

Universidade de Brasília - UnB
Faculdade UnB Gama - FGA
Engenharia Aeroespacial

Determinação de atitude utilizando os dados do sensor de estrelas para o CubeSat do projeto SPLASH

Autor: Victoria Mirandela Meireles
Orientador: Prof. Dr. William Reis Silva
Coorientador: Prof. Dr. Cristian Vendittozzi

Brasília, DF
2023



Victoria Mirandela Meireles

Determinação de atitude utilizando os dados do sensor de estrelas para o CubeSat do projeto SPLASH

Monografia submetida ao curso de graduação em (Engenharia Aeroespacial) da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em (Engenharia Aeroespacial).

Universidade de Brasília - UnB

Faculdade UnB Gama - FGA

Orientador: Prof. Dr. William Reis Silva

Coorientador: Prof. Dr. Cristian Vendittozzi

Brasília, DF

2023

Victoria Mirandela Meireles

Determinação de atitude utilizando os dados do sensor de estrelas para o CubeSat do projeto SPLASH/ Victoria Mirandela Meireles. – Brasília, DF, 2023-
77 p. : il. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Aeroespacial)

Orientador: Prof. Dr. William Reis Silva

Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade de Brasília - UnB
Faculdade UnB Gama - FGA , 2023.

1. Determinação de atitude. 2. Sensor de estrelas. 3. Filtro de Kalman estendido. 4. CubeSat. I. Prof. Dr. William Reis Silva. II. Prof. Dr. Cristian Vendittozzi. III. Universidade de Brasília. IV. Faculdade UnB Gama. V. Determinação de atitude utilizando os dados do sensor de estrelas para o CubeSat do projeto SPLASH

CDU 02:141:005.6

Victoria Mirandela Meireles

Determinação de atitude utilizando os dados do sensor de estrelas para o CubeSat do projeto SPLASH

Monografia submetida ao curso de graduação em (Engenharia Aeroespacial) da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em (Engenharia Aeroespacial).

Trabalho aprovado. Brasília, DF, 24 de Julho de 2023:

Prof. Dr. William Reis Silva
Orientador

Prof. Dr. Cristian Vendittozzi
Coorientador

Prof. Dr. Paolo Gesini
Convidado 1

Prof. Dr. Ronne Toledo
Convidado 2

Brasília, DF
2023

*Este trabalho é dedicado aos meus pais,
Erick de Oliveira Meireles e Franciane Mirandela Meireles,
grandes motivadores da minha vida.*

Agradecimentos

Agradeço ao meu orientador do TCC 1 Prof. Dr. William Reis Silva, pela oportunidade, paciência, inspiração, apoio, e pelo conhecimento compartilhado.

Agradeço aos meus pais Erick de Oliveira Meireles e Franciane Mirandela Meireles, pelo incentivo, apoio e por sempre acreditarem em mim, nessa etapa importante da minha vida.

Agradeço aos meus avós César Mirandela, Leise Meireles, Plínio Meireles e Zilá Mirandela, por sempre me incentivarem e me ajudarem no que precisava.

Agradeço aos meus tios Alex Meireles, Juliana Mirandela e Plínio Meireles e a minha prima Rafaela Mirandela, pelo imenso carinho e amor que vocês me dão.

Agradeço a minha irmã Camila Meireles por ser a minha maior companheira e sempre estar ao meu lado.

Agradeço ao meu namorado e quase Engenheiro Mecânico, Kassio Fidelis, que esteve comigo nesse final de curso que foi muito desafiador. Obrigada por ser incrível, me acalmar nas horas de ansiedade, me ajudar no estudos, me animar e me fortalecer sempre.

Agradeço as minhas melhores amigas Heloisa Heller, Natalia Bonetti, Nathália Reis, Rafaela Barros, Raiane Vieira, Rana Taborda e Roberta Martins, e os meus amigos Allecsander Lélis, Carlos Yan, Fernando Frejat, Rafael Mascarenhas e Victor Barbosa, por nunca desistirem e me apoiarem sempre. Aos que fazem engenharia, obrigada pela ajuda e pela linda amizade que foi criada nesses anos de curso. Aos que não fazem engenharia, obrigada por aceitarem meus PDFs de contas imensas que mandava e mesmo não tendo a mínima ideia do que eu explicava sobre os meus trabalhos, estavam sempre presentes em todos os momentos.

Agradeço a UnB-FGA e aos professores de Engenharia pelo conhecimento transmitido ao longo desses 7 anos de estudos. Os conhecimentos adquiridos serão de grande importância para o meu crescimento profissional e pessoal.

“The most difficult thing is the decision to act. The rest is merely tenacity. The fears are paper tigers. You can do anything you decide to do. You can act to change and control your life and the procedure. The process is its own reward.”

(Amelia Earhart)

Resumo

Este trabalho aborda o estudo da determinação de atitude do CubeSat do projeto SPLASH (*Self-DePloyable FLeXible AeroSHell for de-Orbiting and Space Re-entry*), utilizando o sensor de estrelas e aplicando o Filtro de Kalman estendido. São fornecidas informações sobre o CubeSat, que possui uma órbita equatorial e circular LEO, com altitude de 400 km e inclinação orbital de 0° graus, com o objetivo de realizar pesquisas com um conceito diferente dos demais, onde possui um escudo aerodinâmico para reentrada, com ênfase na recuperação de cargas úteis. O modelo cinemático de atitude é descrito por uma equação envolvendo os ângulos de Euler e a parametrização de Quatérnios, sendo que o trabalho opta por utilizar os quaternions em seu desenvolvimento. Os sensores de atitude empregados são o sensor de estrelas, que permite determinar a atitude com alta precisão, e o giroscópio, que fornece informações sobre a variação angular do sistema de referência do satélite. Para a estimação de atitude em situações não-lineares, o filtro de Kalman estendido é escolhido como método de estimação. Na obtenção dos resultados, o software MATLAB é utilizado para simular e gerar gráficos em três cenários distintos, considerando alterações no FOV (*Field of View*) e na magnitude. Ao final, são comparados e discutidos os resultados obtidos em cada situação.

Palavras-chaves: Determinação de Atitude. Sensor de Estrelas. Filtro de Kalman Estendido. CubeSat.

Abstract

This work addresses the study of attitude determination of the SPLASH (*Self-DePloyable FLeXible AeroSHell for de-Orbiting and Space Re-entry*) CubeSat, using the star sensor and applying the Extended Kalman Filter. Information is provided about the CubeSat, which is in a low Earth orbit (LEO) with a circular equatorial trajectory, at an altitude of 400 km and an orbital inclination of 0° degrees, with the aim of conducting research on a different concept. This concept involves an aerodynamic shield for reentry, with a focus on payload recovery. The kinematic attitude model is described by an equation involving Euler angles and quaternion parameterization, with the work opting to use quaternions in its development. The attitude sensors employed are the star sensor, which enables precise attitude determination, and the gyroscope, which provides information on the angular variation of the satellite's reference system. The Extended Kalman Filter is chosen as the estimation method for attitude estimation in nonlinear situations. To obtain the results, the MATLAB software is used to simulate and generate graphs in three different scenarios, considering variations in the Field of View (FOV) and magnitude. Finally, the obtained results are compared and discussed for each situation.

Keywords: Attitude Determination. Star Tracker. Extended Kalman Filter. CubeSat.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Tamanhos de CubeSat (1U - 12U). Fonte: CalPoly (2022)	33
Figura 2 – Distribuição dos CubeSats de acordo com sua configuração. Fonte: Vilela et al. (2019) (Adaptado).	34
Figura 3 – Sistema de um CubeSat. Fonte: Lopes (2019)(Adaptado).	35
Figura 4 – Conceito SPLASH preliminar para a plataforma Cubesat 12U. Fonte: Dimino et al. (2023)	36
Figura 5 – Escudo Térmico Aeroshell. Fonte: Dimino et al. (2023)	37
Figura 6 – Sistema Equatorial Terrestre.	37
Figura 7 – Sistema Orbital. Fonte: Silva (2016)	38
Figura 8 – Representação do Sistema Orbital Local.	39
Figura 9 – Representação do Sistema Orbital Local visualizado no plano orbital. Fonte: Silva (2016)	39
Figura 10 – Representação do Sistema de Atitude.	40
Figura 11 – Representação do Sistema de Atitude no satélite.	40
Figura 12 – Representação da sequência de rotação adotada (ϕ, θ, ψ) . Fonte: Silva (2016)	41
Figura 13 – Sensor de Estrelas para CubeSat. Fonte: SatCatalog (2023)	47
Figura 14 – Estimativa de atitude de um satélite a partir do sensor de estrelas. Fonte: Crassidis e Junkins (2012)	47
Figura 15 – Coordenadas esféricas orientando o vetor da linha de visão para uma estrela. Fonte: Crassidis e Junkins (2012)	48
Figura 16 – Colinearidade do centro de perspectiva, imagem e objeto. Fonte: Crassidis e Junkins (2012)	49
Figura 17 – Magnitudes estelar. Fonte: Bruijne, O’Flaherty e Mignone (2016)	51
Figura 18 – Distribuição normal ou gaussiana. Fonte: Wang, Shi e Miao (2015)	54
Figura 19 – Transformação não-linear. Fonte: Urrea e Agramonte (2021)	54
Figura 20 – Diagrama de funcionamento do código. Fonte: Elaboração própria.	57
Figura 21 – Fluxograma do Filtro de Kalman Estendido. Fonte: Autor.	59
Figura 22 – Número de estrelas disponíveis cenário 1.	61
Figura 23 – Estimação de atitude utilizando o EKF cenário 1.	62
Figura 24 – Estimação de viés utilizando o EKF cenário 1.	62
Figura 25 – Erros de atitude e limites de 3σ cenário 1.	63
Figura 26 – Erros de viés e limites de 3σ cenário 1.	64
Figura 27 – Número de estrelas disponíveis cenário 2.	65
Figura 28 – Estimação de atitude utilizando o EKF cenário 2.	65
Figura 29 – Estimação de viés utilizando o EKF cenário 2.	66

Figura 30 – Erros de atitude e limites de 3σ cenário 2.	67
Figura 31 – Erros de viés e limites de 3σ cenário 2.	68
Figura 32 – Número de estrelas disponíveis cenário 3.	69
Figura 33 – Estimação de atitude utilizando o EKF cenário 3.	69
Figura 34 – Estimação de viés utilizando o EKF cenário 3.	70
Figura 35 – Erros de atitude e limites de 3σ cenário 3.	71
Figura 36 – Erros de viés e limites de 3σ cenário 3.	72

Lista de tabelas

Tabela 1 – Especificações de massa de CubeSat	34
Tabela 2 – Órbitas utilizadas em missões de satélites.	35
Tabela 3 – Elementos Orbitais do CubeSat do projeto SPLASH.	36
Tabela 4 – Dados de entrada do código.	57
Tabela 5 – Dados de entrada do código.	58
Tabela 6 – Dados de entrada do código.	58

Lista de abreviaturas e siglas

EKF	<i>Extended Kalman Filter</i> (Filtro de Kalman Estendido)
FOV	<i>Field of view</i> (Campo de visão)
INPE	Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais
LEO	<i>Low Earth Orbith</i> (Orbita Terrestre Baixa)
RIG	<i>Rate Integrating Gyroscopes</i> (Giroscópios Integradores de Taxa)
UnB	Universidade de Brasília
SPLASH	<i>A Morphing Deployable Mechanism for Re-Entry Capsule Aeroshell</i>

Lista de símbolos

α	Ascensão reta
\mathbf{b}	Vetor de enquadro do corpo
\mathbf{r}	Vetor de referência do enquadro
\mathbf{q}	Quaternion
δ	Declinação
e	Euler
ϑ	Ângulo de rotação
ω	Ruído do processo
ϕ	Ângulo de <i>roll</i> (rolamento)
ψ	Ângulo de <i>yaw</i> (guinada)
θ	Ângulo de <i>pitch</i> (arfagem)
ω_x	Componente da velocidade angular do satélite no eixo x (eixo de <i>roll</i>)
ω_y	Componente da velocidade angular do satélite no eixo y (eixo de <i>pitch</i>)
ω_z	Componente da velocidade angular do satélite no eixo z (eixo de <i>yaw</i>)
$\hat{\omega}_x$	Componente da velocidade angular do satélite no eixo x, fornecida pelo giro
$\hat{\omega}_y$	Componente da velocidade angular do satélite no eixo y, fornecida pelo giro
$\hat{\omega}_z$	Componente da velocidade angular do satélite no eixo z, fornecida pelo giro
ω_0	Velocidade angular
ω	Taxa de medida
ω^{true}	Taxa real
φ	Latitude do local
R	Matriz de atitude

Ω_e	Velocidade angular da Terra
ε_x	Componentes dos viés dos giros no eixo x
ε_y	Componentes dos viés dos giros no eixo y
ε_z	Componentes dos viés dos giros no eixo z
ω_ϕ	Componente do ruído do processo em ϕ
ω_θ	Componente do ruído do processo em θ
ω_ψ	Componente do ruído do processo em ψ
ω_{ε_x}	Componente do ruído do processo em ε_x
ω_{ε_y}	Componente do ruído do processo em ε_y
ω_{ε_z}	Componente do ruído do processo em ε_z
\boldsymbol{q}	Parte vetorial do quaternion
q_4	Parte escalar do quaternion
e	Eixo de Euler
$I_{3 \times 3}$	Matriz identidade 3×3
$A(q)$	Matriz de atitude parametrizada usando a quaternion
$\boldsymbol{\beta}$	Vetor de desvio de taxa angular
N	Número médio de estrelas no FOV
$-\bar{N}$	O número médio de estrelas no FOV
M_V^2	Curvatura do gráfico
M_V	Magnitude
\boldsymbol{s}	Vetor unitário do satélite
$\boldsymbol{\eta}_v, \boldsymbol{\eta}_u$	Vetores de ruído de giroscópio
$\boldsymbol{N}_{v_k}, \boldsymbol{N}_{u_k}$	Vetores de ruído de giroscópio
$E\{\cdot\}$	Expectativa
Δt	Intervalo de amostragem
$\delta(t - \tau)$	Dirac-delta function

$w(t), v(t)$	Processos de ruído Gaussiano
γ	Equinócio Vernal
x_{op}, y_{op}, z_{op}	Eixo
I	Inclinação
$\tilde{\mathbf{K}}_k$	Ganho de Kalman
$\tilde{\mathbf{P}}_k^+$	Matriz de covariância
$\hat{\mathbf{x}}_k^+$	Estado estimado
Γ_k	Matriz ($n \times n$) com elementos discretos no tempo.
Φ_k	Transição
A_{ij}	Elementos da matriz atitude A
f	Distancia focal da câmera
r	Referencial fixo na Terra
O_i	Origem
O_{eq}	Origem no sistema de referência equatorial terrestre
O_{op}	Origem no sistema de referência orbital
O	Origem no sistema de referência orbital local

Sumário

	Introdução	27
0.1	Revisão Bibliográfica	28
0.2	Objetivo Geral	29
0.3	Objetivo Específico	29
0.4	Justificativa	30
0.5	Organização do trabalho	31
1	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	33
1.1	CubeSat	33
1.1.1	Órbitas	34
1.1.2	Design do CubeSat	35
1.2	SPLASH	35
1.3	Sistemas de referência	37
1.3.1	Sistema de Referência Equatorial Terrestre	37
1.3.2	Sistema de Referência Orbital	38
1.3.3	Sistema de Referência Orbital Local	38
1.3.4	Sistema de Referência de Atitude	40
1.4	Cinemática de Atitude	41
1.4.1	Ângulos de Euler	41
1.4.2	Quaternions	43
2	DETERMINAÇÃO DE ATITUDE	45
2.1	Sensores de Atitude	45
2.2	Giroscópio	45
2.3	Sensor de Estrelas	46
2.3.1	Medição Vetorial	47
2.3.2	Modos de operação	50
2.3.3	Campo de visão (FOV)	50
2.3.4	Catálogos de estrelas	50
2.3.5	Magnitude aparente	51
3	MÉTODOS DE ESTIMAÇÃO	53
3.1	Fundamentos de Estatística	53
3.2	Filtro de Kalman Estendido	54
4	METODOLOGIA	57

4.0.1	Cenário 1: Sem alteração no FOV e na magnitude	57
4.0.2	Cenário 2: Alteração no FOV	58
4.0.3	Cenário 3: Com alteração na magnitude	58
4.0.4	Condições Iniciais	58
5	RESULTADOS E ANÁLISES	61
5.0.1	Cenário 1	61
5.0.2	Cenário 2	64
5.0.3	Cenário 3	68
6	CONCLUSÃO	73
	REFERÊNCIAS	75

Introdução

A atitude é determinada por sua orientação no espaço. A estimação de atitude é a determinação da orientação de um satélite em relação a um sistema de referência inercial processando dados de sensores de atitude. Após determinado um vetor de referência, o sensor de atitude mede a orientação desse vetor de referência com relação ao sistema de referência fixo ao satélite [Silva \(2016\)](#).

