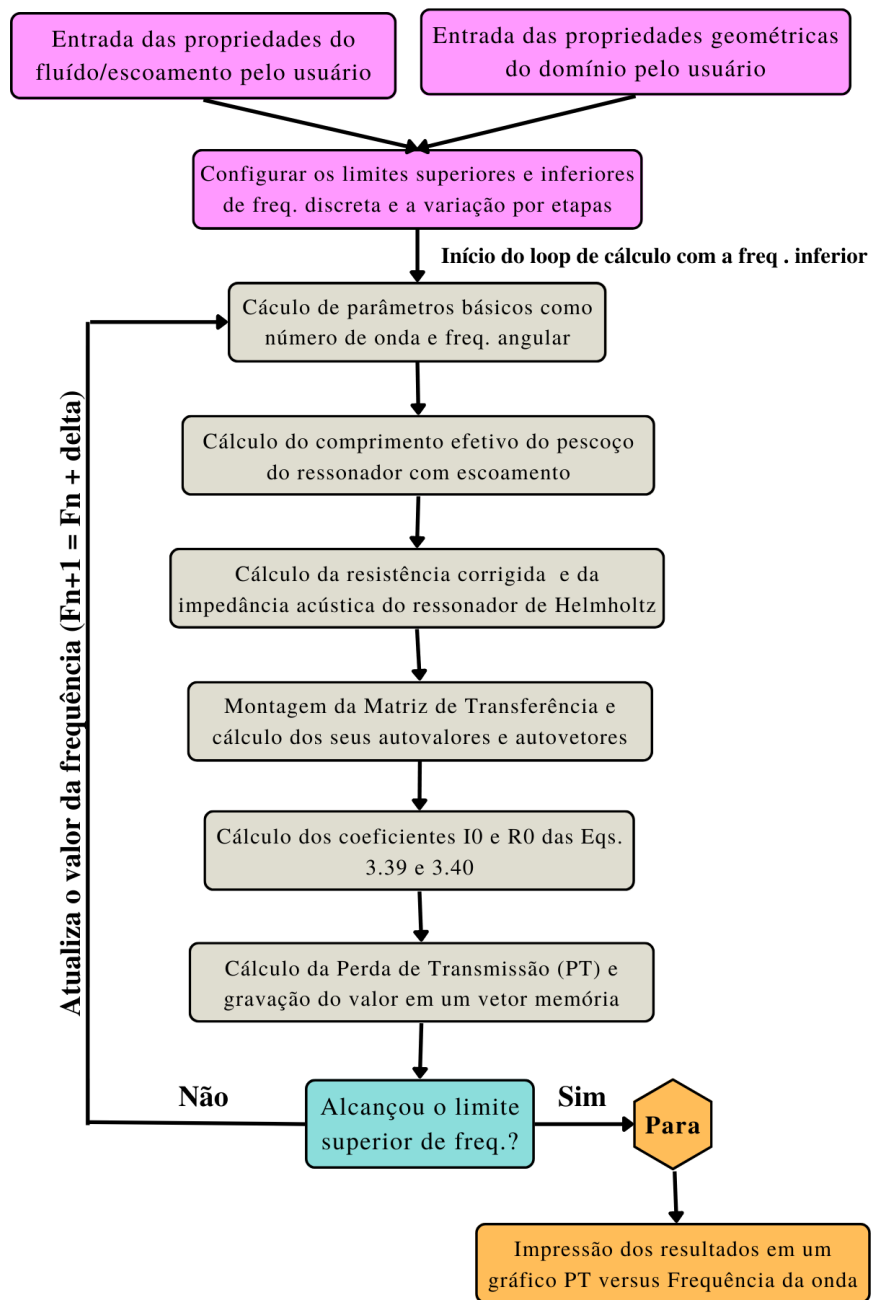


Figura 18 – Fluxograma do algoritmo concebido para as análises através do método analítico. Fonte: de autoria própria.

Os resultados obtidos pelo método analítico foram então comparados graficamente com os resultados obtidos do trabalho de Jiang-Wei Liu, de modo a demonstrar a integridade do método e das ferramentas propostas.

5.2.2 Avaliação do método numérico

Para a avaliação do Método do Volumes Finitos, o modelo acústico estudado por Emel Selamet (SELAMET et al., 2011) é utilizado. Entretanto, devido à necessidade de confecção de malha com alta densidade de elementos próximo à intersecção do ressonador ao duto, necessária para capturar as pequenas flutuações de pressão da onda acústica, além do pequeno passo de tempo ($4e-5$ segundos) optou-se pela confecção de um modelo bidimensional, a fim de se reduzir custo computacional.

Estudos de casos acústicos semelhantes com modelos bidimensionais são retratados na literatura, como no trabalho de Asim Iqbal (IQBAL; SELAMET, 2010), onde mesmo com a bidimensionalidade do modelo as características atenuantes e os efeitos do escoamento interno são capturados satisfatoriamente.

A Fig.19 ilustra o modelo acústico e suas as principais dimensões. Este sistema acústico retrata um experimento dos dois microfones, onde a oscilação de pressão é captada no domínio do tempo em dois pares de posições ao longo do duto principal.

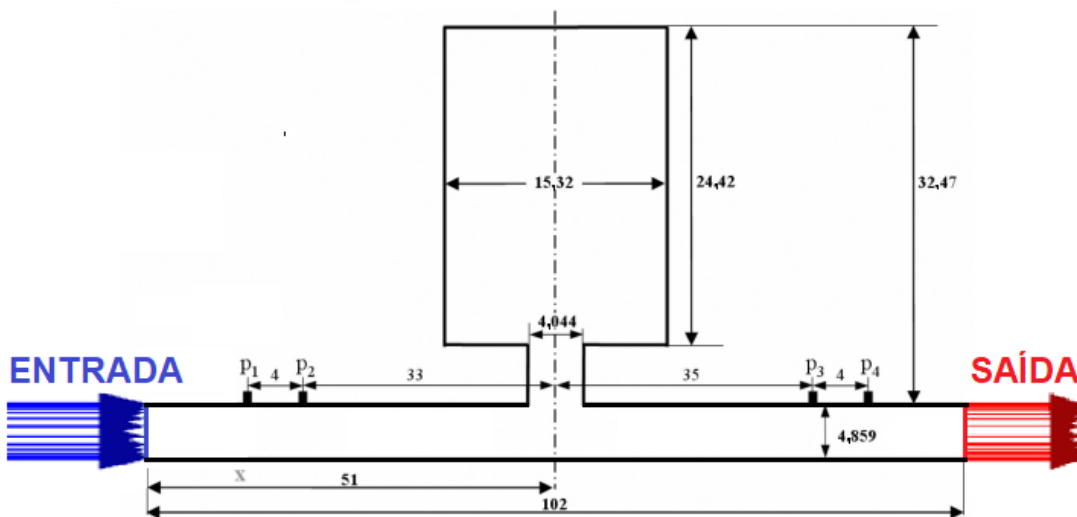


Figura 19 – Domínio físico bidimensional do modelo acústico de Emel Selamet (SELAMET et al., 2011). P1, P2, P3 e P4 representam as quatro posições de medição da pressão estática para cálculo da Perda de Transmissão sonora. Fonte: adaptado de (SELAMET et al., 2011).

Para as análises, o modelo citado é confeccionado na ferramenta CAD Space Claim e a malha estruturada com 15487 elementos de volume (alta densidade de elementos) lineares de geometria retangular é realizada com auxílio da ferramenta MESH. A Fig. 20 ilustra a malha desenvolvida.

Nesta etapa, realizou-se um refinamento de malha próximo às paredes do duto principal e do pescoço do ressonador, regiões onde a resolução da camada limite é importante para as análises efetuadas. Ademais, para balizar o refinamento nessas regiões, utilizou-se como parâmetro um valor de Y_{plus} menor que 10 no caso de maior velocidade

de escoamento a fim de que a função de parede escalável seja apropriadamente utilizada, conforme mencionado no guia do Software Ansys Fluent (FLUENT, 2013).

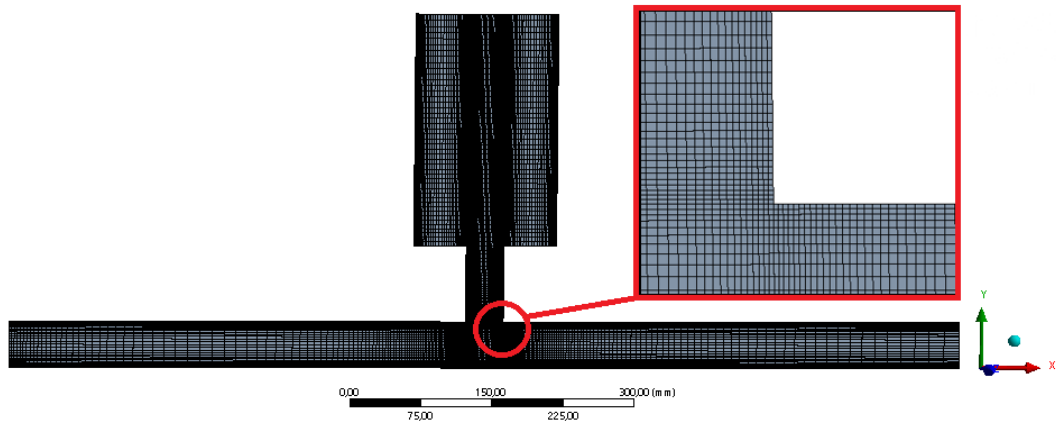


Figura 20 – Malha sobre o domínio computacional do modelo acústico de Emel Selamet (SELAMET et al., 2011) utilizada nas análises pelo Método dos Volumes Finitos e detalhe do refinamento próxima às paredes. Fonte: de autoria própria.

Discretizado o domínio, o estudo aeroacústico é realizado por meio do software de análise Ansys Fluent. Nele, o domínio discretizado é importado e, para uma convergência mais eficiente de resultados no regime transiente, o sistema é primeiramente analisado no regime estático.

Tanto no estudo estático quanto no transiente a solução é baseada em pressão e o modelo k-epsilon Realizable é utilizado como modelo turbulência. Para as análises, as constantes padrões do modelo de turbulência foram utilizadas e estão listadas na Tab. 5.

Tabela 5 – Constantes do modelo k-epsilon Realizable.

Constante	Valor
C2 - Epsilon	1,9
TKE - Prandtl Number	1,0
TDR - Prandtl Number	1,2
Energy Prandtl Number	0,85
Wall Prandtl Number	0,85

Para o acoplamento pressão-velocidade utilizou-se o algoritmo PISO (Pressure-Implicit with Splitting of Operators), Para discretização espacial usou-se do esquema contra vento de segunda ordem para as equações de densidade, momento, energia, energia cinética turbulenta e para taxa de dissipação turbulenta.

Para o estudo no regime estático, uma velocidade média do escoamento na face inicial esquerda do sistema e uma pressão de saída com magnitude de 0 Pascal de pressão manométrica (pressão ambiente) na face direita do domínio ilustrado na Fig. 19 foram aplicadas como condições de contorno do sistema. Ainda, colocou-se uma intensidade turbulência de 0,5% e um diâmetro hidráulico de 0,04859 m como parâmetros de turbulência.

Para os valores de controle da solução utilizou-se o padrão do software. Para as propriedades do fluido, considerou as mesmas utilizadas por Emel Selamet (SELAMET et al., 2011) e configurou o fluido como ideal.

Ajustou a análise, o modelo foi rodado na condição estática até se atingir a convergência de resíduos e a estabilidade da pressão estática nas quatro posições ilustradas na Fig. 19.

Após a convergência, a solução estática foi utilizada então para iniciar a solução transiente. Nesta etapa uma solução transiente implícita de segunda ordem foi empregada. Como condições de contorno, uma onda sonora foi aplicada na face de entrada do sistema a partir de um condição de velocidade variável por uma função senoidal de 0,01 m/s de amplitude, conforme Eq. 5.1, onde “ u_{in} ” é a velocidade média do fluido e “ w ” é a frequência de oscilação da onda sonora em rad/s.

$$u(x = 0) = u_{in} + a_{in} \sin(wt) \quad (5.1)$$

Ademais, a condição de pressão aplicada da saída na análise estática é mantida e condições de não reflexão de onda foram aplicadas tanto da face de entrada quanto na face de saída do modelo, para que a onda sonora incidente nestas regiões não fossem refletidas novamente para o interior do sistema, alterando assim o resultado de pressão estática captada nas quatro posições mencionadas anteriormente. Por fim, definiu-se um passo de tempo igual o 4E-5 segundos (valor escolhido com base nas referência Ref. (IQBAL; SELAMET, 2010) e no maior período de oscilação de onda) para todas as velocidades médias de escoamento a serem analisados.

Concluindo as configurações, a análise foi executada até se atingir a estabilização das flutuações de pressão estática nas quatro posições de análise, flutuações essas que representam a onda sonora. Como o resultado alcançado é dado no domínio tempo e o cálculo da Perda de Transmissão sonora é em função da frequência onda incidente, tornou-se necessário a conversão das curvas de pressão estática obtidas do domínio do tempo para o domínio da frequência através da Transformada Rápida de Fourier (FFT).

