



**Universidade de Brasília - UnB  
Faculdade UnB Gama - FGA  
Curso de Engenharia Automotiva**

**Análise estrutural de um chassi de Kart: aplicando o  
Método dos Elementos Finitos para quantificar a  
interferência da barra anti-rolagem**

**Autor: Giuliano Alves Mesquita**

**Orientador: Carla Tatiana Mota Anflor**

**Brasília, DF  
2023**



**Giuliano Alves Mesquita**

**Análise estrutural de um chassi de Kart: aplicando o Método dos elementos finitos para quantificar a interferência da barra anti-rolagem**

Monografia submetida ao curso de graduação em Engenharia Automotiva da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Automotiva.

Orientador: Dra. Carla Tatiana Mota Anflor

**Brasília, DF**

**2023**

Alves, Giuliano.

Análise estrutural de um kart: aplicando o Método dos Elementos Finitos para quantificar a interferência da barra anti-rolagem / Giuliano Alves Mesquita. Brasília: UnB, 2023. 81 p. : il. ; 29,5 cm.

Monografia (Graduação) – Universidade de Brasília  
Faculdade do Gama, Brasília, 2023. Dra. Carla Tatiana  
Mota Anflor.

1. Kart. 2. Barra anti-rolagem. 3. Método dos elementos finitos I. Anflor, Carla. II. Análise estrutural de um kart: aplicando o Método dos Elementos Finitos para quantificar a interferência da barra anti-rolagem.

CDU Classificação

Giuliano Alves Mesquita

Monografia submetida como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Automotiva da Faculdade UnB Gama - FGA, da Universidade de Brasília, em (25 de Julho de 2023) apresentada e aprovada pela banca examinadora abaixo assinada:

---

**Dra. Carla Tatiana Mota Anflor, UnB/ FGA**

Orientador

---

**Dr. Felipe Chagas Storti, UnB/ FGA**

Membro Convidado

---

**MSc. Saleh Barbosa Khalil, UnB/ FGA**

Membro Convidado

Brasília, DF

2023

Dedico este trabalho ao meu avô José Alves, in memoriam. Os ensinamentos e reflexões juntos continuam me influenciando.

## **Agradecimentos**

Gostaria de agradecer à professora doutora Carla Anflor que me integrou ao conhecimento de análises estruturais por meio do Método dos Elementos Finitos.

Ao Euclides Santana por todo o apoio e ajuda com as dificuldades impostas durante as simulações.

À minha mãe Giovana, ao meu pai Sidney, à minha avó Margarida e ao meu falecido avô José, sou extremamente grato a vocês.

À Amanda Beatriz que me apoiou durante a maior parte da graduação.

Aos meus professores do ensino médio Guilherme Wilhelms e Eduardo Coelho, que sempre me orientaram e incentivaram a correr atrás dos meus sonhos.

“Ninguém é tão grande que não possa aprender, nem tão pequeno que não possa ensinar”. Esopo.

## **Resumo**

Esse trabalho consiste em analisar um chassi de kart destinado a corridas. Apesar de serem utilizados em competições, a dinâmica veicular e a deformação estrutural dessa subclasse de veículos é pouco estudada. Desta maneira, um modelo foi criado em ambiente computacional e o método dos elementos finitos foi escolhido para calcular os esforços. As cargas externas atuantes foram determinadas por meio dos conceitos teóricos e testes práticos, os parâmetros do kart foram baseados nos dados da Confederação Brasileira de Automobilismo e na fabricante. Com o objetivo de estudar o comportamento estrutural em uma situação de curva, o campo de tensões, deformações e frequências naturais da estrutura foram obtidos com o auxílio de simulações numéricas. Três grandes tipos de análise foram escolhidos: estática, considerando os suportes, forças externas e propriedades do material; modal, considerando a geometria e o contato entre as peças para obter os modos de vibração e a análise de fadiga.

**Palavras-chave: Kart, barra anti-rolagem, método dos elementos finitos, simulação numérica, análise estrutural.**



## **Abstract**

This study entails the analysis of a kart chassis designed for racing purposes. Despite its utilization in competitive events, the vehicle dynamics and structural deformation characteristics of this specific vehicle subclass have received limited scholarly attention. Therefore, a computational model was developed, employing the finite element method to compute the applied forces. The determination of external loads was achieved through theoretical concepts and practical tests, while the kart parameters were derived from data provided by the Brazilian Motorsport Confederation and the manufacturer. In order to investigate the structural behavior under cornering conditions, numerical simulations were employed to obtain stress fields, deformations, and natural frequencies of the structure. Three primary types of analysis were selected for investigation: static analysis, incorporating supports, external forces, and material properties; modal analysis, considering geometry and inter-component contact to ascertain vibration modes; and fatigue analysis.

**Key words: Go karting, anti-roll bar, Finite element analyses, numerical simulation, Vehicle car dynamics.**

## Lista de figuras

Figura 1 – Kart. Fonte.....	21
Figura 2 – Vista superior de um chassi de kart.....	22
Figura 3 - Esquemático de um Kart.....	22
Figura 4 - Kart com carenagem parcial. ....	26
Figura 5 - Kart com carenagem total.....	26
Figura 6 - Diferentes compostos de pneu. ....	27
Figura 7 - Posição longitudinal do Centro de gravidade .....	28
Figura 8 - Altura do centro de gravidade.....	29
Figura 9 - Sistema de um veículo simplificado. ....	30
Figura 10 - Posição da barra ARB .....	31
Figura 11 - Sensibilidade a carga vertical .....	32
Figura 12 – Carga de retenção em um conjunto de livros. ....	33
Figura 13 - Parafusos do mordedor. ....	33
Figura 14 - Fluxograma para o Método dos Elementos Finitos .....	38
Figura 15 - Jacobiano da transformação.....	40
Figura 16 - Cálculo de assimetria dos elementos. ....	40
Figura 17 - Ângulo máximo para os elementos.....	41
Figura 18 - Elementos com qualidades diferentes em uma malha .....	42
Figura 19 - Elementos discretizados em sólido e em casca.....	44
Figura 20 – Critérios de análise. ....	49
Figura 21 - Fluxograma da metodologia empregada.....	51
Figura 22 - Vista de cima da homologação do chassi. ....	52
Figura 23 - Vista lateral da homologação do chassi.....	52
Figura 24 - Chassi da homologação modelado em CAD. ....	53
Figura 25 - Chassi homologado com ARB.....	53
Figura 26 - Chassi com banco, eixo e assoalho modelado em CAD. ....	54
Figura 27 - Chassi utilizado para as medições .....	55
Figura 28 - Métrica de malha .....	55
Figura 29 - Qualidade da malha .....	56
Figura 30 – Sistema de aquisição de dados. ....	57

Figura 31 - Volta mais rápida do treino.....	58
Figura 32 - Condição de curva com aceleração lateral máxima.....	59
Figura 33 - Condições de contorno. ....	59
Figura 34 – Contatos não lineares utilizados. ....	60
Figura 35 - Gráfico de convergência de força .....	62
Figura 36 - Linha utilizada para a comparação de deslocamento entre os dois chassis aplicada no chassi simples .....	63
Figura 37 - Linha utilizada para a comparação de deslocamento entre os dois chassis aplicada no chassi completo.....	63
Figura 38 - Deslocamentos no chassi simples com contatos não lineares.....	64
Figura 39 - Deslocamentos no chassi completo com contatos não lineares .....	64
Figura 40 - Deslocamentos no chassi completo. ....	65
Figura 41 - Deslocamentos no chassi simples com contatos lineares .....	65
Figura 42 – Linha de análise para o campo de tensões de deformações .....	66
Figura 43 – Comparativo do deslocamento total x espessura da parede com diferentes materiais .....	66
Figura 44 – Movimento realizado pelo chassi durante as simulações.....	67
Figura 45 - Campo de tensões da barra de aço .....	67
Figura 46 - Campo de tensões da barra de alumínio .....	68
Figura 47 - Campo de tensões da barra de PVC.....	68
Figura 48 - Campo de tensões da barra de Fibra de Carbono.....	69
Figura 49 - Comparativo da barra mais rígida para cada material .....	69
Figura 50 - Comparativo das frequências naturais pela espessura da parede.....	70
Figura 51 - Vida da barra x espessura da parede .....	71
Figura 52 - Curva S-N para os diferentes materiais e espessuras da ARB.....	72
Figura 53 - Área mais afetada pela fadiga.....	73

## Lista de tabelas

Tabela 1 - Tipos de elementos .....	39
Tabela 2 - Dimensões gerais do chassi em milímetros.....	52
Tabela 4 - Propriedades mecânicas .....	56
Tabela 5 - Força G máxima em cada volta.....	58

### **Lista de siglas e abreviações**

ARB	Anti-roll Bar
CAD	Computer Aided Design
CAE	Computer Aided Engineering
CBA	Confederação Brasileira de Automobilismo
FIA	Federação Internacional do Automobilismo
MEF	Método dos Elementos Finitos

## Lista de símbolos

$W_{FT}$  = Carga no eixo dianteiro com o eixo traseiro suspenso

$W_{RS}$  = Carga estática no eixo traseiro

[C] = Matriz de amortecimento

[K] = Matriz de rigidez relativa aos graus de liberdade

[M] = Matriz de massa

{v} = Vetor da configuração deformada da estrutura. Invariável com o tempo

$A_y$  = Aceleração lateral

B = Distância do centro de massa para o eixo dianteiro

C = Distância do centro de massa para o eixo traseiro

CG = Centro de gravidade

f = Dianteira

FA = Forças devido ao amortecimento

FE = Forças de deformação elástica

FI = Forças de Inércia

G = Aceleração da gravidade dada em Metros por segundo ao quadrado

H = Altura do centro de massa em relação ao solo

$K\phi$  = Rigidez a rolagem equivalente no eixo dada em (Newton\*Metro) /Radiano

L = Distância entre eixos (metros)

M = Massa

p = Frequência de vibração

p(t) = Forças externas

R = Raio da roda

r = Traseira

t = Distância de uma roda até a outra (bitola)

u = Deslocamento

$W$  = Peso

$\Phi$  = Fase

$\theta$  = inclinação da pista

# Sumário

<b>1</b>	<b><i>Introdução</i></b> .....	<b>15</b>
1.1	Justificativa .....	17
1.2	Objetivos do trabalho .....	18
1.3	Objetivos gerais.....	18
1.4	Objetivos específicos .....	18
<b>2</b>	<b><i>Revisão bibliográfica</i></b> .....	<b>18</b>
<b>3</b>	<b><i>Fundamentos teóricos</i></b> .....	<b>21</b>
3.1	O Kart.....	21
3.1.1	Tipos de Kart .....	25
3.2	Dinâmica veicular .....	27
3.3	Centro de massa .....	28
3.4	Transferência lateral de carga .....	29
3.5	Barra anti-rolagem .....	31
3.6	Pré-carga.....	32
3.7	Modelagem em CAD .....	34
3.8	Método dos elementos finitos .....	34
3.9	Contato entre as peças .....	38
3.10	Malha.....	38
3.11	Tipos de elementos.....	42
3.11.1	Elementos sólidos.....	42
3.11.2	Elementos casca .....	43
3.11.3	Elementos de contato.....	44
3.12	Condições de contorno .....	44
3.13	Análise modal.....	45
3.14	Frequência natural.....	45
3.15	Fadiga .....	48
<b>4</b>	<b><i>Metodologia</i></b> .....	<b>51</b>

4.1	Modelagem da estrutura .....	52
4.2	Validação da geometria .....	54
4.3	Análise de convergência e qualidade da malha .....	55
4.4	Condições de contorno impostas.....	56
<b>5</b>	<b>Resultados .....</b>	<b>60</b>
5.1	Análise estática estrutural .....	60
5.2	Análise modal.....	70
5.3	Análise de fadiga .....	71
<b>6</b>	<b>Conclusão .....</b>	<b>73</b>
<b>7</b>	<b>Referência bibliográfica .....</b>	<b>75</b>
<b>8</b>	<b>Apêndice.....</b>	<b>77</b>



## 1 INTRODUÇÃO

Os Karts são veículos automotores que possuem essencialmente baixo peso, chassi tubular sem suspensão, 4 pneus, 1 banco para o piloto, 1 volante, dois pedais e uma fonte motora. Sua criação se dá em meados dos anos 50 por pilotos de avião nos Estados Unidos da América após a segunda guerra mundial (FIA Karting, 2023). Pensando em criar uma atividade para o tempo livre, os pilotos uniram a paixão pelos motores com os conhecimentos de mecânica e pensaram em um veículo de chassi pequeno, fácil fabricação e manutenção (Portal kart motor, 2022).

O primeiro modelo foi construído com motor de cortador de grama e estruturas metálicas que não tinham mais utilidade. Ainda na década de 50, os karts se tornaram rapidamente populares ocasionando o surgimento das primeiras fábricas. Com marcas oficiais no mercado, as competições foram inevitáveis, levando às primeiras corridas. Em 13 de agosto de 1960, o Brasil realizou a primeira corrida de karts e em 1964 o mundial levou corridas à Roma e à Itália (Portal Kart Motor, 2022).

Competições foram fundamentais para o avanço tecnológico dos monopostos. Com a busca pela maior potência, menor peso e maior agilidade na pista, os parâmetros de ajustes se tornaram fundamentais. Assim, as equipes possuíam mais de um chassi e mais de um motor a fim de alterar a rigidez ou a potência do veículo para uma determinada pista ou país que iriam correr. Além disso, foram criados parâmetros que podiam ser ajustados dentro de um chassi para que as mudanças nas características dinâmicas fossem feitas mais rapidamente pelas equipes.

A indústria automotiva da época serviu como base e inspiração para os parâmetros de ajuste. Apesar de não ter suspensão, conceitos da dinâmica veicular relacionados à transferência de carga foram aplicados de forma similar. Piazza (2022) defende que a suspensão é um dos fatores mais relevantes para a rodagem do veículo com as funções: absorver impactos provenientes de irregularidades no solo, aumentar a estabilidade direcional, resistir aos efeitos da curva, manter o alinhamento do chassi e manter o contato dos pneus com o solo. Na época, os carros eram feitos com muito aço, de forma que a rigidez era muito elevada, já os karts tinham estruturas mais simples e menos rígidas, fazendo com que o chassi se comportasse como uma mola, se deformando nas curvas. Assim, a semelhança com os carros foi evidenciada pois o chassi pôde ser analisado como uma suspensão.

Pensando em desenvolver a dinâmica dos karts foram aplicados estudos que envolviam transferência de carga lateral e longitudinal, controle da rigidez e da rolagem da carroceria foram aplicados. A barra estabilizadora ou barra anti-rolagem, segundo Milliken (1995), é responsável por ligar verticalmente as rodas da esquerda e da direita do mesmo eixo, diminuindo a rolagem da carroceria. Ao ser solicitada durante uma curva, surgem reações dinâmicas, rotações e deflexões que são transmitidas de uma roda para outra. Assim, é criada uma dependência física que aumenta a rigidez do chassi. É válido notar que essa barra só afeta em movimentos laterais em que as rodas têm movimentos contrários, não possuindo aplicabilidade para movimentos longitudinais como aceleração e frenagem em que as rodas de um mesmo eixo possuem movimentos paralelos em relação ao chassi.

Os chassis podem ter maior rigidez e menor rolagem adicionando a barra anti-rolagem ou menor rigidez e maior rolagem ao retirá-la. O local de fixação, o material e a geometria da barra afetam diretamente a rigidez do chassi. Assim, faz-se necessário um estudo analítico por parte das equipes ou das fabricantes para determinar o quanto a rigidez será alterada a fim de utilizar a melhor barra para cada corrida.

As ARB (*anti roll bar* do inglês, barra anti-rolagem) vendidas atualmente para os karts não possuem dados de rigidez, deformação e de fadiga. Algumas empresas falam que os dados são sigilosos para que concorrentes não façam um chassi com a mesma rigidez e outras não fazem as análises por falta de um departamento de engenharia bem definido. Assim, as equipes de Kart testam geometrias, pretensão nos parafusos e materiais diferentes com o objetivo de determinar empiricamente a influência da barra no chassi.

Uma forma de diminuir os custos e os testes práticos é utilizando o método dos elementos finitos (MEF). Idealizado por volta dos anos 50, tem sido largamente utilizado, sobretudo com o avanço computacional segundo Sabat (2021). O ponto principal é discretizar a estrutura em elementos que serão analisados como se fossem molas, assim uma força externa será igual à matriz de rigidez multiplicada pelo campo de deformação do elemento.

Desse modo, as equipes de corrida podem utilizar o MEF para definir o melhor ajuste para cada condição de pista. O cálculo do campo de tensões e de deformações apresenta resultados de deformação e tensão de escoamento, relacionados à

integridade do material. As frequências naturais ou frequências ressonantes também podem ser calculadas utilizando-se essa teoria. Apesar disso, diversas modalidades de esportes movidos a motor não possuem um departamento de engenharia capaz de fazer essas análises como por exemplo, os karts.

### **1.1 Justificativa**

A possibilidade de analisar a influência de peças computacionalmente se tornou fundamental para a indústria automotiva. Muitos carros foram desenvolvidos com testes baseados na tentativa e erro, alterando a geometria ou as propriedades mecânicas das peças e as ensaiando. Hoje, as empresas fabricam cada vez menos componentes para testes físicos e obtêm resultados mais precisos com os modelos matemáticos.

Este estudo é motivado pela grande importância da análise numérica em projetos de engenharia e pelo pequeno número de trabalhos envolvendo componentes específicos dos karts. Faz-se notória a necessidade de novos estudos nessa área de pesquisa. Deste modo, o esforço consiste em analisar numericamente um chassi com e sem a barra anti-rolagem em uma situação de curva.

O kartismo é fundamental para a evolução de pilotos, engenheiros e mecânicos. A análise de dados dentro do esporte a motor é uma das portas de entrada para aprender sobre a engenharia de pista. Mas, essa experiência mostra que em algumas categorias existe um vasto banco de informações de ajustes, enquanto outras precisam de testes práticos contínuos. Deste modo, faz-se importante modelar chassis de kart para que a categoria introdutória do esporte a motor evolua.

## 1.2 Objetivos do trabalho

### 1.3 Objetivos gerais

Este estudo tem o objetivo de analisar, por meio do método dos elementos finitos, um chassi de kart com e sem a barra anti-rolagem em uma situação de curva com a maior aceleração lateral obtida em teste.

### 1.4 Objetivos específicos

- Modelar o chassi, a barra anti-rolagem e os mordedores em um CAD (*Computer Aided Design*).
- Gerar uma malha com boa qualidade, analisando a dependência de malha e sua convergência.
- Impor as condições de contorno de uma curva.
- Analisar o campo de tensões e as deformações da estrutura com diferentes geometrias, 4 espessuras e sem a barra anti-rolagem.
- Analisar as frequências naturais e a fadiga das diferentes barras.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Os estudos que envolvem karts são recentes quando comparados aos dos carros. A falta de livros e bibliografias específicas sobre o tema faz com que diferentes estudantes e pesquisadores busquem formas de modelar e solucionar os problemas enfrentados. Pensando nisso, foram selecionados trabalhos de conclusão de curso e artigos científicos como base para as análises. Levando em consideração os estudos de Felipe Azevedo Canut (2014), o método dos elementos finitos (MEF) é a forma mais eficiente de resolver esses problemas, uma vez que elementos discretizados são analisados de forma precisa e com custo computacional reduzido em comparação à elementos não discretizados.

O MEF é um método extenso que pode ser utilizado com diferentes finalidades. A análise modal livre, com foco na frequência natural da estrutura, pode ser feita por meio da estrutura discretizada, com contatos e propriedades mecânicas dos materiais aplicadas. Ademais, análises estático estruturais também podem ser feitas pelo método, porém impondo condições de contorno como forças externas atuantes no chassi.

A análise modal e de transmissibilidade da vibração em um kart direciona o desenvolvimento de isoladores, que influenciam a integridade dos materiais e o conforto do piloto. O trabalho dos engenheiros Ciro Silva, Cleberson Santos, Giovane Lima, Rodrigo Lopes e Wesley Araújo (2022) evidencia os pontos com maior incidência de vibração em um chassi, causadores de danos estruturais e fadiga. As condições de contorno foram obtidas por meio de testes experimentais com um kart, acelerômetros piezoelétricos e um sistema de aquisição de dados para obter a aceleração lateral máxima e o peso do veículo. O chassi, construído com aço 1020, foi ensaiado fisicamente e os dados foram analisados para mostrar os pontos com maior vibração. Com os locais críticos mapeados, um sistema de amortecimento de vibração foi desenvolvido e a mesma análise foi aplicada. É válido dizer que o estudo se volta para as regiões com maior amplitude de vibração para aumentar a eficiência do projeto, resultando assim em até 90% a menos de vibração nos pontos críticos.

O sistema de aquisição de dados é fundamental para investigar a variação de um parâmetro predeterminado. Telemetria significa medição de forma remota e pode ser aplicada para diferentes fins. O trabalho de Silva et al (2022) utiliza um sistema para explorar as frequências naturais ou modos de vibração de um chassi. Mas, sistemas análogos podem ser utilizados para dados de performance tais como: velocidade, posição dos pedais e ângulo do volante a cada ponto do circuito. Em 2012, Diogo Holanda Dantas projetou um sistema de telemetria para os karts. Com o mecanismo, equipe de engenheiros, mecânicos e pilotos podem analisar gráficos comparativos entre as voltas ao retornar aos boxes. Para o projeto, Dantas utilizou dois potenciômetros lineares, um giroscópio e um sensor de velocidade, tornando possível gerar dados em cada ponto do circuito como acelerações laterais e longitudinais além da posição dos pedais.

Utilizando-se a teoria de Euler-Bernoulli, Alan Neves (2018) fez a análise de um eixo traseiro de kart a fim obter as deflexões ou flechas dos elementos. Para isso, fez modelos analíticos para condições dinâmicas como curvas, frenagem e aceleração. Em seguida, nas mesmas situações, os problemas foram analisados por um software de método dos elementos finitos a fim de comparar e analisar a convergência dos dois resultados. As situações mais críticas foram estabelecidas e o eixo traseiro foi otimizado para obter melhor desempenho.

Osvaldo Luiz Maziero (2019) fez a análise estrutural de dois veículos utilizados para competições de eficiência energética. Os modelos tiveram o chassi tubular modelado em CAD (*Computer Aided Design*) e foram analisados segundo o método dos elementos finitos. Maziero trabalhou com chassis com tamanhos diferentes de entre eixos a fim de quantificar a diferença na rigidez a torção entre os dois modelos. O estudo baseou-se na interferência estrutural para a integridade do chassi e nas mudanças causadas na dinâmica dos dois protótipos.