Existem vários tipos de sensores que fazem a determinação de atitude. O desenvolvimento deles enfatizou o aumento da resolução e precisão, bem como a diminuição do tamanho, peso e potência dos veículos espaciais. Será discutido dois sensores para a determinação de atitude do satélite, o sensor de estrelas e o giroscópio [Markley e Crassidis \(2014\)](#).

Sensores de estrelas identificam certas estrelas, dentro de um grupo já selecionado no campo de visão, e determinar suas coordenadas com relação ao satélite. Os giroscópios fazem troca de momento, onde permitem a observação das variações na atitude em relação a um sistema de referência fixo no corpo. Eles apresentam várias fontes de erros sendo o viés o mais complicado. Os desvios podem produzir um amontoado de erros ao longo do tempo, e com isso, é necessário serem considerados para o processo de determinação de atitude [Markley e Crassidis \(2014\)](#).

A cinemática de atitude utiliza tanto os ângulos de Euler quanto os quaternions. Os ângulos de Euler possuem um modelo cinemático descrito por equações não lineares, por outro lado, os quaternions transformam o sistema em um formato mais adequado para análise e processamento.

Os CubeSats são satélites miniaturizados para fins de educação e pesquisa espacial de baixo custo [Carandente e Savino \(2014\)](#). Eles estão sendo vistos como uma alternativa viável para aplicações no espaço, pois oferecem uma combinação equilibrada de fatores essenciais em projetos espaciais, como tempo de desenvolvimento, custo, confiabilidade, duração da missão e substituição. A tolerância aos riscos envolvidos nas missões CubeSats é mais flexível do que a abordagem tradicional de desenvolvimento de satélites [Villela et al. \(2019\)](#).

Será utilizado o CubeSat do projeto SPLASH, que é uma colaboração científica entre a Itália e o Brasil, onde visa desenvolver sistemas de recuperação seguros, permitindo a reutilização dos CubeSats e suas cargas úteis após a conclusão das missões [Dimino et al. \(2023\)](#).

Quando se trata de estimação, a estimativa de atitude para sistemas de equações

não lineares representa o desafio mais complexo. Isso ocorre porque busca-se estimar estados que variam de forma não linear, enquanto as medidas também estão relacionadas de maneira não linear ao estado. Atualmente, a estimação de estados em sistemas não lineares é amplamente realizada por meio de diferentes variantes do Filtro de Kalman, conforme mencionado em [Silva \(2016\)](#). Nesse trabalho será utilizado o Filtro de Kalman Estendido (EKF) para a estimativa.

0.1 Revisão Bibliográfica

O objetivo deste capítulo é fornecer uma visão geral dos principais estudos encontrados na literatura relacionados ao tema em discussão. Os trabalhos são mencionados em ordem cronológica de publicação.

No estudo [Hamilton \(1844\)](#), o autor envolve análises matemáticas e demonstrações teóricas para fundamentar suas conclusões e contribuições para a teoria dos quaternions. É explorado as propriedades e características de números imaginários em relação aos quaternions.

No artigo [Markley, Crassidis e Cheng \(2007\)](#), os autores fazem uma revisão dos métodos de estimação de atitude não-lineares, onde abordam os fundamentos teóricos do Filtro de Kalman estendido, filtro de Kalman Unscented, filtros de partículas, métodos baseados em quaternions e algoritmos baseados em otimização e no final fazem uma comparação e avaliação do métodos

Os autores do livro [Crassidis e Junkins \(2012\)](#) exploram o campo da estimativa de estado, fornecendo uma visão abrangente das abordagens e métodos utilizados para estimar o estado de um sistema dinâmico. São estudados o Filtro de Kalman, com uma descrição detalhada, o Filtros de Kalman Estendido e Unscented utilizados para sistemas não-lineares, Filtro H_∞ e outros filtros e as aplicações em sistemas aeroespaciais.

[Mao, Du e Fang \(2013\)](#) discuti a importância da determinação de atitude para o melhor funcionamento e o controle de veículos espaciais. É apresentado e esclarecido três tipos de sensores de atitude: o giroscópios, GPS e o sensor de estrelas. O artigo envolver técnicas de filtragem, como o filtro de Kalman ou métodos de fusão de dados, que visam reduzir erros e incertezas na determinação da atitude.

O livro [Markley e Crassidis \(2014\)](#) aborda os conceitos fundamentais de determinação de atitude e controle de veículos espaciais. São explorados sistemas de referência de coordenadas, como o sistema equatorial terrestre, e diferentes métodos de representação de atitude, como os ângulos de Euler e os Quaternions. Também são discutidos tópicos como cinemática e dinâmica de atitude, modelos matemáticos de sensores de atitude e do giroscópio, métodos de determinação de atitude, estimação e calibração de sensores e

controle de veículos espaciais.

No trabalho de [Silva \(2016\)](#), foram utilizados o Filtro de Kalman Estendido, o Filtro $H\infty$ Estendido e o Filtro $H\infty$ Estendido de Segunda Ordem para estimar a atitude e os vieses do satélite em análise. O trabalho apresenta uma fundamentação teórica sobre os sistemas de referência de coordenadas relacionados ao satélite e a representação de atitude através dos ângulos de Euler. Por fim, os resultados obtidos pelos diferentes filtros foram comparados.

O manual [NASA \(2017\)](#) abrange os conceitos e processos necessários para a construção de CubeSats para iniciantes. Ele aborda a definição e características, requisitos de projeto, seleção de componentes, integração, testes e lançamento. É discutido as considerações técnicas e práticas envolvidas no desenvolvimento de um CubeSat, incluindo a escolha dos subsistemas, software de bordo, comunicações, controle térmico e energia.

No artigo [Lopes \(2019\)](#), o seu foco principal é o desenvolvimento do sistema de rastreamento de estrelas de baixo custo para CubeSats. É abordado desde o início do projeto até os resultados do teste final. Esse trabalho fornece maior percepção das tecnologias acessíveis para determinação de atitude em CubeSats.

[Villela et al. \(2019\)](#) fornece uma visão estatística abrangente sobre os CubeSats, analisando sua evolução, características e tendências de desenvolvimento.

No artigo [Dimino et al. \(2023\)](#), os autores fizeram um projeto, denominado SPLASH, trazendo uma proposta de um mecanismo de mudança de forma para a reentrada controlada e recuperação segura de sistemas de classe CubeSat. É utilizado uma estrutura adaptável de aerocasco, para atingir seu principal objetivo, recuperar cargas úteis e dados da órbita terrestre baixa (LEO) a baixo custo. Para este trabalho, os dados do CubeSat foram inseridos no código para a geração dos gráficos.

0.2 Objetivo Geral

Esse trabalho tem como objetivo principal à estimação de atitude e de viés de giros, utilizando os dados de sensor de estrelas Do satélite do projeto de reentrada SPLASH.

0.3 Objetivo Específico

- Fazer uma revisão bibliográfica da teoria necessária para esse trabalho. Será escrito sobre o sensor de estrelas, o giroscópio, o filtro de kalman, a cinemática de atitude e os sistemas de referência.
- Realizar a determinação de atitude e dos viés de giros utilizando o Filtro de Kalman Estendido.

- Alterar a variável de magnitude α do FOV do código em *MATLAB*[®] disponibilizado pelos autores do livro [Markley e Crassidis \(2014\)](#), para a estimação de atitude do satélite com os elementos do CubeSat do projeto SPLASH.
- Coletar e analisar os elementos finais da estimação de atitude gerados pelos códigos.
- Fazer uma comparação entre os resultados finais e a teoria.
- Explicar os erros e desvios gerados no resultado final.

0.4 Justificativa

A escolha do tema desse trabalho, em termos pessoais, veio a partir do interesse em aprofundar o conhecimento no sensor de estrelas para determinar a atitude de um veículo espacial, após um minicurso ao laboratório de sensores do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE) e pela matéria ministrada na Universidade de Brasília (UnB), tópicos especiais 2 em Engenharia Aeroespacial - Fundamentos de determinação e controle de atitude.

Uma precisa determinação de atitude contribui para o aumento da vida útil do CubeSat, onde diminui o desgaste dos equipamentos de controle de atitude.

Em termos de precisão, para determinação orbital ou de atitude, são necessárias as observações adquiridas por meio de instrumentos de medidas sujeitos a erros, tais como de desalinhamento e de modelagem. Outras fontes de erros também são relevantes em tais determinações, como por exemplo, os métodos matemáticos de estimação para sistemas não-lineares.

A escolha do CubeSat foi motivada pela participação de um projeto Ítalo-Brasileiro chamado SPLASH, que envolve professores e alunos do curso de engenharia aeroespacial da Universidade de Brasília (UnB). O projeto SPLASH tem como objetivo realizar pesquisas em um novo conceito de escudo aerodinâmico para reentrada, com foco na recuperação de cargas úteis e dados da órbita terrestre baixa (LEO).

Considerando que o projeto atual não inclui informações sobre a determinação de atitude por meio do uso de sensores de estrelas, este trabalho tem como objetivo implementar esse sensor no CubeSat. Os valores de atitude serão coletados a partir dos dados gerados no *MATLAB*[®], posteriormente analisados e comparados para obter a melhor estimativa e precisão.

0.5 Organização do trabalho

O capítulo 1 apresenta os aspectos gerais do trabalho abrangendo a contextualização, os objetivos geral e específico, as justificativas, a organização do trabalho a o que será realizado no próximo trabalho.

O capítulo 2 apresenta a fundamentação teórica do trabalho, onde aborda a revisão bibliográfica sobre a Dinâmica Orbital, a cinemática de atitude, o sensor de estrelas e o giroscópio.

O capítulo 3 contém o método de estimação para o sistema não-linear do EKF.

O capítulo 4 apresenta a metodologia utilizada para o desenvolvimento do trabalho.

O capítulo 5 traz os resultados obtidos da simulação em *MATLAB*[®] para a estimação de atitude e viés de giros utilizando os dados do CubeSat do projeto SPLASH.

O capítulo 6 contém as conclusões obtidas.

No final, contém as referências bibliográficas utilizadas nesse trabalho.

1 Fundamentação Teórica

1.1 CubeSat

O CubeSat é um satélite compacto projetado para ser relativamente pequeno, leve e barato de construir e lançar. Segundo Santos (2018), o CubeSat desenvolvido em 1999 em conexão com a tendência dos nanossatélites com o objetivo de promover a pesquisa universitária no campo de Engenharia aeroespacial. Com o tempo, foi compreendido que os CubeSats podem ser utilizados em outras aplicações onde podem realizar diversas tarefas como observação da Terra, monitoramento ambiental, pesquisa científica e comunicação.

Os CubeSats são considerados uma solução competitiva para aplicações aeroespaciais pois permitem equilibrar as principais variáveis de um projeto, como tempo de desenvolvimento, custo, confiabilidade, vida útil da missão e substituição, abordado em Villela et al. (2019). O principal motivo da redução de custos vem pelo fato deles serem lançados como carga secundária, em lançamentos de satélites com maior peso.

Eles estão disponíveis em vários tamanhos, que são baseados na unidade padrão, usada em todo o mundo, referida como U. O 1U é um cubo de 10 cm com uma massa de aproximadamente 1 a 2 kg, como é explicado em NASA (2017). Conseqüentemente, 2U se refere a 2 dessas unidades individuais, 3U é um conjunto de 3 unidades individuais, e assim por diante, conforme artigo da NASA (2022). Exemplos de tamanhos de CubeSats são mostrados na fig. 2.

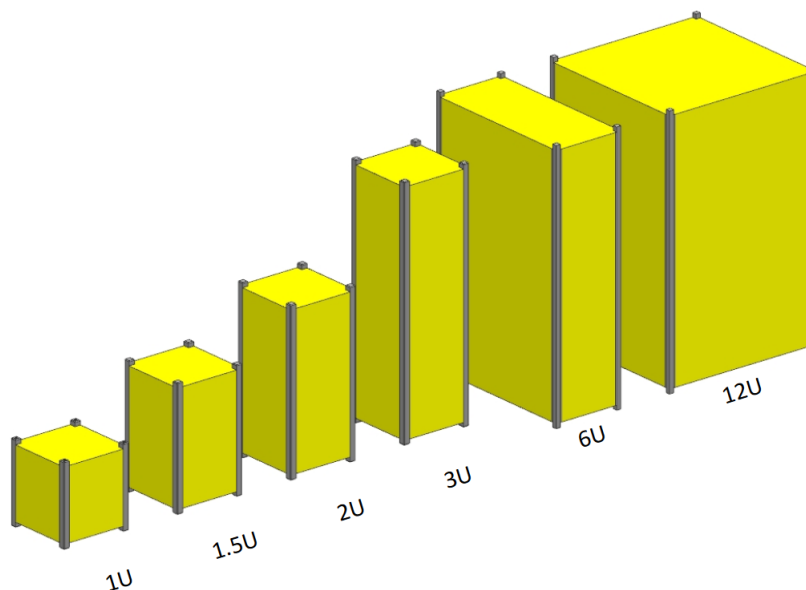


Figura 1 – Tamanhos de CubeSat (1U - 12U). Fonte: CalPoly (2022)

A tabela 1 mostra a massa máxima típica para cada configuração de U.