De posse da magnitude de pressão estática nas quatro posições, calculou-se a magnitude da Perda de Transmissão por meio da Eq. 5.2 (SELAMET et al., 2011), onde, P_1 , P_2 , P_3 e P_4 representam as magnitudes de pressão estática nas posições 1, 2, 3 e 4, respectivamente, “ d ” a distância entre dois pontos consecutivos, “ f ” a frequência da onda sonora incidente e $k_r = \frac{k}{1-M}$ o número de onda da onda sonora refletida sob efeito do escoamento.

$$PT = 20 \log_{10} \left| \frac{P_1(f)^{ik_r d} - P_2(f)}{P_3(f)^{ik_r d} - P_4(f)} \right| \quad (5.2)$$

Todo processo preteritamente mencionado foi repetido alterando a frequência da onda incidente aplicada na condição de contorno de entrada de forma a se obter a magnitude de Perda de Transmissão em algumas frequências discretas possibilitando assim a confecção de uma curva de resposta dentro do conjunto de frequências de interesse.

Os resultados obtidos pelo método numérico foram então comparados graficamente com os resultados apresentados no trabalho de Emel Selamet (SELAMET et al., 2011) de modo a demonstrar a capacidade do método e das ferramentas propostas.

5.2.3 Caso Exemplo

Para a análise do efeito do escoamento sobre a performance atenuante do caso exemplo, apresentado na seção 5.1.3, utilizou-se das mesmas dimensões listadas na Tab. 3. Entretanto, devido a necessidade de reduzir custos computacionais e de adaptar o modelo para o estudo com escoamento, optou-se pela retirada de uma seção transversal de ressonadores e pelo aumento do comprimento inicial e final do duto (de 0,24 m e 0,12 m para 0,37 m cada), o que resultou no sistema acústico ilustrado na Fig. 21. O sistema foi então analisado pelas mesmas metodologias validadas e discutidas nas seções 5.2.1 e 5.2.2

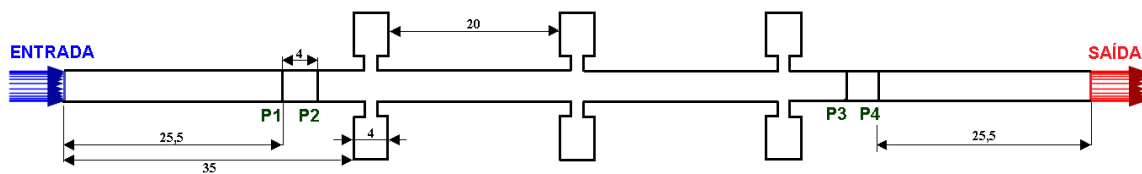


Figura 21 – Domínio físico bidimensional do caso exemplo para análises pelo Método dos Volumes Finitos. P1, P2, P3 e P4 representam as quatro posições de medição da pressão estática para cálculo da Perda de Transmissão sonora. Fonte: de autoria própria.

Para o caso analítico, o fluxograma apresentado na Fig. 18 é repetido e os resultados são apresentados em um gráfico de Perda de Transmissão versus frequência da onda incidente. Já para a análise através do Método dos Volumes Finitos, as configurações do software, as condições de contornos e as etapas de análise descritas e empregadas na seção 5.2.2 para a avaliação do Método dos Volumes Finitos implementado no Ansys Fluent foram repetidas, alterando apenas o domínio físico e, conseqüentemente, a discretização em volumes. As Figs. 22 e 23 ilustram a malha estruturada com 38444 elementos lineares e retangulares (malha de alta densidade) confeccionada sobre o domínio físico para suportar as análises numéricas, onde, novamente, tomou-se os mesmos cuidados mencionados na seção 5.2.2 quanto ao parâmetro Y_{plus} por meio do refinamento de malha nas regiões próximas às paredes do duto principal e do pescoço dos ressonadores, conforme ilustrado na Fig. 24.

As análises foram realizadas em dez frequências discretas a fim de formar um gráfico de Perda de Transmissão por frequência de onda incidente.

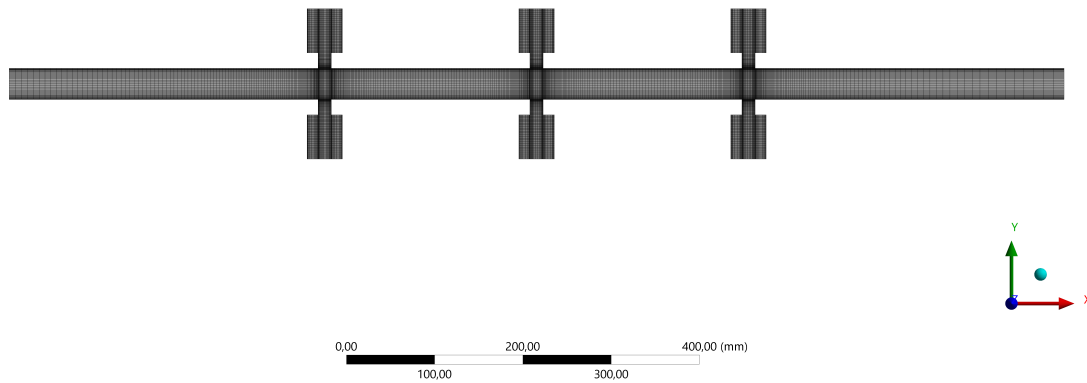


Figura 22 – Malha sobre o domínio físico bidimensional do caso exemplo utilizada nas análises pelo Método dos Volumes Finitos. Fonte: de autoria própria.

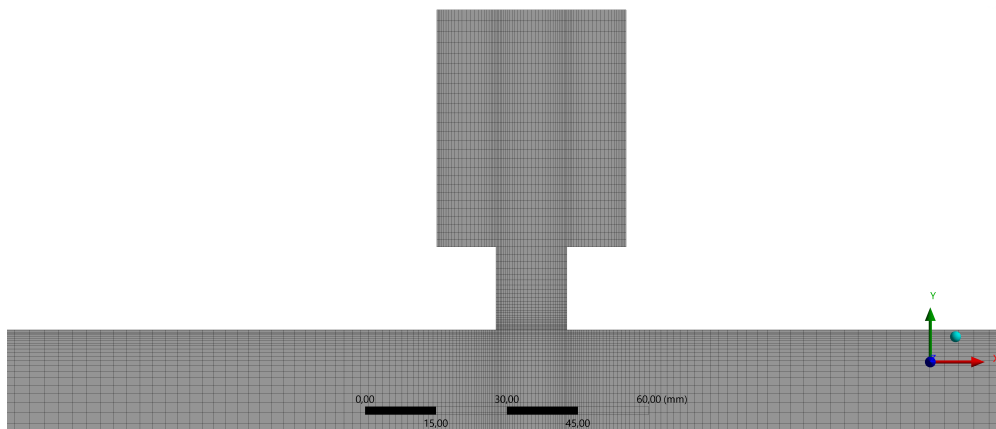


Figura 23 – Detalhe da malha na região de intersecção entre o pescoço e o duto principal. Fonte: de autoria própria.

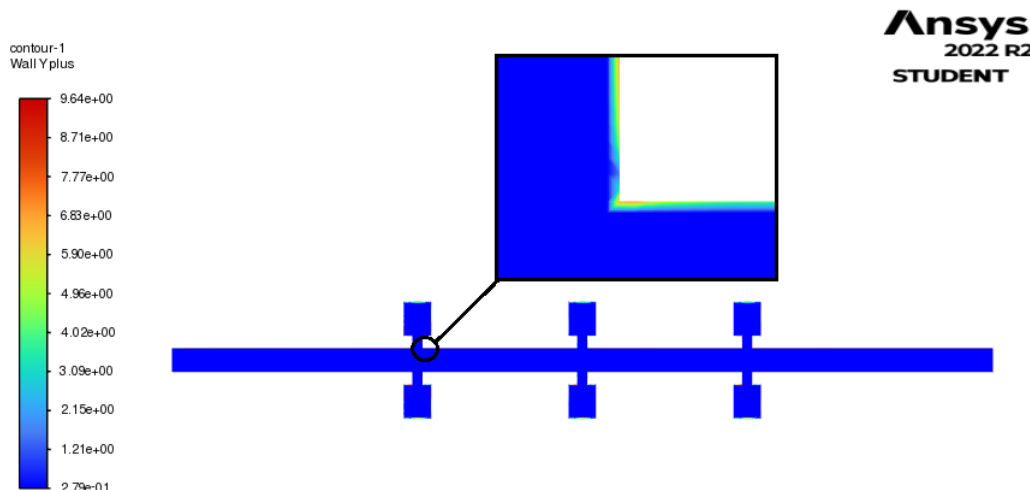


Figura 24 – Parâmetro Y_{plus} da malha sobre o domínio computacional bidimensional do caso exemplo no caso de velocidade de escoamento igual à Mach 0,05. Fonte: de autoria própria.

5.2.3.1 Análise de sensibilidade de malha

Uma análise de sensibilidade de malha foi performada para averiguar a interferência da densidade de células sobre a de Perda de Transmissão sonora no sistema do caso exemplo. Nesta etapa, três malhas estruturas com diferentes densidades de células retangulares e lineares (11501, 18690 e 38444 células) foram confeccionadas sobre o domínio do caso exemplo. Nesta etapa, para a confecção das diferentes malhas, alterou-se a quantidade de nós em cada parede e o número do fator de crescimento de células almejando manter o refinamento próximo às paredes do duto principal e dos ressonadores segundo o mesmos parâmetros mencionado na seção 5.2.2. Posteriormente, os domínios discretizados foram analisados sob as condições de Mach igual à 0,05 e de 550 Hz de frequência de onda) e os resultados de Perda de Transmissão foram comparados para averiguar a influência da densidade de células.

Parte IV

Resultados e Discussão

6 Resultados e Discussão

6.1 Análises sem escoamento no duto principal

6.1.1 Avaliações

6.1.1.1 Combinação unicamente periódica

O gráfico da Fig. 25 apresenta a comparação dos resultados obtidos via método analítico, MEF e dados experimentais conduzidos sobre o modelo acústico unicamente periódico (caso 1 da Fig. 13).

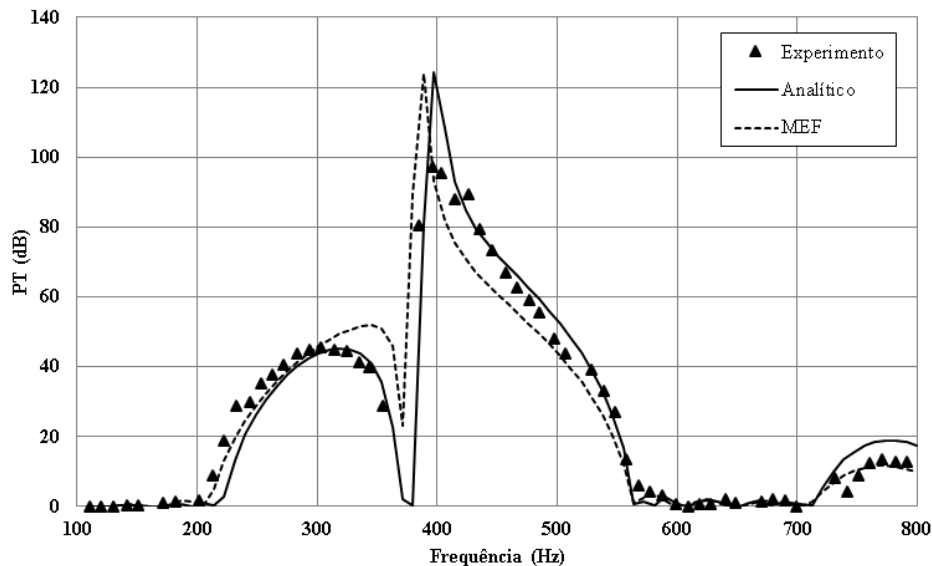


Figura 25 – Resultados das análises do modelo com ressonadores em combinação unicamente periódica obtidos por meio do método analítico e do MEF além dos dados experimentais de (WANG; MAK, 2012). Fonte: de autoria própria.

Por meio da análise do gráfico, quando se considera a magnitude de Perda de Transmissão e a frequência de ressonância, que é a frequência onde a Perda de Transmissão alcança seu valor máximo, nota-se que o resultado obtido pelo método analítico, de modo geral, se comportou melhor que o obtido pelo MEF frente aos dados experimentais retirados de (WANG; MAK, 2012).

Entretanto, quando se avalia a Faixa de Frequências de Bloqueio, o resultado do MEF (213,75 ~ 563,75 Hz) apresentou melhor comportamento frente ao resultado analítico (222,5 ~ 563,75 Hz) quando comparados aos dados experimentais (200 ~ 600 Hz).