Observar e aplicar os conceitos da dinâmica veicular dos carros nos karts foi essencial para o avanço dessa subclasse. Assim, Jovani Antonio Cossa (2017) dividiu os conceitos da dinâmica veicular em dois grandes grupos: dinâmica longitudinal e lateral. O primeiro grupo é responsável pelo estudo das resistências mecânicas, do ar, ao rolamento e devido a inclinação da pista. Já o segundo, está relacionado a inclinação lateral da pista, força centrífuga e a incidência de ventos laterais. Cossa (2017) utilizou dois chassis homologados pela Confederação Brasileira de automobilismo para compará-los dinamicamente. Os parâmetros como centro de gravidade, massa, resistência a rolagem e aceleração lateral máxima para dois modelos foram obtidos por meio de equações e medições físicas. Uma vez modelado em CAD (*Computer Aided Design*) e com parâmetros estabelecidos, os modelos foram simulados por meio do método dos elementos finitos para analisar as tensões e deformações. Assim, foi possível determinar a rigidez dianteira e traseira para cada um dos modelos.

### 3 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

#### 3.1 O Kart

O kart foi inventado nos anos 50, nos Estados Unidos da América, por pilotos de avião que queriam um esporte para os momentos de folga (FIA Karting, 2023). Cada geração de kart possui componentes com mais componentes ajustáveis e mais horas de análise a fim de aumentar a performance, culminando em modelos como o da figura 1. É válido dizer que todos os componentes do chassi e que estão fixados ao chassi devem ser homologados nacionalmente ou internacionalmente (Carvalho, 2004).



Figura 1 – Kart. Fonte: (Portal Kart Motor, acesso em Julho de 2023)

A fabricação utiliza tubos de metal com uma tolerância pequena. As quatro maiores fábricas brasileiras utilizam tubos de aço dobrados e soldados para atingir a geometria pretendida (Figura 2). Devido às dimensões do kart, o motor e o freio são deslocados para lados opostos, fazendo com que o chassi seja assimétrico. A estrutura pode variar com a escolha de motores dois ou quatro tempos, com a presença ou não de carenagem, mas existem componentes básicos que estão presentes em todos os karts (Figura 3).

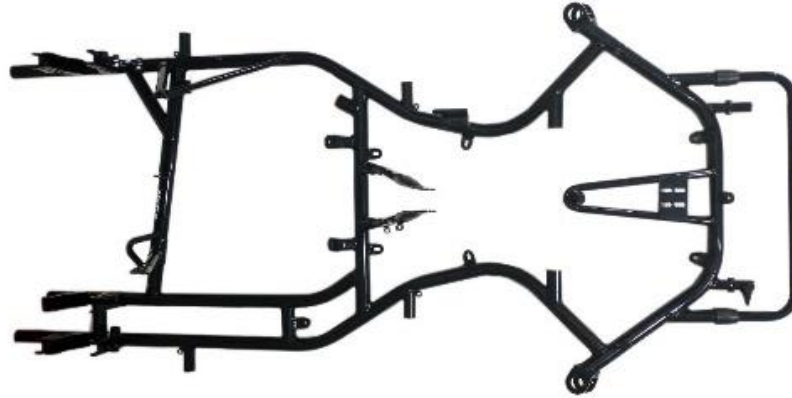


Figura 2 – Vista superior de um chassi de kart.  
 Fonte: (megakart.com.br, acesso em julho de 2023)

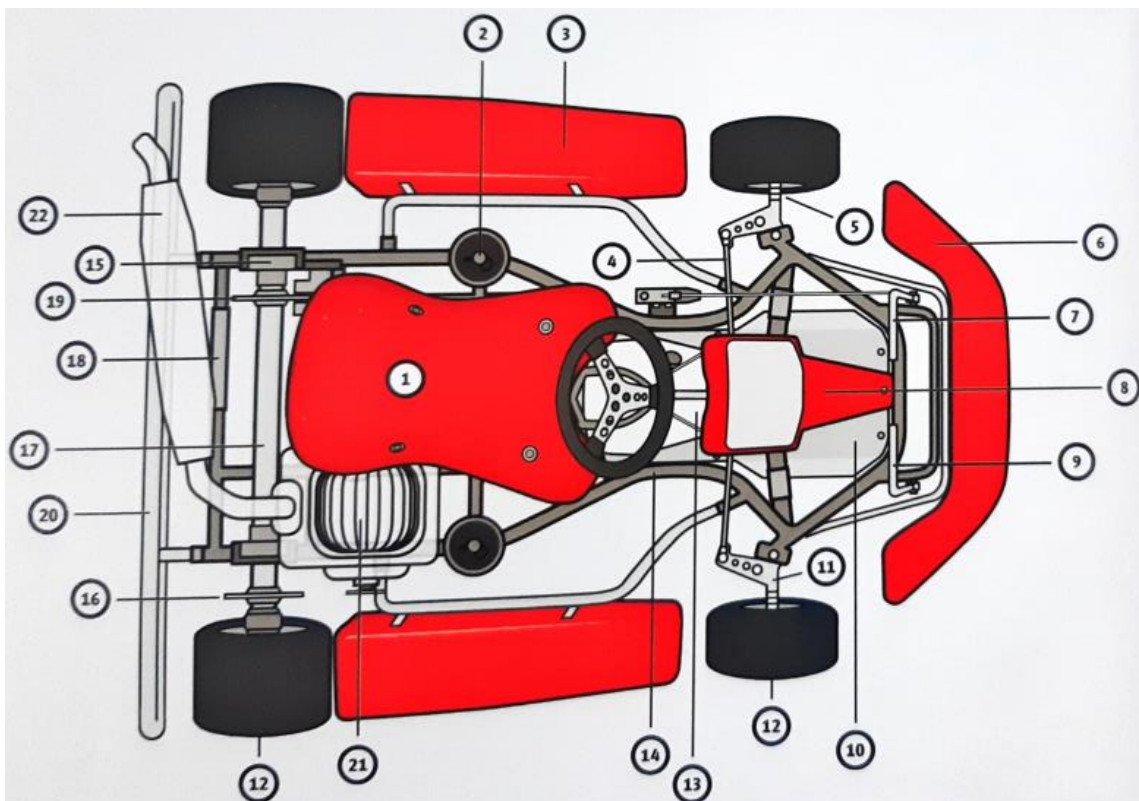


Figura 3 - Esquemático de um Kart.  
 Fonte: (Sanches, 2007, página 30)

- 1 – Assento
- 2 – Suporte para montagem do lastro



- 3 – Proteção lateral
- 4 – Haste da corrente
- 5 – Espaçadores
- 6 - Para-choque dianteiro
- 7 - Pedal de freio
- 8 - Nariz aerodinâmico
- 9 - Pedal do acelerador
- 10 - Placa de piso
- 11 - Ponta de eixo
- 12 - Aro da roda
- 13 - Tanque de combustível
- 14 - Chassi
- 15 - Rolamentos
- 16 - Coroa
- 17 - Eixo traseiro
- 18 - Barra de torção
- 19 - Sistema de freio
- 20 - Para-choque traseiro
- 21 - Motor
- 22 – Escapamento

O peso mínimo de cada categoria de kart é tabelado e é um dos fatores mais importantes para uma boa performance. As divisões para amadores, crianças e idosos possuem maior peso em relação as divisões profissionais, para aumentar a segurança dos pilotos. As dimensões e espessuras dos tubos podem ser escolhidas pelas fabricantes, mas costuma-se utilizar tubos entre 30 e 32 milímetros de diâmetro, espessura de 1,5 a 2,5 milímetros uma vez que o peso, a bitola e o entre eixos mínimos são impostos pela Federação Internacional de automobilismo ou pela Confederação brasileira de automobilismo. Em busca da melhor dinâmica veicular, a empresa Tonykart recomenda 43% do peso do veículo no eixo dianteiro e 57% no eixo traseiro. Os valores mudam para cada empresa, mas a variação do peso por eixo também é pequena devido a posição do motor, do piloto e do tanque de combustível que não variam.

Os carros de rua, motocicletas, veículos do tipo fórmula, entre outros, contam com um sistema de suspensão para absorção de impactos e controle da carroceria. Esse sistema é utilizado para reduzir vibrações, impor o quanto a carroceria se move em relação às rodas, em como será o comportamento dinâmico e o quão precisa será a condução do veículo. Devido ao kart não possuir sistema de suspensão, os demais parâmetros de ajuste passam a ter uma importância maior a fim de controlar a rolagem da carroceria e alterar o comportamento dinâmico. Esses parâmetros incluem barra anti-rolagem dianteira e traseiras, mudança do tamanho do eixo, distribuição de peso e pressão de pneus. Assim, o chassi funciona como uma mola, podendo torcer e flexionar para que os pneus estejam em contato com o solo da forma mais ideal possível (carrosinfoco.com.br, acessado em 2023). Segundo Carvalho (2004), o uso de amortecedores é desnecessário pois o centro de gravidade baixo e a transferência de carga reduzidas impedem o capotamento mesmo se rodar em alta velocidade.

### 3.1.1 Tipos de Kart

Os campeonatos de Kart são divididos por classes para que as disputas na pista sejam mais justas. Dentre as classes tem a Cadet para pilotos até 14 anos, a Junior para pilotos que estão se acostumando com o tamanho de chassi padrão e ganhando experiência com o automobilismo, por fim tem-se a Senior em que há os pilotos e equipes mais experientes. Além das divisões padrão, cada país tem autonomia para criar regras, assim nos Estados Unidos da América, por exemplo, existem mais de 15 classes baseadas na idade e no tipo de motor utilizado (Sanches, 2007).

Existem, usualmente, 4 grandes tipos de chassi de kart. O chassi para a classe Cadet possui dimensões menores para acomodar os pilotos de 5 a 14 anos, motor com menos potência para facilitar o aprendizado e menor peso como consequência. O chassi para as classes Junior e Senior são do tamanho padrão, podem ter motor 2 ou quatro tempos e tem o limite de peso baseado na classe e no tipo de motor utilizado. Karts para aluguel possuem estrutura parecida com os da classe Junior, porém possuem reforços estruturais e para-choques que circulam o carro inteiro, incluindo os pneus, a fim de evitar acidentes e quebras mecânicas. O “Shifter” (trocador, em inglês. Referência utilizada ao sistema de transmissão que permite trocas de marcha), com estrutura de fixação de freio na dianteira e na traseira além dos reforços estruturais para resistir a maior potência e peso da caixa de transmissão (Sanches, 2007).

A aerodinâmica é pouco relevante em classes como Cadet e Junior, mas é importante na classe Senior. A maior habilidade dos pilotos em conjunto com os motores de dois tempos leva os karts a velocidades superiores a 100 km/h, aumentando a influência do arrasto aerodinâmico. Assim, surgiram karts com carenagens parciais, figura 4, e totais, figura 5, que disputam campeonatos específicos. É válido dizer que esse tipo de recurso não é permitido na maioria dos campeonatos e não há alterações estruturais, a carenagem é fixada no local do para-choque.



Figura 4 - Kart com carenagem parcial.

Fonte: (Sanches, 2007, página 69)



Figura 5 - Kart com carenagem total.

Fonte: (Sanches, 2007, página 22)

Algumas federações permitem a troca dos compostos de pneus, subdividindo as categorias existentes. Assim, dentro da classe Junior, por exemplo, existem subcategorias que correm com pneus macios, intermediários e duros. Um pneu mais macio é indicado quando precisa-se aumentar a aderência mecânica, gerando maiores acelerações laterais nas curvas, porém esse tipo de composto possui menor durabilidade (Carvalho, 2009). Deste modo, o composto do pneu entra como mais uma variável capaz de alterar o comportamento do veículo e a faixa útil de utilização uma vez que o número de voltas interfere diretamente no desgaste dos pneus. É importante falar que os compostos se aplicam para os pneus de chuva e pneus para condição de pista seca, figura 6.



Figura 6 - Diferentes compostos de pneu.

Fonte: (Carvalho, 2009)

### 3.2 Dinâmica veicular

A dinâmica veicular estuda o movimento do veículo e de seus componentes em função dos esforços externos. Esses esforços podem ser devidos as excitações de pista como ondulações, buracos e acíves como também causadas pelo piloto em situação de curva, aceleração ou frenagem. Existem duas grandes formas de analisar o comportamento dinâmico de um veículo: análises dinâmicas que consideram o

veículo como um somatório de pontos de massa se movendo e as análises estáticas que consideram esforços momentâneos (Cossa, 2017).

Os estudos podem ser divididos entre movimentos laterais e verticais. O estudo da dinâmica vertical está relacionado ao controle da vibração entre as massas suspensas e não suspensas, no caso do kart está relacionada à deflexão do eixo e do chassi além da vibração. O estudo da dinâmica lateral envolve a transferência de carga de acordo com as forças externas e o comportamento dinâmico do veículo, incluindo a rolagem da carroceria, tendência dianteira ou traseira e o conforto dos passageiros. Para os dois grupos, são consideradas equações de somatórios de força ao longo do chassi para obter o centro de massa e as reações relacionadas a ele, segundo Gillespie (1992).

### 3.3 Centro de massa

Segundo Gustavo Marchiori (2017), o centro de massa é fundamental para a análise dinâmica do veículo. Também conhecido como centro de gravidade e relacionado ao conforto dos ocupantes, se junta à velocidade e ao atrito do pneu com a pista como os três fatores que determinam o limite no qual um veículo pode fazer uma curva sem capotar, segundo Ciro Kandi Onuki (2019). O centro de gravidade pode ser determinado longitudinalmente por meio da equação 1 (Figura 7) e depois ter sua altura calculada (Figura 8) pela equação 2:

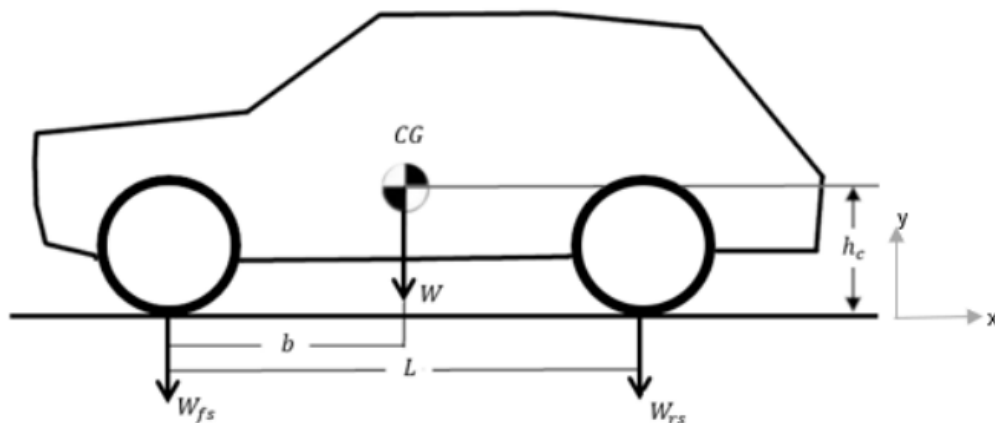


Figura 7 - Posição longitudinal do Centro de gravidade  
(Fonte: Heibing e Ersoy 2011, página 161, adaptado)

$$b = \frac{W_{RS}L}{W\cos\theta} \quad (1)$$

B = Distância do centro de massa para o eixo dianteiro (metros).

$W_{RS}$  = Carga estática no eixo traseiro (Newtons).

$W$  = Peso total do veículo (Newtons).

$L$  = Distância entre eixos (metros).

$\theta$  = inclinação da pista.

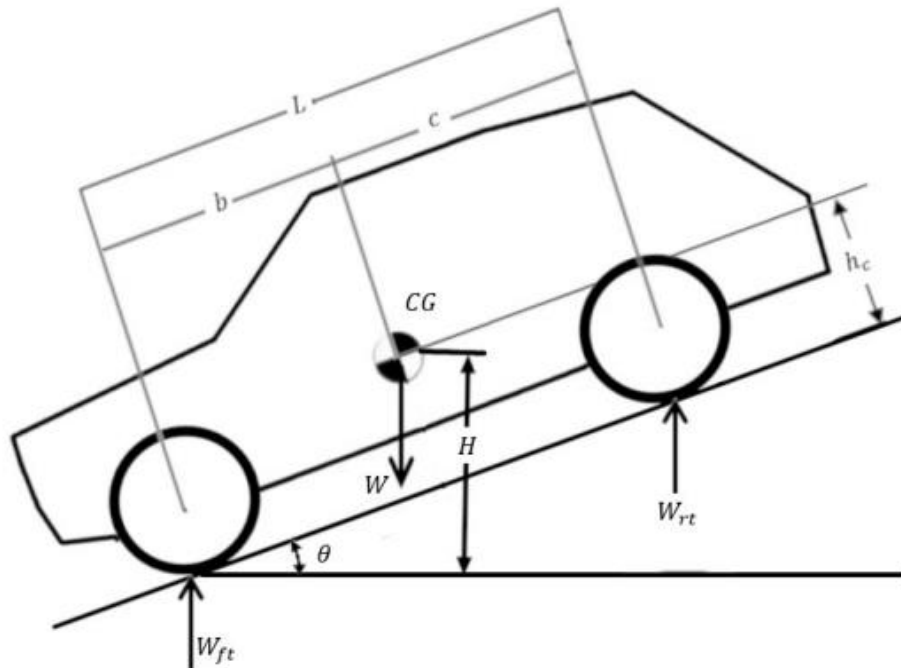


Figura 8 - Altura do centro de gravidade

(Fonte: Heibing e Ersoy 2011, página 161, adaptado)

$$H = \frac{(W_{FT}L) - (W_C)}{W \tan \theta} R \quad (2)$$

$H$  = Altura do centro de massa em relação ao solo (metros).

$W_{FT}$  = Carga no eixo dianteiro com o eixo traseiro suspenso (Newtons).

$C$  = Distância do centro de massa para o eixo traseiro (metros).

$R$  = Raio da roda (metros).

### 3.4 Transferência lateral de carga

A aceleração ou transferência de peso lateral é a variação na carga vertical das rodas devido à aceleração imposta no centro de gravidade do veículo (Maziero, 2019). Calculada por meio da equação 3, é largamente influenciada pela bitola, centro de gravidade e peso do veículo. Na Figura 9, pode-se ver um sistema simplificado do veículo e a equação utilizada nos cálculos, baseada nos momentos e na aceleração lateral.



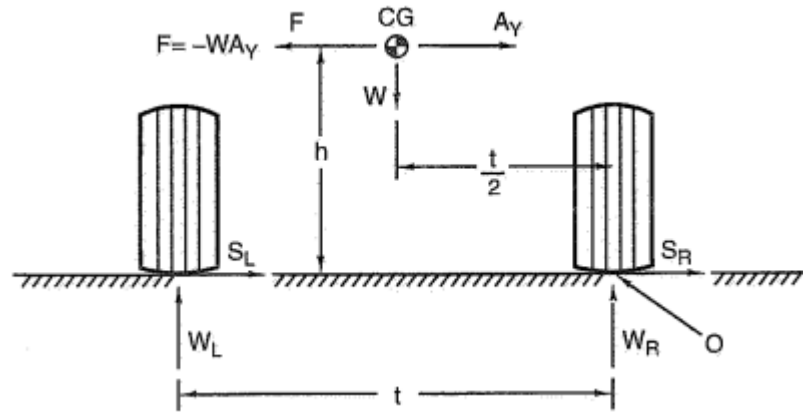


Figura 9 - Sistema de um veículo simplificado.

(Fonte: Milliken e Milliken, 1995, página 678)

$$\Delta W = \frac{W * A_y * H}{t} \quad (3)$$

$W = \text{Peso}$

$A_y = \text{Aceleração lateral no eixo}$

$H = \text{Altura do centro de gravidade}$

$t = \text{Distância de uma roda até a outra (bitola)}$

A transferência ocorre devido a aceleração e pode ter ou não uma rolagem associada. Mas, como a rolagem só ocorre quando a transferência lateral de carga ocorrer, pode-se afirmar que quanto menor a transferência de carga, menor a rolagem. Essas duas reações ocorrem no eixo dianteiro e no eixo traseiro de forma relacionada, porém independente. Assim, controle da rolagem é utilizado para alterar o comportamento sobre esterçante ou sub esterçante do veículo (Gillespie, 1992). A aceleração total experimentada por cada eixo é a soma da transferência dos eixos.

As equações 4 e 5 são a transferência de carga do eixo dianteiro e traseiro respectivamente:

$$|\Delta F_{z,f}| = \frac{mfHRC,f}{tf} + ay + \frac{k\phi,f}{k\phi,f + k\phi,r} \left[ \frac{mf(hcg - hRC,f) + mr(hCG - hRC,r)}{tf} \right] * ay \quad (4)$$

$$|\Delta F_{z,r}| = \frac{mfHRC,r}{tr} + ay + \frac{k\phi,r}{k\phi,f + k\phi,r} \left[ \frac{mf(hcg - hRC,f) + mr(hCG - hRC,r)}{tr} \right] * ay \quad (5)$$



$f$  = Frente

$r$  = Traseira

$A_y$  = Aceleração lateral

$K\phi$  = Rigidez a rolagem equivalente no eixo dada em (Newton\*Metro) /Radiano

$G$  = Aceleração da gravidade dada em Metros por segundo ao quadrado

$m$  = Massa

CG = Centro de massa

$t$  = Distância de uma roda a outra do mesmo eixo (bitola)

### 3.5 Barra anti-rolagem

Os sistemas anti-rolagem têm duas funções básicas: diminuir a rolagem da carroceria e atuar como um parâmetro ajustável da rigidez de um lado em relação ao outro (SEWARD, 2017). A rolagem não é muito prejudicial em carros com centro de massa tão baixos como o kart, porém pode gerar uma força que altera o ângulo do pneu com o solo, chamado de câmber, diminuindo a eficiência dos pneus.

A barra ARB do kart (Figura 10) tem pouca influência na mudança do ângulo do pneu com o chão devido a pequena rolagem, porém é bastante influente na transferência lateral de carga por eixo. Assim, o comportamento do veículo pode ser alterado mudando a rigidez dianteira ou traseira. A rigidez da dianteira pode ser alterada colocando ou mudando a posição da barra anti-rolagem dianteira e a rigidez da traseira pode ser alterada removendo a barra dianteira, uma vez que a transferência lateral de carga será a mesma e proporcionalmente, a traseira ficará mais rígida.