Configuração U	Massa (kg)
1U	2
1.5U	3
2U	4
3U	6
6U	12
12U	24

Tabela 1 – Especificações de massa de CubeSat

Segundo estudos, a configuração de CubeSat mais usada é a de 3U (cerca de 64%), seguida pela de 1U (18%), enquanto as plataformas de 6U representam cerca de 4%, segundo [Villela et al. \(2019\)](#).

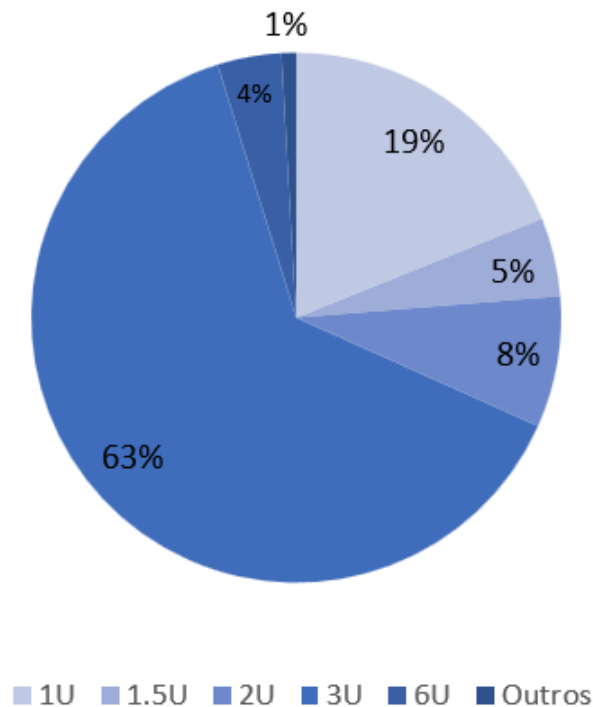


Figura 2 – Distribuição dos CubeSats de acordo com sua configuração. Fonte: [Villela et al. \(2019\)](#) (Adaptado).

Conforme [Nanosats Database \(2023\)](#), até dia 31 de maio de 2023 foram lançados 2105 CubeSats.

1.1.1 Órbitas

Existem diferentes tipos de órbitas que os CubeSats podem seguir dependendo da missão e requisitos específicos. Alguns exemplos foram tabelados abaixo na tabela 2.

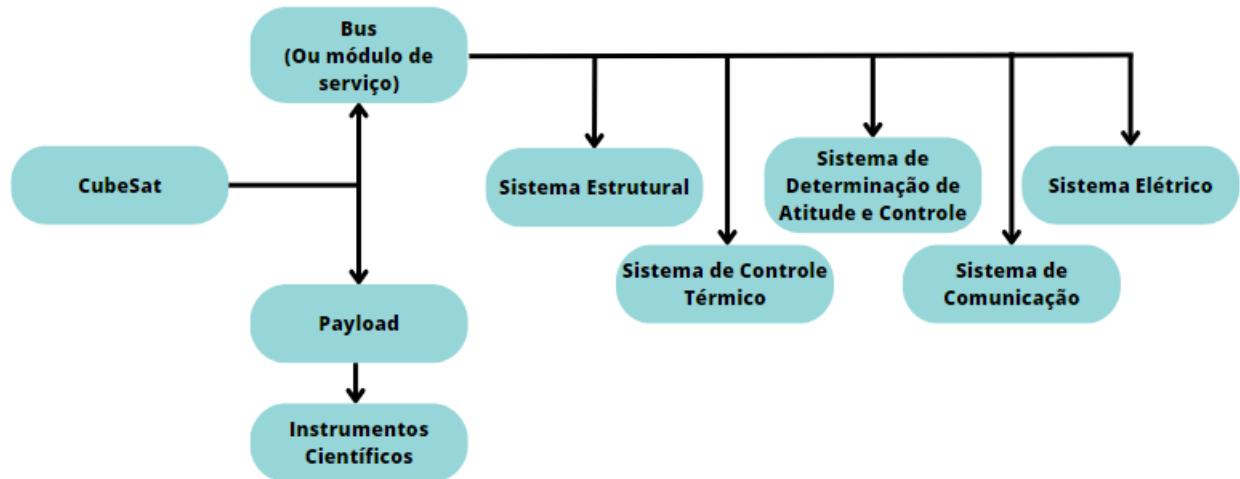
Orbitas	Altitude [Km]
LEO - Órbita Terrestre Baixa	160 - 1500
SSO - Órbita Síncrona Solar	600 - 800
MEO - Órbita Terrestre Média	5000 - 20000
GEO/GTO - Órbitas Transferência Geostacionária e Geostacionária	exato 35786
HEO - Órbita Elíptica Alta	>35786

Tabela 2 – Órbitas utilizadas em missões de satélites.

De acordo com [Lopes \(2019\)](#), a maioria dos CubeSats são lançados em órbita LEO, sendo a mais fácil e barata de alcançar. Foguetes relativamente pequenos podem atingir a LEO.

1.1.2 Design do CubeSat

O design do CubeSat é dividido em duas partes: a plataforma (bus) e a carga útil (payload), onde o bus é a estrutura principal, que carrega os subsistemas que garantem a energia, o controle da orientação e a transmissão de dados. Já o payload consistem em dois sistemas, que podem ser escolhidos para cada tipo de missão. Um esquemático foi desenhado para melhor entendimento na [fig. 3](#).

Figura 3 – Sistema de um CubeSat. Fonte: [Lopes \(2019\)](#)(Adaptado).

1.2 SPLASH

O SPLASH (*Self-DePloyable FLexible AeroSHell for de-Orbiting and Space Re-entry*) é um projeto de pesquisa conjunto do Brasil com a Itália, para realizar pesquisas sobre um conceito inovador de aeroshell de reentrada, que possui a capacidade de mudar de forma, de maneira mecanicamente implantável, permitindo alcançar diferentes configurações e adaptar-se durante a reentrada, conforme artigo de [Dimino et al. \(2023\)](#).

O Aeroshell se assemelha a um guarda-chuva articulado, como pode ser visto na fig. 5, suportado por uma estrutura de anel robusta, segundo Venkatapathy et al. (2011), fornecendo um escudo térmico leve e adaptável para veículos de reentrada, devido as condições de altas temperaturas e forças aerodinâmicas. Cada missão tem um design específico de aeroshell, dependendo de fatores como a velocidade de entrada, ângulo de descida e destino.

O projeto SPLASH possui um CubeSat de 12U, com massa de 24kg. Ele opera em uma órbita equatorial ($I = 0$) e circular ($e = 0$) LEO (*Low Earth Orbith*), à uma altura aproximada de 400 km, com inclinação Orbital de 0° . A fig. 4 mostra o design do SPLASH.

Características do CubeSat	
Massa total	24kg
Dimensão do corpo	$22.63 \times 22.63 \times 36.6\text{cm}$
Tipo de órbita	Equatorial
Altitude	400km
Inclinação	0°
Período	90min
Taxa de vida esperada	8 meses
Estabilização	3 eixos
Participação	Brasil - Itália

Tabela 3 – Elementos Orbitais do CubeSat do projeto SPLASH.

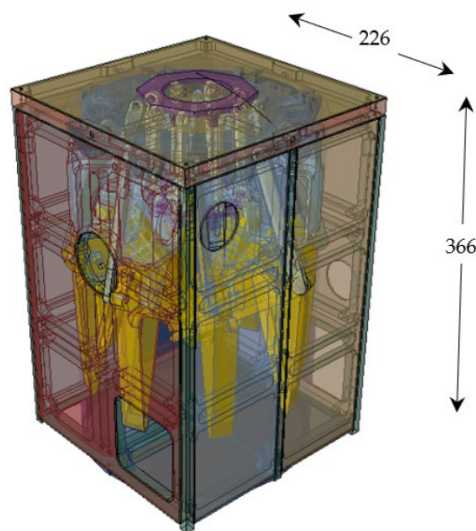


Figura 4 – Conceito SPLASH preliminar para a plataforma Cubesat 12U. Fonte: Dimino et al. (2023)

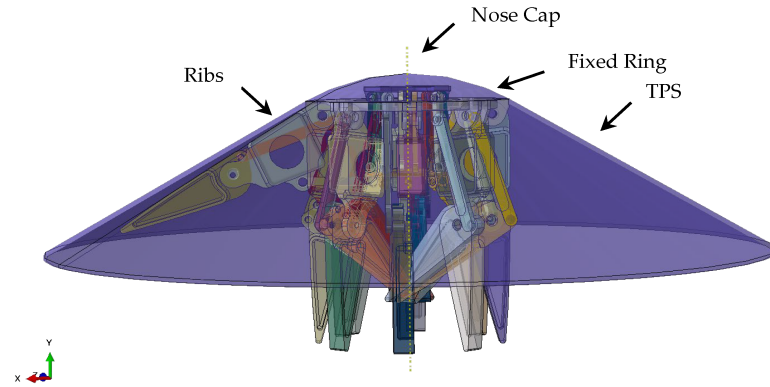


Figura 5 – Escudo Térmico Aeroshell. Fonte: [Dimino et al. \(2023\)](#)

1.3 Sistemas de referência

O sistema de referência será definido pela origem O_i e suas componentes que formam um triedro de versores ortogonais. Abaixo, será descrito, conforme [Silva \(2016\)](#), o movimento orbital, trajetórias absolutas e relativas para o movimento de atitude.

1.3.1 Sistema de Referência Equatorial Terrestre

Na fig. 6, é exibido a coordenada que descreve o movimento orbital ao redor da Terra com direções fixas e inerciais.

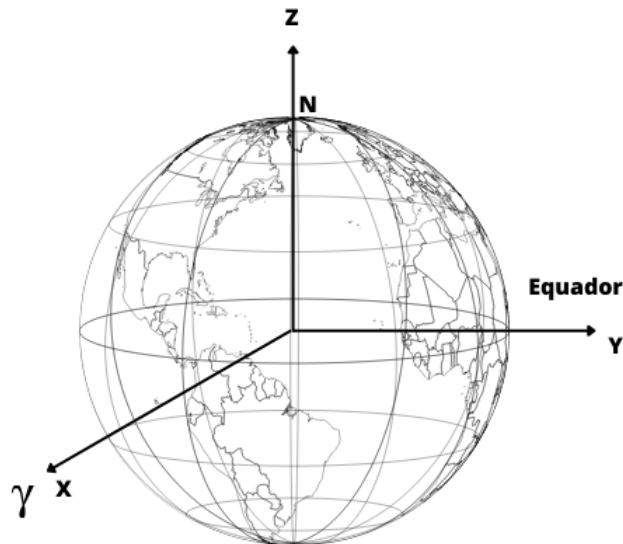


Figura 6 – Sistema Equatorial Terrestre.

Neste trabalho, a Terra será assumida como esférica, onde os centros de massa e geométrico são coincidentes e por conseguinte, o ponto focal do movimento orbital.

O sistema da fig. 6 possui o centro de massa da Terra na origem O_{eq} . O eixo \mathbf{X} está apontado na direção de γ , o equinócio vernal. O eixo \mathbf{Y} está no plano equatorial, onde

$\hat{K} = \hat{I} \times \hat{J}$. Já o eixo \mathbf{Z} está voltado para a normal do plano equatorial, sentido Norte conforme [Silva \(2016\)](#).

1.3.2 Sistema de Referência Orbital

As coordenadas usadas para descrever o movimento com relação a posição do satélite, é mostrada na fig. 7

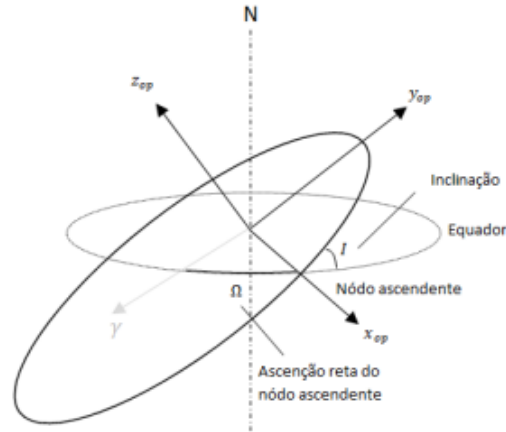


Figura 7 – Sistema Orbital. Fonte: [Silva \(2016\)](#)

O sistema tem o centro de massa da Terra na origem \mathbf{O}_{op} . No plano orbital é mostrados os eixos: \mathbf{x}_{op} , que aponta na direção do nó ascendente, \mathbf{y}_{op} , onde $\hat{k}_{op} = \hat{i}_{op} \times \hat{j}_{op}$ e o \mathbf{z}_{op} normal ao plano.

A mudança de coordenada do Sistema de Referência Equatorial Terrestre para o Sistema de Referência Orbital é dada por uma rotação de um ângulo Ω (ascensão reta do nó ascendente) em \mathbf{Z} e por uma rotação em um ângulo I (inclinação) em \mathbf{x}_{op} , segundo [Silva \(2016\)](#), assim

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{op} \\ \mathbf{y}_{op} \\ \mathbf{z}_{op} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos I & \sin I \\ 0 & -\sin I & \cos I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \Omega & \sin \Omega & 0 \\ -\sin \Omega & \cos \Omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

1.3.3 Sistema de Referência Orbital Local

A fig. 8 mostra a coordenada que descreve o movimento em relação à posição do satélite. A fig. 9 representa o Sistema Orbital Local no plano orbital para uma órbita elíptica ([SILVA, 2016](#)).

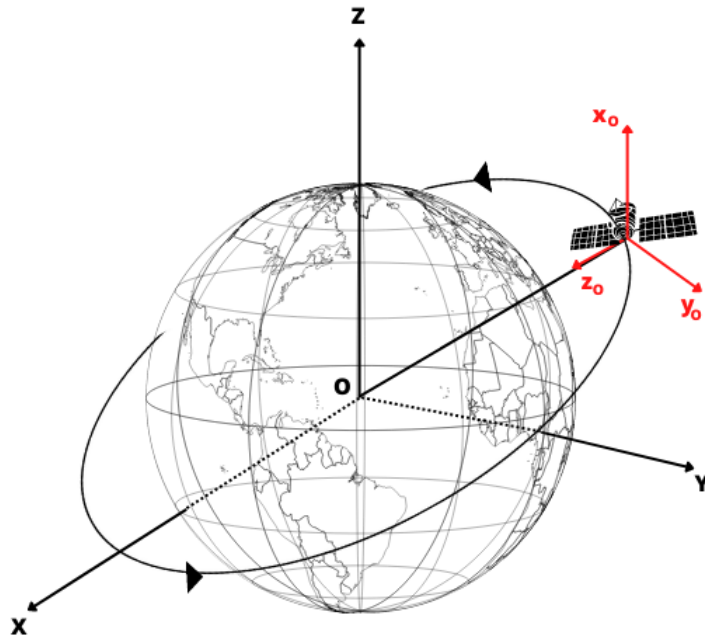


Figura 8 – Representação do Sistema Orbital Local.