Elucida-se que o formato da curva apresentado no gráfico, com três “cumes” na

faixa de frequência analisada, é típico quando não há acoplamento entre a reflexão da onda sonora devido aos efeitos de Bragg e às devidas aos efeitos ressonantes dos ressonadores de Helmholtz (WU et al., 2019a). Este comportamento é diretamente influenciado pelas distâncias periódicas entre os ressonadores adjacentes, logo, uma forma de se otimizar tal comportamento é ajustando a distância periódica modo que se realize o acoplamento entre os dois tipos de reflexões (WU et al., 2019a) até que curva de PT apresente apenas uma região bem definida de atenuação.

6.1.2 Combinação periódica e transversal

O gráfico da Fig. 26 apresenta: os resultados de Perda de Transmissão sonora obtidos via MEF, conduzidos sobre os modelos acústicos periódicos e transversais (caso 2, caso 3 e caso 4 da Fig. 13) e os dados experimentais à título de comparação.

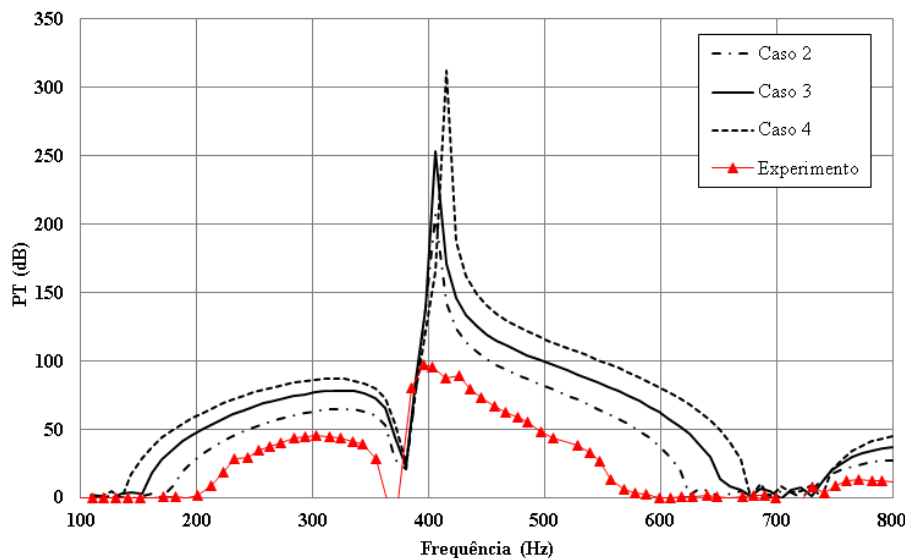


Figura 26 – Resultados das análises do modelo com ressonadores em combinação periódica e transversal (casos 2, 3 e 4) obtidos por meio do MEF, além dos dados experimentais de (WANG; MAK, 2012). Fonte: de autoria própria.

Da análise visual do gráfico, percebe-se que o comportamento obtido quando se varia a quantidade de ressonadores numa mesma seção transversal do duto é o mesmo mencionado por Sang-Hyun Seo e Yang-Hann Kim (SEO; KIM, 2005), onde tanto o pico de atenuação quanto a Faixa de Frequências de Bloqueio são ampliadas em uma relação direta à quantidade de ressonadores, sendo este comportamento relacionado ao aumento da resistência da impedância acústica a medida que se insere ressonadores na seção transversal.

Por sua vez, os gráficos das Fig. 27 a 29 apresentam as comparações entre os resultados obtidos via MEF e método analítico, conduzidos sobre os modelos acústicos periódicos e transversais, caso 2, caso 3 e caso 4 da Fig. 13, respectivamente. Analisando-os, percebe-se que ambas metodologias apresentaram resultados praticamente similares

apresentando divergências mais significativas apenas em relação ao pico de Perda de Transmissão nos casos 3 e 4 e à frequência de ressonância do caso 1, onde no resultado analítico foi ligeiramente inferior.

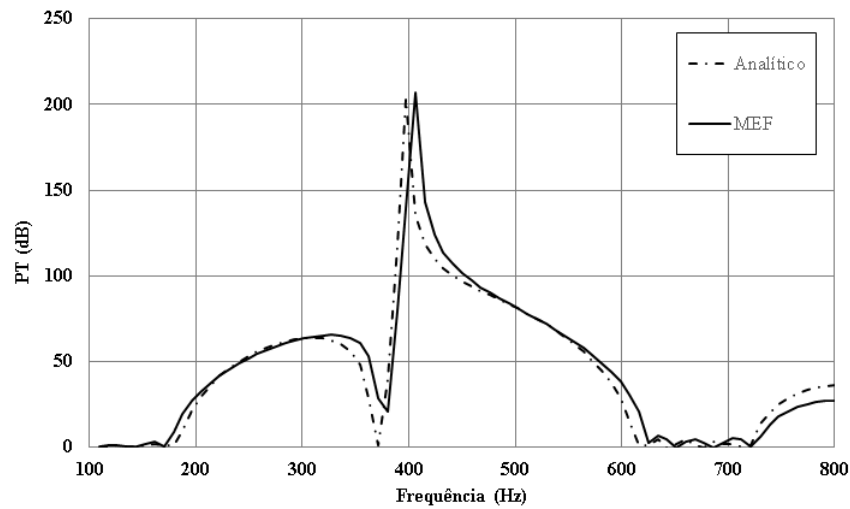


Figura 27 – Comparação dos resultados das análises do modelo do caso 2 obtidos pelo o método analítico e pelo o MEF. Fonte: de autoria própria.

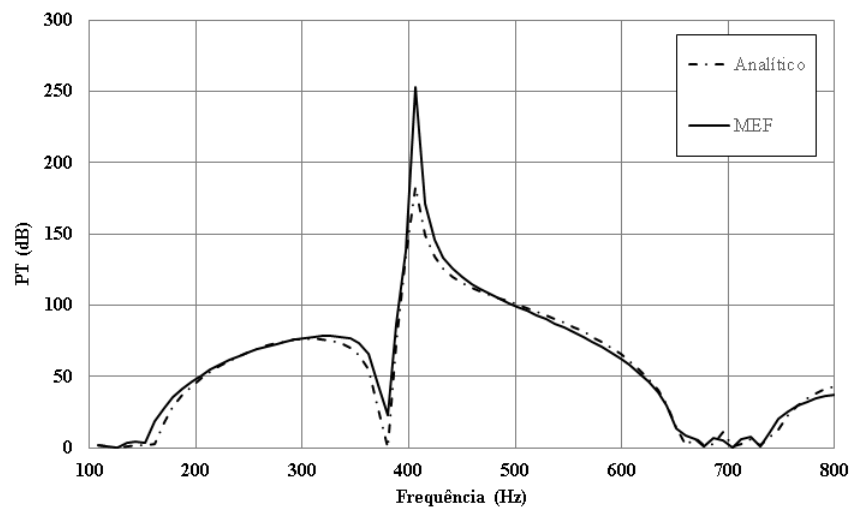


Figura 28 – Comparação dos resultados das análises do modelo do caso 3 obtidos pelo o método analítico e pelo o MEF. Fonte: de autoria própria.

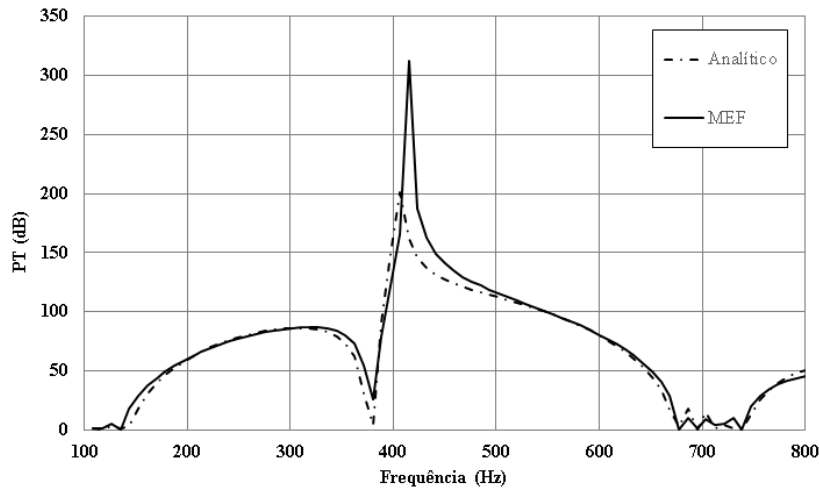


Figura 29 – Comparação dos resultados das análises do modelo do caso 4 obtidos pelo método analítico e pelo o MEF. Fonte: de autoria própria.

Contudo, a divergência em relação ao pico de Perda de Transmissão pode ser desconsiderada, visto que está relacionada principalmente ao número de frequências discretas utilizadas para traçar a curva de Perda de Transmissão no modelo analítico, levando em conta que o resultado, neste caso, porta-se como uma assíntota à proporção que a frequência de entrada se aproxima da frequência de ressonância do ressonador.

6.1.2.1 Análise de sensibilidade da malha

O gráfico da Fig. 30 apresenta a comparação entre os resultados numéricos de Perda de Transmissão sonora para as 3 malhas com diferentes densidades de elementos (baixa, média e alta densidade) utilizadas para discretizar o domínio acústico do caso 1.

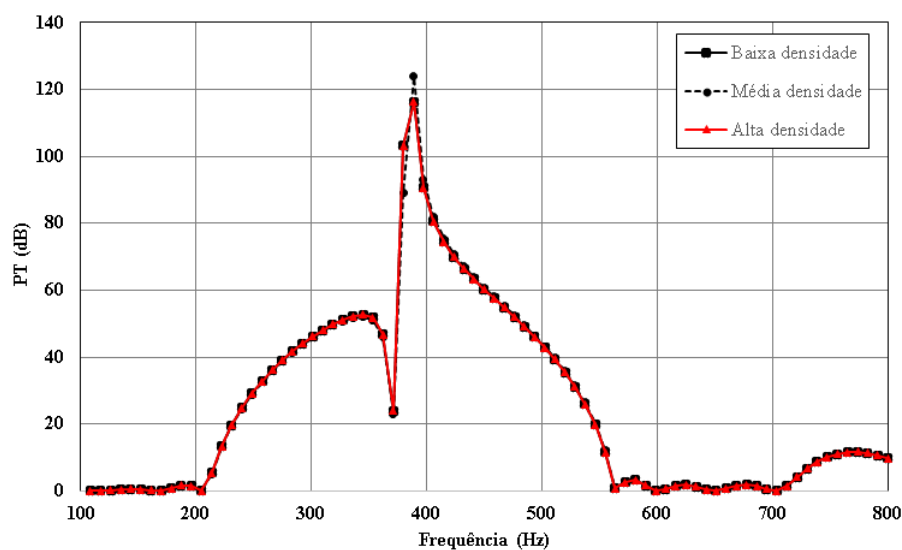


Figura 30 – Resultados da análise de sensibilidade de malha do MEF para a baixa (8389 elementos), média (17377 elementos) e alta densidade de elementos (32953 elementos) sobre o domínio acústico do modelo com ressonadores em combinação unicamente periódica (caso 1). Fonte: de autoria própria.

Os resultados demonstram que a densidade de elementos não apresenta expressiva influência sobre os resultados de Perda de Transmissão. Tal comportamento também é observado nas análises de sensibilidades realizadas por Carl Q. Howard e Benjamin S. Cazzolato (HOWARD; CAZZOLATO, 2014), no qual afirmam que, desde que se tenha no mínimo 12 elementos cobrindo longitudinalmente o comprimento de onda, a interferência mais significativa da densidade de malha será em relação ao campo de pressão e velocidade de partícula ao longo do domínio acústico, onde, trivialmente, a malha mais refinada demonstrará em maiores detalhes estas características.

6.1.3 Caso exemplo

O gráfico da Fig. 31 apresenta os resultados de Perda de Transmissão sonora obtidos via MEF e método analítico para o caso exemplo sem escoamento.

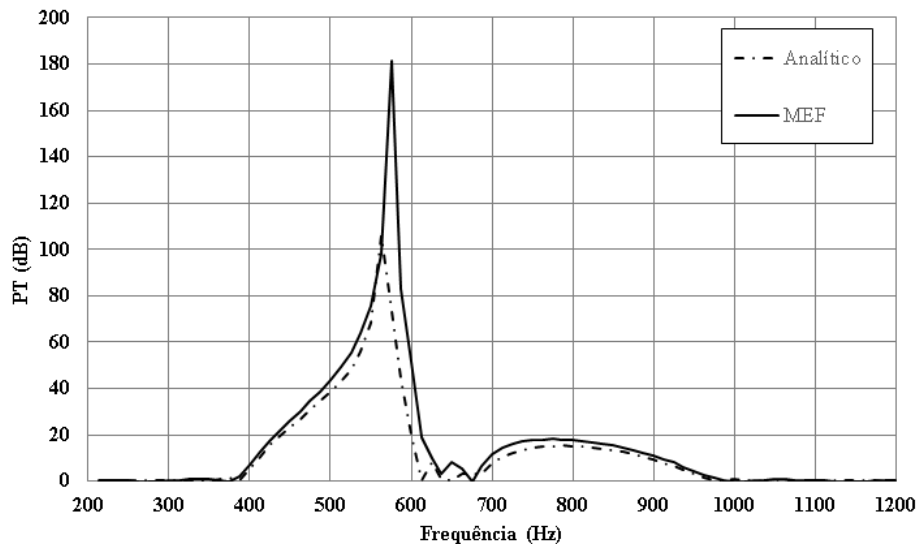


Figura 31 – Perda de Transmissão sonora do caso exemplo obtida por meio do método analítico e do MEF. Fonte: de autoria própria.