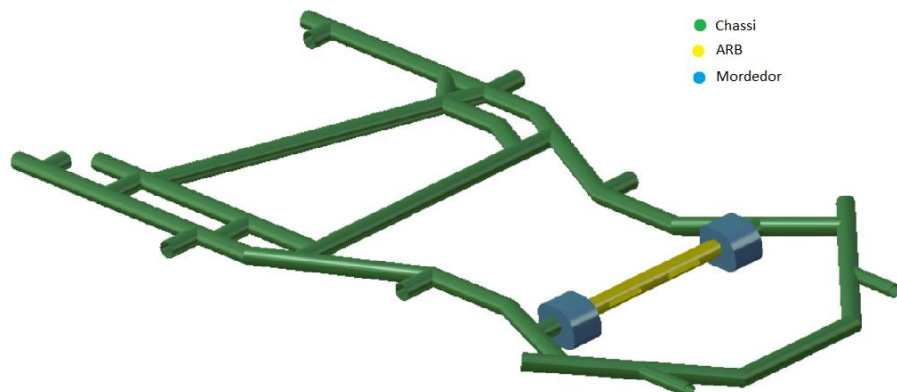


Figura 10 - Posição da barra ARB

(Fonte: autor)

A altura do centro de gravidade e o seu controle estão diretamente relacionados à eficiência dos pneus. Milliken (1995) mostra a não linearidade do ganho de força lateral nos pneus com o carregamento vertical. Assim, os pneus internos que perdem carregamento vertical têm maior influência na aceleração lateral total do que os pneus externos. A figura 11 evidencia a relação entre as forças e, portanto, a necessidade de reduzir a transferência de carga lateral para ter uma maior aceleração lateral.

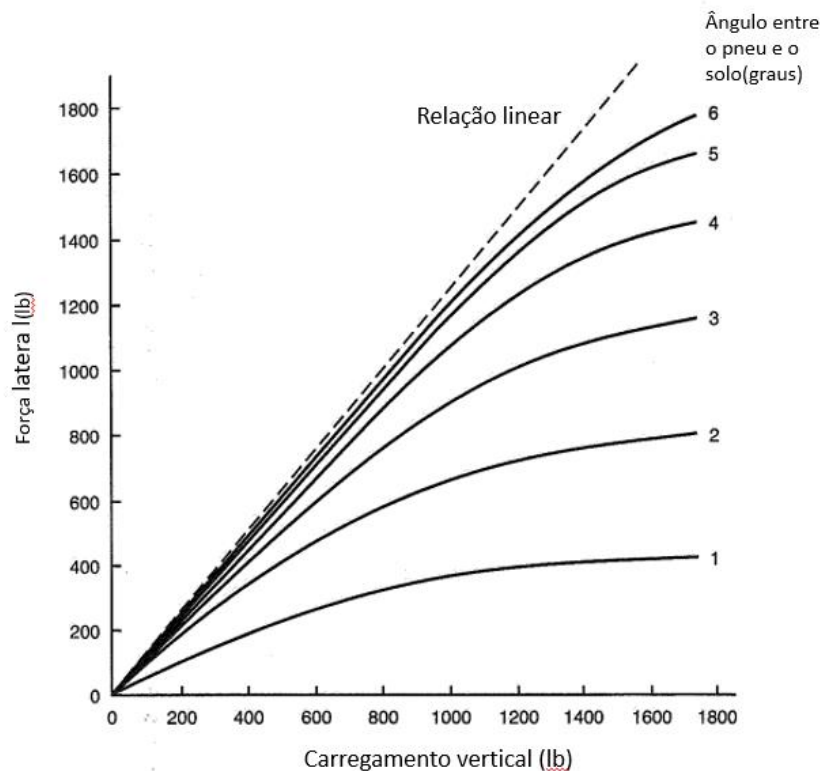


Figura 11 - Sensibilidade a carga vertical (Fonte: MILLIKEN, 1995, página 29) adaptado

### 3.6 Pré-carga

O torque de montagem ou pré-carga é a força aplicada sobre um parafuso, responsável pela deformação axial. Segundo Shigley (2005) a função de um parafuso é manter duas ou mais peças unidas; a carga de retenção é obtida torcendo a porca ou o parafuso até o limite elástico; e se a porca não afrouxar, a tensão aplicada permanecerá como pré-carga ou carga de retenção. Essa força pode ser relacionada com a aplicação de uma força horizontal para que um conjunto de livros se mantenha unidos caso a prateleira seja retirada (Lima, 2001). Assim, as tensões normais

atuantes em cada uma das faces dos livros induzem forças de atrito que os mantêm unidos (Figura 12).

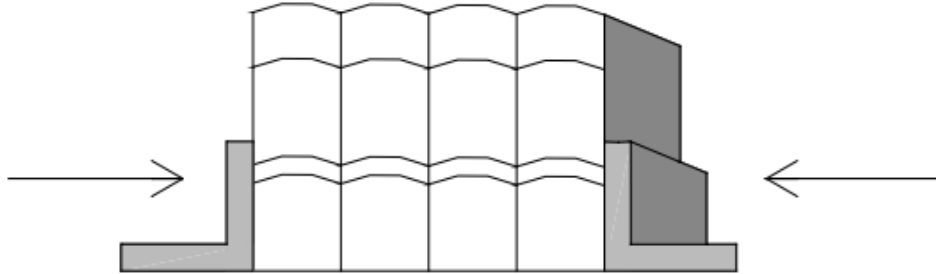


Figura 12 – Carga de retenção em um conjunto de livros. (Fonte: Lima (2001), página 2)

O alongamento do parafuso produz a força de retenção ou pré-tração na conexão entre as duas peças, representada pela união dos livros na Figura 12. Uma vez que as peças estão juntas, a pré-carga induz a compressão entre elas (Shigley, 2005). O exemplo de um torque ou força aplicado que gera uma compressão também está presente na barra ARB do kart (Figura 13). O mordedor é fixado ao chassi e à barra por meio de dois parafusos que comprimem a estrutura, gerando maior compressão e maior dependência entre as peças de forma diretamente relacionada ao torque aplicado.



Figura 13 - Parafusos do mordedor. (Fonte: autor)

Segundo Shigley (2005), parafusos de boa qualidade podem ser pré-carregados dentro do intervalo plástico a fim de terem maior resistência. A deformação plástica gera torção e deformação axial que aumentam a tensão principal de tração,

porém pode gerar fraturas e falhas no parafuso. Assim, apesar da carga de retenção aumentar a relação física entre duas ou mais peças, ela também pode causar problemas estruturais.

### **3.7 Modelagem em CAD**

Os problemas de engenharia, suas modelagens e soluções foram muito influenciados pelo avanço computacional. Desenhos técnicos com alta complexidade que eram utilizados na produção de peças para os testes foram substituídos por modelos virtuais. Assim, insere-se o termo CAE (Computer Aided Engineering do inglês ou engenharia auxiliada por computador), relacionado a qualquer aplicação de engenharia que envolve computadores, segundo Shigley (2005).

Uma subclasse do CAE é o CAD (Computer Aided Design do inglês ou desenho auxiliado por computador). O avanço dos desenhos feitos computacionalmente permite uma visualização melhor e mais rápida da estrutura além da facilidade para alterar parâmetros como espessura, ângulo ou comprimento da geometria. Ademais, propriedades como o centro de gravidade, a massa, momentos de inércia das massas e distâncias específicas dentro da estrutura podem ser rapidamente verificadas ou calculadas, segundo Cossa (2017).

Maiores possibilidades de desenhos demandam medições precisas. Para um bom CAD, a estrutura deve ser medida corretamente e os resultados devem ser analisados com cautela a fim de detectar erros do modelo real para o modelo virtual. Assim, o processo humano de conferência dos desenhos e dos parâmetros utilizados continua presente, porém com mais precisão e maior possibilidade de alteração, visualização e manipulações com a estrutura.

### **3.8 Método dos elementos finitos**

O método dos elementos finitos (MEF) tem como objetivo analisar numericamente o estado de tensão e de deformação de um sólido. Essa análise pode ser feita em diferentes sólidos como móveis, veículos, aeronaves e casas, e representa economia financeira e maior conhecimento da estrutura. Utilizando esse método, menos horas de testes são necessárias uma vez que o estado de tensão, deformação e fadiga da peça são conhecidos. Ademais, diferentes geometrias podem ser ensaiadas a fim de otimizar a estrutura antes da produção.

A discretização gera divisões que podem ter formas diferentes como triangular, tetraédrica, quadrilateral, entre outras dependendo do tipo da estrutura e das condições impostas. O ponto de união dos elementos recebe o nome de nó e o conjunto de nós e elementos recebe o nome de malha. Os elementos discretizados são analisados como uma mola, segundo Mascia (2006), e considerando as relações lineares de tensão e deformação da Lei de Hooke (equação 6).

$$\{F\} = [K] * \{u\} \quad (6)$$

$\{F\}$  = força

$[k]$  = matriz de rigidez

$\{u\}$  = deslocamento

As soluções numéricas fazem aproximações de soluções exatas em pontos discretizados, ou seja, nos nós segundo Moaveni (1999). As soluções analíticas objetivam encontrar resultados exatos para qualquer ponto do sistema, porém esse tipo de solução é muito difícil ou até mesmo impossível dependendo do tamanho da peça, dos graus de liberdade e das condições de contorno.

As forças são as condições de contorno impostas como carregamentos distribuídos, carregamentos e momentos pontuais, entre outros. A matriz de rigidez carrega as características do elemento como quantidade de nós, conexões, fluência de calor, tipo de discretização e demais características do material. Uma matriz de rigidez  $[2 \times 2]$  indica um elemento com 2 graus de liberdade. Portanto, uma matriz com N graus de liberdade terá uma matriz quadrada de ordem  $[N \times N]$ .

O comportamento de cada elemento pode ser calculado e conhecido, e sua soma determina as ações e reações da estrutura como um todo. Esse comportamento é conhecido puramente nos nós, os demais pontos do elemento são calculados por interpolação. Um polinômio linear traçará uma função de primeiro grau entre os resultados de dois elementos consecutivos, já uma função quadrática traçará uma função de segundo grau. Assim, quanto maior o grau, mais precisa será a interpolação, porém o custo computacional será maior.

Assim, uma análise que utilize o MEF pode ser dividida em 4 grandes passos. Pré-processamento: Nesta etapa, realiza-se a modelagem da estrutura e sua subdivisão em elementos finitos. Propriedades materiais, condições de contorno e

carregamentos são atribuídos; Montagem e formulação das equações: As equações de equilíbrio são formuladas para cada elemento. Essas equações são combinadas para constituir um sistema global de equações que descreve o comportamento da estrutura como um todo; Resolução do sistema de equações: O sistema de equações resultante é resolvido numericamente para determinar as respostas de interesse, como campo de tensões e campo de deformações; Pós-processamento: Nesta etapa, os resultados são analisados e apresentados em forma de gráficos, contornos ou relatórios, possibilitando a interpretação e avaliação dos resultados (Bathe, 2006).

O campo de tensões indica a distribuição das tensões internas em diferentes pontos da estrutura. As tensões são calculadas a partir das propriedades do material e do campo de deformações. O tensor de tensões constitutivo desempenha um papel crucial nesse cálculo. O campo de deformações descreve a maneira como a estrutura se deforma sob a ação dos carregamentos aplicados. Ele é determinado a partir das derivadas das funções de deslocamento em relação às coordenadas espaciais (Soriano, 2003). As deformações podem incluir alongamentos, encurtamentos, torções e distorções da estrutura.

O campo de deformações é calculado a partir das derivadas das funções de deslocamento, enquanto o campo de tensões é determinado com base nas propriedades do material e no campo de deformações. As tensões e as deformações utilizam-se do tensor constitutivo para serem relacionadas. Outro conjunto de equações importantes no MEF são as funções de forma, derivadas para descrever a variação das quantidades físicas dentro de cada elemento finito, garantindo a continuidade entre os elementos vizinhos (Soriano, 2003).

O tensor constitutivo é uma representação matemática que relaciona as tensões e as deformações (equação 7). Ele descreve as propriedades mecânicas do material utilizado na estrutura e varia de acordo com o tipo de material (Mascia, 2006). Esse tensor é derivado experimentalmente através de testes mecânicos específicos para cada material. Já as funções de forma são utilizadas para descrever a variação das quantidades físicas, por exemplo, deslocamentos, deformações e tensões, dentro de cada elemento finito. Essas funções são escolhidas de forma a satisfazer as condições de contorno e as propriedades do problema em análise. Geralmente, as funções de forma são funções polinomiais de ordem baixa, como funções lineares ou quadráticas, dependendo do tipo de elemento finito utilizado (Soriano, 2003).

$$\{\sigma\} = [C] \{\varepsilon\} \quad (7)$$

Onde:

$\sigma$  representa o tensor de tensão (simétrico) com componentes  $\sigma_{ij}$ ;

$C$  representa o tensor de elasticidade (quarta ordem) com componentes  $C_{ijkl}$ ;

$\varepsilon$  representa o tensor de deformação (simétrico) com componentes  $\varepsilon_{ij}$ .

O tensor de elasticidade ( $C$ ) é definido pela equação 8 e o tensor de deformação infinitesimal é dado pela equação 9:

$$C_{ijkl} = \lambda * \delta_{ij} * \delta_{kl} + 2 * \mu * \varepsilon_{ijkl} \quad (8)$$

Em que:

$\lambda$  é o coeficiente de Lamé, relacionado à compressibilidade do material;

$\mu$  é o coeficiente de cisalhamento (ou módulo de elasticidade de cisalhamento), relacionado à rigidez do material;

$\delta_{ij}$  é o delta de Kronecker;

$\varepsilon_{ijkl}$  é o tensor de deformação infinitesimal.

$$\varepsilon_{ijkl} = (1/2) * (\partial u_i / \partial x_j + \partial u_j / \partial x_i) * (\partial u_k / \partial x_l + \partial u_l / \partial x_k) \quad (9)$$

Onde:  $u_i$  são as componentes do deslocamento (ou deformação) do material.

As funções de forma são escolhidas de maneira a garantir a continuidade dos campos de deslocamento, deformação e tensão entre os elementos vizinhos. Elas são derivadas por meio de técnicas matemáticas, como o método dos mínimos quadrados ou o método de Galerkin, para minimizar o erro de aproximação (Soriano, 2003).

Assim, o método dos elementos finitos pode ser resumido segundo a figura 14. O primeiro passo é ter o CAD ou modelo virtual da peça, discretizá-la em uma malha, aplicar as condições de contorno previamente calculadas, analisar os elementos como se fossem molas por meio da equação 6, calcular os deslocamentos e derivar em relação as funções de forma para obter o campo de deformações e finalmente utilizar esse valor no tensor constitutivo, resultando no campo de tensões da peça discretizada.

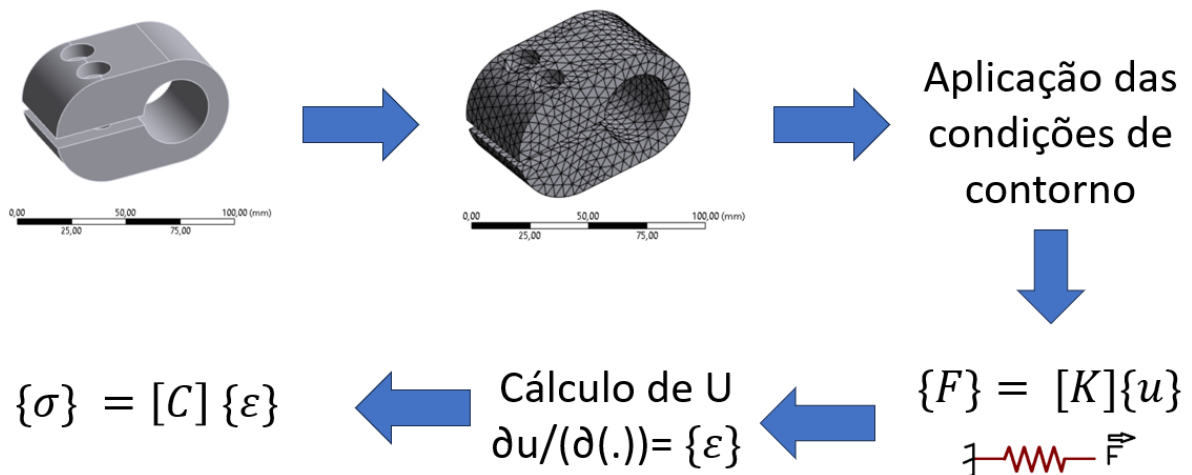


Figura 14 - Fluxograma para o Método dos Elementos Finitos

### 3.9 Contato entre as peças

As geometrias que contém mais de uma peça necessitam que o tipo de contato entre elas seja especificado. Existem dois grandes tipos de contato, os lineares que incluem soldas e peças sem separação e os não lineares que abrangem contato com fricção, sem fricção e contato rugoso. Consta-se que os lineares analisam as peças como se fossem uma só, posto que são inseparáveis (Ansys, 2021).

Peças que podem ser removidas da estrutura principal devem utilizar contatos não lineares, dado que não há soldas nem limites de separação. O contato sem fricção é utilizado para locais lubrificados em que há redução significativa do coeficiente de atrito, por exemplo entre o cilindro e o bloco do motor de um kart. Contatos friccionais ou rugosos são utilizados onde não há lubrificação, mas também não há soldas, como entre a barra anti-rolagem e os mordedores de um kart, exemplificando. Os rugosos não permitem o deslocamento tangencial da peça, como se ela estivesse colada, já os friccionais permitem o movimento e a imposição de um coeficiente de atrito (Ansys, 2021).








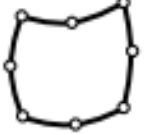


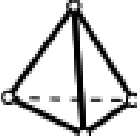

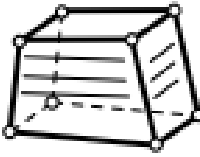
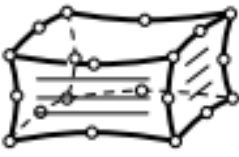
### 3.10 Malha

Os elementos finitos discretizados são conectados por meio dos nós, o conjunto de nós e elementos recebe o nome de malha. A forma e o número de nós é um parâmetro fundamental no MEF, segundo Felipe Azevedo Canut (2014), porque impacta diretamente na qualidade e na confiabilidade dos resultados. Os resultados entre dois nós são obtidos pela interpolação que pode ser linear ou quadrática, alterando a



quantidade de nós dentro de um elemento. A influência da forma dos elementos e do grau da função interpoladora podem ser vistas na Tabela 1.

Tabela 1 - Tipos de elementos

		Linear	Quadrático
1 dimensão	Linha		
2 dimensões	Linha		
	Triângulo		
	Quadrilátero		
3 dimensões	Linha		
	Tetraedro		
	Hexaedro		

A malha pode ser analisada de acordo com os seguintes critérios:

- **Jacobiano da transformação** – pode ser descrita como a medida do desvio de um determinado elemento de um elemento de forma ideal. O valor jacobiano varia de 0 a 1,0, onde 1,0 representa um elemento com formato perfeito.

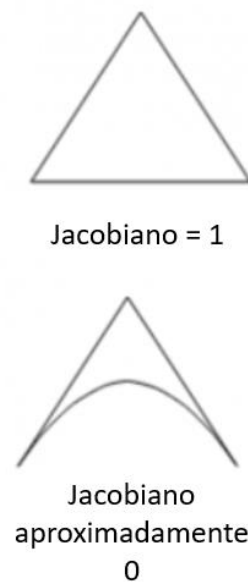


Figura 15 - Jacobiano da transformação  
(Fonte: Ansys, 2021, adaptado)

- **Assimetria** - pode ser definida como a medida angular da qualidade do elemento em relação aos ângulos dos tipos de elementos ideais. É uma das medidas de qualidades primárias da malha. A assimetria determina o quão perto do ideal (ou seja, equilátero ou equiangular) uma face ou célula está. A faixa aceitável de assimetria é "0 a 0,5".

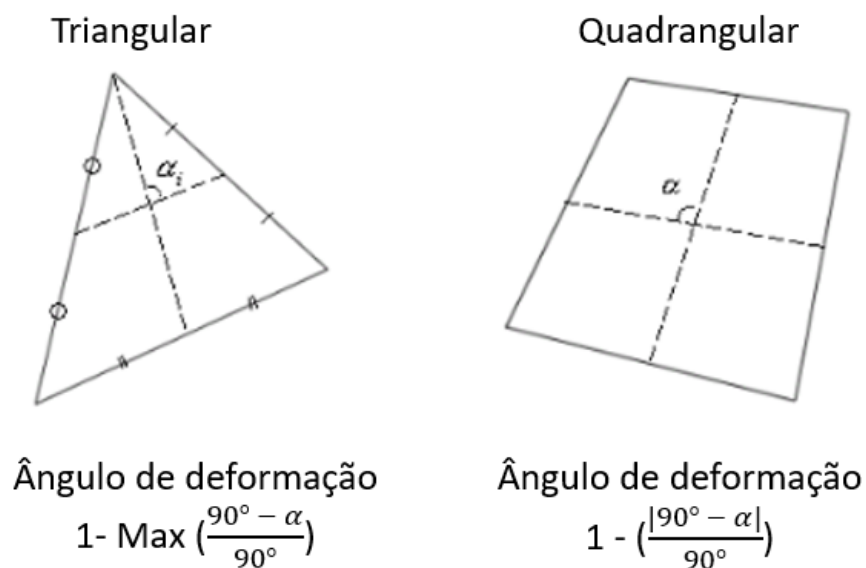


Figura 16 - Cálculo de assimetria dos elementos.  
(Fonte: Ansys, 2021, adaptado)

- **Razão de aspecto** – É a quantificação da qualidade dos elementos, onde 1 é um elemento tetraédrico com formato perfeito e quanto maior, pior é a forma do elemento. A relação de aspecto é definida como a razão entre o menor e o maior comprimento do elemento.
- **Qualidade do elemento** - é baseada na proporção do volume para a soma do quadrado dos comprimentos de aresta para elementos bidimensionais quadrangular/triangular, ou a raiz quadrada do cubo da soma do quadrado dos comprimentos de aresta para elementos tridimensionais. A qualidade do elemento é uma métrica de qualidade composta que varia entre 0 e 1. Um valor de 1 indica um cubo ou quadrado perfeito, enquanto um valor de 0 indica que o elemento tem um volume zero ou negativo.
- **Ângulo máximo entre arestas adjacentes** - é uma medida de deformação de um elemento. Quando avaliamos um triângulo, o melhor ângulo máximo é de 60 graus, enquanto para quadriláteros esse ângulo é de 90 graus.



Ângulo máximo para triângulos



Ângulo máximo para quadriláteros

Figura 17 - Ângulo máximo para os elementos

(Fonte: Ansys, 2021, adaptado)

É válido observar que uma malha muito refinada também possui um custo computacional alto. Isso se deve ao número de vezes que o computador terá que

calcular os deslocamentos baseados na matriz de rigidez e nas condições de contorno impostas. Assim, faz-se necessário a análise de convergência de malha para relacionar o custo computacional com a qualidade da análise. Por exemplo, resultados iguais ou com diferenças pequenas com um número muito maior de elementos não representam uma análise melhor, mas levam mais tempo de processamento para serem obtidos.