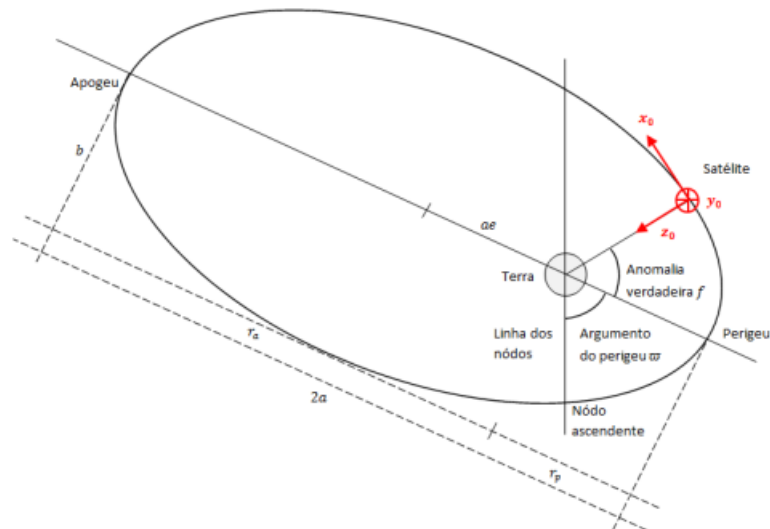


Figura 9 – Representação do Sistema Orbital Local visualizado no plano orbital. Fonte: [Silva \(2016\)](#)

O sistema de referência orbital local possui o centro de massa na origem \mathbf{O} , o eixo x_o aponta na direção do vetor velocidade orbital, o eixo y_o é normal a órbita, oposta em sentido ao vetor momento orbital e o eixo z_o é radial no sentido Nadir.

Conforme [Silva \(2016\)](#), para mudar a coordenada do sistema de referência orbital para o sistema de referência orbital local, uma rotação de um ângulo β (que pode ser o somatório do argumento do perigeu e da anomalia verdadeira para órbitas elípticas ou a multiplicação da velocidade angular orbital do corpo com o tempo) mais $\pi/2$ em z_{op} e por uma rotação de um ângulo $\pi/2$ em x , assim, temos a seguinte matriz

$$\begin{bmatrix} x_o \\ y_o \\ z_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\beta + \frac{\pi}{2}) & \text{sen}(\beta + \frac{\pi}{2}) & 0 \\ -\text{sen}(\beta + \frac{\pi}{2}) & \cos(\beta + \frac{\pi}{2}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{op} \\ y_{op} \\ z_{op} \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

1.3.4 Sistema de Referência de Atitude

É prático a definição dos eixos *roll* (ϕ), *pitch* (θ) e *yaw* (ψ), para satélites estabilizados em 3 eixos geo apontado, onde é descrito todo o movimento de rotação de corpo ao redor de se centro de massa (SILVA, 2016).

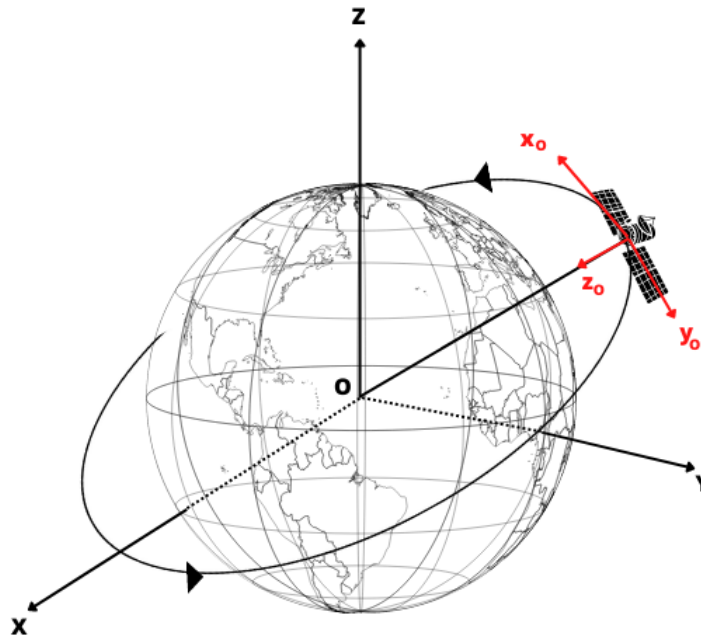


Figura 10 – Representação do Sistema de Atitude.

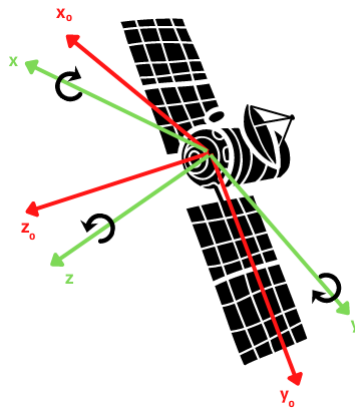


Figura 11 – Representação do Sistema de Atitude no satélite.

Conforme as figuras 10 e 11, o eixo de *roll* em x , disposto com x_o , define o movimento em torno da direção da velocidade orbital. O eixo *pitch* em y , disposto com y_o , define o movimento em torno da direção normal à órbita, com o sentido contrário ao vetor

angulas orbital. Já o eixo *yaw* em z , alinhado com z_o , define o movimento em torno da direção radial, sentido Nadir.

1.4 Cinemática de Atitude

A atitude de um veículo espacial é definida como a sua orientação em relação a algum referencial. Se o referencial não está em movimento, então é comumente referido como um quadro inercial, conforme [Markley, Crassidis e Cheng \(2007\)](#).

1.4.1 Ângulos de Euler

A [fig.12](#), é a representação da velocidade angular do satélite ao redor do seu eixo, com a sequência de rotação 3-2-1.

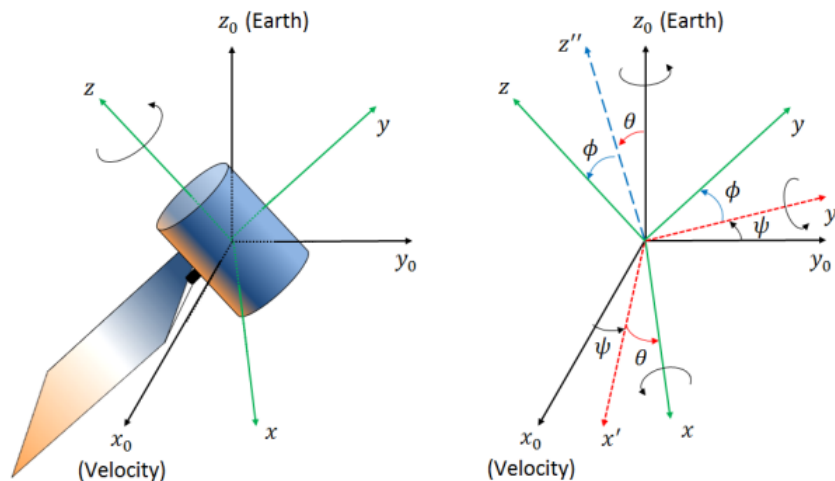


Figura 12 – Representação da sequência de rotação adotada (ϕ, θ, ψ) . Fonte: [Silva \(2016\)](#)

onde:

- 1ª rotação de um ângulo ψ (ângulo yaw) em torno do eixo z_o .
- 2ª rotação de um ângulo θ (ângulo pitch) em torno do eixo y' .
- 3ª rotação de um ângulo ϕ (ângulo roll) em torno do eixo x .

As equações cinemáticas do satélite com ângulos de Euler são apresentadas no trabalho de [Silva \(2016\)](#), assim:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \text{sen}\phi \text{tg}\theta & \text{cos}\phi \text{tg}\theta \\ 0 & \text{cos}\phi & -\text{sen}\phi \\ 0 & \text{sen}\phi \text{sec}\theta & \text{cos}\phi \text{sec}\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

em que, ω_x , ω_y e ω_z são componentes da velocidade angular do satélite em roll, pitch e yaw.

Considerando a informação fornecida pelos giros $(\hat{\omega}_x, \hat{\omega}_y, \hat{\omega}_z)$, com as suas devidas correções (viés, desalinhamentos, fator de escala), da seguinte forma

$$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\omega}_x \\ \hat{\omega}_y \\ \hat{\omega}_z \end{bmatrix} - R \left\{ \Omega_e \begin{bmatrix} \cos\varphi \\ 0 \\ \sin\varphi \end{bmatrix} + \omega_0 \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \right\} \quad (1.4)$$

Onde, $\Omega_e = 7,27 \times 10^{-5} \text{rad/s}$ é a velocidade angular da Terra, porém esse termo será desprezado, pois ele só tem força em veículos sobre o solo terrestre. O φ é a latitude do local. O ω_0 é a velocidade angular onde representa a taxa de transporte das coordenadas de navegação em relação à Terra e R é a matriz de atitude dada pela equação 3.4 encontrada em [Silva \(2016\)](#).

Substituindo 1.4 em 1.3 e manipulando a equação, encontramos:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin\phi \tan\theta & \cos\phi \tan\theta \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \sin\phi \sec\theta & \cos\phi \sec\theta \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} - R \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_0 \\ 0 \end{bmatrix} \right\} \quad (1.5)$$

Definindo o vetor de estado composto pelos ângulos de Euler (ϕ, θ, ψ) e pelas componentes dos viés dos giros $(\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z)$, temos

$$\mathbf{x} = [\phi \quad \theta \quad \psi \quad \epsilon_x \quad \epsilon_y \quad \epsilon_z]^T \quad (1.6)$$

Assim, as equações diferenciais do estado para atitude e o viés do giro são modeladas através:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \\ \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\omega}_x + \hat{\omega}_y \sin\phi \tan\theta + \hat{\omega}_z \cos\phi \tan\theta + \omega_0 (\cos\phi \sin\psi + \sin\theta \sin\psi \tan\theta) \\ \hat{\omega}_y \cos\phi - \hat{\omega}_z \sin\phi + \omega_0 \cos\psi \\ \left(\frac{\hat{\omega}_y \sin\phi + \hat{\omega}_z \cos\phi + \omega_0 \sin\theta \sin\psi}{\cos\theta} \right) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \boldsymbol{\omega} \quad (1.7)$$

sendo $\boldsymbol{\omega} = [\omega_\phi \quad \omega_\theta \quad \omega_\psi \quad \omega_{\epsilon_x} \quad \omega_{\epsilon_y} \quad \omega_{\epsilon_z}]^T$ o ruído.

A Equação cinemática de atitude também pode ser representada em quaternions, que transforma o modelo de processo em um sistema linear, como será dito no próximo tópico.

1.4.2 Quaternions

Os quaternions \mathbf{q} foram introduzidos por Sir William Rowan Hamilton [Hamilton \(1844\)](#), são uma extensão dos números complexos, sendo hipercomplexos. Eles são compostos por uma parte vetorial contendo três números imaginárias $\mathbf{q}_{1:3}$ e um escalar q_4 e possuem vantagens em muitas situações devido às suas propriedades matemáticas, eliminando singularidades, permitindo interpolação e simplificando as operações de rotação. O quaternion é um vetor quadridimensional, definido como

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \mathbf{q}_{1:3} \\ q_4 \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

com

$$\mathbf{q} = [q_1 \quad q_2 \quad q_3]^T = \mathbf{e} \sin(\vartheta/2) \quad (1.9)$$

$$q_4 = \cos(\vartheta/2) \quad (1.10)$$

Onde o \mathbf{e} é a unidade de eixo de Euler e o ϑ é o ângulo de rotação. O quaternion satisfaz a restrição $q^T \mathbf{q} = q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 = 1$, conforme [Bae e Kim \(2010\)](#). A matriz de atitude está relacionada ao quaternion

$$A(\mathbf{q}) = (q_4^2 - \|\mathbf{q}\|^2)I_{3 \times 3} + 2\mathbf{q}\mathbf{q}^T - 2q_4[\mathbf{q} \times] = \Xi^T(\mathbf{q})\Psi(\mathbf{q}) \quad (1.11)$$

Onde a matriz $I_{3 \times 3}$ e a matriz identidade 3×3 , assim

$$\Xi(\mathbf{q}) \equiv \begin{bmatrix} q_4 I_{3 \times 3} + [\mathbf{e} \times] \\ -\mathbf{e}^T \end{bmatrix} \quad (1.12)$$

$$\Psi(\mathbf{q}) \equiv \begin{bmatrix} q_4 I_{3 \times 3} - [\mathbf{e} \times] \\ -\mathbf{e}^T \end{bmatrix} \quad (1.13)$$

Ainda $[\mathbf{e} \times]$ é a matriz de produto cruzado definida por

$$[\mathbf{q} \times] \equiv \begin{bmatrix} 0 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & 0 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

Para pequenos ângulos, A equação cinemática do quaternion é dada por

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2}\Xi(\mathbf{q})\boldsymbol{\omega} = \frac{1}{2}\Omega(\boldsymbol{\omega})\mathbf{q} \quad (1.15)$$

Onde $\boldsymbol{\omega}$ é o vetor da taxa angulas de três componentes.

$$\Omega(\boldsymbol{\omega}) \equiv \begin{bmatrix} -[\boldsymbol{\omega} \times] & \boldsymbol{\omega} \\ -\boldsymbol{\omega}^T & 0 \end{bmatrix} \quad (1.16)$$

Onde a componente usada é dada por:

$$\Psi(\mathbf{q})\boldsymbol{\omega} = \Gamma(\boldsymbol{\omega})\mathbf{q} \quad (1.17)$$

Onde:

$$\Gamma(\boldsymbol{\omega}) \equiv \begin{bmatrix} [\boldsymbol{\omega} \times] & \boldsymbol{\omega} \\ -\boldsymbol{\omega}^T & 0 \end{bmatrix} \quad (1.18)$$

Conforme dito no artigo [Markley, Crassidis e Cheng \(2007\)](#), página 15, uma rotação sucessiva é escrita usando a equação abaixo

$$A(\mathbf{q}')A(\mathbf{q}) = A(\mathbf{q}' \otimes \mathbf{q}) \quad (1.19)$$

A composição dos quaternions é bilinear, com:

$$\mathbf{q}' \otimes \mathbf{q} = \begin{bmatrix} \Psi(\mathbf{q}') & \mathbf{q}' \end{bmatrix} \mathbf{q} = \begin{bmatrix} \Xi(\mathbf{q}) & \mathbf{q} \end{bmatrix} \mathbf{q}' \quad (1.20)$$

Ainda, o quaternion inverso é definido por:

$$\mathbf{q}^{-1} \equiv \begin{bmatrix} -\boldsymbol{\rho} \\ q_4 \end{bmatrix} \quad (1.21)$$

Onde o $\mathbf{q}' \otimes \mathbf{q}^{-1} = [0001]^T$ é o quaternion identidade. Um sensor comum que mede a taxa angular é um giroscópio integrador de taxa.

2 Determinação de Atitude

A determinação de atitude é importante para as missões de veículos espaciais. A atitude, orientação tridimensional do satélite, com os ângulos de roll, pitch e yaw, devem ser determinadas com precisão para garantir o correto apontamento dos instrumentos e a perfeita execução de tarefas, permitindo determinar sua posição, rotação e orientação em relação a um referencial inercial.

A maior parte dos CubeSats já lançados possui algum tipo de sensor de atitude para orientação no espaço.