Como demonstrado nas seções anteriores, ambos os métodos apresentaram similaridade de resultados quando se considera a curva de Perda de Transmissão sonora. Para a frequência de ressonância, o resultado alcançado pelo método analítico (562,5 Hz) foi ligeiramente menor que o alcançado pelo MEF (575,0 Hz). Tal comportamento é relacionado, dentre outros aspectos, ao modelo de correção do comprimento do ressonador empregue, pois o desempenho acústico do sistema se modifica com propriedades geométricas do ressonador, com forte influência das dimensões de seu pescoço. Por exemplo, utilizando o modelo de King (KING, 1936) ($\delta \cong Rp \cdot 0,82132$) para a correção do comprimento do ressonador, o resultado da Perda de Transmissão é na forma como ilustrado na Fig. 32, cuja a curva de PT ainda mantém similaridade com a do MEF porém a frequência de ressonância é igual à 587,5 Hz, 12,5 Hz de diferença em relação ao resultado obtido utilizando-se o modelo de Selamet e Z. L. Ji (SELAMET; JI, 2000).

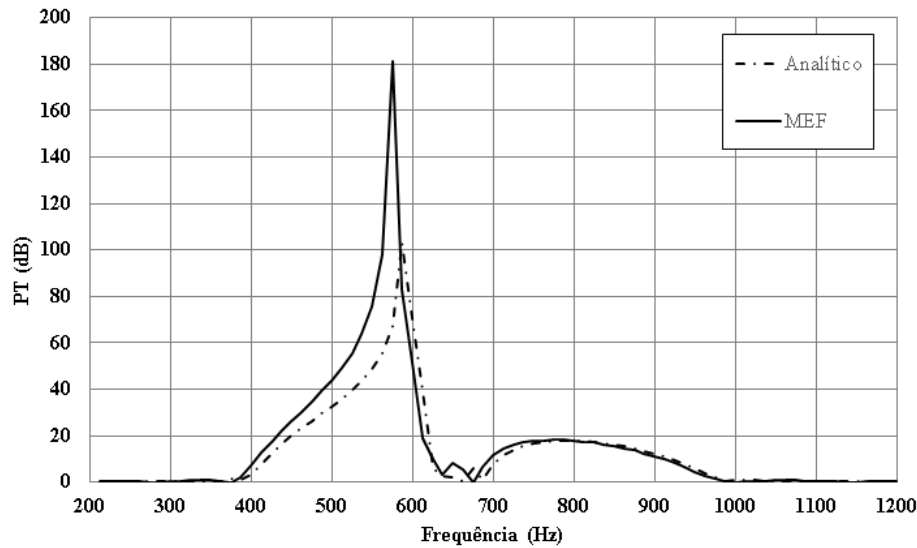


Figura 32 – Perda de Transmissão sonora do caso exemplo obtida por meio do método analítico aplicando-se o modelo de King (KING, 1936) e do MEF. Fonte: de autoria própria.

Para a Faixa de Frequências de Bloqueio, ambos os resultados também apresentam similaridades, ocorrendo nas proximidades da faixa de 400 a 1000 Hz, em ambos os métodos. As Figs. 33 (a) a (b) ilustram o campo de velocidade de partícula obtidas pelas análises de resposta harmônica do caso acústico exemplo em três frequências de oscilações da onda incidente, sendo: Fig. 33 (a) em 300 Hz (fora Faixa de Frequências de Bloqueio), Fig. 33 (b) em 425 Hz (dentro Faixa de Frequências de Bloqueio) e Fig. 33 (c) em 575 Hz (dentro da Faixa de Frequências de Bloqueio e na frequência de ressonância).

Por meio das figuras, nota-se o efeito atenuante do sistema acústico, onde a energia da onda, apresentada na forma de gradiente da velocidade da partícula, é atenuada à proporção que se aproxima da frequência de ressonância do ressonador. Também, através da observação do gradiente da velocidade de partícula na Fig. 33 (b), torna-se possível perceber o benefício do arranjo periódico de ressonadores, onde o campo de velocidade é atenuado à medida que atravessa cada seção de ressonadores.

Também, por meio da Fig. 33 (a), observa-se que o campo de velocidade de partículas à montante de cada ressonador possui contornos em linhas retas, ou seja, a propagação da onda é plana e à medida que se aproxima do pescoço do ressonador, o campo torna-se complexo (não plano) devido à alteração de impedância provocada pela presença do ressonador. Este comportamento não plano da onda nesta região interfere no efeito atenuante do ressonador, contribuindo com as divergências de resultados de Perda de Transmissão entre o MEF e o método analítico, como observado na Fig. 25.

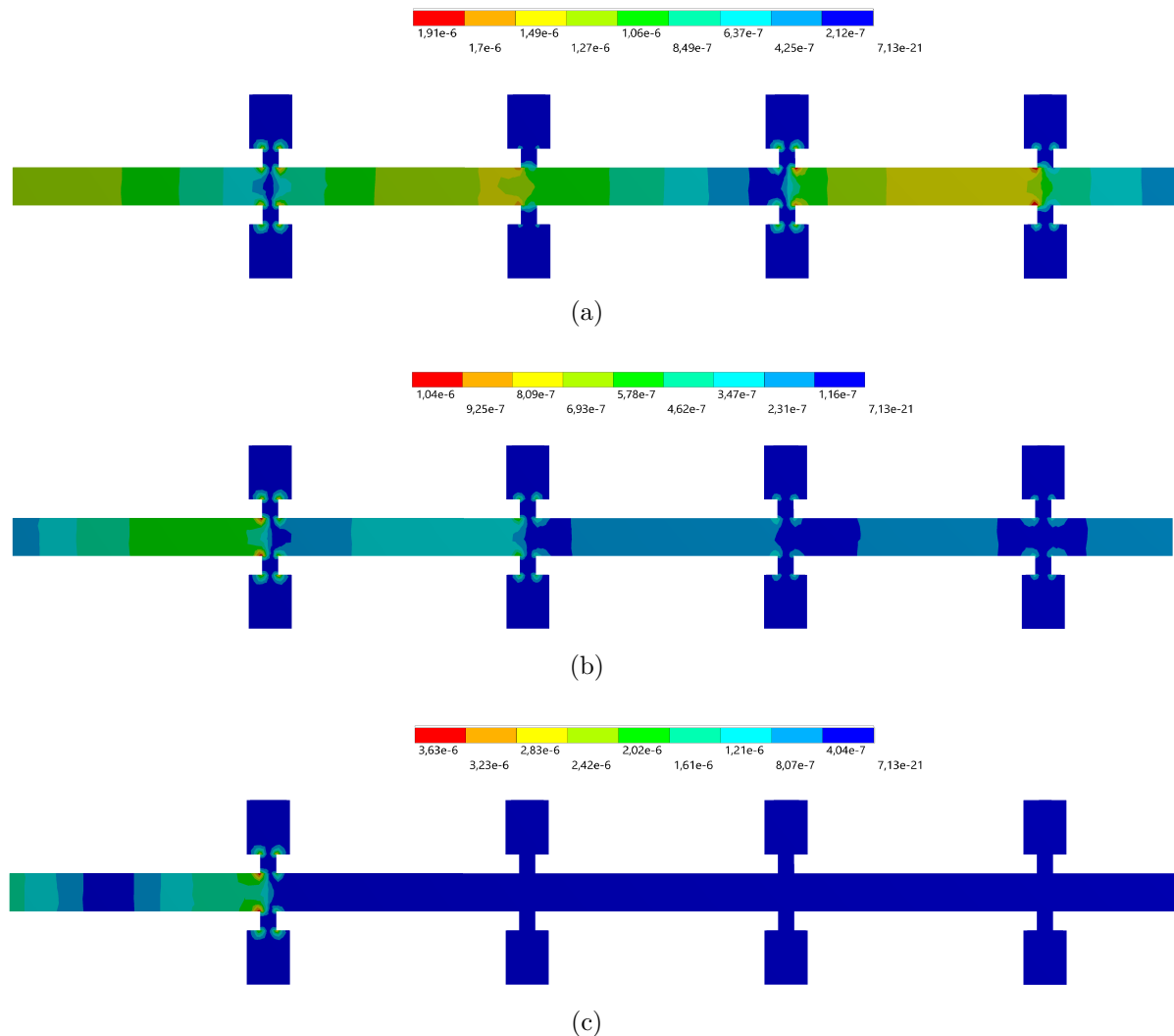


Figura 33 – Velocidade de partícula na direção longitudinal em relação ao duto principal para as frequências de: 300 Hz (a), 425 Hz (b) e 575 Hz (c) de onda incidente. Fonte: de autoria própria.

A Fig. 34 apresenta o campo de velocidade de partícula na direção longitudinal em relação ao pescoço do ressonador (direção y) em 300 Hz de frequência de oscilação. Nesta, o principal resultado a se observar é o movimento do fluido nas interface entre o pescoço do ressonador e o duto principal e entre o pescoço e a cavidade do ressonador. Percebe-se que este movimento de fluido aumenta “virtualmente” a massa do fluido presente no pescoço e por este motivo é que devem ser aplicadas as correções de comprimento (HOWARD; CAZZOLATO, 2014), como as mencionadas na seção 3.2.1.

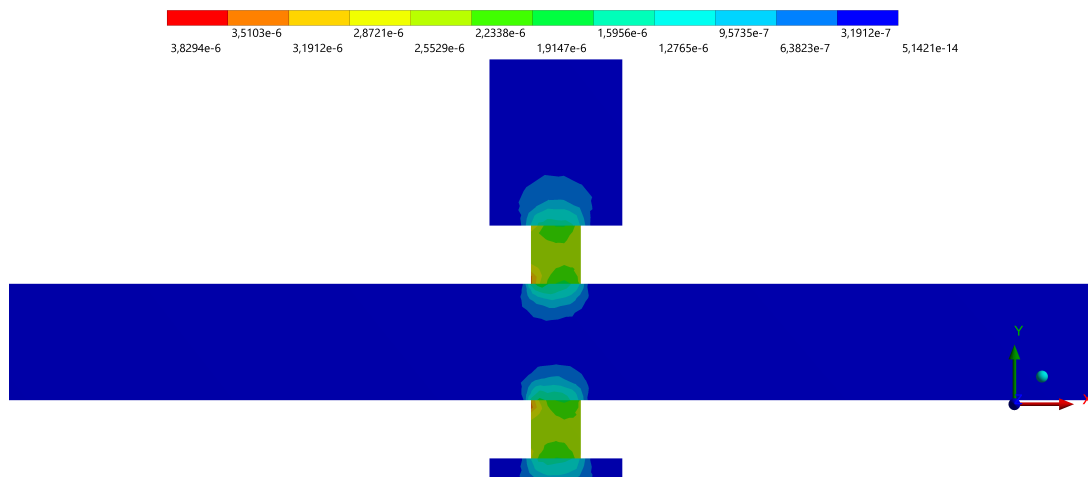


Figura 34 – Velocidade de partícula na direção longitudinal em relação ao pescoço em 300 Hz de frequência de onda incidente. Fonte: de autoria própria.

Por fim, a Tab. 6 apresenta o resumo dos resultados obtidos para o caso exemplo sem escoamento, utilizando o método analítico e o Método dos Elementos Finitos.

Tabela 6 – Resultados de desempenho acústico obtidos para o caso exemplo por meio do método analítico e do MEF.

Parâmetro	Análítico	MEF
Perda de Transmissão Máxima (dB)	106,1	181,4
Faixa de Frequências de Bloqueio (Hz)	400,0 ~ 1037,5	387,5 ~ 1000,0
Frequência de Ressonância (Hz)	562,5	575,0

6.2 Análise com escoamento no duto principal

6.2.1 Avaliações

6.2.1.1 Avaliação do método analítico

O gráfico da Fig. 35 apresenta os resultados obtidos na predição da Perda de Transmissão do modelo das dimensões da Tab. 4 por meio do método analítico com correção do efeito apresentado na seção 3.3 e compara com o resultados obtidos em (LIU et al., 2020) através de uma sobreposição de dados.