A figura 18 evidencia elementos com qualidade muito diferente em uma malha do mordedor. Os elementos do canto superior direito, por exemplo, retornariam valores válidos e fidedignos após todas as transformações e cálculos. Já os elementos ao lado do parafuso apresentam deformações, o que resultaria em valores com baixa precisão, aumentando a probabilidade de análises errôneas. É válido dizer que essa malha não foi utilizada em nenhuma análise presente neste trabalho.

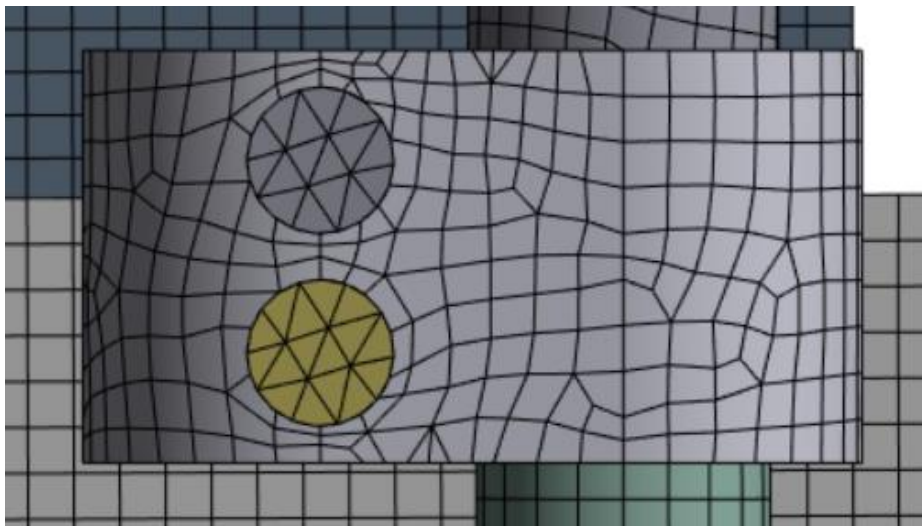


Figura 18 - Elementos com qualidades diferentes em uma malha

### 3.11 Tipos de elementos

#### 3.11.1 Elementos sólidos

Os elementos sólidos possuem três graus de liberdade do tipo deslocamento por nó (Ansys, 2021). Uma peça discretizada por elementos sólidos precisa de muitos nós para que seja analisada corretamente. Assim, o custo computacional é maior ou as análises terão baixa precisão, com maior dificuldade para interpretar os resultados de forma assertiva.

Os elementos sólidos tridimensionais permitem, em um primeiro momento, modelar qualquer geometria. Porém, requerem um custo computacional muito grande para uma discretização com elementos muito heterogêneos ou com grande distorção.

### **3.11.2 Elementos casca**

As estruturas laminares são aquelas que podem ser analisadas como uma linha média com uma espessura para os dois lados. A dimensão de altura e de largura serão maiores que a dimensão da profundidade, usualmente a relação da altura e da largura é de cinco a seis vezes a relação da profundidade, como extintores e tubos de uma estrutura tubular. Assim, essas estruturas podem ser discretizadas como uma casca com uma espessura adicionada posteriormente na análise.

Os elementos do tipo casca combinam o comportamento dos elementos de placa e de membrana. As placas têm predominância de esforços de flexão devido aos carregamentos normais e à superfície média. Além dos três graus de liberdade, duas rotações nos eixos X e Y e um deslocamento em Z, é admitida a hipótese de variação linear de tensões através da espessura dos elementos. As membranas possuem três graus de liberdade sendo deslocamento nos eixos X e Y e uma rotação no eixo Z (Ansys, 2021). Os esforços são aplicados nos planos dos elementos e as tensões admitidas são constantes ao longo da espessura.

As cascas possuem seis graus de liberdade: rotação nos eixos X, Y e Z e deslocamento nos eixos X, Y e Z. A hipótese das tensões através da espessura é admitida, além da possibilidade de aplicar forças e momentos em todas as direções. Dessa forma, as estruturas laminares, que podem ser analisadas por cascas, apresentam menor quantidade de elementos, proporcionando análises mais precisas em comparação com aquelas realizadas por elementos sólidos. Isso ocorre devido ao aumento dos graus de liberdade dos nós.

A figura 19 evidencia elementos discretizados em casca e elementos discretizados em sólido. Os tubos de chassi, o assoalho e a barra anti-rolagem podem ser analisados utilizando a teoria de casca uma vez que são estruturas laminares e sem alteração na área de seção transversal. Os mordedores e parafusos, por sua vez, precisam utilizar a teoria de sólido devido à geometria da peça.

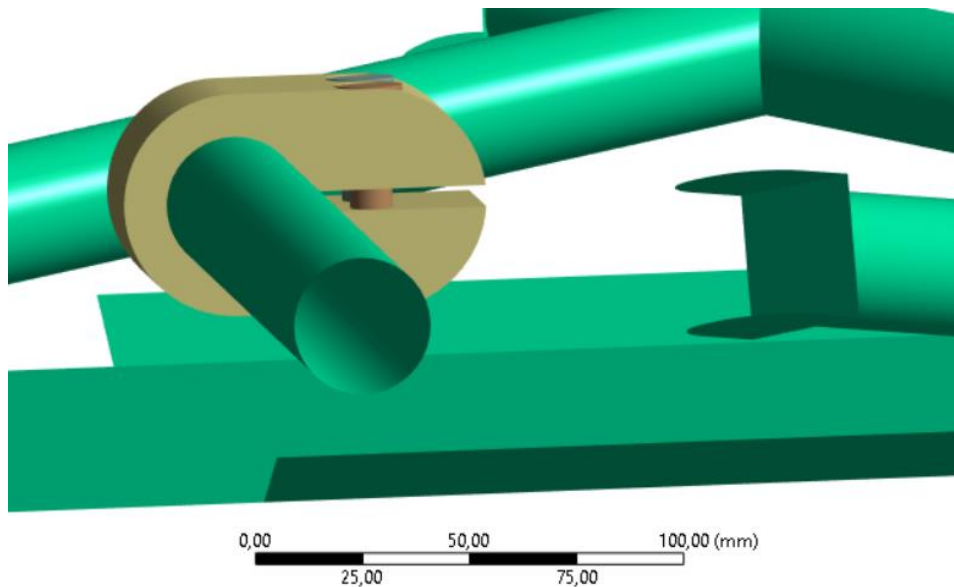


Figura 19 - Elementos discretizados em sólido e em casca

### 3.11.3 Elementos de contato

Os elementos de contato são utilizados para as peças que possuem conexão do tipo não linear. Esses elementos diferem quanto ao tipo de estrutura, grau do polinômio interpolador e dos resultados pretendidos, tal como nem todos os elementos são capazes de fazer simulações térmicas e elétricas.

Existem elementos como o CONTA12, CONTA52 e CONTA178 que conectam dois nós, CONTA175, CONTA169 e CONTA170 que conectam um nó a uma superfície. Para os contatos entre superfícies, tem-se os elementos TARGET169, CONTA171, CONTA172, TARGET170 conectam superfícies bidimensionais e os elementos CONTA173 e CONTA174 conectam superfícies tridimensionais (Ansys, 2021). Para ligar duas superfícies existem 3 tipos de elementos, sendo um para definir o alvo do contato e dois para o contato em si, diferindo quanto ao grau do polinômio interpolador.

### 3.12 Condições de contorno

As condições de contorno são os vínculos que restringem os movimentos de uma estrutura. Representadas matematicamente pelo  $F$  na equação  $\{F\} = [K]\{u\}$ , estão associadas aos carregamentos, tipos de contatos e cargas nos corpos. Bathe (1996) discorre sobre duas classes de condições de contorno: a essencial e a natural. A essencial é também chamada de geométrica e está relacionada à deslocamentos e

rotações enquanto a natural, também chamada de condições de contorno de força, está relacionada a força e momentos prescritos.

Esses dados de entrada são de extrema importância para a análise do MEF. Quanto mais próximas da realidade, mais eficiente será a análise uma vez que os resultados obtidos estarão próximos dos resultados que seriam obtidos em testes físicos. Assim, é de fundamental importância conhecer não só a dimensão, mas a direção e o sentido de cada força que estará presente na estrutura para uma boa qualidade dos resultados.

### **3.13 Análise modal**

A análise modal desconsidera as acelerações e calcula os modos de vibração da estrutura. Assim, para analisar um kart fazendo uma curva, por exemplo, é necessário calcular as forças em cada momento da curva e aplicá-los manualmente para cada situação. Existem dois grandes tipos de análise modal que são utilizadas para analisar a integridade e os modos de vibração da estrutura: análise modal livre e com condição de contorno. É válido dizer que as frequências naturais de uma estrutura são chamadas de modo de vibração, por isso o nome da análise.

Análise modal livre é utilizada em um primeiro momento para analisar se a peça está conectada de forma correta. Sem condições de contorno, a peça vibra e são calculadas as frequências naturais, as primeiras seis frequências precisam ser zero pois são a rotação e o deslocamento para os eixos X, Y e Z da estrutura. Ademais, essa análise é utilizada para estruturas que não possuem engastes ou reações fixas como um barco de competição que tem pouco contato com a água ou um avião durante o voo.

A análise modal com condição de contorno também verifica as frequências naturais da estrutura, porém considerando as forças, suportes e deslocamentos. Assim, é fundamental para analisar a integridade dos materiais, da estrutura, ou do piloto no caso do kart, para uma situação específica de carregamento.

### **3.14 Frequência natural**

Os modos de vibração ou frequências naturais são aquelas que fazem a estrutura entrar em ressonância. A ressonância por sua vez é um fenômeno físico em que as frequências de excitação são iguais aos modos de vibração da estrutura, resultando em um aumento de amplitude. Nos carros, esse evento pode causar ruídos

indesejados, diminuir exponencialmente a integridade dos materiais, tirar o torque dos parafusos e porcas além de aumentar os efeitos da fadiga. Assim, deve-se evitar que as excitações das condições de contorno atinjam os modos de vibração naturais do sistema.

O cálculo das frequências naturais se origina nas equações de movimento. Um corpo com múltiplos graus de liberdade precisa ter equilíbrio de forças em cada grau de modo que não tenha aceleração, segundo Jorge Manuel Salgado (2012). As forças da estrutura podem ser divididas: as forças externas  $p(t)$ , e as resultantes do movimento, forças de inércia  $fI$ , forças devido ao amortecimento  $fA$  e forças de deformação elástica  $fE$ . A equação do equilíbrio dinâmico pode ser escrita de acordo com a equação (10).

$$fI + fA + fE = p(t) \quad (10)$$

Os vetores de forças resultantes dependem das variáveis que descrevem o movimento: deslocamento, velocidade e aceleração em cada um dos graus de liberdade, como nota-se na equação 11. A derivada do deslocamento é a velocidade e a derivada da velocidade é a aceleração, explicitado nas equações 12 e 13.

$$fE = [K]q(t) \quad (11)$$

$$fA = [C]q'(t) \quad (12)$$

$$fI = [M]q''(t) \quad (13)$$

$[K]$  = Matriz de rigidez relativa aos graus de liberdade

$[C]$  = Matriz de amortecimento

$[M]$  = Matriz de massa

Reescrevendo-se a equação 7, do equilíbrio dinâmico, tem-se a equação 14:

$$[M]\{q''(t)\} + [C]\{q'(t)\} + [K]\{q(t)\} = \{p(t)\} \quad (14)$$

As frequências naturais ou modos de vibração são resolvidos para um sistema em movimento livre e sem amortecimento de forma a simplificar as equações,



equação 15. É válido dizer que software Ansys utiliza essa simplificação para calcular os resultados.

$$[M]\{q''(t)\} + [K]\{q(t)\} = \{0\} \quad (15)$$

A equação 16 representa o movimento da estrutura vibrando harmonicamente com uma frequência  $p$ . Já a equação 17 é a derivada segunda em relação ao tempo para obter as acelerações.

$$q(t) = \{v\} \cos(pt - \Phi) \quad (16)$$

$\{v\}$  = Vetor da configuração deformada da estrutura. Invariável com o tempo

$p$  = Frequência de vibração

$\Phi$  = Fase

$$q''(t) = -p^2 v \cos(pt - \Phi) \quad (17)$$

Por meio da substituição das equações 16 e 17 em 15, equação do movimento, tem-se a formulação 18:

$$[K - p^2 M] \{v\} = \{0\} \quad (18)$$

O vetor de configuração deformada da estrutura não pode ser zero pois, assim, o determinante da matriz  $[K - p^2 M]$  também seria, o que não tem significado físico. Os modos de vibração são calculados pelos autovalores, que representam as frequências, e pelos autovetores da matriz, que representam os modos de vibração. Cada frequência calculada na equação tem um modo de vibração correspondente. Como a condição imposta foi a estrutura estar em movimento de corpo rígido, é esperado que as seis primeiras frequências naturais sejam zero, uma vez que correspondem aos seis graus de liberdade de rotação e translação nos eixos X, Y e Z.

Os veículos automotores devem ter o primeiro autovalor, ou seja, o sétimo modo de vibração natural maximizado. Segundo SINGIRESU (1995), frequências entre 0, e 1Hz causam enjoo, visão embaçada entre 0,2 e 20Hz, distúrbio na fala entre 1 e 20Hz e interferência nas tarefas entre 0,5 e 20Hz. Além disso, o mesmo autor cita frequências que causam problemas ao corpo: entre 30 e 60Hz para o globo ocular,

entre 16 e 30Hz para braços, entre 50 e 150Hz para as mãos e 60Hz para a caixa torácica. Assim, estruturas que ressonam nessa faixa de valores estão mais vulneráveis a causarem desconforto e até problemas físicos aos motoristas e ocupantes.

### 3.15 Fadiga

Dentre os tipos de falha, tem-se a fadiga, que ocorre em estruturas sujeitas a tensões dinâmicas e oscilantes. A cada ciclo de funcionamento, um pequeno dano estrutural vai se acumulando, permitindo a ocorrência de falhas em níveis de tensão consideravelmente mais baixos que o limite de resistência a tração ou ao limite de escoamento para uma carga estática. A fadiga é responsável por cerca de 90 por cento das falhas em estruturas metálicas (Callister, 1999).

O primeiro grande estudo sobre fadiga foi desenvolvido pelo engenheiro ferroviário August Wohler por volta de 1850. Ele estudou a ruptura de frisos do rodeiro de locomotivas que fraturavam mesmo trabalhando com carregamentos normais inferiores aos critérios de resistência estática. Os ensaios de tração, realizados no material após a falha, apresentavam as características de ductibilidade iguais as anteriores e a ruptura não apresentava sinais de deformação plástica (Branco, 1999).

O engenheiro Wohler teve três grandes conclusões (Leis de Wohler): a falha do material solicitado dinamicamente pode ocorrer bem abaixo da tensão de falha sob carregamento estático; a amplitude da tensão é decisiva para a destruição da força de coesão do material; a amplitude da tensão é o parâmetro mais importante para a determinação da falha, embora a tensão de tração possua grande influência (Afonso, 2007).

A curva S-N, também conhecida como curva de Wohler, tornou-se a forma padrão para caracterizar materiais expostos a carregamentos cíclicos (Norton, 2013). Essa curva é experimental e caracteriza o material pela tensão máxima em cada ciclo. Assim, as estruturas passam a ter previsões de danos estruturais incluindo a falha catastrófica por mais que estejam com cargas com pequena magnitude de tensão (Norton, 2013).

A fadiga pode ser analisada por diferentes critérios que foram criados ao longo dos anos considerando a tensão média, a tensão alternada e as propriedades mecânicas dos materiais, figura 20. Dentre os critérios tem-se a linha de Goodman (1890), calculada pela equação 19, que é muito utilizada por ser uma reta, um critério

conservador e possuir resultados que podem ser expressos em escala (Shigley, 2005). Segundo Shigley(2005), as linhas de Langer, equação 22, são indicadas para escoamento de primeiro ciclo e as linhas de Gerber, equação 20, e a elíptica da ASME (American Society of Mechanical Engineers, Sociedade dos Engenheiros Americanos em inglês), equação 23, são as mais recomendadas para o estudo de fadiga. Existem ainda métodos mais conservadores utilizados para grandes coeficientes de segurança, como a linha de Soderberg, equação 21.

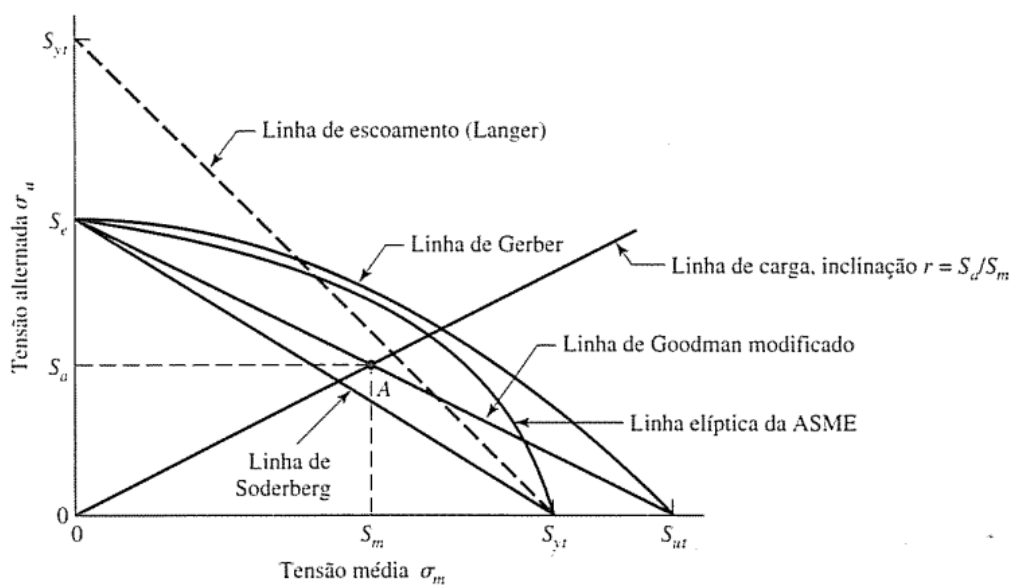


Figura 20 – Critérios de análise.

Fonte: (SHIGLEY, 2005, página 340)

$$\text{Goodman:} \quad \frac{\sigma a}{SF} + \frac{\sigma m \acute{e}d}{SR} = 1 \quad (19)$$

$$\text{Gerber:} \quad \frac{\sigma a}{SF} + \left( \frac{\sigma m \acute{e}d}{SR} \right)^2 = 1 \quad (20)$$

$$\text{Soderberg:} \quad \frac{\sigma a}{SF} + \frac{\sigma m \acute{e}d}{SE} = \frac{1}{n} \quad (21)$$

$$\text{Langer:} \quad \frac{\sigma a}{SF} + \frac{\sigma m \acute{e}d}{SF} = 1 \quad (22)$$

*Elíptico de ASME:*

$$\left(\frac{n\sigma_a}{SR}\right)^2 + \left(\frac{n\sigma_{méd}}{SF}\right)^2 = 1 \quad (23)$$

Em que,  $\sigma_a$ ,  $\sigma_{méd}$ ,  $SF$ ,  $SR$  e  $SF$  representam, respectivamente, tensão alternada, tensão média, resistência à fadiga, limite de resistência à tração e limite de escoamento à tração,  $n$  representa o número de ciclos.

#### 4 METODOLOGIA

A metodologia empregada se baseou no fluxograma apresentado na figura 21.

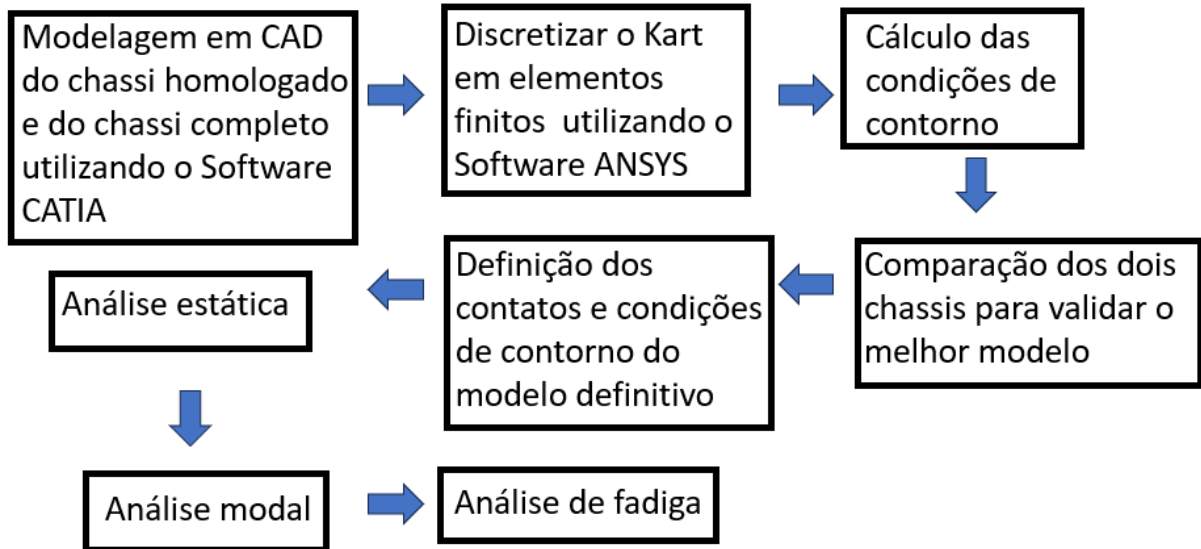


Figura 21 - Fluxograma da metodologia empregada

A simulação numérica necessita de um chassi modelado de acordo com aqueles utilizados em competição para que os resultados sejam condizentes com a realidade. As marcas de kart costumam alterar a espessura dos tubos do chassi de uma pista para outra, além de alterarem o material de alguns componentes como a barra anti-rolagem. Desse modo, o trabalho será modelado com 4 espessuras de tubos, 4 materiais e com a geometria apresentada para a CBA (Confederação Brasileira de automobilismo) para a homologação do chassi. O chassi analisado é baseado no modelo da fabricante brasileira Thunder, localizada em Paulínea, São Paulo, do ano de 2022 com homologação para 3 anos (Figura 22 e 23). A fabricante indica tolerâncias de até dez por cento na espessura e até 5 milímetros nos comprimentos dos tubos, tabela 2. Os valores considerados foram sem as tolerâncias, com a espessura de tubo de 1, 2, 3 e 4 milímetros e com o diâmetro externo de 32 milímetros.