2.1 Sensores de Atitude

Existem diferentes tipos de sensores que podem ser utilizados para a determinação de atitude. Dois sensores foram utilizados para determinação de atitude e bair de giros: O Giroscópio e o Sensor de estrelas.

2.2 Giroscópio

Os giroscópios são instrumentos que permitem observar as variações na atitude de um objeto em relação a um referencial inercial externo. Eles possuem a vantagem de fornecer diretamente informações sobre o deslocamento angular e/ou velocidade angular do objeto. Segundo [Silva \(2016\)](#), com um mecanismo de rotação rápida, os giroscópios respondem às mudanças na orientação inercial do eixo de rotação, que está alinhado com o eixo de rotação do objeto.

Os giroscópios integradores de velocidade, conhecidos como RIGs (Rate-Integration Gyros), são utilizados para medir a velocidade angular dos eixos de roll, pitch e yaw de um satélite, de acordo com [Garcia \(2011\)](#). No contexto deste trabalho, eles serão empregados para obter dados sobre a atitude do satélite.

Conforme [Markley e Crassidis \(2014\)](#), um modelo matemático de tempo contínuo de três eixos amplamente utilizado para um giroscópio de integração de taxa é dado por

$$\boldsymbol{\omega}(t) = \boldsymbol{\omega}^{true}(t) + \boldsymbol{\beta}^{true}(t) + \boldsymbol{\eta}_v(t) \quad (2.1)$$

$$\dot{\boldsymbol{\beta}}^{true}(t) = \boldsymbol{\eta}_u(t) \quad (2.2)$$

Onde $\boldsymbol{\omega}^{true}$ é a taxa real, o $\boldsymbol{\omega}$ é a taxa de medida, $\boldsymbol{\beta}$ é o vetor de bia e $\boldsymbol{\eta}_v$ e $\boldsymbol{\eta}_u$ são processos independentes de ruído branco gaussiano de média zero com

$$E \left\{ \boldsymbol{\eta}_v(t) \boldsymbol{\eta}_v^T(\tau) \right\} = \sigma_v^2 \delta(t - \tau) I_3 \quad (2.3)$$

$$E \left\{ \boldsymbol{\eta}_u(t) \boldsymbol{\eta}_u^T(\tau) \right\} = \sigma_u^2 \delta(t - \tau) I_3 \quad (2.4)$$

Onde $E \{.\}$ denota expectativa e $\delta(t - \tau)$ é a função Dirac-delta.

As medições de giroscópio em tempo discreto e equações de viés podem ser geradas usando as seguintes equações, conforme [Crassidis \(2005\)](#):

$$\boldsymbol{\omega}_{k+1} = \boldsymbol{\omega}_{k+1}^{true} + \frac{1}{2}(\boldsymbol{\beta}_{k+1}^{true} + \boldsymbol{\beta}_k^{true}) + \left(\frac{\sigma_v^2}{\Delta t} + \frac{1}{12} \sigma_u^2 \Delta t \right)^{1/2} \mathbf{N}_{v_k} \quad (2.5)$$

$$\boldsymbol{\beta}_{k+1}^{true} = \boldsymbol{\beta}_k^{true} + \sigma_u \Delta t^{1/2} \mathbf{N}_{u_k} \quad (2.6)$$

Onde k denota k -ésimo passo de tempo, Δt é o intervalo de amostragem do giroscópio e \mathbf{N}_{v_k} e \mathbf{N}_{u_k} são processos de ruído branco gaussiano de média zero.

2.3 Sensor de Estrelas

Um sensor de estrelas é um dispositivo óptico utilizado em sistemas de controle de atitude para reconhecer e identificar um padrão de estrelas no espaço. Ele é capaz de determinar a orientação espacial de um veículo espacial ao fornecer informações precisas sobre sua atitude, ou seja, sua posição e orientação em relação a um referencia inercial [Mao, Du e Fang \(2013\)](#). Ao analisar o padrão das estrelas capturadas pela câmera do sensor, é possível calcular com precisão a atitude com a direção fornecida por um catálogo interno.

Um sensor de estrelas é um dispositivo óptico utilizado em sistemas de controle de atitude para reconhecer e identificar um padrão de estrelas no espaço. Ele é capaz de determinar a orientação espacial de um veículo espacial, fornecendo informações precisas sobre sua atitude, ou seja, sua posição e orientação em relação a um referencial inercial, segundo [Mao, Du e Fang \(2013\)](#). Ao analisar o padrão das estrelas capturadas pela câmera do sensor, é possível calcular com precisão a atitude, com base nas informações fornecidas por um catálogo interno.

Esse sensor é preciso e permite a estimativa de atitude sem informações prévias, por causa disso são usados a bordo da maioria das espaçonaves estabilizadas em 3 eixos, conforme [Kolomenkin et al. \(2008\)](#).



Figura 13 – Sensor de Estrelas para CubeSat. Fonte: [SatCatalog \(2023\)](#)

2.3.1 Medição Vetorial

A fig. 14 mostra como ocorre a orientação angular de um satélite a partir de fotografias das estrelas feitas pelo sensor de estrelas.

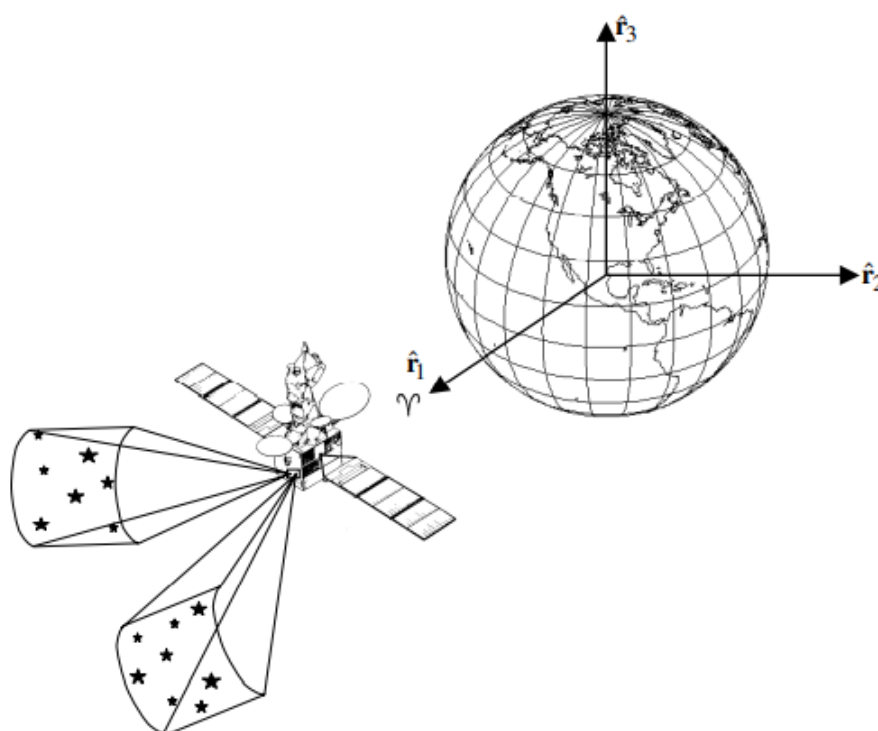


Figura 14 – Estimativa de atitude de um satélite a partir do sensor de estrelas. Fonte: [Crassidis e Junkins \(2012\)](#)

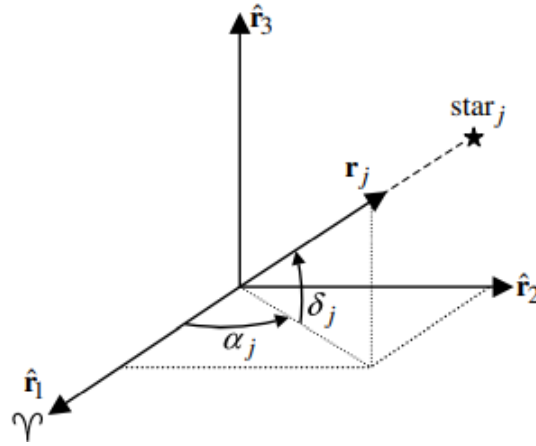


Figura 15 – Coordenadas esféricas orientando o vetor da linha de visão para uma estrela.
Fonte: Crassidis e Junkins (2012)

As estrelas são consideradas inercialmente fixas, desprezando alguns efeitos conforme Markley e Crassidis (2014). Os ângulos de coordenadas esféricas das estrelas mais brilhantes (α é a ascensão reta e δ é a declinação, vista na fig. 15) estão disponíveis em um catálogo acessível por computador. Segundo Crassidis e Junkins (2012), dados os ângulos de orientação da câmera (ϕ, θ, ψ), é mostrado que as coordenadas do plano da imagem da fotografia da j^{th} estrela são determinadas pelas equações de colinearidade estelar, em que

$$x_j = -f \left(\frac{A_{11}r_{xj} + A_{12}r_{yj} + A_{13}r_{zj}}{A_{31}r_{xj} + A_{32}r_{yj} + A_{33}r_{zj}} \right) \quad (2.7)$$

$$y_j = -f \left(\frac{A_{21}r_{xj} + A_{22}r_{yj} + A_{23}r_{zj}}{A_{31}r_{xj} + A_{32}r_{yj} + A_{33}r_{zj}} \right) \quad (2.8)$$

Onde A_{ij} são elementos da matriz atitude A e as componentes inerciais do vetor em direção à j^{th} estrela são

$$r_{xj} = \cos\delta_j \cos\alpha_j$$

$$r_{yj} = \cos\delta_j \sin\alpha_j \quad (2.9)$$

$$r_{zj} = \sin\delta_j$$

f é a distância focal da câmera. O vetor r é o referencial fixo na Terra. Quando as estrelas são usadas para a determinação de atitude, o referencial coincide com o referencial inercial.

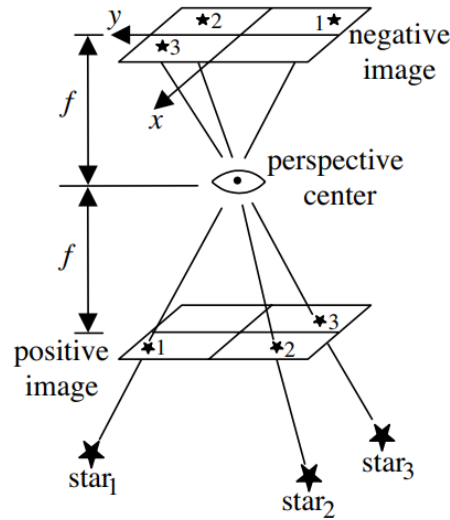


Figura 16 – Colinearidade do centro de perspectiva, imagem e objeto. Fonte: [Crassidis e Junkins \(2012\)](#)

Modificando as variáveis mostradas na fig. 14, uma outra forma de equações pode ser construída. Assim, escolhendo o eixo z do sistema de coordenadas da fig. 16 e direcionado para fora ao longo da mira, a observação da estrela pode ser reconstruída na forma de vetor unitário como

$$\mathbf{b}_j = A\mathbf{r}_j, \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (2.10)$$

onde

$$\mathbf{b}_j = \frac{1}{\sqrt{f^2 + x_j^2 + y_j^2}} \begin{bmatrix} -x_j \\ -y_j \\ f \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

$$\mathbf{r}_j \equiv [r_{x_j} \quad r_{y_j} \quad r_{z_j}]^T \quad (2.12)$$

O N é o número total de estrelas observáveis. Por conta de uma probabilidade dos erros que está concentrada em uma área muito pequena em direção a $A\mathbf{r}_j$, onde a esfera que tem esse ponto pode ser aproximada por um plano tangente definido por

$$\tilde{\mathbf{b}}_j = A\mathbf{r}_j + v_j, \quad v_j^T A\mathbf{r}_j = 0 \quad (2.13)$$

Onde $\tilde{\mathbf{b}}_j$ denota a j^{th} medição de estrela e v_j é aproximadamente gaussiana, satisfazendo

$$E\{v_j\} = 0 \quad (2.14)$$

$$E \{v_j v_j^T\} = \sigma_j^2 [I_{3 \times 3} - (A\mathbf{r}_j)(A\mathbf{r}_j)^T] \quad (2.15)$$

2.3.2 Modos de operação

Existem dois modos para o funcionamento do sensor de estrelas. A primeira é o modo de sensoriamento, onde o sensor varre as estrelas já combinadas com as estrelas catalogadas. Quando uma varrida sai do FOV (*Field of view*), o sensor logo procura uma outra estrela, um pouco mais longe daquela que saiu.

A segunda forma é o modo de aquisição de atitude inicial ou o modo perdido no espaço, onde o sensor tende a varrer, no FOV, o amontoado de estrelas mais brilhantes e faz o cálculo com pelo menos três centroides. Algumas propriedades como, o comprimento da distância do arco entre essas estrelas e o seu brilho, são usadas para combiná-las com entradas no catálogo de estrelas. Esse processo, é feito em alguns segundos, com ajuda de algoritmos sofisticados para correspondência de padrões e para pesquisa rápida no catálogo, segundo [Markley e Crassidis \(2014\)](#).

2.3.3 Campo de visão (FOV)

A resolução do sensor de estrelas depende do número de pixels, do tamanho do FOV e da precisão do centroide. Ele é geralmente expresso em graus ou radianos e representa o ângulo total que o sensor pode varrer a partir do seu ponto de vista, conforme [Markley e Crassidis \(2014\)](#)

O tamanho do FOV de um sensor de estrelas pode variar dependendo da missão. Um FOV amplo permite observar uma grande área do céu e detectar mais estrelas, enquanto um FOV mais estreito focaliza em uma região mais específica do espaço, sendo mais preciso na identificação de estrelas individuais.

2.3.4 Catálogos de estrelas

Para identificar as estrelas no espaço e também ter uma noção da média de erros aleatórios, é preciso um rastreamento de no mínimo quatro estrelas.

Conforme [Markley e Crassidis \(2014\)](#), o número de estrelas no FOV pode ser assumido seguindo uma distribuição de Poisson, que diz que a probabilidade de encontrar N estrelas no FOV é dada por

$$P(N) = e^{-\bar{N}} \frac{\bar{N}^N}{N!} \quad (2.16)$$

Onde \bar{N} é o número médio de estrelas no FOV, o que resulta na probabilidade de encontrar determinado número de estrelas no campo de visão. A dimensão do catálogo pode ser usado para estimar a faixa de magnitude das estrelas que devem ser varridas.

O tamanho necessário do catálogo de estrelas pode ser empregado para estimar a faixa de magnitude das estrelas que devem ser rastreadas. Os valores correspondentes ao número de estrelas com magnitude inferior a M_V , onde $3.3 \leq M_V \leq 10.5$, são ajustados de forma a garantir uma variação máxima de 3% por

$$N(M_V) = 3.9 \exp(1.258M_V - 0.011M_V^2) \quad (2.17)$$

Onde o M_V^2 expressa a curvatura. As estimativas de magnitudes são uma aproximação, não são exatas, conforme [Markley e Crassidis \(2014\)](#).