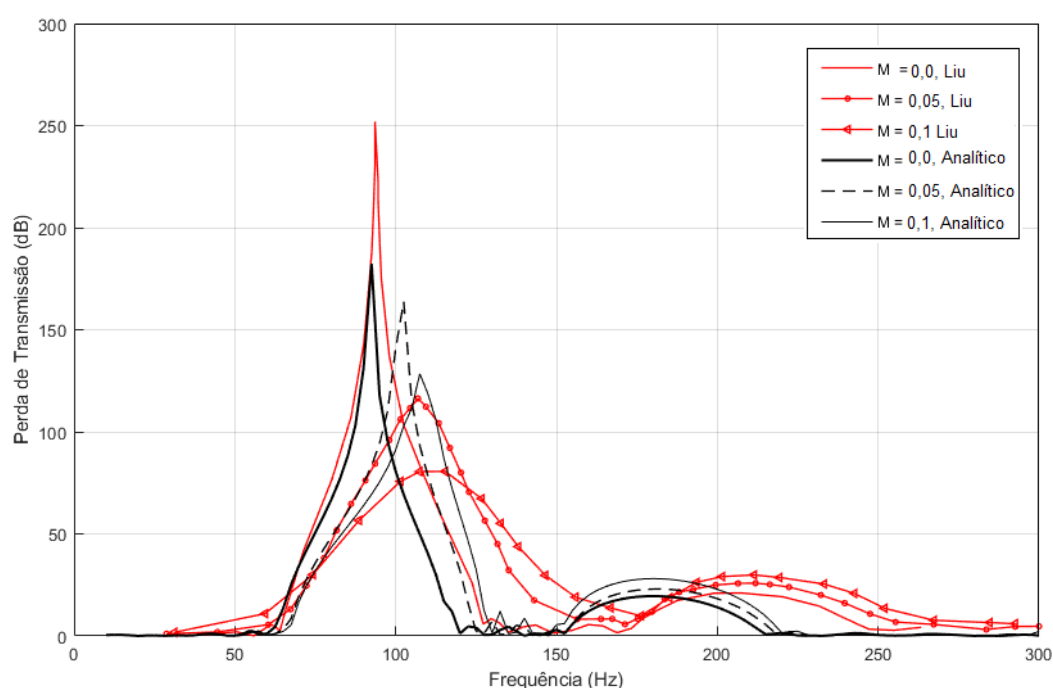


Figura 35 – Comparação gráfica entre os resultados do sistema acústico das propriedades da Tab. 4 obtidos pelo método analítico e os resultados obtidos pela Ref. (LIU et al., 2020). Fonte: de autoria própria.

É possível perceber que os resultados comportam-se de modo relativamente semelhante quanto à alteração da frequência de ressonância e do pico de atenuação sonora a medida que se aumenta a velocidade do escoamento no duto principal, atestando a efetividade do método apresentado e das ferramentas utilizadas para a sua execução.

Enfatiza-se que a discrepância no pico de atenuação entre os resultados está relacionado principalmente à dificuldade de se representar teoricamente os efeitos não lineares e instáveis devido a presença do escoamento, sendo assim, na região de ressonância o pico de atenuação tenderá à valores mais altos do que encontrados em valores experimentais ou por outros métodos mais robustos.

6.2.1.2 Avaliação do método numérico

O gráfico da Fig. 36 apresenta uma comparação dos resultados de Perda de Transmissão obtidos pelo Método dos Volumes Finitos e dos dados retirados no experimento de Emel Selamet (SELAMET et al., 2011) quando estudado o mesmo caso acústico.

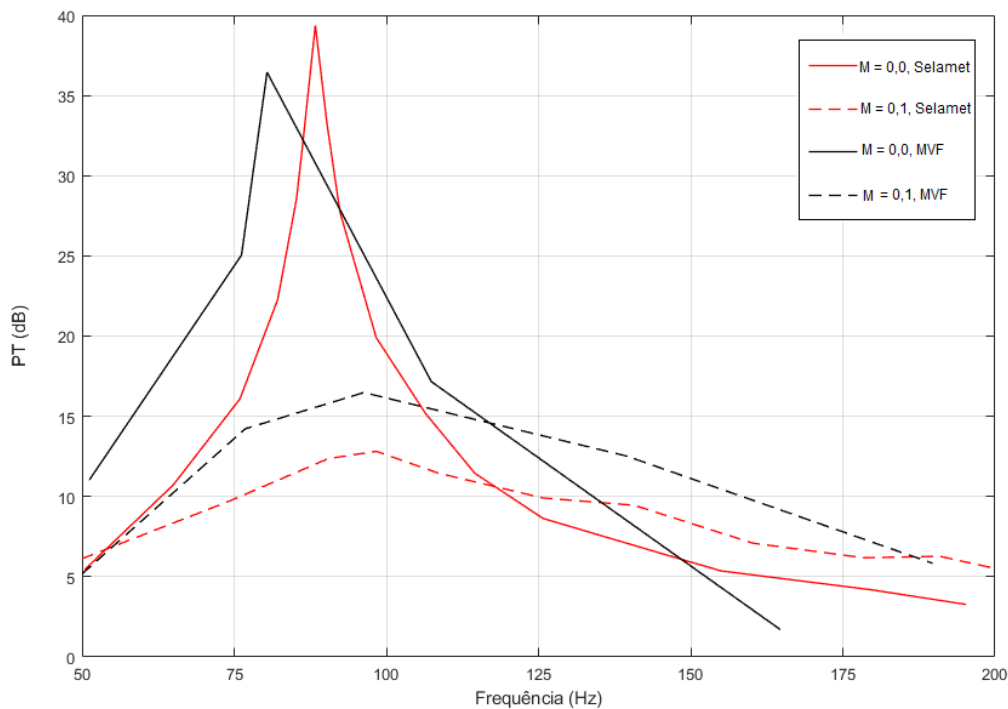


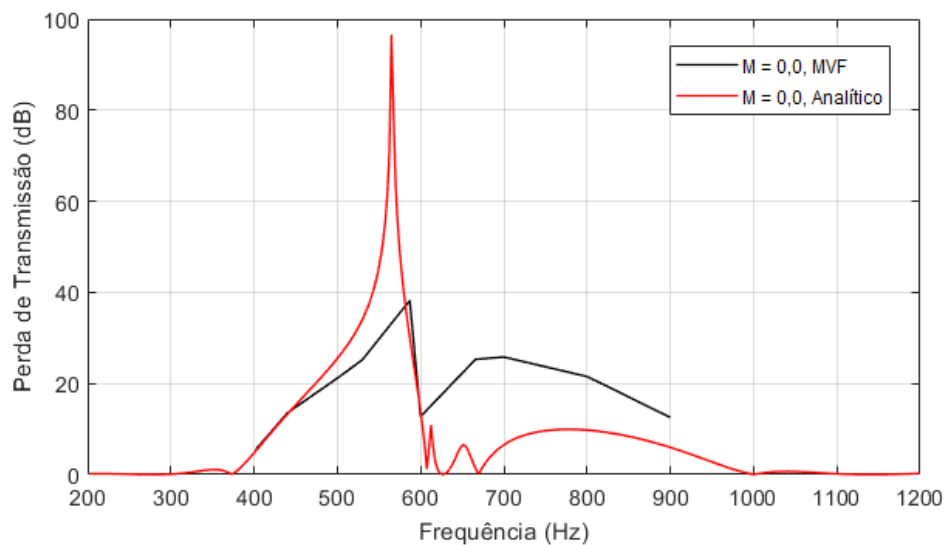
Figura 36 – Comparação gráfica entre os resultados do sistema acústico da Fig. 19 obtidos pelo Método dos Volumes Finitos e os resultados obtidos na Ref. (SELAMET et al., 2011). Fonte: de autoria própria.

Novamente, nota-se que o comportamento geral da curva de Perda de Transmissão é semelhante, porém apresenta uma divergência de resultados mais acentuada para uma mesma frequência de onda incidente. Tal fato é esperado e explicado principalmente pela bidimensionalidade do modelo que naturalmente é tridimensional, além do modelo de turbulência utilizado. Tais fatores estão associados aos efeitos de vorticidade e difusão nas três direções do sistema físico, sendo que esses fenômenos, que interferem na resposta acústica, possivelmente não foram capturados de modo eficaz.

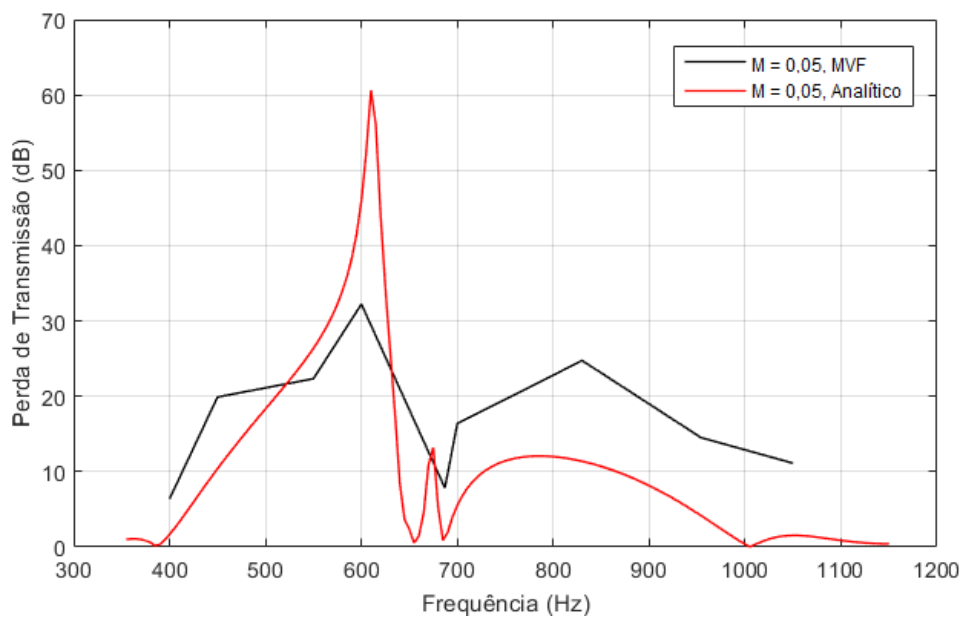
Além disso, como demonstrado em (IQBAL; SELAMET, 2010), o método necessita de etapas de tempo muito pequenas (na ordem de $4e-6$ segundos) para possibilitar a captura dos efeitos não lineares da onda sonora e a sua propagação de forma próxima da física real. Fato esse que não é possível devido limitações computacionais que impacta no tempo de análise para se atingir a estabilidade nas oscilações de pressão estática nas posições 1, 2, 3 e 4.

6.2.2 Caso exemplo com escoamento no duto principal

Aplicando as metodologias avaliadas na seção anterior para o caso exemplo modificado e ilustrado na Fig. 21, obteve-se o comportamento de Perda de Transmissão em frequências discretas para dois diferentes número de Mach (0,0 e 0,05) formando os gráficos das Figs. 37 (a) e . O estudo comparativo entre as duas metodologias, ilustrado na figuras, se reduziram a apenas dois números de Mach de escoamento devido fatores que serão mencionados posteriormente.



(a)



(b)

Figura 37 – Comparação entre os resultados de Perda de Transmissão obtidos através do Método dos Volumes Finitos e do Método Analítico para o caso exemplo ilustrado na Fig. 21 em dois números de Mach de velocidades de escoamento no duto principal: 0,0 (a) e 0,05 (b). Fonte: de autoria própria.

O gráfico da Fig. 38 apresenta os resultados de Perda de Transmissão obtidos para três números de Mach por meio do Método Analítico.

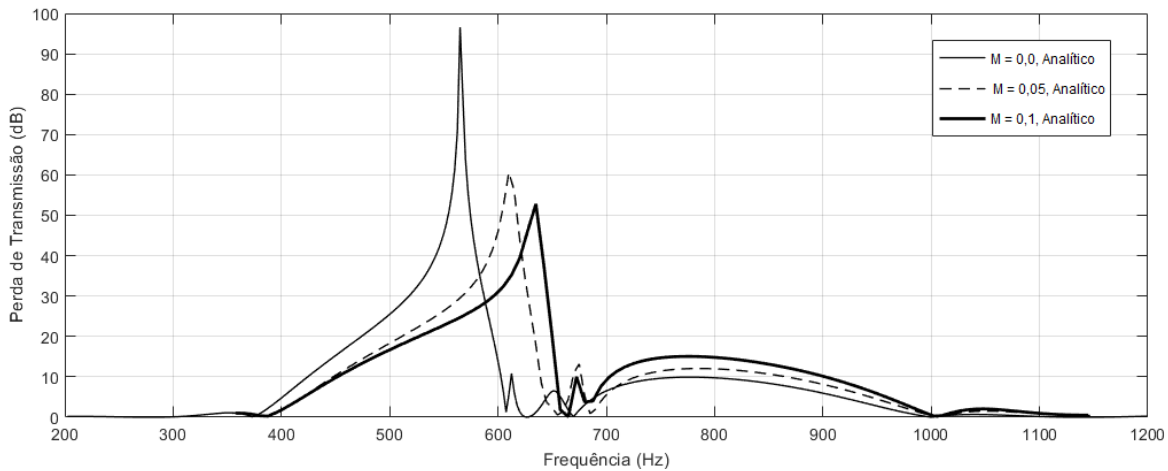


Figura 38 – Resultados de Perda de Transmissão do sistema acústico do caso exemplo, ilustrado na Fig. 21, obtidos pelo Método Analítico para três diferentes velocidades de escoamento no duto principal. Fonte: de autoria própria.