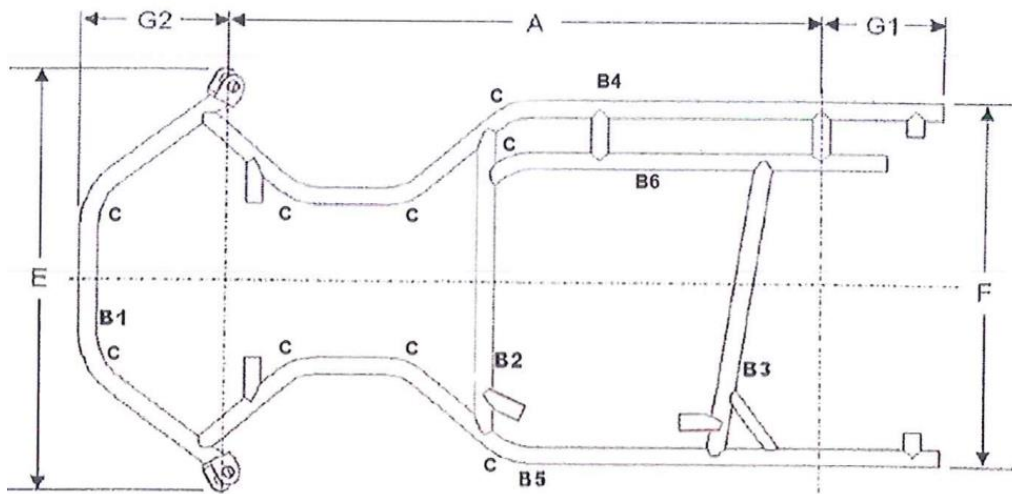


Figura 22 - Vista de cima da homologação do chassi. Fonte: (CBA, 2022)



Figura 23 - Vista lateral da homologação do chassi. Fonte: (CBA, 2022)

Tabela 2 - Dimensões gerais do chassi em milímetros

A	1040
E	740
F	645
G1	210
G2	260

#### 4.1 Modelagem da estrutura

Com o auxílio do software CATIA V5R21, o chassi, a ARB e os mordedores foram modelados. O modelo foi elaborado utilizando casca para o chassi e para a ARB e sólido para os mordedores. Para os tubos, foram utilizados pontos e linhas e por fim foram extrudados com a dimensão externa e interna de acordo com a espessura e o diâmetro externo de 32 milímetros, figura 24.

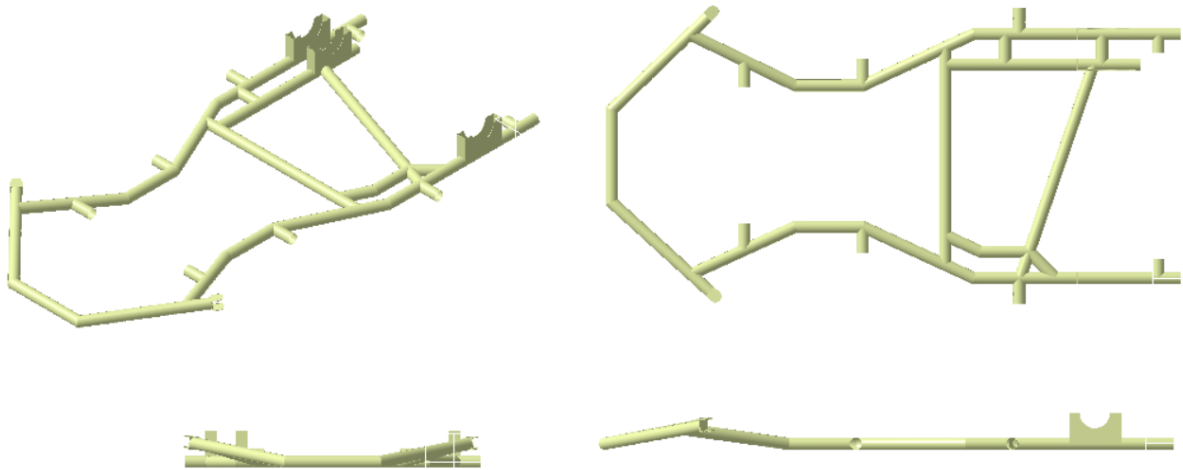


Figura 24 - Chassi da homologação modelado em CAD. Fonte: (Autor)

A ARB e os mordedores foram adicionados ao CAD do chassi homologado para verificar a diferença no campo de tensões e de deformações, figura 25.

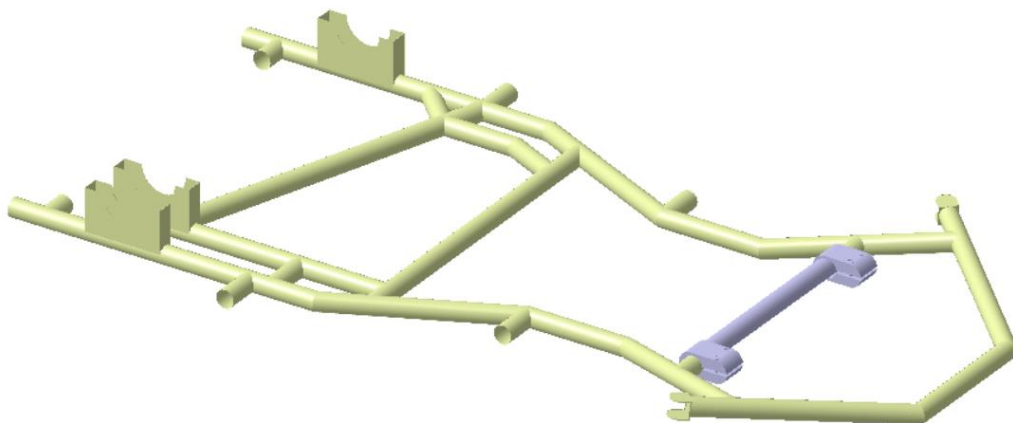


Figura 25 - Chassi homologado com ARB. Fonte: (Autor)

Um segundo modelo, mais complexo, foi feito a fim de comparar os dois resultados, figura 26. O primeiro chassi, apresentado na Figura 24, embora seja utilizado para a homologação do chassi, não considera vários componentes estruturais. Assim, o segundo chassi possui a geometria do primeiro acrescido de banco, cubos dianteiros, tubos para sua fixação, assoalho, eixo traseiro e a alma do para-choque traseiro. As simulações feitas sem a barra anti-rolagem não possuem mordedores, parafusos de fixação nem a barra.

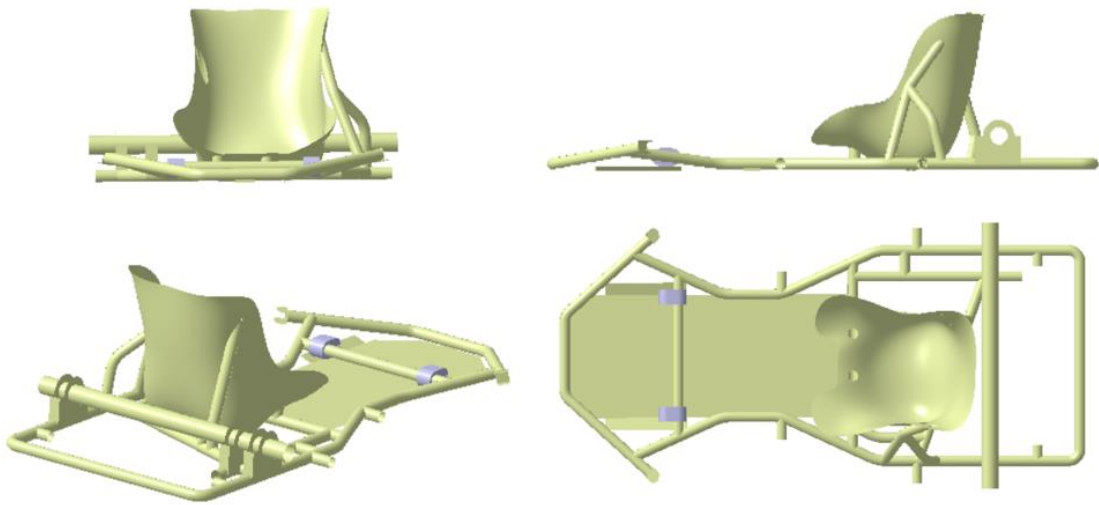


Figura 26 - Chassi com banco, eixo e assoalho modelado em CAD. Fonte: (Autor)

#### 4.2 Validação da geometria

Medições foram realizadas em um chassi Thunder 2022 que corre no campeonato brasileiro de kart a fim de conferir o desenho técnico e a CAD feito (Figura 26). O chassi real possui suportes soldados para o tanque, banco, motor e para o assoalho do carro que não serão considerados na análise. É válido dizer que o chassi utilizado é o mesmo para motorizações dois e quatro tempos, variando apenas o suporte do motor. As dimensões vistas no desenho técnico da Confederação Brasileira de Automobilismo foram conferidas e as tolerâncias foram verificadas. Além disso, o chassi real, figura 27, foi utilizado para modelar o banco, o assoalho e os demais tubos que não aparecem no desenho técnico apresentado na homologação da CBA.





Figura 27 - Chassi utilizado para as medições Fonte: (Autor)

### 4.3 Análise de convergência e qualidade da malha

O software ANSYS WORKBENCH 2022R2 foi utilizado para as análises em elementos finitos, incluindo discretizar a estrutura. A malha utilizada contém 4 tipos de elementos: SOLID187, SHELL281, CONTA174 e TARGE170. Os elementos sólidos foram utilizados nos mordedores, cascas no chassi e na barra anti-rolagem e os elementos do tipo Conta e Targe estão localizados nas áreas de contato.

Uma análise de dependência de malha foi feita para saber o melhor tamanho de elemento. A dimensão variou de 13 a 3 milímetros, com um milímetro de diferença entre cada análise (Figura 28). A malha utilizada nas análises possui elementos de 5mm e qualidade média igual a 0,946972254 (Figura 29).

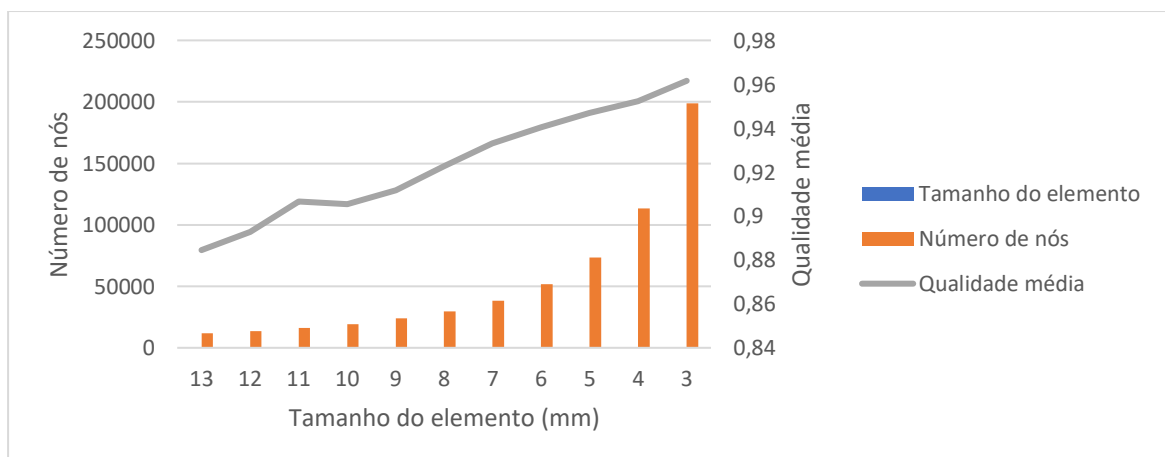


Figura 28 - Métrica de malha

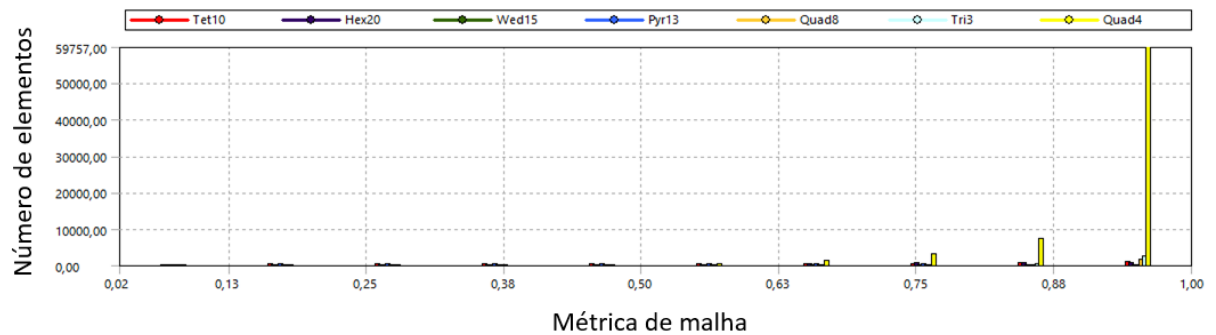


Figura 29 - Qualidade da malha

Os materiais utilizados nas simulações foram escolhidos de acordo com os materiais utilizados pela fabricante. O banco é de fibra de vidro, o chassi e o assoalho são de aço 4140, conhecido popularmente como cromo-molibdênio, e os mordedores são de alumínio 6160. As propriedades dos materiais utilizados na barra anti-rolagem podem ser vistas na tabela 3.

Tabela 3 - Propriedades mecânicas

Propriedades	Aço	PVC	Fibra de Carbono	Alumínio
E [GPa]	200	2,86	59,16	69,04
$\nu$	0,3	0,4	0,3	0,33
Densidade [Kg m <sup>-3</sup> ]	7850	1392	1451	2713
Resistência à tração [MPa]	250	46,71	510	259,2

#### 4.4 Condições de contorno impostas

A aceleração lateral influencia diretamente na transferência de carga. Durante testes na pista, um sistema de aquisição de dados do tipo Mychrons geração 5, Figura 30, foi fixado no volante do veículo para obter a aceleração lateral máxima em cada uma das 10 voltas percorridas. Para o teste, foi utilizado um jogo de pneu novo, apenas o combustível necessário e foi feito sem lastro de modo a garantir apenas o peso mínimo da categoria.



Figura 30 – Sistema de aquisição de dados. Fonte: (Autor)

O sistema de aquisição de dados utiliza o padrão de aceleração lateral positiva para a direita e negativa para a esquerda. A quinta volta foi a mais rápida do teste e representou também a maior aceleração lateral, que foi 2,23 vezes a aceleração da gravidade em uma curva para a direita, a dispersão das voltas pode ser vista na tabela 4. O gráfico da Figura 31 mostra a maior aceleração lateral para a direita com a linha vertical vermelha e para a esquerda com a linha vertical azul.

Os sensores para telemetria precisam estar fixados próximos ao centro de gravidade do veículo. A distância entre o sistema de aquisição e o CG resulta em um braço de alavanca que gera erros de leitura. Mas, como o kart não tem suspensão e vibra bastante, os sensores fixados diretamente no chassi apresentaram muitos ruídos oriundos da vibração. A aplicação de filtro para linearizar os gráficos faz-se fundamental, porém dados muito filtrados não representam os picos de aceleração lateral. Além disso, a análise é voltada para a aceleração máxima, desconsiderando o movimento em torno do plano do solo que é afetado pela rotação do volante nas curvas. Deste modo, a fixação foi feita no volante pois o sistema de direção possui buchas de polímeros que absorvem a vibração, diminuindo os ruídos na leitura, e ainda está próximo ao CG do veículo.

Tabela 4 - Força G máxima em cada volta

Voltas	Direita	Esquerda
1	1,7	-1,55
2	1,83	-1,87
3	2,17	-1,78
4	2,04	-1,9
5	2,23	-1,87
6	1,88	-1,81
7	1,86	-1,97
8	2,07	-1,84
9	2,07	-1,92
10	2	-1,77

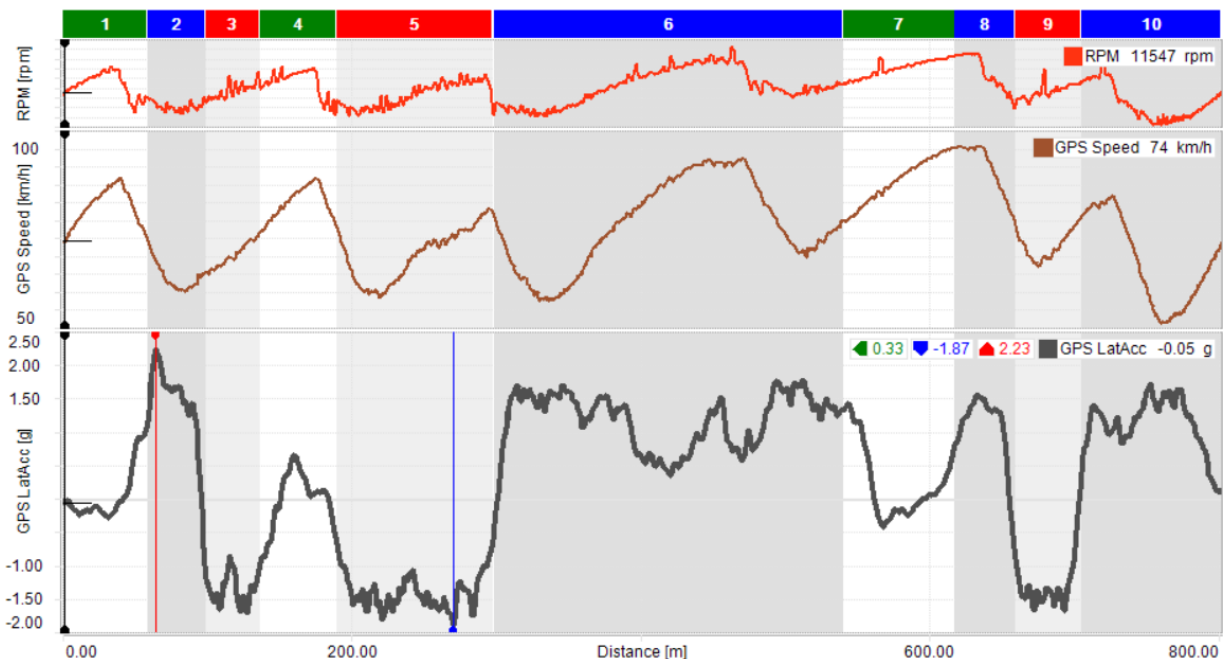


Figura 31 - Volta mais rápida do treino

As condições de contorno impostas representam uma curva com 21,87 metros por segundo ao quadrado de aceleração lateral, ou seja, 2,23 vezes a gravidade (Figura 32). Foram utilizadas forças em B e em C, suporte fixo em G e pre-tensão em A, D, E e F (Figura 33). A força aplicada foi de 270N sentido -Z na força 1 e 270N no sentido +Z na força 2 devido ao cálculo da transferência lateral de carga considerando um kart com 160Kg, massa base da categoria, 200mm de centro de gravidade e 1.3 metros de distância de uma roda a outra.





Figura 32 - Condição de curva com aceleração lateral máxima  
(Fonte: Instagram.com/Davimagalhaes\_67, acesso em Julho de 2023)

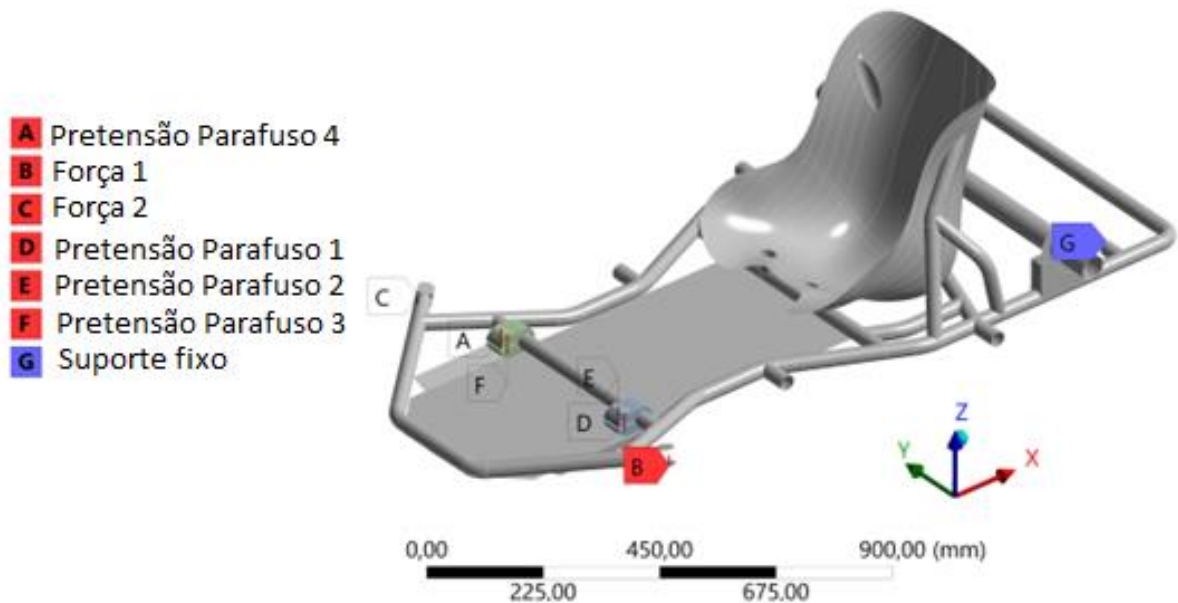


Figura 33 - Condições de contorno. Fonte: (Autor)

As análises realizadas com a ARB possuem contatos friccionais entre a barra e o mordedor e entre os mordedores e os parafusos, figura 34. O tipo friccional foi escolhido pois a barra anti-rolagem é encaixada no chassi e tem seus graus de liberdade restringidos apenas pelos mordedores, sem soldas ou lubrificantes. Os tubos do chassi, o assoalho e o banco possuem contatos lineares. As análises sem ARB não possuem contatos uma vez que o chassi foi feito como uma peça única.