2.3.5 Magnitude aparente

A magnitude aparente é uma forma de quantificar o brilho de uma estrela quando observado da Terra. Essa medida é influenciada pela luminosidade intrínseca do objeto, pela sua distância em relação ao observador e pela quantidade de luz que é absorvida ao longo do caminho entre a estrela e o ponto de observação. É importante ressaltar que a escala utilizada para representar as magnitudes é logarítmica, o que significa que magnitudes maiores indicam estrelas mais fracas em termos de brilho, sendo assim, uma escala de comportamento invertido, conforme??).

A fig. 17 mostra 3 exemplos da escala logarítmica de magnitude. A imagem à direita mostra centenas de galáxias fracas, ao contrário da imagem à esquerda, onde são observadas poucas galáxias, porém mais fortes.

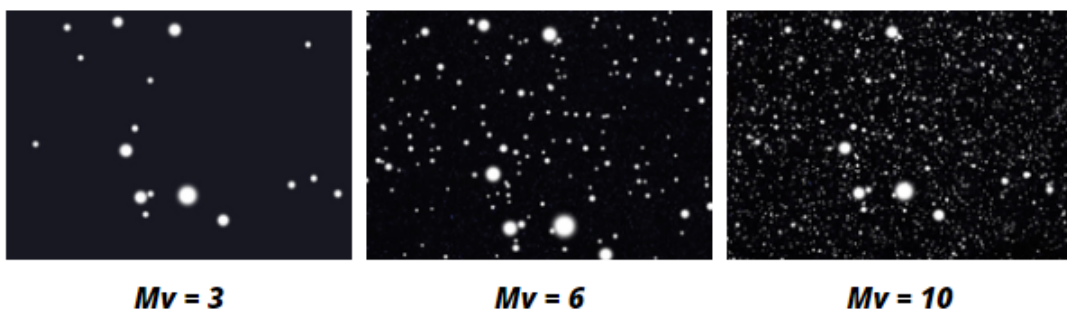


Figura 17 – Magnitudes estelar. Fonte: [Bruijne, O’Flaherty e Mignone \(2016\)](#)

3 Métodos de Estimação

3.1 Fundamentos de Estatística

A estimação de parâmetros pode ser abordada nos estudos de métodos de filtragem. O Filtro de Kalman Estendido se apresenta como métodos de estimação de estados e são aplicados para analisar o modelo em estudo deste trabalho.

Ao analisar um modelo, é possível utilizar a média, o erro médio e o desvio padrão como métricas de avaliação. O erro médio de estimativa é calculado, conforme [Silva \(2022\)](#):

$$\bar{X}_k = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \tilde{X}_k \quad (3.1)$$

em que

$$\tilde{X}_k = \hat{x}_k - x_x \quad (3.2)$$

A equação acima exprime a estimativa do erro, ou seja, a discrepância entre o estado estimado e o estado real. Essa fórmula será empregada para avaliar a precisão da estimativa de cada filtro. Assim, o respectivo desvio padrão do erro médio é dado por

$$\sigma_{X_k} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\tilde{X}_k - \bar{X}_k)^2} \quad (3.3)$$

A média e o desvio padrão podem caracterizar a distribuição normal.

A distribuição normal, também conhecida como distribuição gaussiana, é fundamental na estatística e está associada ao fato de que aproxima das curvas de frequências de medidas físicas.

A função densidade de probabilidade, conforme [UFSC \(2016\)](#), associada à distribuição normal descreve a distribuição de probabilidades de uma variável contínua. Ela apresenta uma curva simétrica em forma de sino, com a média e a mediana coincidindo no centro da curva. A partir dessa curva, é possível determinar a probabilidade de ocorrência de valores dentro de um determinado intervalo, o que a torna extremamente útil para a análise estatística de dados. A Fig. 18 apresenta a distribuição normal com diferentes intervalos de confiança possíveis de serem aplicados em uma análise.

A capacidade de aproximar de forma satisfatória as curvas de frequências das medidas físicas torna a distribuição normal uma poderosa ferramenta para análise de incertezas e tomada de decisões embasadas em dados empíricos.

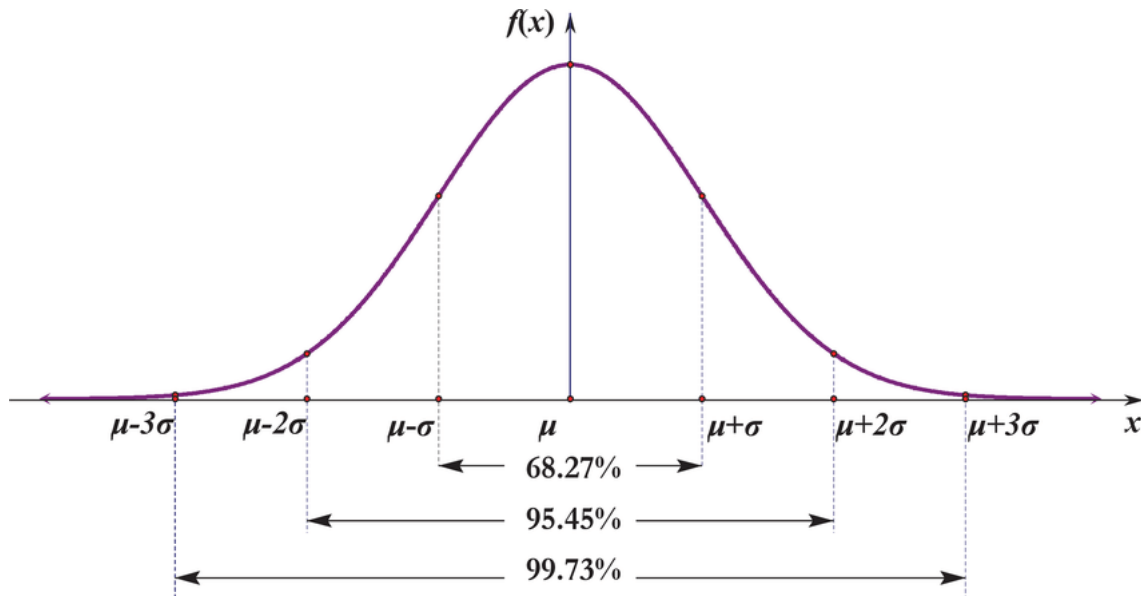


Figura 18 – Distribuição normal ou gaussiana. Fonte: Wang, Shi e Miao (2015)

3.2 Filtro de Kalman Estendido

É uma extensão do filtro de Kalman, que é utilizado para estimar o estado de um sistema dinâmico com base em observações sujeitas a ruído. O EKF é aplicado em sistemas não lineares, nos quais as relações entre as variáveis de estado e as observações não podem ser modeladas por equações lineares. Na fig. 19, é ilustrado o processo de linearização de uma função não linear em torno da média da estimativa do estado atual.

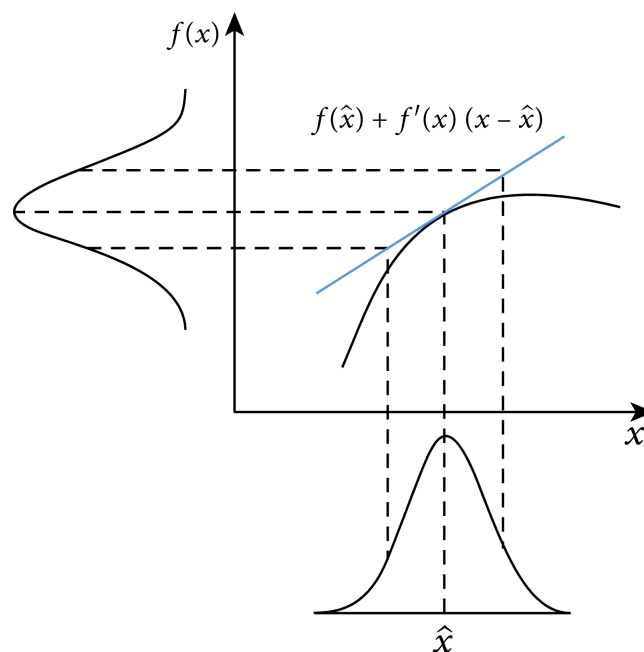


Figura 19 – Transformação não-linear. Fonte: Urrea e Agramonte (2021)

Conforme Crassidis e Junkins (2012), vários modelos são dados em tempo contínuo

e assim, consideremos o seguinte modelo verdadeiro não-linear comum com medições em tempo contínuo

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) + G(t)\mathbf{w}(t) \quad (3.4)$$

$$\tilde{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{h}(\mathbf{x}(t), t) + \mathbf{v}(t) \quad (3.5)$$

os termos $\mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t)$ e $\mathbf{h}(\mathbf{x}(t), t)$ são continuamente diferenciáveis e $\mathbf{w}(t)$ e $\mathbf{v}(t)$ são ruídos Gaussiano de média zero com covariâncias, segundo [Crassidis e Junkins \(2012\)](#). Os modelos não-lineares, em sua entrada gaussiana, não produzem necessariamente uma saída gaussiana.

No EKF, a estimativa atual é usada para a estimativa do estado nominal, de modo que $\bar{\mathbf{x}}(t) = \hat{\mathbf{x}}(t)$. Portanto a dinâmica de erro pode ser representada por uma expansão linearizada em série de Taylor de primeira ordem. Considerando $\mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t)$ um estado nominal $\bar{\mathbf{x}}(t)$

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) \approx \mathbf{f}(\bar{\mathbf{x}}(t), \mathbf{u}(t), t) + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \Big|_{\bar{\mathbf{x}}(t), \mathbf{u}(t)} [\mathbf{x}(t) - \bar{\mathbf{x}}(t)] \quad (3.6)$$

Onde $\bar{\mathbf{x}}(t)$ está próximo de $\mathbf{x}(t)$. A saída da equação (3.2) pode ser usada pela expansão

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}(t), t) \approx \mathbf{h}(\bar{\mathbf{x}}(t), t) + \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{x}} \Big|_{\bar{\mathbf{x}}(t)} [\mathbf{x}(t) - \bar{\mathbf{x}}(t)] \quad (3.7)$$

Observando os lados das equações (3.4) e (3.5) com $\bar{\mathbf{x}}(t) = \hat{\mathbf{x}}(t)$, nos dá

$$E \{ \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) \} = \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}(t), \mathbf{u}(t), t) \quad (3.8)$$

$$E \{ \mathbf{h}(\mathbf{x}(t), t) \} = \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}(t), t) \quad (3.9)$$

Assim a estrutura do EKF, para o estado estimado de saída é dado como

$$\hat{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}(t), \mathbf{u}(t), t) + \mathbf{K}(t)[\tilde{\mathbf{y}}(t) - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}(t), t)] \quad (3.10)$$

$$\hat{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}(t), t) \quad (3.11)$$

De acordo com [Silva \(2016\)](#), a solução do EKF para um sistema apresentado nas equações (3.1) e (3.2) e dado na equação de propagação

$$\hat{\mathbf{x}}_k^- = f(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+, \boldsymbol{\mu}_k) \quad (3.12)$$

$$\tilde{\mathbf{P}}_k^- = \Phi_{k-1} \tilde{\mathbf{P}}_{k-1}^+ \Phi_{k-1}^T + \tilde{\mathbf{Q}}_k \quad (3.13)$$

Onde Φ_k é chamado de transição como mencionado em [Silva \(2016\)](#) e calculado por

$$\Phi_k = \tilde{\mathbf{F}}_k \Phi_{k-1} \quad (3.14)$$

com as condições iniciais de $\Phi_{k-1} = I$ e $\tilde{\mathbf{F}}_k = \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}_k} \big|_{\hat{\mathbf{x}}_k^-}$

Onde o termo $\tilde{\mathbf{Q}}_k = \Gamma_k \mathbf{Q}_k \Gamma_k^T$ é obtido de

$$\Gamma_k \mathbf{Q}_k \Gamma_k^T = \int_{k-1}^k \Phi_t \mathbf{G}(t) \mathbf{Q}(t) \mathbf{G}(t)^T \Phi_t^T dt \quad (3.15)$$

O Γ_k é uma matriz ($n \times n$) com elementos discretos no tempo.

Com a equação de atualização, mostra que

$$\hat{\mathbf{x}}_k^+ = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \tilde{\mathbf{K}}_k (\mathbf{y}_k - h(\hat{\mathbf{x}}_k^-)) \quad (3.16)$$

$$\tilde{\mathbf{K}}_k = \tilde{\mathbf{P}}_k^- \tilde{\mathbf{H}}_k^T (\tilde{\mathbf{H}}_k \tilde{\mathbf{P}}_k^- \tilde{\mathbf{H}}_k^T + \tilde{\mathbf{R}}_k)^{-1} \quad (3.17)$$

$$\tilde{\mathbf{P}}_k^+ = (\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{K}}_k \tilde{\mathbf{H}}_k) \tilde{\mathbf{P}}_k^- \quad (3.18)$$

Onde, $\hat{\mathbf{x}}_k^+$ é o estado estimado, o $\tilde{\mathbf{K}}_k$ é o ganho de Kalman, o $\tilde{\mathbf{P}}_k^+$ é a matriz de covariância e o $\tilde{\mathbf{H}}_k = \frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}_k} \big|_{\hat{\mathbf{x}}_k^-}$

No Apêndice C e D do artigo de [Silva \(2016\)](#), mostra a manipulação algébrica de como chegar nas equações acima.

4 Metodologia

Será estudado a estimação do estado não-linear EKF, para análise dos resíduos de medida gerados pelo sensor de estrelas e análise do erro para verificar a precisão, para medição da atitude.

Foi criado um fluxograma para melhor visualização do funcionamento do código, mostrado na fig. 20.

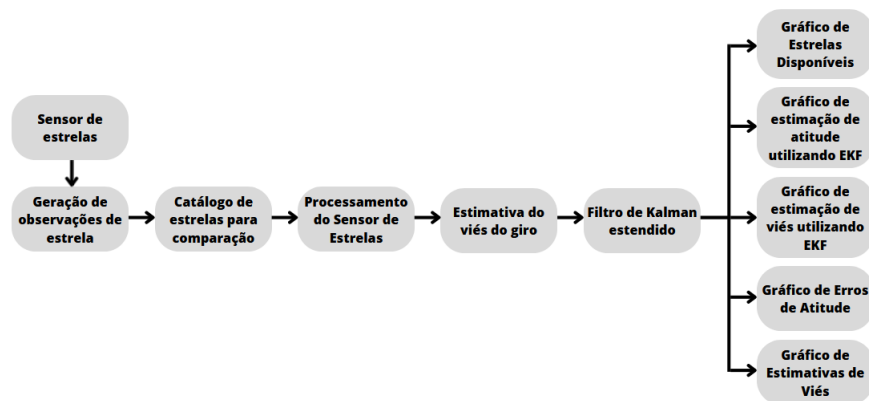


Figura 20 – Diagrama de funcionamento do código. Fonte: Elaboração própria.

Três cenários foram criados para realizar medições de atitude, com variações nas variáveis de magnitude e FOV. Ao final, será feita uma comparação entre esses cenários.