O efeito do escoamento sobre o comportamento acústico é nítido nas três figuras onde, novamente, a Perda de Transmissão e a frequência de ressonância são afetadas a partir do acréscimo da velocidade do escoamento, com aumento da frequência acompanhada de uma redução do efeito atenuante na região de ressonância.

Esses fenômenos foram observados por Philips (PHILLIPS, 1968) e Meyer (MEYER; MECHEL; KURTZE, 1958) em seus trabalhos a cerca da influência do escoamento sobre a atenuação sonora em dutos de absorção com ressonadores, em que afirmam que a resistência acústica aumenta linearmente enquanto o comprimento efetivo do pescoço do ressonador reduz com o aumento da velocidade do escoamento no duto principal. Onde, a alteração da resistência acústica possui relação principalmente com a redução do pico atenuante e a redução do comprimento efetivo possui relação com a alteração da frequência de ressonância, como colocado em trabalho anterior (FERNANDES; BARCELOS, 2021), onde se demonstra que quanto menor o comprimento do pescoço para um mesmo volume total do ressonador, maior será a frequência de ressonância do sistema acústico.

Ainda, como ilustrado na Fig. 39, uma camada cisalhante é criada entre o fluido em movimento no duto principal e o fluido estacionário no pescoço do ressonador, onde em certas condições, esta região apresenta instabilidades que levam à criação de vórtices responsáveis pela geração de ruído a jusante e, conseqüentemente, ao aumento do nível de pressão sonora e redução do efeito atenuante do sistema. Este acoplamento escoamento-acústico é documentado por (IQBAL; SELAMET, 2010) e relata que este fenômeno ocorrerá nas regiões em que o número de Strouhal ($St = \frac{f_r d_n}{u_{in}}$, sendo f_r e d_n a frequência ressonante sem escoamento e o diâmetro do pescoço do ressonador, respectivamente) for entre 0,3 a 0,4 ou entre 0,6 a 0,9, para os primeiros modos de instabilidade.

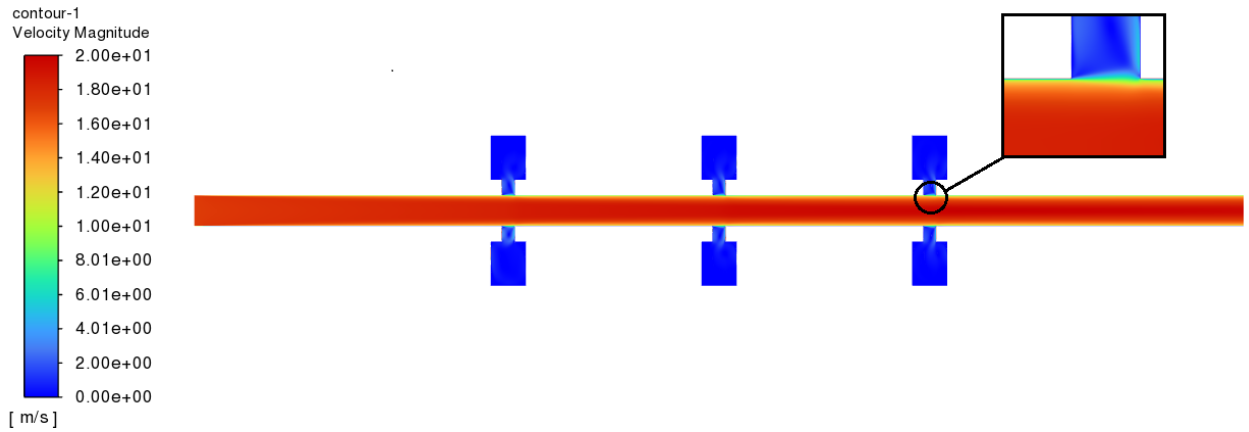


Figura 39 – Camada cisalhante na intersecção do pescoço do ressonador com o duto principal para a velocidade de escoamento de Mach 0,05. Fonte: de autoria própria.

Tal fato mencionado pode explicar, em partes, a dificuldade em se obter resultados condizentes para Perda de Transmissão sonora no método numérico quando o número de Mach alcança valores superiores à 0,06, pois o número de Strouhal fica dentro da faixa de 0,6 a 0,9, e o que se observa nessas condições é um nível de ruído elevado nas posições 3 e 4 ilustradas na Fig. 21, interferindo de sobremaneira no efeito atenuante e na Perda de Transmissão do sistema acústico. A Fig. 40 apresenta um caso de instabilidade do escoamento na intersecção do pescoço com o duto principal como derivada da componente radial da velocidade em relação a velocidade axial ($\frac{dv_y}{dv_x}$) do escoamento.

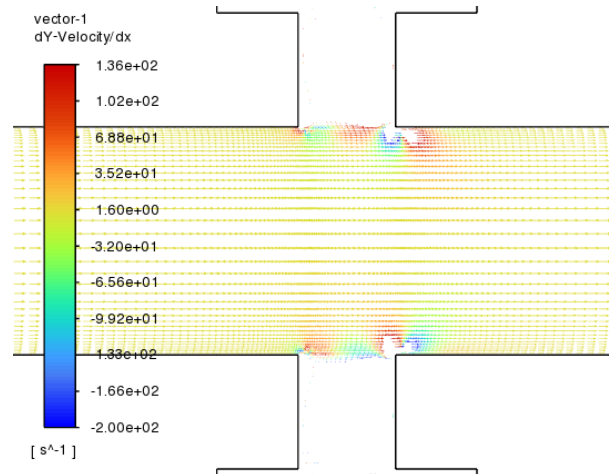


Figura 40 – Instabilidade do fluido para condições de escoamento dentro da faixa de Strouhal de 0,6 a 0,9. Fonte: de autoria própria.

Os gráficos das Figs. 41 e 42 ilustram as flutuações de pressão estática nas posições 3 e 4 para dois diferentes números de Strouhal, (dentro e fora da faixa de instabilidade), sendo perceptível o ruído gerado quando as condições do escoamento está dentro da faixa mencionada.

No que diz respeito a comparação entre metodologias, percebe-se que o método

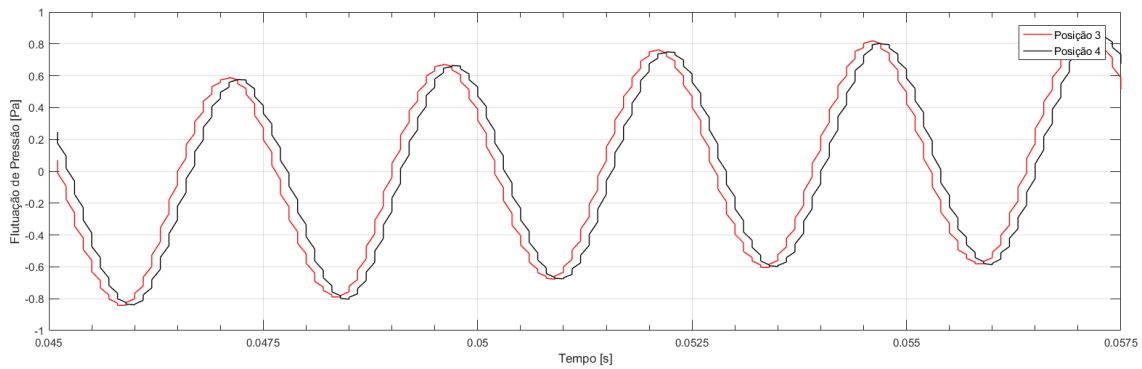


Figura 41 – Flutuações de pressão nas posições 3 e 4 fora da faixa de instabilidade.

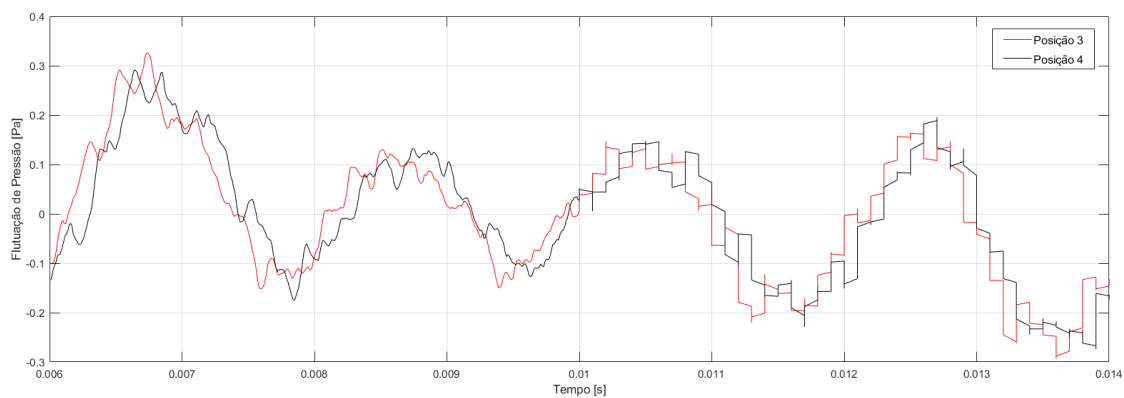


Figura 42 – Flutuações de pressão nas posições 3 e 4 dentro da faixa de instabilidade.

numérico possui diferenças significativas em relação ao Método Analítico. Onde, além do fenômeno escoamento-acústico mencionado na seção anterior que é percebido no MVF, outros contribuintes podem estar relacionados à essa discrepância de valores, como a bidimensionalidade do modelo numérico, como mencionado na seção 7.2.1.2, e os erros das aproximações lineares de fenômenos não lineares e instáveis do Método Analítico.

6.2.2.1 Análise de sensibilidade da malha

A Tab. 7 apresenta o resultado da análise numérica de Perda de Transmissão sonora na frequência de 550 Hz de onda incidente sob escoamento à Mach 0,05 para as três diferentes densidades de malha analisadas.

Tabela 7 – Efeito da densidade de malha sobre a Perda de Transmissão na frequência de 550 Hz de onda incidente à Mach 0,05 de escoamento no duto.

Quantidade de células	Perda de Transmissão (dB)
38444	22,16
18690	22,45
11501	20,98

Percebe-se pelos resultados da tabela que a densidade de malha não provoca efeito significativo nos resultados de Perda de Transmissão indo de encontro ao apresentado por Asim Iqbal ([IQBAL; SELAMET, 2010](#)), em suas análises de sensibilidade de malha do modelo acústico estudado.

Parte V

Conclusão

7 Conclusão

7.1 Análises sem escoamento no duto principal

Pode-se concluir, através das comparações entre os dados retirados da literatura pública e os resultados obtidos pelo Método Analítico e pelo Método dos Elementos Finitos, que ambos são capazes de prever, em função da Perda de Transmissão sonora, o desempenho da atenuação de ruídos em dutos com arranjos de ressonadores de Helmholtz.

Com relação às comparações entre os resultados do Método Analítico e do Método dos Elementos Finitos, verificou-se que ambos se comportaram de maneira semelhante ao longo da faixa de frequências de análise, possuindo divergências mais perceptíveis para o pico de Perda de Transmissão e nas delimitações da Faixa de Frequências de Bloqueio. Entretanto, desde que no Método Analítico o resultado comporta-se como um assintota à medida que a frequência se aproxima da frequência de ressonância do ressonador, pode-se melhor representar o pico de Perda de Transmissão ampliando a quantidade de frequências de entradas utilizadas para a análise com o método analítico que, além do mais, se demonstrou mais prático e eficiente quanto o MEF em conduzir os estudos acústicos apresentados neste trabalho.

No que se diz respeito às análises de sensibilidade de malha no Método dos Elementos Finitos, notou-se que a densidade da malha não apresenta importante interferência nos resultados, desde de que o domínio acústico seja discretizado com quantidade de elementos suficientes no duto principal para se obter o mínimo de 12 elementos por comprimento de onda.

No caso acústico exemplo, o resultado do desempenho de atenuação de ruído do sistema sem escoamento apresentou comportamento em conformidade tanto com a teoria dissertada quanto com as discussões e os resultados relatados na etapa de avaliação das metodologias trabalhadas.

Ainda, por meio da observação do campo de velocidade de partícula, foi possível entender o comportamento acústico do sistema e como a presença do ressonador no duto principal muda as características da propagação da onda sonora, principalmente quando a frequência está entre a Faixa de Frequências de Bloqueio.

7.2 Análises com escoamento no duto principal

Percebe-se que a introdução de escoamento no duto principal reduz o efeito de atenuação sonora do conjunto de ressonadores de Helmholtz e aumenta a frequência de

ressonância do sistema quando comparado aos resultados obtidos no caso com ausência de escoamento.