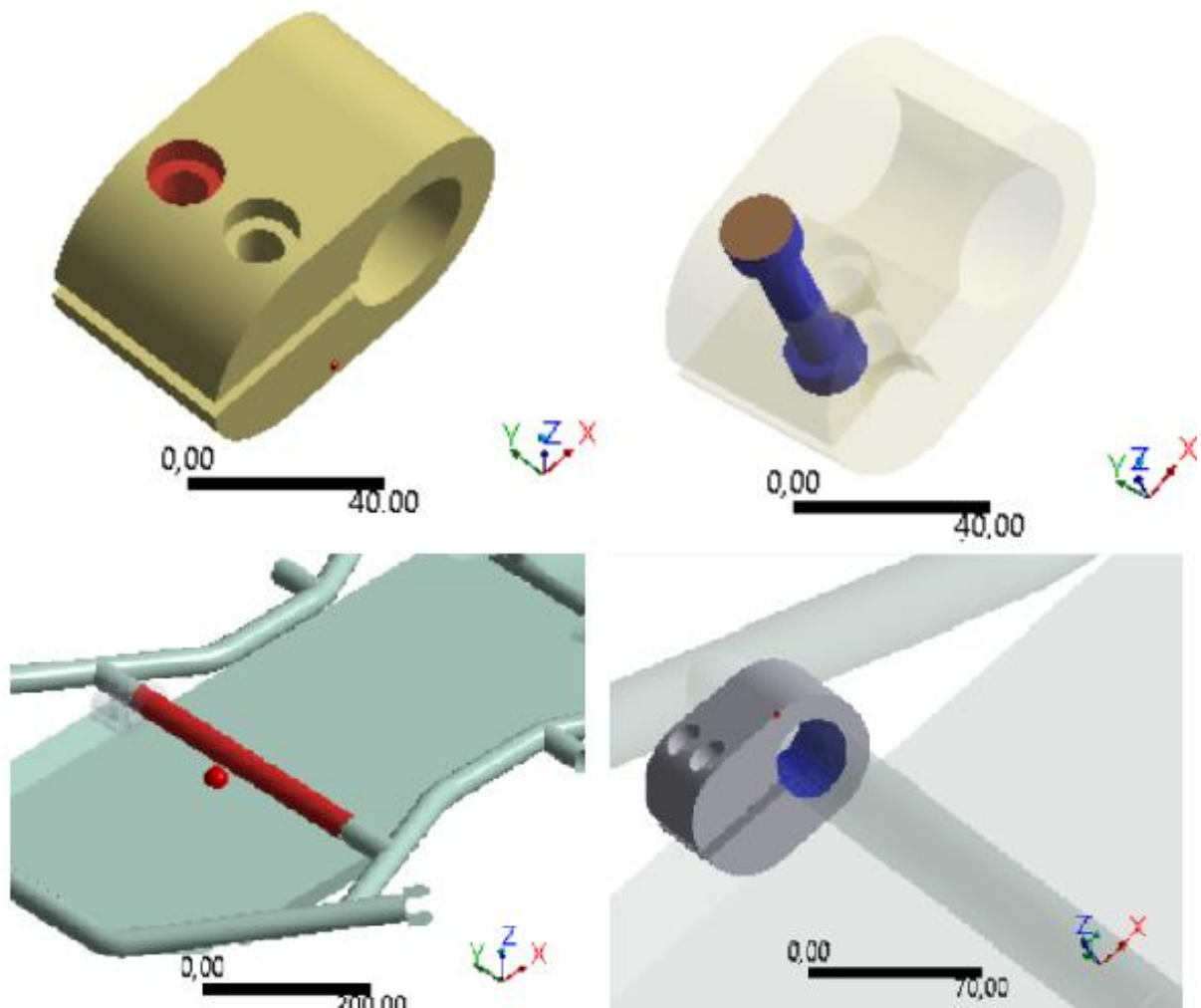


Figura 34 – Contatos não lineares utilizados. Fonte: (Autor)

As condições de contorno foram as mesmas para o chassi sem barra, desconsiderando os contatos e a restrição de liberdade na barra anti-rolagem.

## 5 RESULTADOS

### 5.1 Análise estática estrutural

Uma vez que as análises estáticas com barras anti-rolagem foram realizadas considerando contatos do tipo não lineares, torna-se necessário verificar inicialmente a conformação desses contatos. Nesse sentido, é imprescindível analisar o gráfico de convergência de força ao longo das iterações, apresentado na figura 35. Dessa forma, a análise estática é conduzida em dois passos distintos. Esses passos são chamados Steps (passos em inglês), convenção de nome utilizado pelo software Ansys, e cada step é dividido em sub-steps.

O primeiro step, dividido em 5 sub-steps, consiste na aplicação de pré-carga nos parafusos dos mordedores, com o intuito de tencioná-los, fixando a barra anti-rolagem no chassi. Em razão da natureza não-linear do contato, a obtenção da solução ocorre mediante um processo iterativo, no qual a convergência da solução numérica é alcançada quando a discrepância entre a força aplicada e a força interna satisfaz o critério de tolerância previamente estabelecido (Critério de força). O quinto sub-step do gráfico é marcado pela convergência da etapa de carga, concluindo assim o primeiro step (figura 35). É válido notar que a força é muito grande no sub-step 1 do gráfico e isso deve a uma estimativa inicial do Software que vai se alterando até a força almejada na análise.

O segundo step ocorre após a pré-carga dos parafusos, quando as forças são aplicadas nas mangas dianteiras do kart. Esse step, dividido em dois sub-steps, é também marcado pela linha vermelha ascendente no segundo gráfico da figura 35, indicando o início de um outro step. Novamente, recorre-se a um processo iterativo até atingir a convergência. A subdivisão da análise em dois steps possibilita avaliar o comportamento da interação entre a fixação da barra anti-rolagem e o chassi, e, posteriormente, analisar a resposta estrutural com os componentes pré-tensionados sob as condições impostas.

O gráfico em vermelho da figura 35 se refere à aplicação de carga em cada step. Apesar do software chamar a ordenada do gráfico de “Tempo(s)”, o eixo começa em 1 tangente ao cem por cento da carga de pré-tensão aplicada. O gráfico é praticamente constante durante todo o primeiro step, subindo apenas no quinto sub-step, início do segundo step. Do quinto ao sexto sub-step, o modelo é imposto à carga externa, aplicada nas mangas dianteiras do kart. A força é aplicada em sua totalidade em apenas um sub-step e converge no sétimo e último sub-step, marcando o final do segundo step e o final da simulação.

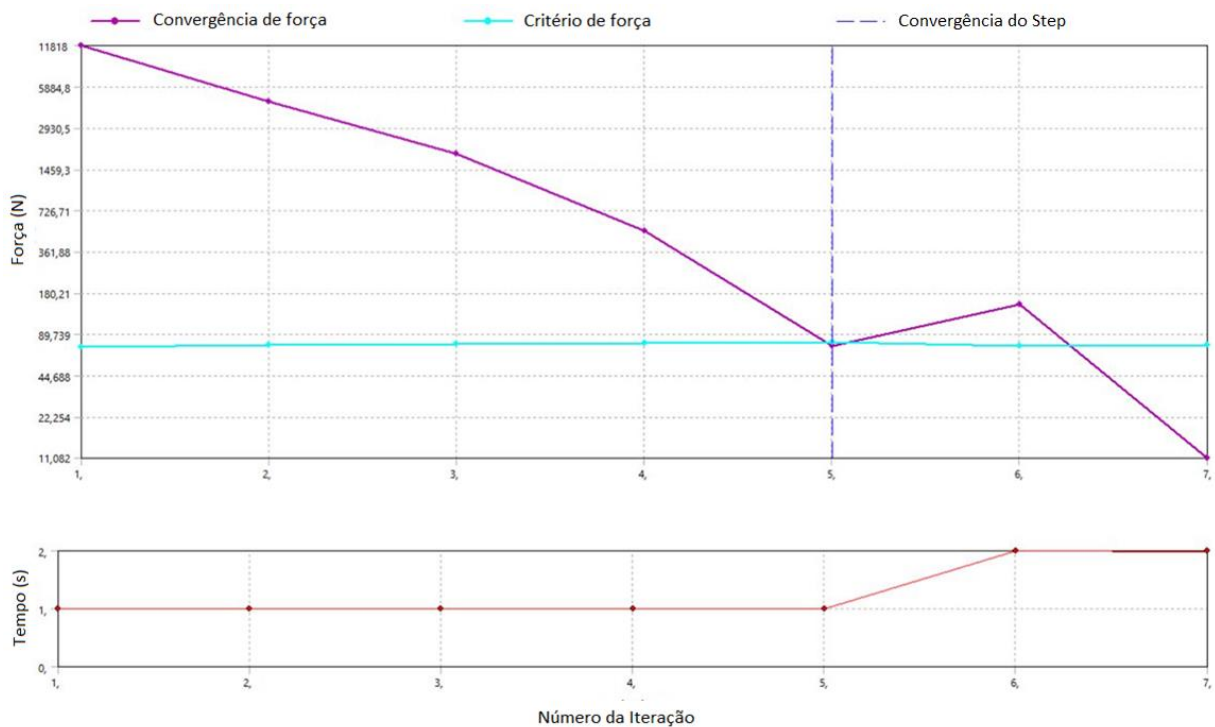


Figura 35 - Gráfico de convergência de força

Após a validação dos contatos e da integridade do modelo, foi feita a comparação entre os chassis simples e completo a fim de avaliar os resultados em comparação com o custo computacional. Os modelos foram expostos a pretensões ajustadas pela deformação do parafuso que variaram de 0,1 a 1,5mm. Uma linha foi feita ao longo do tubo da dianteira do chassis que liga as duas mangas de eixo (Figura 36 e 37), essa linha foi dividida em 200 elementos e o deslocamento desses elementos foi plotado no gráfico da Figura 38. Para o chassis completo, foi utilizada a mesma linha com a mesma divisão de elementos (Figura 39). Os dois modelos foram simulados com e sem a barra anti-rolagem.



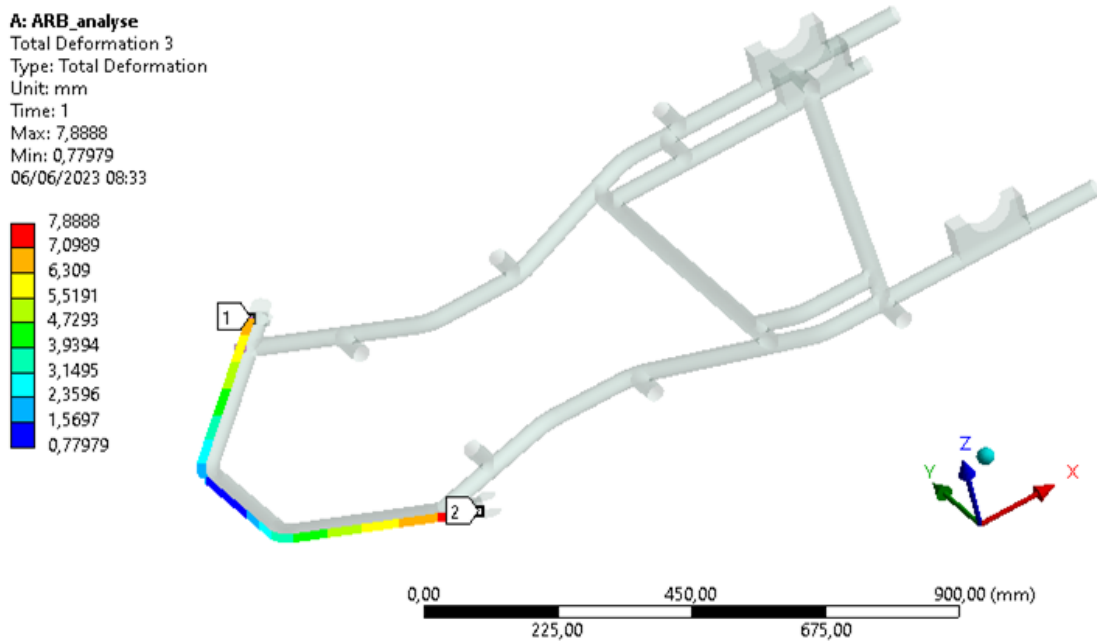


Figura 36 - Linha utilizada para a comparação de deslocamento entre os dois chassis aplicada no chassi simples

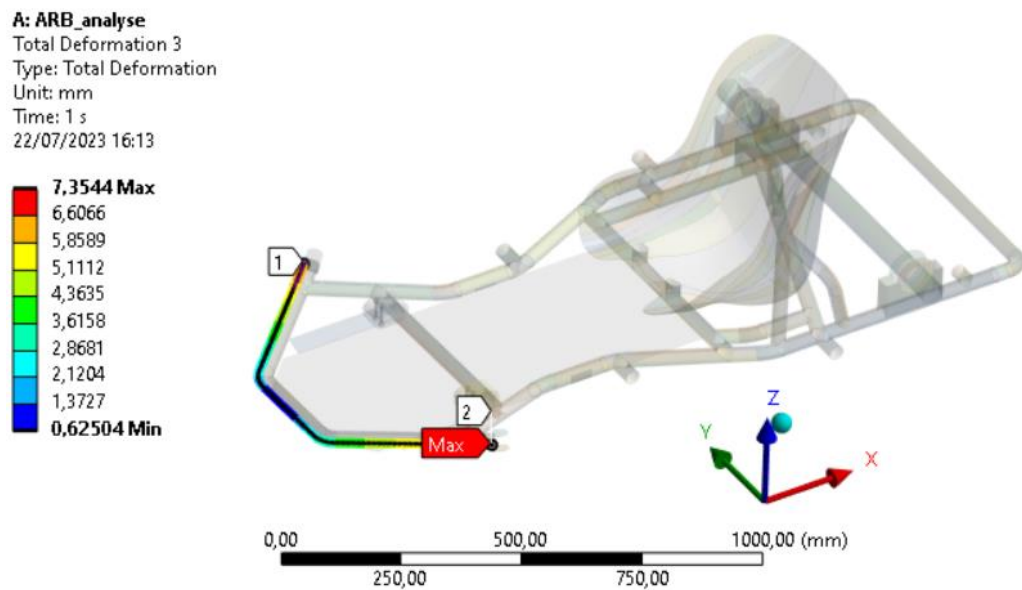


Figura 37 - Linha utilizada para a comparação de deslocamento entre os dois chassis aplicada no chassi completo

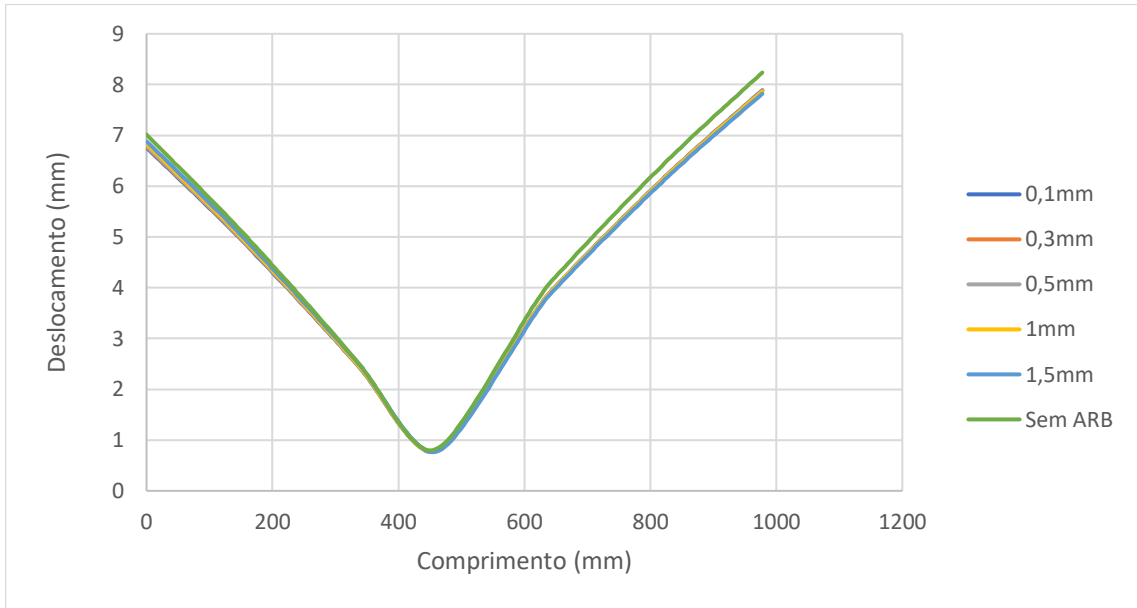


Figura 38 - Deslocamentos no chassi simples com contatos não lineares

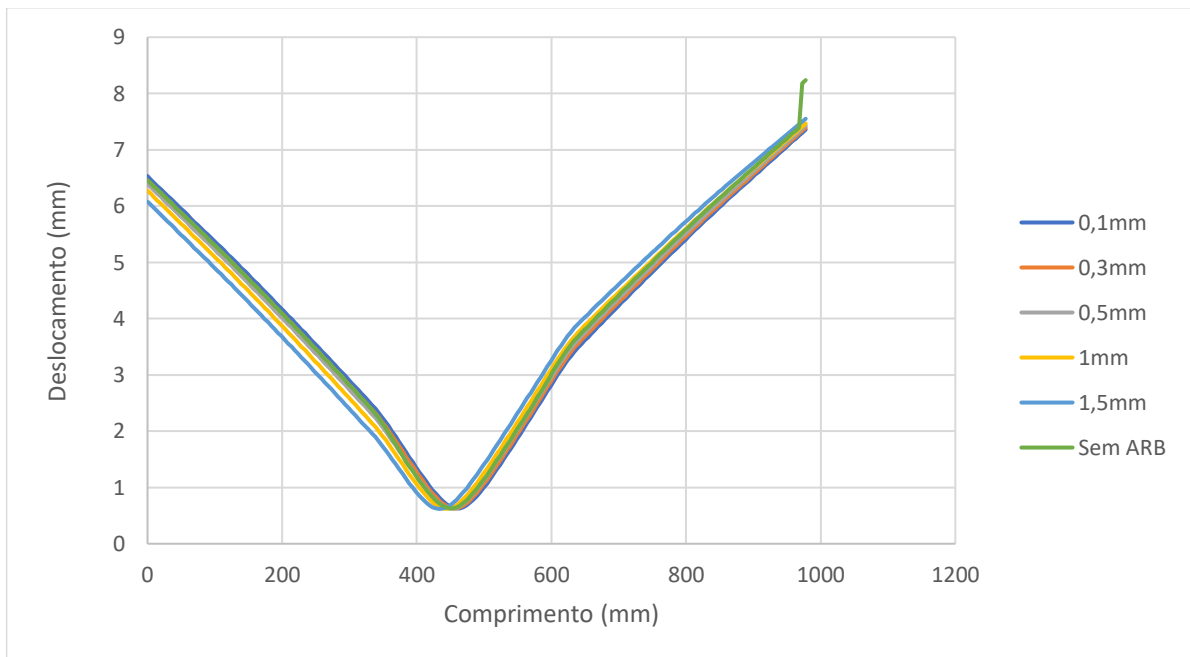


Figura 39 - Deslocamentos no chassi completo com contatos não lineares

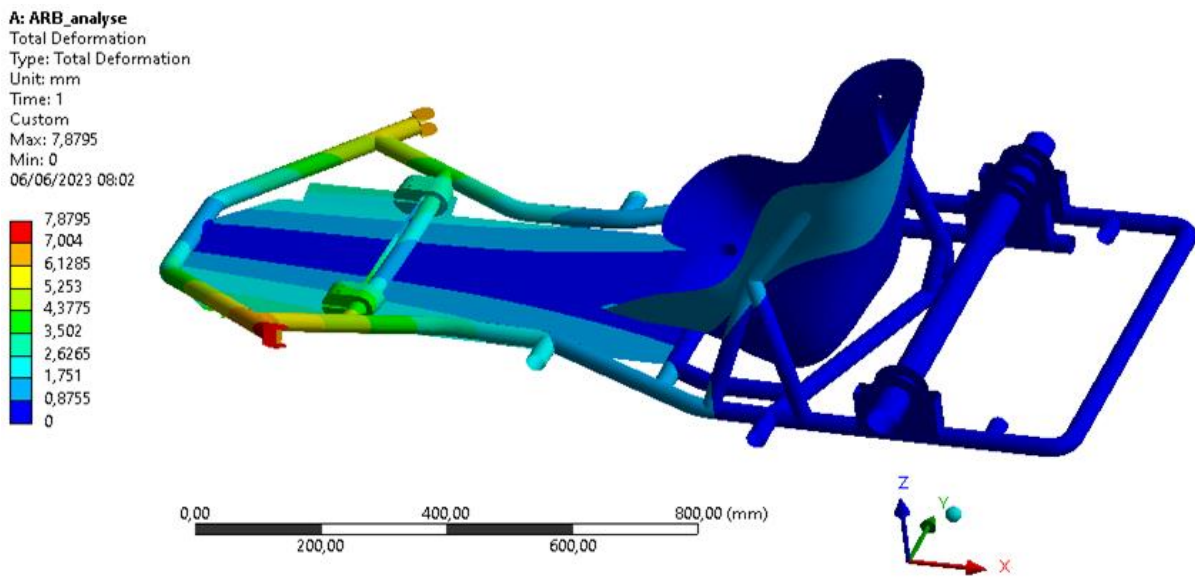


Figura 40 - Deslocamentos no chassi completo. Fonte: (Autor)

Os resultados para o chassi sem o banco ficaram muito próximos mesmo com grandes variações na pretensão. A fim de validar a modelagem do chassi simples, foi feita uma nova simulação alterando os contatos friccionais para contatos soldados. A troca aumentou a diferença de deslocamento entre o chassi com barra anti-rolagem para o chassi sem barra, porém as análises de pretensão continuaram muito próximas e com valores fora do esperado (Figura 41). Assim, somente o modelo do chassi completo será utilizado para as análises estruturais, modais e de fadiga.