4.0.1 Cenário 1: Sem alteração no FOV e na magnitude

No cenário 1, os dados referentes ao campo de visão (FOV) e a magnitude do exemplo 6.2 do capítulo 6 do livro [Markley e Crassidis \(2014\)](#) foram preservados. A tabela 4 exhibe os dados fornecidos no enunciado da questão que foram inseridos no código.

Elementos Orbitais	Valor
Número máximo de estrelas de medição permitidas	10
Número de estrelas disponíveis	30
Magnitude	6.0
Intervalo de amostragem [s]	1
Tempo [s]	5400
Campo de visão	$6^\circ \times 6^\circ$
Desvio padrão do ruído do viés do giroscópio [$rad/s^{3/2}$]	$\sqrt{10} \times 10^{-10}$
Desvio padrão do ruído do giroscópio [$rad/s^{1/2}$]	$\sqrt{10} \times 10^{-7}$

Tabela 4 – Dados de entrada do código.

4.0.2 Cenário 2: Alteração no FOV

No cenário 2, o valor do FOV será alterado para $8^\circ \times 8^\circ$. A tabela 5 mostra os dados que foram inseridos no código para a segunda simulação.

Elementos Orbitais	Valor
Número máximo de estrelas de medição permitidas	10
Número de estrelas disponíveis	30
Magnitude	6.0
Intervalo de amostragem [s]	1
Tempo [s]	5400
Campo de visão	$8^\circ \times 8^\circ$
Desvio padrão do ruído do viés do giroscópio [$rad/s^{3/2}$]	$\sqrt{10} \times 10^{-11}$
Desvio padrão do ruído do giroscópio [$rad/s^{1/2}$]	$\sqrt{10} \times 10^{-8}$

Tabela 5 – Dados de entrada do código.

4.0.3 Cenário 3: Com alteração na magnitude

No cenário 3, a magnitude será alterada para o valor de 10. A tabela 6 mostra os dados que foram inseridos no código para a terceira simulação.

Elementos Orbitais	Valor
Número máximo de estrelas de medição permitidas	10
Número de estrelas disponíveis	30
Magnitude	10.0
Intervalo de amostragem [s]	1
Tempo [s]	5400
Campo de visão	$6^\circ \times 6^\circ$
Desvio padrão do ruído do viés do giroscópio [$rad/s^{3/2}$]	$\sqrt{10} \times 10^{-10}$
Desvio padrão do ruído do giroscópio [$rad/s^{1/2}$]	$\sqrt{10} \times 10^{-7}$

Tabela 6 – Dados de entrada do código.

4.0.4 Condições Iniciais

Abaixo, pode ser visto as condições iniciais utilizadas.

$$\mathbf{x}_0 = (-4.329e^{-17} \ 0.707 \ 0.707 \ 4.329e^{-17} \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0)^T \quad (4.1)$$

$$\mathbf{P}_0 = \text{diag}(3.046 \times 10^{-06} \ 3.046 \times 10^{-06} \ 3.046 \times 10^{-06} \ 9.401 \times 10^{-13} \ 9.401 \times 10^{-13} \ 9.401 \times 10^{-13}) \quad (4.2)$$

$$\mathbf{R}_0 = \text{diag}(8.461 \times 10^{-10} \ 8.461 \times 10^{-10} \ 8.461 \times 10^{-10} \ 8.461 \times 10^{-10} \ 8.461 \times 10^{-10} \ \dots)^T \quad (4.3)$$

$$\mathbf{Q}_o = \begin{pmatrix} -4.329 \times 10^{-17} & 0.707 & 0.707 & 4.329 \times 10^{-17} & 4.046 \times 10^{-4} \\ 0.707 & 0.707 & 4.046 \times 10^{-4} & 8.092 \times 10^{-4} & 0.070 & 0.070 & \dots \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

Sendo que os valores de \mathbf{P}_0 e \mathbf{R}_0 são matrizes diagonais $n \times n$ e \mathbf{Q}_o uma matriz de 5401×4

Essas matrizes são essenciais para o funcionamento do EKF. O \mathbf{P}_0 é a matriz de covariância inicial, \mathbf{Q}_o é a matriz de erro do processo que pondera o erro, e \mathbf{R}_0 é a matriz de erro de medida que pondera o ruído de medida.

A atitude inicial estimada para o EKF é baseada no quaternion verdadeiro, dado por

$$\mathbf{q}_0^{true} = \sqrt{2}/2 \times [0 \ 1 \ 0 \ 1]^T \quad (4.5)$$

Os desvios iniciais de viés do giroscópio no EKF são estabelecidos como zero.

A fig. 21 representa um fluxograma que foi construído para representar o funcionamento do EKF

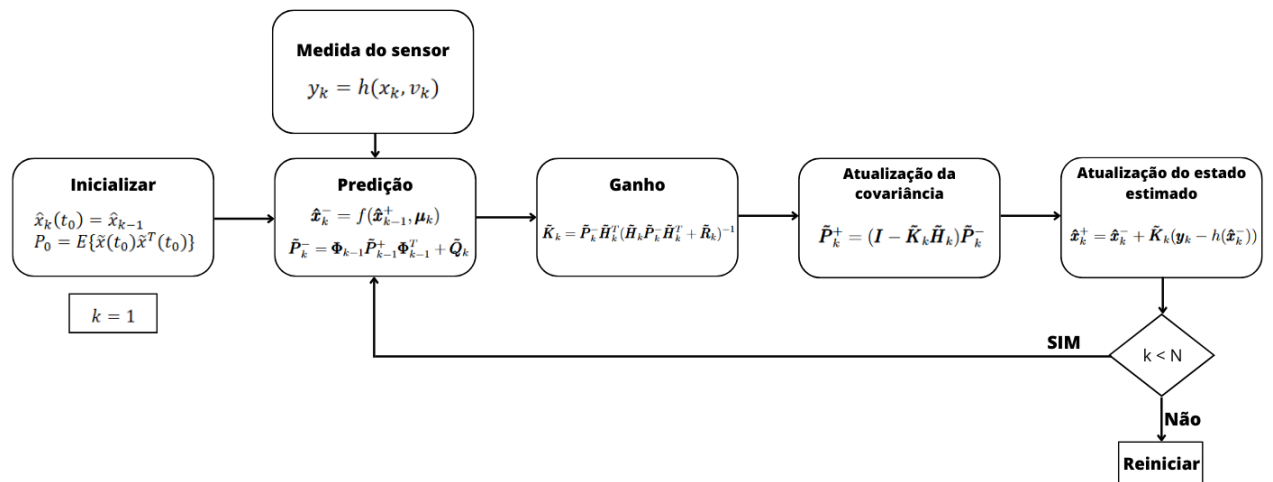


Figura 21 – Fluxograma do Filtro de Kalman Estendido. Fonte: Autor.

5 Resultados e Análises

Será feita uma análise dos resultados obtidos nos três cenários. Para realizar essa estimativa, o software *MATLAB*[®] foi utilizado e o método do filtro de Kalman Estendido foi implementado, para no final fazer uma comparação com os resultados de cada cenário.

Para a obtenção dos gráficos do número de estrelas disponíveis, dos erros de atitude e dos limites associados de 3σ e a capacidade do EKF em estimar com precisão o viés de deriva do giroscópio, foram utilizadas rotinas do *MATLAB*[®] apresentado no livro [Markley e Crassidis \(2014\)](#).

5.0.1 Cenário 1

O Cenário 1 foi realizado com as condições iniciais relatados na tabela 4, como dito no capítulo anterior, os dados são os mesmo apresentados no exemplo 6.2 do capítulo 6 do livro [Markley e Crassidis \(2014\)](#).

A Fig. 22 mostra o número de estrelas disponíveis em uma janela de 90 minutos.

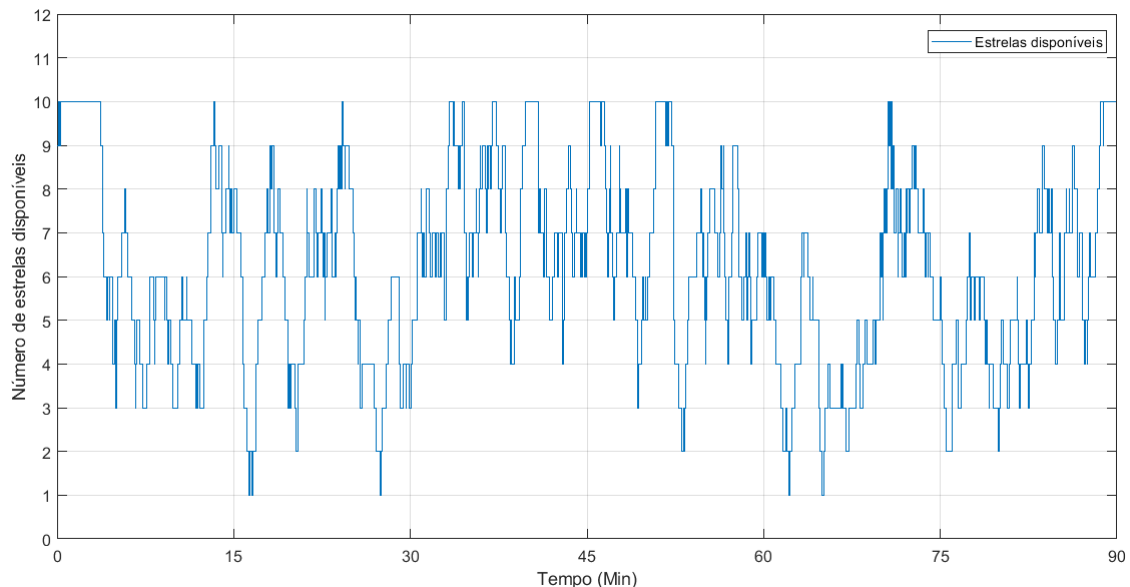


Figura 22 – Número de estrelas disponíveis cenário 1.

Utilizando o FOV $6^\circ \times 6^\circ$ e a magnitude 6, é observado uma grande variação da visibilidade de estrelas no céu noturno ao longo do tempo. É notado momentos em que só uma estrela está disponível, o que pode impedir a atualização dos métodos estatísticos de determinação de atitude, porém utilizando o EKF, é possível uma atualização com apenas uma estrela.

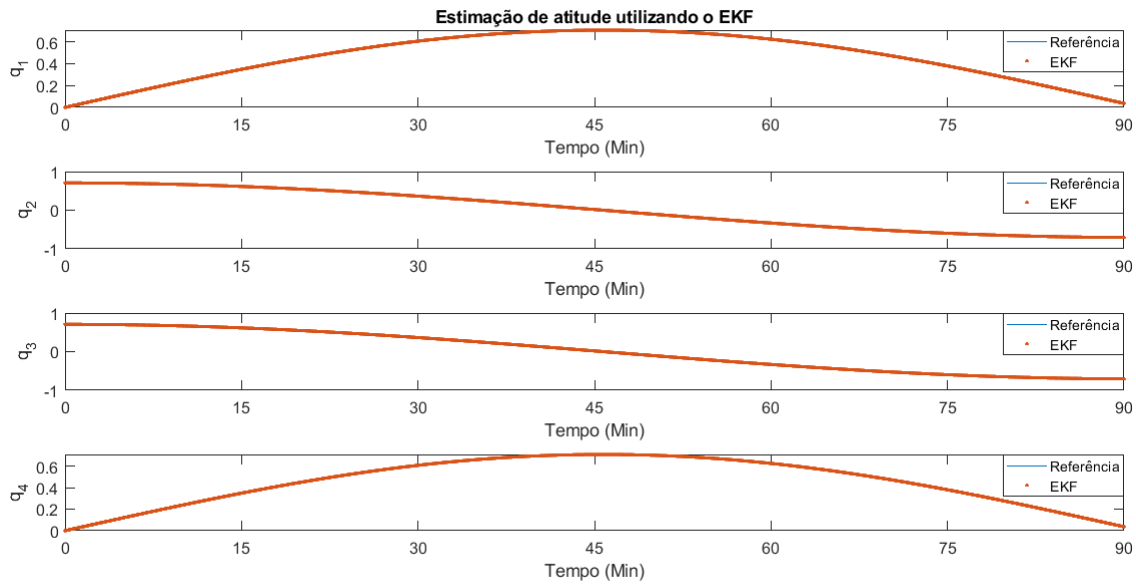


Figura 23 – Estimação de atitude utilizando o EKF cenário 1.

A fig.23 possui 4 subgráficos onde é possível visualizar o comportamento dos quaternions ao longo do tempo. As componentes q_1 e q_4 representam rotações em torno de um eixo, que variam de forma mais suave. Já q_2 e q_3 realizam rotações em torno de dois eixos e seu comportamento é mais complexo e variável. Isso demonstra uma característica natural da forma como os quaternions são usados para representar rotações.

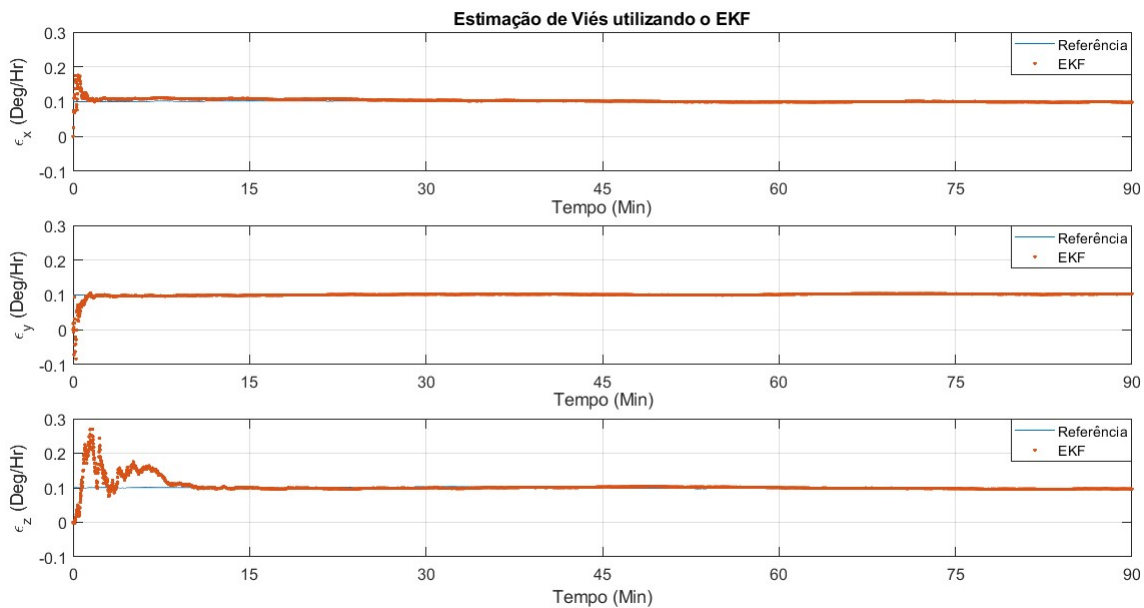


Figura 24 – Estimação de viés utilizando o EKF cenário 1.