O nível de concordância entre os resultados analíticos com os resultados numéricos e os resultados retirados de referências externas foram capazes de demonstrar a eficácia da abordagem para as velocidades de escoamento à qual foram avaliadas.

O Método dos Volumes Finitos bidimensional com o modelo de turbulência e de discretização das equações utilizadas se mostrou de difícil aplicação para número de Mach maiores que 0,05 devido a complexidade do escoamento gerada através das interações do escoamento com os ressonadores de Helmholtz. Além disso, os resultados que foram possíveis de se alcançar, apresentaram considerável porcentagem de erro em relação aos dados experimentais retirados de referência pública, quando modelado o mesmo caso acústico.

Diante do exposto, as metodologias foram satisfatoriamente aplicadas e avaliadas para o estudos propostos, sendo capazes de captar, ao menos qualitativamente, os efeitos esperados do escoamento no interior do duto principal sob as características atenuantes do conjunto de ressonadores de Helmholtz.

7.3 Trabalhos futuros

Como trabalhos futuros, propõe-se:

- Análise do caso exemplo com e sem escoamento sob uma abordagem experimental para se avaliar os resultados analíticos e numéricos aqui apresentados;
- Análise numérica do caso exemplo com escoamento por meio do Método dos Volumes Finitos Tridimensional para que o sistema acústico seja melhor modelado e que os resultados obtidos sejam avaliados comparativamente aos obtidos pelo modelo bidimensional aqui apresentado;
- Análise numérica do caso exemplo com escoamento por meio do Método dos Volumes Finitos Tridimensional aplicando as equações Linearizadas de Navier Stokes no domínio da frequência, como realizado por Gang Wu (WU et al., 2019b), onde mostrou-se ser uma abordagem prática com resultados satisfatórios de Perda de Transmissão quando comparados à dados experimentais;
- Análise de ressonadores de Helmholtz com superfícies amortecedoras (análise multi-física de interação fluído-estrutura).

Referências

- ANDERSON, J. The effect of an air flow on a single side branch helmholtz resonator in a circular duct. *Journal of sound and vibration*, Elsevier, v. 52, n. 3, p. 423–431, 1977. Citado na página 32.
- ANDERSON, J. D. Fundamentals of aerodynamics. *McGraw*, 2009. Citado na página 36.
- BIES, D.; HANSEN, C. *Engineering Acoustics*. [S.l.]: Spon Press, London, 2003. Citado na página 39.
- BIES, D. A.; HANSEN, C. H.; HOWARD, C. Q. *Engineering noise control*. [S.l.]: CRC press, 2017. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 41.
- BISTAFA, S. R. *Acústica aplicada ao controle do ruído*. [S.l.]: Editora Blucher, 2018. Citado 6 vezes nas páginas 15, 30, 36, 37, 39 e 40.
- BRADLEY, C. E. *Acoustic Bloch wave propagation in a periodic waveguide*. [S.l.], 1991. Citado na página 52.
- BROXTON, M.; AMMERMAN, C.; MARTIN, R. *Simulation of an acoustic Helmholtz resonator using computational fluid dynamics*. [S.l.], 2000. Citado na página 61.
- CARDOSO, S. H. Modelagem da propagação sonora em dutos: abordagem matemática no domínio da frequência e do tempo utilizando transformada de laplace. 2016. Citado 2 vezes nas páginas 43 e 45.
- CERBINO, D. C. Simulação de fluxo dentro de um motor estado-reator. 2021. Citado na página 60.
- CUMMINGS, A. The effects of grazing turbulent pipe-flow on the impedance of an orifice. *Acta Acustica United with Acustica*, S. Hirzel Verlag, v. 61, n. 4, p. 233–242, 1986. Citado 2 vezes nas páginas 32 e 54.
- FERNANDES, D.; BARCELOS, M. Parametric study of helmholtz resonators in acoustic cavities. *International Congress of Mechanical Engineering*, COBEM Publishers, 2021. Citado na página 96.
- FLUENT, A. 15.0, 2013. *Ansys Fluent Theory Guide*, v. 15317, p. 2–133, 2013. Citado 10 vezes nas páginas 15, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66 e 79.
- HELMHOLTZ, H. v. *On the Sensation of Tone*. [S.l.]: Editora Blucher, 1862. Citado na página 30.
- HOWARD, C.; CAZZOLATO, B. *Acoustic analyses using Matlab and Ansys*. [S.l.]: CRC press, 2014. Citado 8 vezes nas páginas 15, 31, 57, 58, 59, 75, 89 e 91.
- IQBAL, A.; SELAMET, A. A two-dimensional computational study of the flow effect on the acoustic behaviour of helmholtz resonators. *International Journal of Vehicle Noise and Vibration*, Inderscience Publishers, v. 6, n. 2-4, p. 130–148, 2010. Citado 5 vezes nas páginas 78, 80, 94, 96 e 99.

- JI, Z. Acoustic length correction of closed cylindrical side-branched tube. *Journal of Sound and Vibration*, Elsevier, v. 283, n. 3-5, p. 1180–1186, 2005. Citado na página 48.
- KING, L. V. Vi. on the electrical and acoustic conductivities of cylindrical tubes bounded by infinite flanges. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, Taylor & Francis, v. 21, n. 138, p. 128–144, 1936. Citado 3 vezes nas páginas 17, 89 e 90.
- KINSLER, L. E. et al. *Fundamentals of acoustics*. [S.l.]: John wiley & sons, 2000. Citado na página 37.
- LIU, J.-W. et al. Effect of mean flow on acoustic wave propagation in a duct with a periodic array of helmholtz resonators. *Chinese Physics Letters*, IOP Publishing, v. 37, n. 3, p. 034301, 2020. Citado 12 vezes nas páginas 15, 17, 18, 32, 42, 46, 47, 52, 55, 57, 76 e 93.
- MALISKA, C. R. *Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional*. [S.l.]: Grupo Gen-LTC, 2017. Citado na página 59.
- MCAULIFFE, C. E. *The influence of high speed air flow on the behavior of acoustical elements*. Tese (Doutorado) — Massachusetts Institute of Technology, 1950. Citado na página 32.
- MEAD, D. J. Free wave propagation in periodically supported, infinite beams. *Journal of Sound and Vibration*, Elsevier, v. 11, n. 2, p. 181–197, 1970. Citado na página 52.
- MEYER, E.; MECHEL, F.; KURTZE, G. Experiments on the influence of flow on sound attenuation in absorbing ducts. *The Journal of the Acoustical Society of America*, Acoustical Society of America, v. 30, n. 3, p. 165–174, 1958. Citado na página 96.
- MUNJAL, M. L. *Acoustics of ducts and mufflers with application to exhaust and ventilation system design*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1987. Citado 2 vezes nas páginas 44 e 48.
- PHILLIPS, B. *Effects of high-wave amplitude and mean flow on a Helmholtz resonator*. [S.l.], 1968. Citado 2 vezes nas páginas 32 e 96.
- SELAMET, A. et al. Theoretical, computational and experimental investigation of helmholtz resonators: one-dimensional versus multi-dimensional approach. *SAE transactions*, JSTOR, p. 970–979, 1994. Citado na página 48.
- SELAMET, A.; JI, Z. L. Circular asymmetric helmholtz resonators. *The Journal of the Acoustical Society of America*, Acoustical Society of America, v. 107, n. 5, p. 2360–2369, 2000. Citado 2 vezes nas páginas 48 e 89.
- SELAMET, E. et al. *Effect of flow on Helmholtz resonator acoustics: a three-dimensional computational study vs. experiments*. [S.l.], 2011. Citado 10 vezes nas páginas 16, 17, 61, 74, 76, 78, 79, 80, 81 e 94.
- SEO, S.-H.; KIM, Y.-H. Silencer design by using array resonators for low-frequency band noise reduction. *the Journal of the Acoustical Society of America*, Acoustical Society of America, v. 118, n. 4, p. 2332–2338, 2005. Citado 7 vezes nas páginas 15, 41, 49, 50, 51, 71 e 86.

- SEYBERT, A. F.; ROSS, D. F. Experimental determination of acoustic properties using a two-microphone random-excitation technique. *the Journal of the Acoustical Society of America*, Acoustical Society of America, v. 61, n. 5, p. 1362–1370, 1977. Citado na página [54](#).
- SHI, X.; MAK, C. M.; YANG, J. Attenuation performance of a semi-active helmholtz resonator in a grazing flow duct. Scientific Research Publishing, 2013. Citado na página [54](#).
- SILVA, P. *Acústica arquitetônica & condicionamento de ar*. [S.l.]: Edtal, 2005. Citado na página [41](#).
- VELOSOA, A. J.; NASCIMENTO, V. H. Headphone with active noise control using analog adaptive filters. In: CITESEER. *inter-noise Environmental Noise Control, The 2005 Congress and Exposition on Noise Control Engineering*. [S.l.], 2005. Citado na página [30](#).
- VÉR, I. L.; BERANEK, L. L. *Noise and vibration control engineering: principles and applications*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2005. Citado 2 vezes nas páginas [38](#) e [46](#).
- WANG, X.; MAK, C.-M. Wave propagation in a duct with a periodic helmholtz resonators array. *The Journal of the Acoustical Society of America*, Acoustical Society of America, v. 131, n. 2, p. 1172–1182, 2012. Citado 8 vezes nas páginas [15](#), [16](#), [18](#), [52](#), [68](#), [69](#), [85](#) e [86](#).
- WU, D. et al. Hybrid noise control using multiple helmholtz resonator arrays. *Applied Acoustics*, Elsevier, v. 143, p. 31–37, 2019. Citado 4 vezes nas páginas [51](#), [52](#), [53](#) e [86](#).
- WU, G. et al. Numerical investigation of aeroacoustics damping performance of a helmholtz resonator: Effects of geometry, grazing and bias flow. *Aerospace Science and Technology*, Elsevier, v. 86, p. 191–203, 2019. Citado na página [102](#).

Apêndices

APÊNDICE A – Código MATLAB para cálculos das Perdas de Transmissão dos casos acústicos

```
1 clear all; clc; close all; format long;
2 %DATA 12/08/2022
3
4 %CALCULO DA TL DE ARRANJO DE n RESSONADORES PERIODICOS e M (t)
   RESSONADORES
5 %TRANSVERSAIS
6
7 %1) ----- DADOS DE ENTRADA -----
8
9 rho = 1.204;      %[ kg/m3]
10 c0 = 340.5;     %[m/s ]
11
12 %X. Wang and C. M. Mak Acoustic performance of a duct loaded
   with identical resonators
13 % Rn = 1.7/100;    %[m]
14 % l = 5/100;      %[m]
15 % Sn = Rn^2*pi;   %[m]
16 % Rc = 4.7/100;   %[m]
17 % h = 4/100;     %[m]
18 % Vc = Rc^2*pi*h;  %[m3]
19 % Sd = 13.2/100^2;  %[m2]
20 % Rd = (Sd/pi)^0.5;  %[m]
21 % %leff = 1 + 0.48*(Sn)^0.5;    %[m]
22 % DeltaE = Rn*(0.8216 - 0.0644*(Rn/Rd) -0.694*(Rn/Rd)^2);
   %[m]
23 % DeltaI = 0.82*(Rn)*(1-1.33*Rn/Rc);    %[m]
24 % leff = l + DeltaE + DeltaI;    %[m]
25 %Lstart = 0.40;  %[m]
26 %Lend = 0.40;   %[m]
27
28 %Caso ac stico de interesse
```

```

29 Rn = 0.75/100;
30 l = 1.75/100;
31 Sn = Rn^2*pi;
32 Rc = 2.0/100;
33 h = 5.0/100;
34 Vc = Rc^2*pi*h;
35 Sd = 3.5*3.5/100^2;
36 Rd = (Sd/pi)^0.5;
37 DeltaE = Rn*(0.8216 - 0.0644*(Rn/Rd) - 0.694*(Rn/Rd)^2);
38 DeltaI = 0.82*(Rn)*(1-1.33*Rn/Rc);
39 leff = l + DeltaE + DeltaI;
40 Lstart = 0.24; %[m]
41 Lend = 0.12; % [m]
42
43 %numero de ressonadores em periodico (n) e transversal (t)
44 n = 4;
45 t = 2;
46
47 %numero inteiro m
48 m = 0.4;
49
50 %Condição de contorno
51 P0 = 1; % Magnitude inicial da amplitude da pressão sonora
52
53 %2)————— Calculo da Frequencia de ressonancia do
      ressonador —————
54 fr = FR_single(c0, rho, Sn, Vc, Sd, leff);
55
56 %3)————— Calculo perda de transmissao de um nico
      ressonador (PT = TL) —————
57
58 % TL de N ressonadores em periodico
59     del = 12.5; %delta steps
60     f1 = 212.5; %limite esquerdo de frequencia
61     f2 = 1200; %limite direito de frequencia
62
63 PT = PT_avgN(c0, rho, fr, Sn, Vc, Sd, leff, Lstart, Lend, n, t, m
      , P0, del, f1, f2);%perda de transmissao de um nico
      ressonador