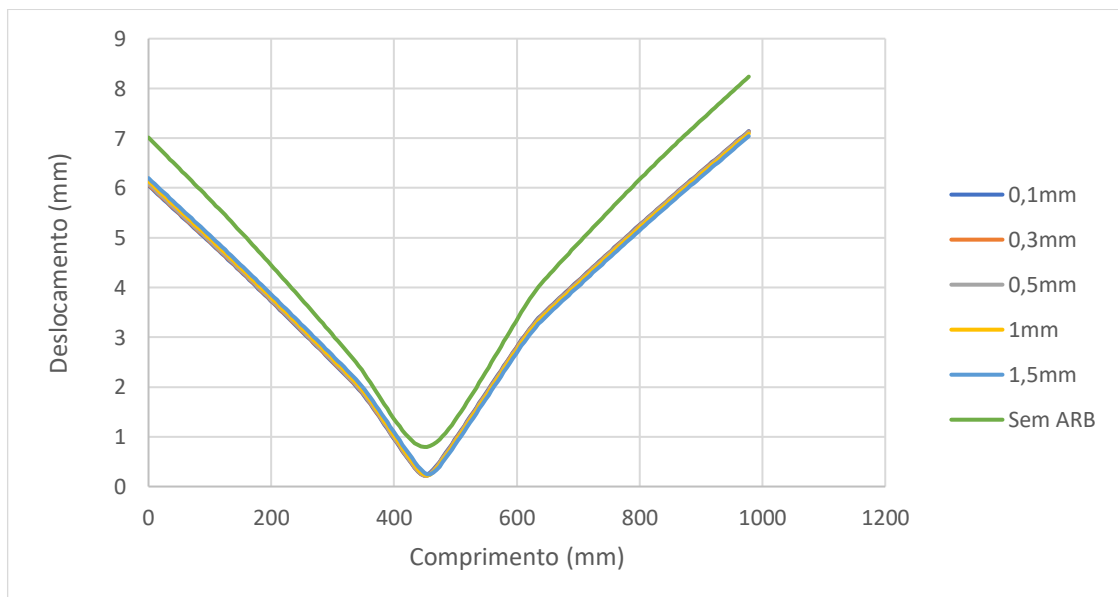


Figura 41 - Deslocamentos no chassi simples com contatos lineares

A análise estática estrutural com o modelo definitivo, chassi completo, teve dois parâmetros de análise: o campo de tensões do chassi, analisado pela tensão de von-Mises equivalente e o campo de deformação. O primeiro parâmetro analisado foi a deformação total variando a espessura do tubo da barra ARB de 1 a 4mm e o material entre: aço, alumínio, fibra de carbono e PVC rígido, o chassi sem ARB também foi contemplado.

A maior deformação foi obtida na simulação sem a ARB, depois com a de PVC e de fibra de carbono, ambas entre 14.5 e 15mm para 1mm de espessura, figura 43. A menor deformação, entre 13.5 e 14mm, foi obtida na simulação com a barra de aço seguida pela de alumínio com 4mm de espessura. O campo de análise compreende o tubo transversal da dianteira do chassi, o mordedor e a barra, figura 42.

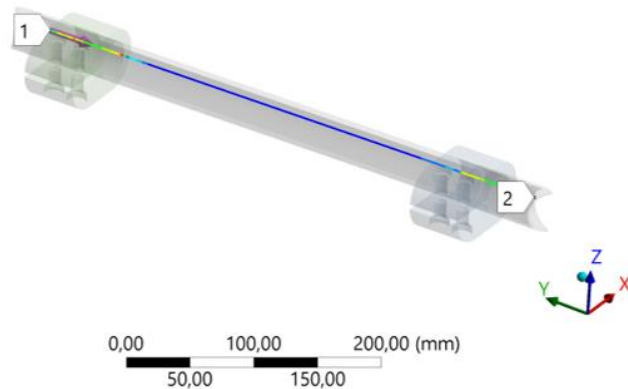


Figura 42 – Linha de análise para o campo de tensões de deformações

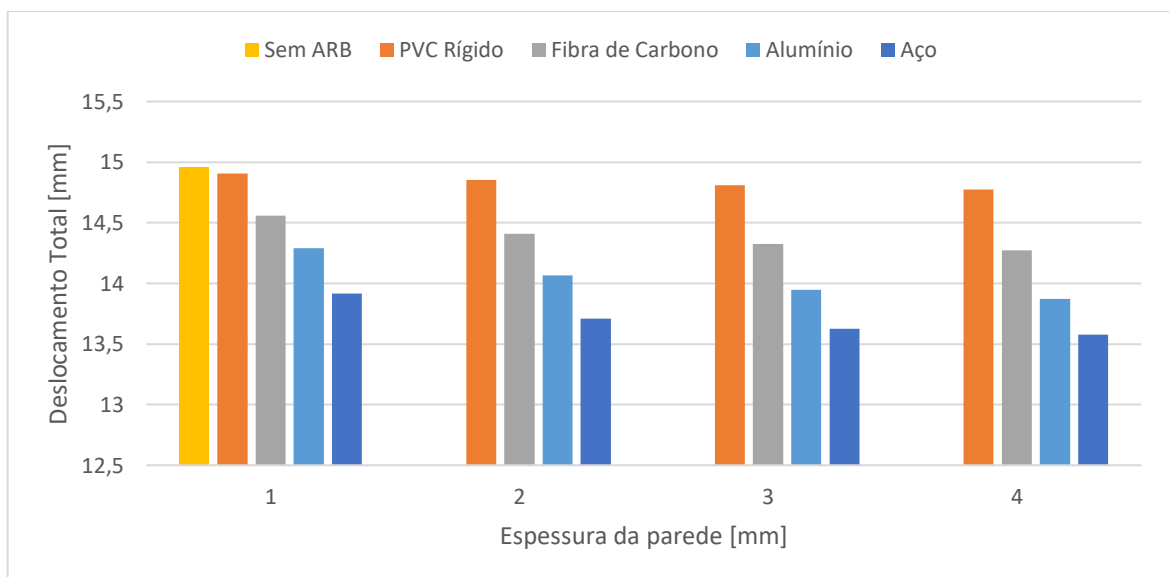


Figura 43 – Comparativo do deslocamento total x espessura da parede com diferentes materiais

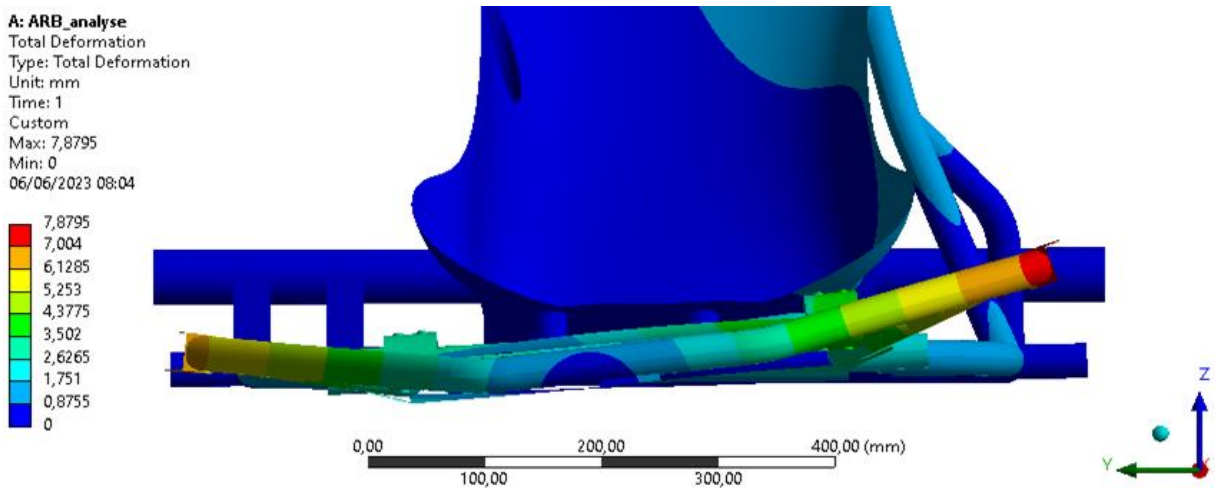


Figura 44 – Movimento realizado pelo chassi durante as simulações. Fonte: (Autor)

A análise de campo de tensões por meio da tensão equivalente de von-Mises foi feita sobre a mesma linha utilizada no campo de deslocamentos, figuras 45, 46, 47 e 48. Utilizando-se de gráficos para comparar os diferentes materiais, é notória a não homogeneidade da ARB variando os materiais e/ou a espessura dentro de um mesmo material. A barra de aço possui a maior variação, 20MPa, no campo de tensão variando a espessura dentre os materiais ensaiados. A barra de alumínio ficou com a segunda maior variação, aproximadamente 5MPa, embora a espessura de 1mm tenha apresentado um comportamento mais sensível nos contatos com os mordedores. É válido notar que a ARB de alumínio possui um campo de tensões menor do que o aço em todo o seu comprimento. O campo de análises é o mesmo da figura 42.

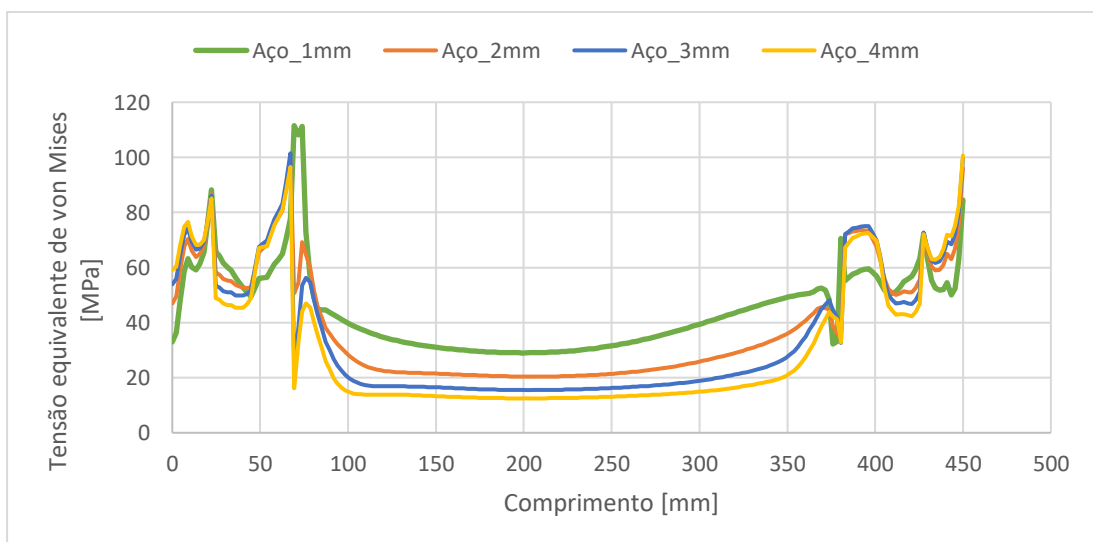


Figura 45 - Campo de tensões da barra de aço

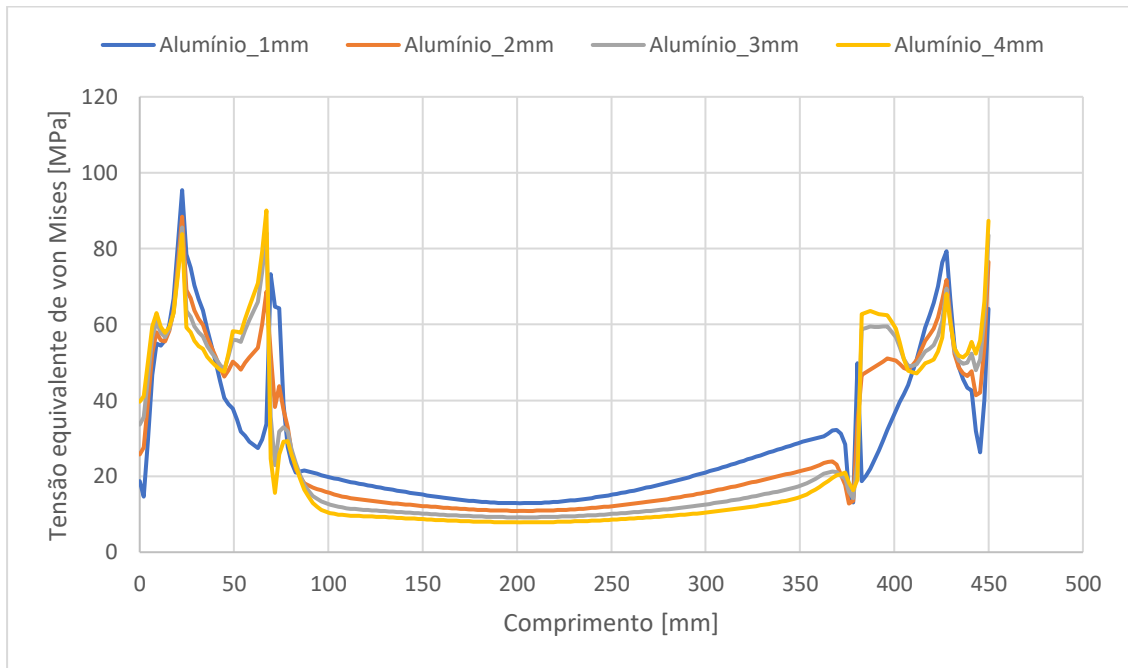


Figura 46 - Campo de tensões da barra de alumínio

O material empregado com menor variação no campo de tensões devido à variação na espessura foi o polímero, nesse caso o PVC. O segundo material que menos variou foi a fibra de carbono, porém ficou com a maior variação onde a barra faz contato com os mordedores.

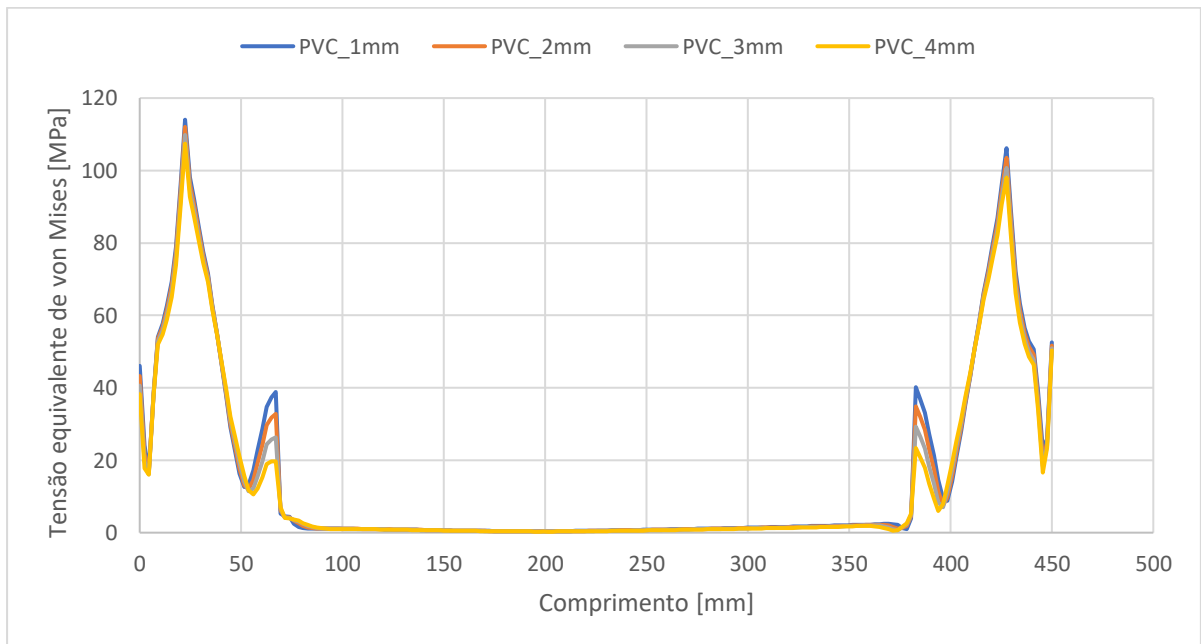


Figura 47 - Campo de tensões da barra de PVC

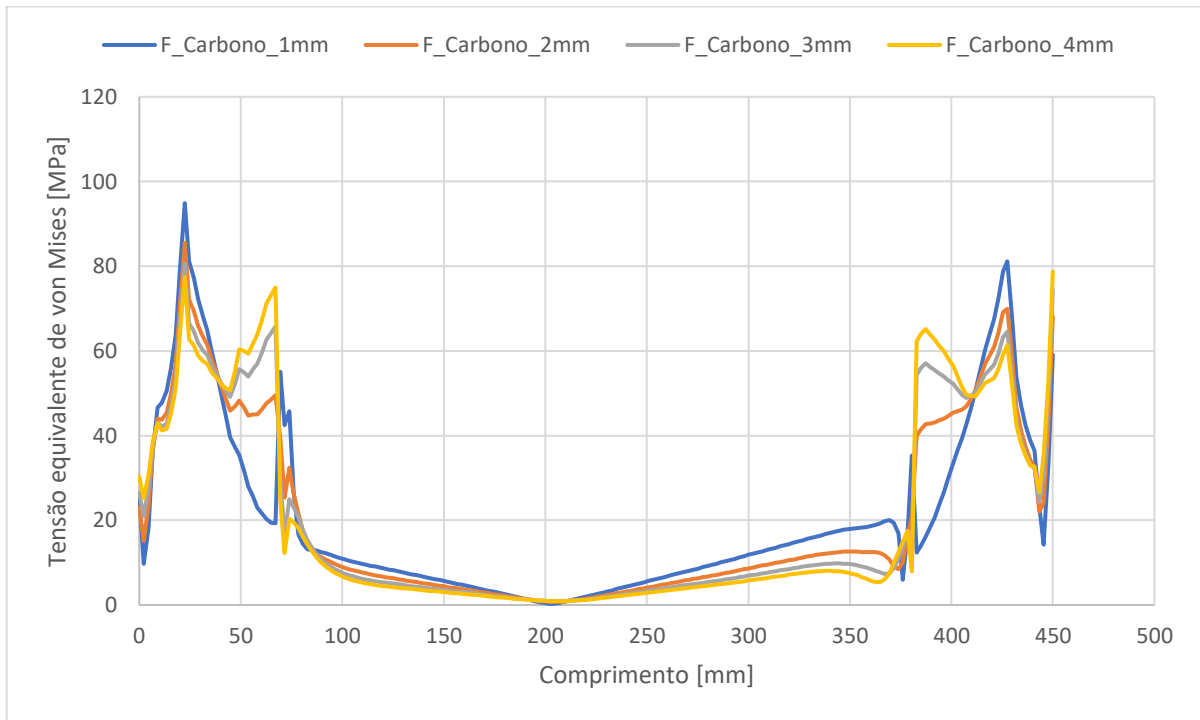


Figura 48 - Campo de tensões da barra de Fibra de Carbono

O gráfico da figura 49 representa um comparativo entre as barras mais rígidas, ou seja, as que suportaram maior tensão equivalente de von Mises. A maior tensão equivalente foi obtida na barra anti-rolagem com 4 milímetros de espessura de parede para os quatro materiais utilizados na simulação. No gráfico, fica evidente que a barra de aço possui a maior tensão na barra seguido pela de alumínio. A barra com menor rigidez foi a de PVC seguida pela fibra de carbono, embora a barra de PVC tenha resultado na maior tensão nos locais em toca os mordedores.

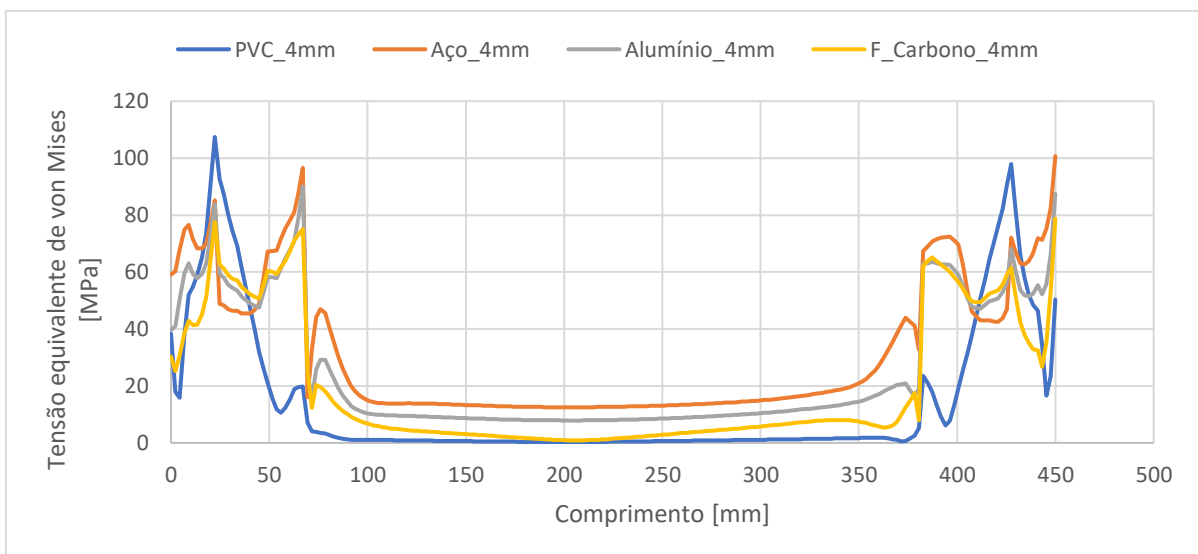


Figura 49 - Comparativo da barra mais rígida para cada material

Assim, a maior mudança no comportamento dinâmico e estrutural do veículo será por meio da adição de uma barra anti-rolagem de aço. Pequenas variações para pilotos com maior sensibilidade ou pequenos ajustes devido à problemas estruturais podem ser feitos com as barras menos rígidas como a de fibra de carbono ou até de PVC para ajustes realmente pequenos.

## 5.2 Análise modal

A primeira análise modal feita foi a livre a fim de validar os contatos aplicados na estrutura. Após a confirmação que as primeiras seis frequências naturais estavam iguais a zero, foi feita a modal com condição de contorno. As frequências naturais obtidas foram analisadas na faixa de 54 a 68HZ devido a maior variação nessa faixa. As barras mais rígidas, de aço e com maior espessura, resultaram nas maiores frequências naturais, 67Hz para a barra de aço e 66,5Hz para a de Alumínio, enquanto as barras menos rígidas obtiveram frequências naturais até 10,5Hz menores (figura 50).