```

```

64
65
66 % FUNCOES
67
68 % 1) CALCULO DA PT DOS CONJUNTOS DE RESSONADORES
69 function PT = PT_avgN(c0, rho, fr, Sn, Vc, Sd, leff, Lstart,
    Lend, n, t, m, P0, d, f1, f2)
70
71 i = 1;
72 TL_vec = []; %Vetor de PT (TL EM INGL S)
73 j = sqrt(-1); %Imagin rio
74
75 PTr = TL_single(c0, rho, Sn, Vc, Sd, leff, f1, f2, d); %Perda
    de transmiss o de um nico ressonador
76
77 for f = f1:d:f2
78     f
79
80     k = 2*pi*f/c0; %Numero de onda
81     w = 2*pi*f; %Frequencia anglar
82
83     f0 = fr; %Frequencia de ressonancia
84     w0 = f0*2*pi; %Frequencia anglar de ressonancia
85     a = 0.24 %Distancia peri dica
86
87     ZH = rho*c0*k^2/(2*pi) + j*(w*rho*leff/Sn - rho*c0^2/(w*
        Vc)); %Impedancia do ressonador
88 %     ZH = j*(w*rho*leff/Sn - rho*c0^2/(w*Vc)); %Impedancia do
    ressonador para bloch
89     ZH = ZH/t; %Impedancia do conjunto transversal de
        ressonadores
90
91     T = [exp(-j*k*a) 0; 0 exp(j*k*a)]*[(1 - (rho*c0)/(2*Sd*ZH)
        ) -(rho*c0)/(2*Sd*ZH); (rho*c0)/(2*Sd*ZH) (1+(rho*c0)
        /(2*Sd*ZH))]; %Matriz de transfer ncia
92
93     [avec, aval] = eig(T); %Autovetores e Autovalores da Matriz
        de transfer ncia
94

```

```

95     lamb1 = (aval(1,1));
96     lamb2 = (aval(2,2));
97
98     vi1 = (avec(1,1));
99     vr1 = (avec(2,1));
100    vi2 = (avec(1,2));
101    vr2 = (avec(2,2));
102
103
104    syms a0 b0 %Calculo das constantes I0 (A0) e R0 (B0)
105    eq1 = a0*lamb1^(n-1)*vr1*exp(j*k*Lend) + b0*lamb1^(n-1)*
106          vr2*exp(j*k*Lend) == 0;
107    eq2 = (a0*lamb1^-1*vi1 + b0*lamb2^-1*vi2)*exp(-j*k*(a-
108          Lstart)) + (a0*lamb1^(-1)*vr1 + b0*lamb2^(-1)*vr2)*
109          exp(j*k*(a-Lstart)) == P0;
110    coef = solve([eq1, eq2], [a0, b0]);
111    a0 = coef.a0;
112    b0 = coef.b0;
113
114    % TL = 20*log10/n(abs((a0*lamb1^-1*vi1 + b0*lamb2^-1*vi2)/(a0*
115    lamb1^(n)*vi1 + b0*lamb2^(n)*vi2))); %Calculo da perda de
116    transmiss o m dia do conjunto de ressonadores
117    TL = 20*log10(abs((a0*lamb1^-1*vi1 + b0*lamb2^-1*vi2)/(a0*
118    lamb1^(n)*vi1 + b0*lamb2^(n)*vi2))); %Calculo da
119    perda de transmiss o total do conjunto de ressonadores
120
121
122    if TL > 0
123        TL = -TL;
124    end
125
126    TL_vec(1,i) = -TL; %Preencher o vetor de Perda de
127    Transmissao
128    i = i+1; %Pr ximo passo
129
130 end
131
132 %Plot dos resultados
133
134

```

```

126     f = f1:d:f2;
127     f1 = f1:d:f2;
128
129     figure(1);
130
131     dlmwrite('TL.txt',TL_vec, 'delimiter','\n','precision',5);
132     dlmwrite('F.txt',f, 'delimiter','\n','precision',5);
133
134     hold on;
135     grid on;
136     plot(f,TL_vec,'black');
137     plot(f1,PTr,'red');
138
139     set(axes_handle,'XGrid','on')
140
141     xlabel('Frequencia (Hz)')
142     ylabel('Perda de transmiss o (dB)')
143
144     grid off
145     hold off
146
147
148 end
149
150 %2) CALCULO DA FREQUENCIA DE RESSONANCIA DE 1 NICO RESSONADOR
151 function fr = Fr(c0, rho, Sn, Vc, Sd, leff)
152 f = 0:0.01:1000;
153 f;
154
155 k = (2*pi*f)/c0;
156 w = 2*pi*f;
157
158 % ZH = rho*c0.*k.^2/(2*pi) + j*(w.*rho*leff/Sn - rho*c0^2./(w*Vc
159     ));
160 ZH = rho*c0.*k.^2/(2*pi) + j*(w.*rho.*leff/Sn - rho*c0^2./(w*Vc
161     ));
162 TL = 20*log10(1/2*abs(2+rho*c0/Sd./ZH));
163 [TL_MAX,i] = max(TL);

```

```
163
164 fr = f(1,i);
165 end
166
167
168 %3) CALCULO DA PERDA DE TRANSMISSAO DE 1 NICO RESSONADOR
169 function TL = TLR(c0, rho, Sn, Vc, Sd, leff, f1, f2, d)
170 f = f1:d:f2;
171 f;
172
173 k = (2*pi*f)/c0;
174 w = 2*pi*f;
175
176 ZH = rho*c0.*k.^2/(2*pi) + j*(w.*rho*leff/Sn - rho*c0.^2./(w*Vc))
    ;
177 % ZH = j*(w.*rho*leff/Sn - rho*c0.^2./(w*Vc));
178
179 TL = 20*log10(1/2*abs(2+rho*c0/Sd./ZH));
180 end
```

APÊNDICE B – Código MATLAB para cálculos das Perdas de Transmissão dos casos acústicos com efeito do escoamento

```
1 clear all; clc; format long;
2 %DATA 29/11/2022
3 %CALCULO DA TL DE ARRANJO DE n RESSONADORES PERIODICOS e m
   RESSONADORES
4 %TRANSVERSAIS COM CORREÇÃO PARA EFEITO DO ESCOAMENTO
5
6 %1) ----- DADOS DE ENTRADA -----
7
8 %----- INPUTS -----
9 rho = 1.224;    %[ kg/m3]
10 c0 = 343.0;    %[m/s ]
11
12 Rn = 0.75/100;  %[m]
13 l = 1.75/100;  %[m]
14 Sn = Rn^2*pi;  %[ m ]
15 Rc = 2.0/100;  %[m]
16 h = 5.0/100;  %[m]
17 Vc = Rc^2*pi*h; %[ m ]
18 Sd = 3.5*3.5/100^2; %[ m ]
19 Rd = (Sd/pi)^0.5;  %[m]
20 DeltaE = Rn*(0.8216 - 0.0644*(Rn/Rd) - 0.694*(Rn/Rd)^2); %[m]
21 DeltaI = 0.82*(Rn)*(1-1.33*Rn/Rc); %[m]
22 e0 = DeltaE + DeltaI; %[m]
23 leff = l + e0;  %[m]
24 Lstart = 0.37; %[m]
25 Lend = 0.37;   %[m]
26
27 %numero de ressonadores em periodo (n) e transversal (t)
28 n = 3;
29 t = 2;
30
```

```

31 %Frequencia de ressonancia do ressonador
32 fr = Fr(c0, rho, Sn, Vc, Sd, leff, Mach); %[Hz]
33
34 %Condição de contorno
35 P0 = 1; %[Pa] Magnitude da amplitude da pressão sonora
36 Mach = 0.05; %Numero de Mach
37
38
39 %2)————— Calculo perda de transmissão do arranjo de
      ressonadores (PT = TL) —————
40
41 % TL de N ressonadores em paralelo
42     del = 5; %delta steps
43     f1 = 350+del; %limite esquerdo de frequencia
44     f2 = 1150.0; %limite direito de frequencia
45
46
47 TL = TL_avgN(c0, rho, fr, Sn, Rn, Vc, Sd, l, DeltaE, DeltaI,
      Lstart, Lend, n, t, P0, del, f1, f2, Mach, leff);%perda de
      transmissão de um único ressonador
48
49 function fr = Fr(c0, rho, Sn, Vc, Sd, leff, Mach)
50 f = 0:0.01:1000;
51 f;
52
53 k = (2*pi*f)/c0;
54 k = k/(1-Mach);
55 w = 2*pi*f;
56
57 ZH = rho*c0.*k.^2/(2*pi) + j*(w.*rho.*leff/Sn - rho*c0^2./(w*Vc)
      );
58
59 TL = 20*log10(1/2*abs(2+rho*c0/Sd./ZH));
60 [TL_MAX, i] = max(TL);
61
62 fr = f(1, i);
63 end
64
65

```

```

66 function TL = TL_avgN(c0, rho, fr, Sn, Rn, Vc, Sd, l, DeltaE,
    DeltaI, Lstart, Lend, n, t, P0, d, f1, f2, Mach, leff1)
67
68 i = 1;
69 dn = Rn*2; %Diametro do pesco o
70 TL_vec = []; %vetor perda de transmissao
71 j = sqrt(-1); %numero imagin rio
72
73 for f = f1:d:f2
74     f
75
76     k = 2*pi*f/c0; %numero de onda sem escoamento
77     ki = k/(1+Mach); %numero de onda incidente com escoamento
78     kr = k/(1-Mach); %numero de onda refletida com escoamento
79     w = 2*pi*f; %freq. angular
80
81     a = 0.24; %Dist ncia Peri dica
82     ug = Mach*c0; %velocidade media
83
84     ux = ug/2*(f/2)^0.5; %velocidade de friccao
85
86     if ux/(f*l) <= 0.12*Rn*2/l
87         ei = DeltaI;
88     else
89         ei = ((1+0.6*l/dn)*exp(-1*(ug/(f*l)-0.12*dn/l)/(0.25+l/dn))
            -0.6*l/dn)*DeltaI;
90     end
91
92     leff = l + ei + DeltaE %Comprimento efetivo do pesco o
93
94     Rf = ((12.52*(1/(Rn*2))^( -0.32) -2.44)*(ux/(f*Rn*2)) -3.2)*f*
            Rn*2/c0 + rho*c0*k^2/(2*pi); %Resistencia acustica do
            ressonador com escoamento
95     ZH = Rf + j*(w*rho*leff/Sn - rho*c0^2/(w*Vc)); %Impedancia
            do ressonador com escoamento
96     ZH = ZH/t;
97
98     T = [exp(-j*ki*a) 0; 0 exp(j*kr*a)]*[(1-(rho*c0)/(2*Sd*
            ZH)) -(rho*c0)/(2*Sd*ZH); (rho*c0)/(2*Sd*ZH) (1+(rho*
    
```

```

    c0)/(2*Sd*ZH) ] ; %Matriz de transferencia
99
100     [avec , aval] = eig(T) ; %calculo dos autovalores e autovetores
    da matriz de transferencia
101
102     lamb1 = (aval(1,1)) ;
103     lamb2 = (aval(2,2)) ;
104
105     vi1 = (avec(1,1)) ;
106     vr1 = (avec(2,1)) ;
107     vi2 = (avec(1,2)) ;
108     vr2 = (avec(2,2)) ;
109
110
111     syms a0 b0 %calculo dos coeficientes a0 e b0
112     eq1 = a0*lamb1^(n-1)*vr1*exp(j*kr*Lend) + b0*lamb1^(n-1)
    *vr2*exp(j*kr*Lend) == 0 ;
113     eq2 = (a0*lamb1^(-1)*vi1 + b0*lamb2^(-1)*vi2)*exp(-j*ki
    *(a-Lstart)) + (a0*lamb1^(-1)*vr1 + b0*lamb2^(-1)*vr2
    )*exp(-j*ki*(a-Lstart)) == P0 ;
114     coef = solve([eq1 , eq2] , [a0 , b0]) ;
115     a0 = coef.a0 ;
116     b0 = coef.b0 ;
117
118     TL = 20*log10(abs((a0*lamb1^(-1)*vi1 + b0*lamb2^(-1)*vi2)/(a0*
    lamb1^(n)*vi1 + b0*lamb2^(n)*vi2))) ; %calculo da perda de
    transmissao
119
120     if TL > 0
121         TL = -TL ;
122     end
123
124     TL_vec(1 , i) = -TL ;
125     i = i + 1 ;
126
127 end
128 %Plot de resultados
129     f = f1 : d : f2 ;
130     f1 = f1 : d : f2 ;

```

```
131
132     figure(1);
133
134     dlmwrite('TL.txt',TL_vec, 'delimiter','\n','precision',5);
135     dlmwrite('F.txt',f, 'delimiter','\n','precision',5);
136
137     hold on;
138     grid on;
139     plot(f,TL_vec,'black');
140
141     set(axes_handle,'XGrid','on')
142
143     xlabel('Frequency (Hz)')
144     ylabel('Transmission Loss (dB)')
145
146     grid off
147     hold off
148
149 end
```