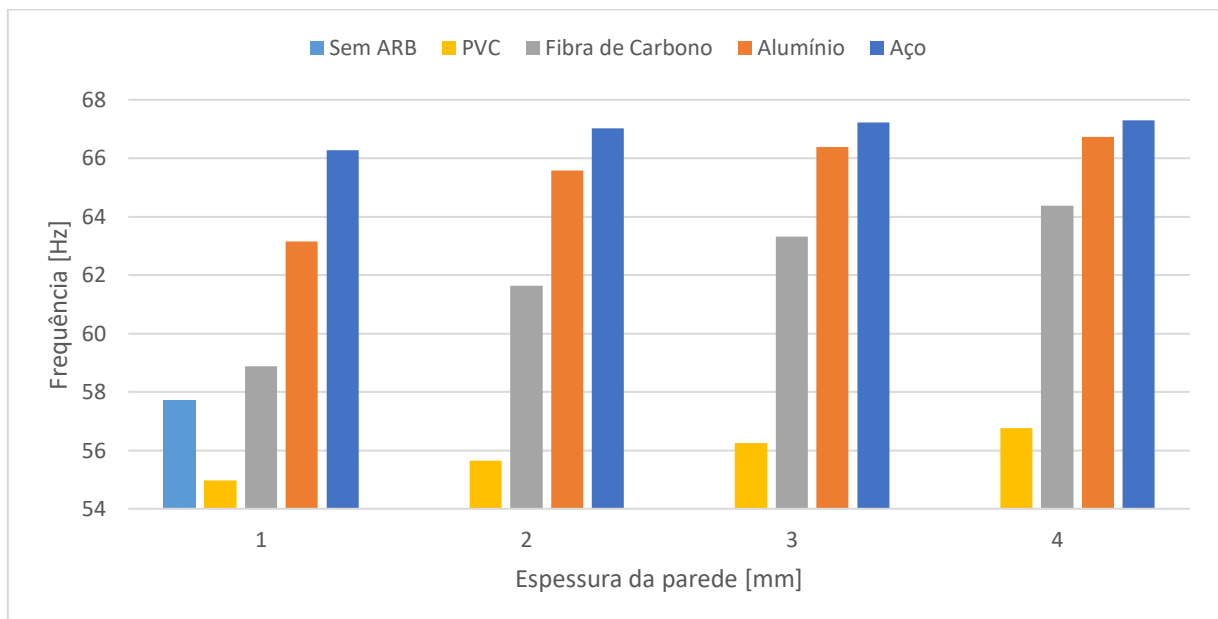


Figura 50 - Comparativo das frequências naturais pela espessura da parede

Embora a barra anti-rolagem de PVC possua pouca influência no campo de tensões e de deformações do chassi, a análise modal revela uma influência maior. A redução de 4Hz em relação ao chassi sem ARB se deve aos modos de excitação da estrutura. Assim, a barra funciona como um amortecedor de vibrações.



### 5.3 Análise de fadiga

A análise de fadiga foi feita utilizando o critério ASME, equação 23, resultando em uma menor vida para as barras mais rígidas. Quanto maior a rigidez da barra, maior as concentrações de carga pontuais, levando a falha por fadiga. Nota-se, entretanto, que mesmo a barra de aço com 4mm de espessura de parede possui uma vida de aproximadamente 8 mil ciclos de carga, se enquadrando ainda em fadiga de alto ciclo, figura 51.

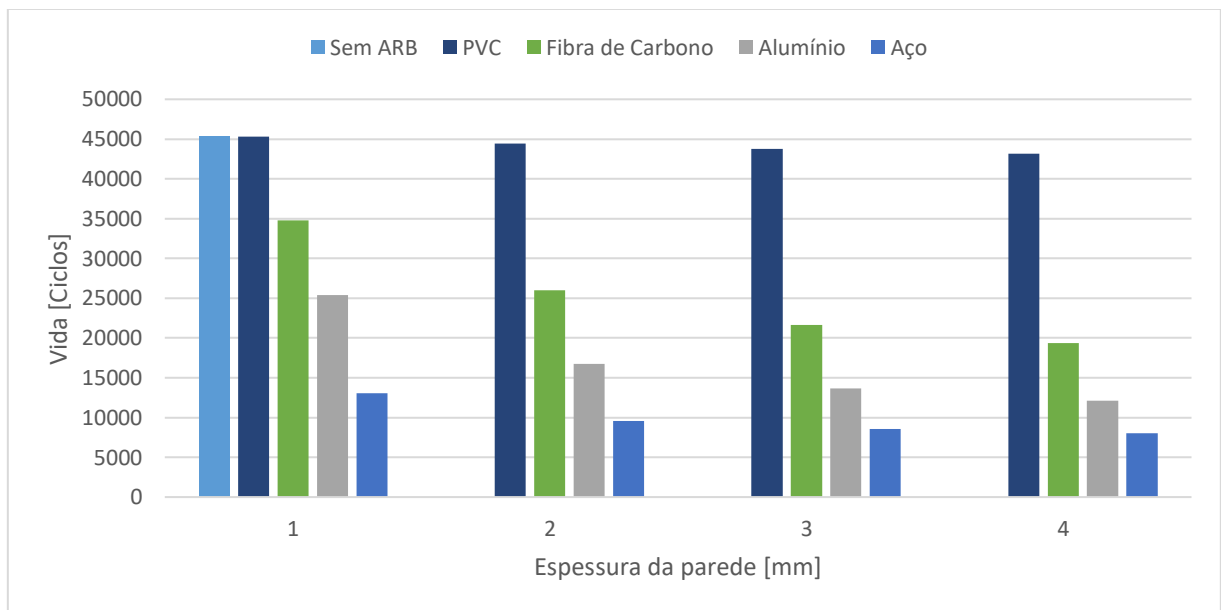


Figura 51 - Vida da barra x espessura da parede

Para a melhor caracterização da ARB com as espessuras e materiais trabalhados, foi plotado um gráfico S-N, figura 52. Assim, a variação do campo de tensão obtido na análise estática estrutural, ou seja, sem variação de carga durante a simulação, pelo número de ciclos obtido na análise de fadiga fica evidente.

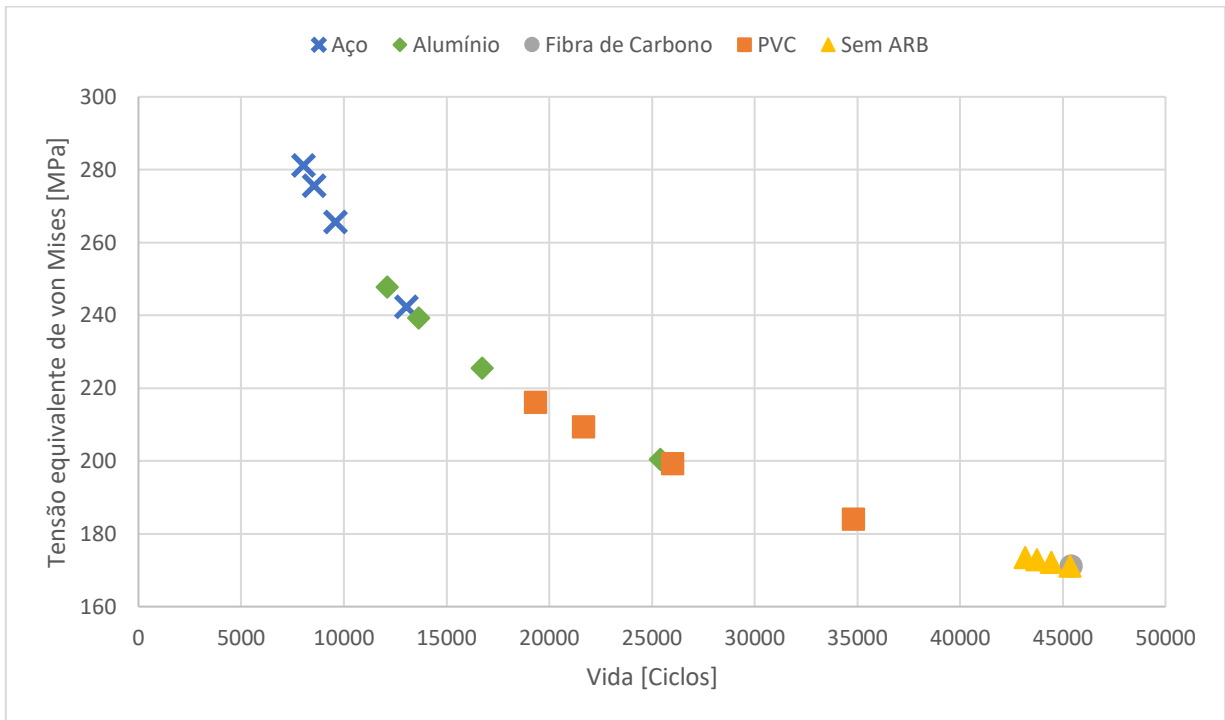


Figura 52 - Curva S-N para os diferentes materiais e espessuras da ARB

Os materiais mais rígidos suportam maior tensão, porém possuem menos ciclos de vida. A única exceção foi a ARB de fibra de carbono que mesmo mais rígida do que o PVC, resultou em maior ciclo de vida. Isso se deve às propriedades mecânicas do material. Deste modo, os pilotos e engenheiros que quiserem maior vida da peça podem utilizar fibra de carbono e aqueles que quiserem maior rigidez e alteração no comportamento dinâmico do veículo devem utilizar barras de aço e de alumínio.

As áreas mais afetadas pela fadiga foram nos encontros dos tubos. Mas, dadas as condições de contorno impostas, a junção dos tubos que dão suporte à ARB foi a mais afetada (Figura 53).

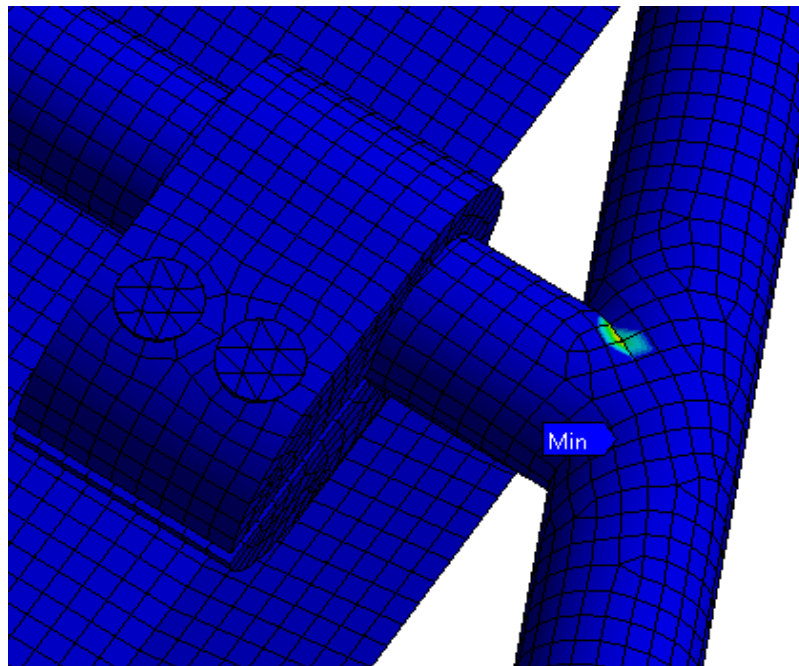


Figura 53 - Área mais afetada pela fadiga.

É válido dizer que essa área é a mais afetada e tende a ter problemas antes das demais para as condições de contorno impostas, ou seja, uma curva com aceleração lateral máxima. Os karts estudados tangente ao perfil de vibração de pista ou ao impacto lateral com as zebras que limitam a pista, terão outras áreas críticas.

## 6 CONCLUSÃO

O presente trabalho propôs a analisar a interferência da barra anti-rolagem de um kart por meio do MEF. Durante as simulações com o chassi homologado, foram observados comportamentos inesperados devido à baixa rigidez do chassi simples. Assim, a modelagem precisa levar em consideração os componentes estruturais como banco, assoalho, eixo e seus fixadores. Com o modelo mais próximo de um kart real, os resultados são satisfatórios e se comportam de acordo com o esperado.

A análise estrutural estática evidencia a interferência da mudança de material e de geometria na ARB. As barras mais rígidas resultaram em menor deslocamento, além de campos de tensão com maior variação para diferentes espessuras. A análise modal resultou em maiores frequências para as barras mais rígidas. Por último, as simulações de fadiga indicam menor quantidade de ciclos e vida para as ARB mais rígidas devido às tensões locais mais altas.

Finalmente, pode-se concluir que a metodologia de modelagem e análise proposta permite a obtenção de resultados satisfatórios, uma vez que a interferência

da ARB pode ser determinada para um chassi de kart. Por meio dos estudos e das análises realizadas, o comportamento do chassi adicionando a barra se torna mais previsível, tangente à deformação, às tensões, ao número de ciclos e às frequências naturais. Assim, as equipes de engenheiros de pista e projetistas podem se utilizar do método proposto e fazerem menos testes empíricos, diminuindo o custo operacional e aumentando a assertividade dos testes reais.

Estudos futuros podem avaliar diferentes geometrias de barra, incluindo assimetrias, por meio do método empregado nesse trabalho. Além disso, diferentes pontos de fixação da barra no chassi e variações de componentes que restringem os movimentos do chassi como coluna de direção e pedais podem ser incluídos na análise. O mesmo método também pode ser utilizado para análises com cargas que variam durante a simulação de modo a refinar o comportamento em uma curva em específico. Assim, conclui-se que os estudos com chassi de kart ainda são escassos e podem crescer largamente.

## 7 REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

Ansys. (2021). ANSYS engineering analysis system user's manual 2021.

Azevedo, A. F. M. - Mecânica dos Sólidos, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 1996.

Bathe, Klaus-Jürgen. Finite element procedures. Klaus-Jurgen Bathe, 2006.

Branco, C.M.; Fernandes, A.A; Castro, P.M.S.T. (1999). Fadiga de estruturas soldadas. Fundação Calouste Gulbenkian: Lisboa. Cap.2,p.137-192.

Budynas, Richard Gordon et al. Shigley's mechanical engineering design. Nova York: McGraw-Hill, 2005.

Carvalho, Suzane. Curso de pilotagem de Kart: pilotando e acertando um kart. 2º Edição. Rio de Janeiro, Junho de 2004.

Cossa, Jovani Antonio. Estudo do comportamento dinâmico de dois modelos de kart. 2017. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

DE ANDRADE LIMA, Janina Schmidt. CONCRETO PROTENDIDO. 2001. Tese de Doutorado. UNIVERSIDADE DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO.

Dantas, Diogo Holanda. Sistema de telemetria para kart. 2012.

González, Wagner. História do Kart, 2018. Disponível em: <https://www.kartmotor.com.br/>. Acesso em 1 de fevereiro de 2023.

Heibing, Bernd; Ersoy, Metin. Chassis Handbook: Fundamental, Driving Dynamics, Components, Mechatronics, Perspectives. Berlin: Deutsche Nationalbibliothek, 2011.

Marchiori, Gustavo et al. Análise estrutural utilizando o método de elementos finitos de um chassi para veículos de eficiência energética construído com material compósito. 2017.

Mascia, Nilson Tadeu. Tração, Compressão e Lei de Hooke. Campinas: Universidade Estadual de Campinas, 2006.

Maziero, Osvaldo Luiz. Análise estrutural de chassi tubular. 2019. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Milliken, William F.; Milliken, Douglas L.. Race Car Vehicle Dynamics. 5. ed. Warrendale: Society Of Automotive Engineers, 1995.

Norton, Robert L.. Projeto de Máquinas: Uma abordagem integrada. 4. ed. Porto Alegre: Bookman, 2013.

Onuki, C. K. T. (2019). Procedimento para cálculo experimental da posição do centro de gravidade de veículos rodoviários. *Mecatrone*, 4(1), 7.

Salgado, Jorge Manuel da Silva Oliveira. Análise modal experimental aplicada a um componente estrutural automóvel. 2012. Tese de Doutorado.

Sanches, João Diniz. Kart Manual: the complete beginner's guide to competitive kart Racing. Segunda edição. Haynes. England, Março de 2007.

Seward, Derek. Race car design. Bloomsbury Publishing, 2017.

Singiresu, S. R. et al. Mechanical vibrations. Boston, MA: Addison Wesley, 1995.

Soriano, Humberto Lima. Método de Elementos Finitos em Análise de Estruturas Vol. 48. EdUSP, 2003.

Vaz, Luiz Eloy. Métodos dos elementos finitos em análise de estruturas. Rio de Janeiro: Elsevier, 2011.

## 8 APÊNDICE

Homologação do chassi na CBA.



## FICHA DE HOMOLOGAÇÃO

CHASSIS 125

Homologação  
Nº  
- 07/CH/2020

Construtor: BRASKART COMÉRCIO IMPORTAÇÃO E EXPORTAÇÃO DE PEÇAS LTDA

Marca: BRASKART

Modelo / tipo: THUNDERITKI

Número da CBA: 07/CH/2020

Duração da homologação: 3 anos

Número de páginas: 04 (quatro)

Essa ficha reproduz descrições, ilustrações e dimensões do chassi no momento de homologação p/ CNK/CBA. O fabricante poderá modifica-las, mas somente dentro dos limites fixados pelo regulamento CIK e da CNK/CBA em vigor, Somente a ficha de homologação poderá servir para identificar um produto homologado.

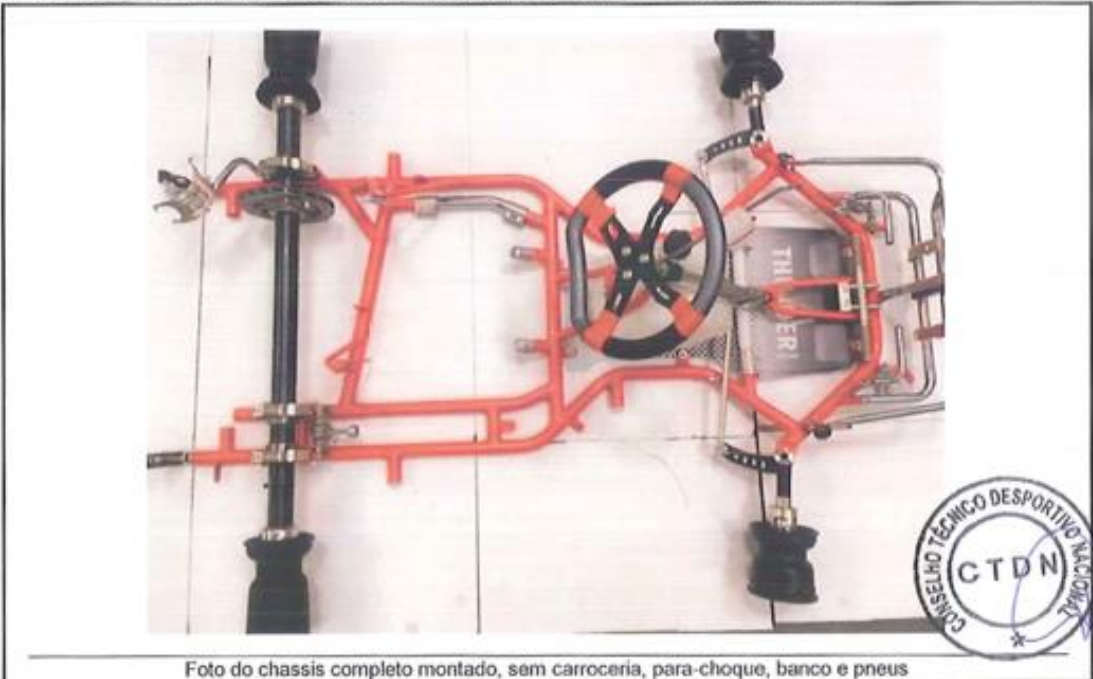


Foto do chassi completo montado, sem carroceria, para-choque, banco e pneus

Assinatura e carimbo da  
CNK/CBA

Carimbo e assinatura do fabricante

Fi.568,617/0001-  
nºl *Lafa*  
BRASKART Com. ImpExporte de  
peças  
Av. Paulo Atlas, 768 - CER.  
COTIA - SP

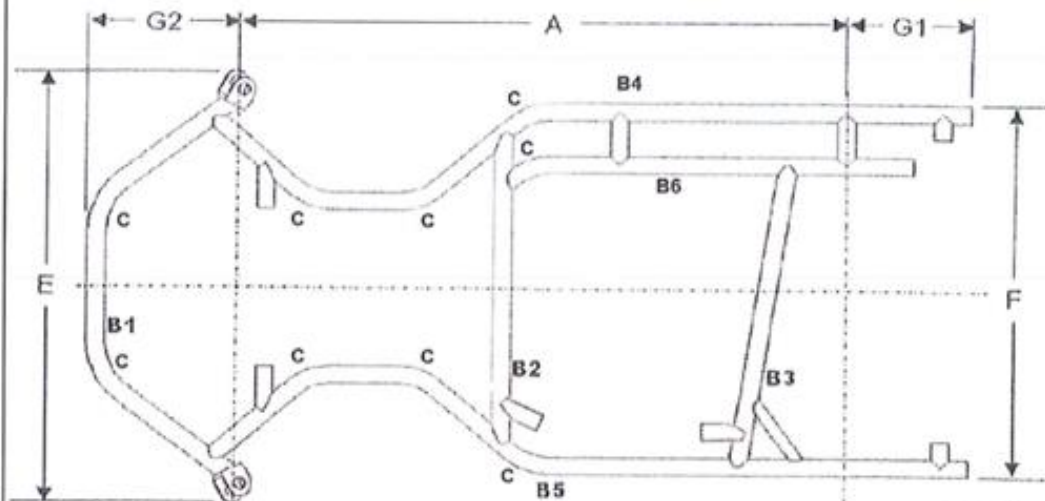
Número da CBA

07/CH/2020

**[ A ] DESENHO TÉCNICO DO QUADRO**

O desenho técnico serve para a identificação da estrutura e as principais geometrias do quadro.  
 No caso em que a manga de eixo não esteja diretamente fixada a pelo menos um ponto do quadro, a dimensão geral das partes principais do chassis, devem ser mencionadas na ficha de homologação.  
 Representar somente os tubos principais da estrutura e os anexos de sustentação do topo dos eixos e das barras de enrijecimento que necessitem de detalhes e dimensões como demonstrado na seção B.

VISTA DE CIMA




VISTA DE LADO





Número da CBA

07/CH/2020

[ B ] DIMENSÕES			
Quadro		Dados	Tolerâncias
A = Medida entre eixos		1040mm	± 10 mm
B = Diâmetro dos principais tubos da estrutura com diâmetro mínimo de 21 mm. e comprimento acima de 150 mm. exceto tubos c/ diâmetro abaixo de 21 mm. e todos os suportes para os acessórios.	1)	32mm	± 0,5 mm
	2)	32mm	± 0,5 mm
	3)	32mm	± 0,5 mm
	4)	30mm	± 0,5 mm
	5)	30mm	± 0,5 mm
	6)	30mm	± 0,5 mm
	7)	mm	± 0,5 mm
	8)	mm	± 0,5 mm
	9)	mm	± 0,5 mm
	10)	mm	± 0,5 mm
C = Número de curvas nos tubos com diâmetro acima de 21 mm :		9	
D = Número de tubos com diâmetro acima de 21 mm :		6	
E = Largura dianteira exterior :		740mm	± 10 mm
F = Largura traseira exterior :		645mm	± 10 mm
G1 = Excedente traseiro dos tubos principais(obrigatório) :		210mm	± 15 mm
G2 = Excedente frontal do tubo principal:		260mm	± 10 mm
H = O eixo traseiro deverá ser de aço magnetizável.			
Nos pontos B,C e D, somente os tubos principais de comprimento superior a 150mm devem ser considerados, excluindo todos os suportes para acessórios.			
<b>[ C ] FOTO DO NÚMERO DE HOMOLOGAÇÃO GRAVADO</b>			
			
A marca localizada no tubo transversal na parte traseira tem de ficar claramente visível em todo o tempo.			