A fig. 24, refere-se a estimativa inicial dos viés ϵ_x , ϵ_y e ϵ_z , onde é observado a linha de referência, em azul, e a estimativa obtida pelo EKF, em laranja. Ao longo do

tempo, os ϵ_x , ϵ_y iniciam com um pequeno desvio da linha de referência, ao contrário de ϵ_z , onde o desvio é maior e dura mais tempo. Contudo, é observado que mesmo com essa variação, ao passar de 15 minutos, todos os sub gráficos se aproximam da linha de referência, mostrando como o EKF é capaz de estimar com precisão o viés de deriva do giroscópio.

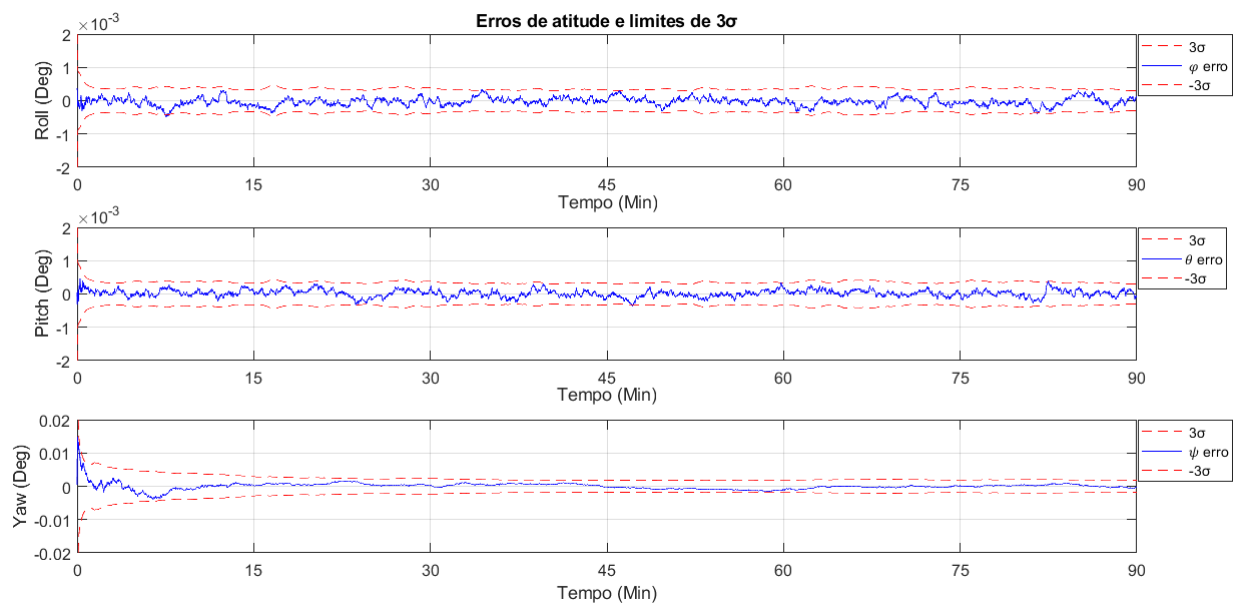


Figura 25 – Erros de atitude e limites de 3σ cenário 1.

A fig. 25 apresenta os limites de 3σ , que são os erros de atitude ao longo do tempo, e é dividido em três sub gráficos: roll, pitch e yaw. Cada um representa o erro em graus e faz uma comparação com as faixas de erro permitidas. As linhas vermelhas significam os limites de 3σ , enquanto a linha azul representa o erro real gerado.

A análise dos gráficos visa avaliar a precisão da estimativa da atitude do sistema. É crucial que os erros permaneçam dentro das faixas de erro permitidas, o que indica uma estimativa precisa e confiável. No entanto, se os erros ultrapassarem significativamente as linhas vermelhas, a estimativa da atitude pode se tornar não confiável. Os erros de yaw são maiores do que os de roll e pitch, devido ao ponto de visada do sensor de estrelas estar ao longo do eixo de yaw.

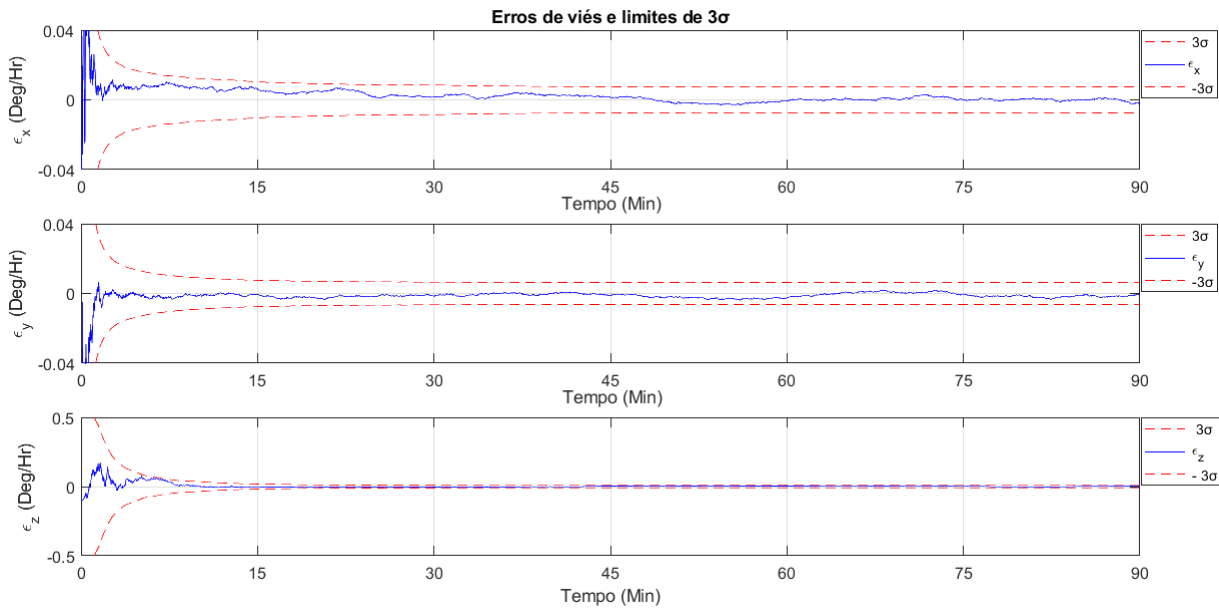


Figura 26 – Erros de viés e limites de 3σ cenário 1.

Conforme a fig. 26, todos os sub gráficos possuem o mesmo eixo x , permitindo análise simultânea da variação de viés nos três eixos ao longo do tempo. O eixo y de ϵ_x e ϵ_y são os mesmos, com escalas de -0.04 a 0.04 . Já ϵ_z possui escala maior de -0.5 a 0.5 , indicando que o viés tem maior magnitude em comparação com os outros dois. Observando os limites de 3σ , pode-se inferir a incerteza associada às estimativas do EKF para cada viés. Assim, quanto mais próximo os limites de 3σ estiverem da linha de referência, maior será a confiabilidade nas estimativas.

5.0.2 Cenário 2

O Cenário 2 foi realizado com as condições iniciais apresentadas na tabela 5. A diferença desse cenário foi a alteração do FOV para $8^\circ \times 8^\circ$. A fig. 27 mostra o número de estrelas disponíveis em uma janela de 90 minutos.

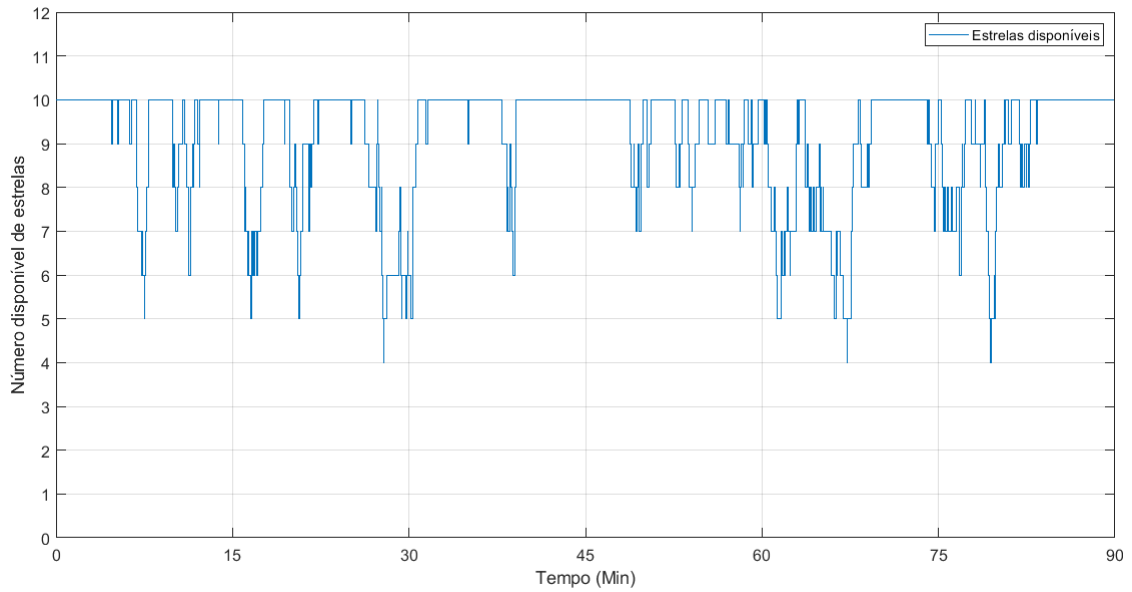


Figura 27 – Número de estrelas disponíveis cenário 2.

A variação de estrelas disponíveis é menor em comparação com o primeiro cenário, no qual o número máximo de estrelas disponíveis em certos momentos é de dez, enquanto o mínimo é de cinco. Portanto, um aumento no número de estrelas disponíveis e na capacidade de captura do sistema de observação de estrelas observáveis será maior.

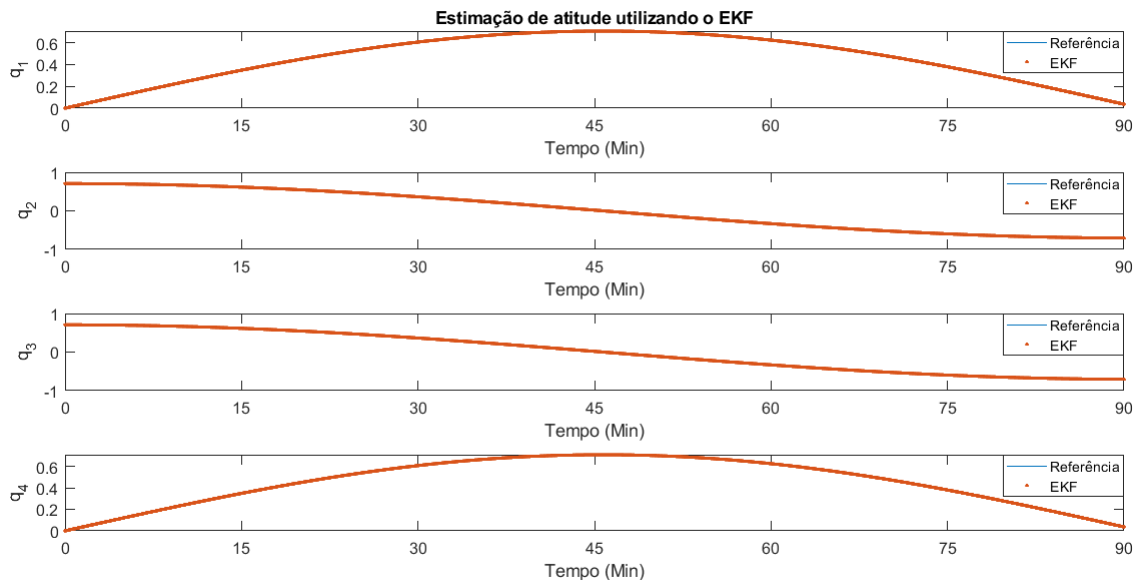


Figura 28 – Estimação de atitude utilizando o EKF cenário 2.

A fig.28 possui 4 subgráficos onde é possível visualizar o comportamento dos quaternions ao longo do tempo. As componentes q_1 e q_4 representam rotações em torno de um eixo, que variam de forma mais suave. Já q_2 e q_3 realizam rotações em torno de dois

eixos e seu comportamento é mais complexo e variável. Isso demonstra uma característica natural da forma como os quaternions são usados para representar rotações.

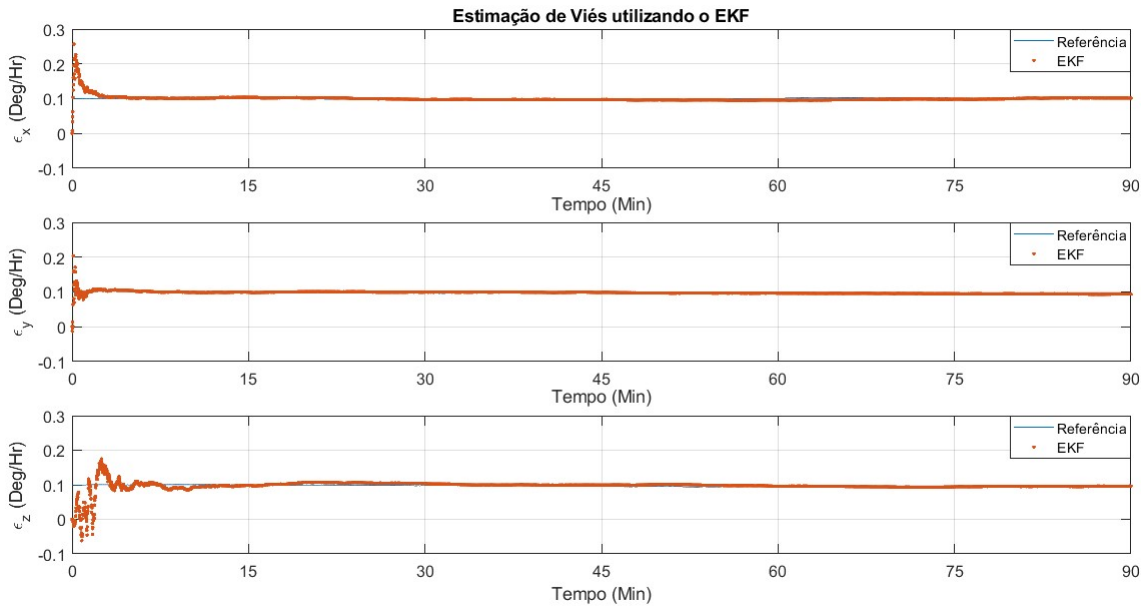


Figura 29 – Estimação de viés utilizando o EKF cenário 2.

A fig. 29, refere-se a estimativa inicial dos viés ϵ_x , ϵ_y e ϵ_z , onde é observado a linha de referência, em azul, e a estimativa obtida pelo EKF, em laranja. Ao longo do tempo, os ϵ_x , ϵ_y iniciam com um pequeno desvio da linha de referência. No início do sub gráfico ϵ_z , o desvio é maior e dura mais tempo, em torno de 30 minutos, para ele estimar com precisão esse viés. Contudo, é observado que mesmo com essa variação, todos os sub gráficos se aproximam da linha de referência ao final, mostrando como o EKF é capaz de estimar com precisão o viés de deriva do giroscópio.

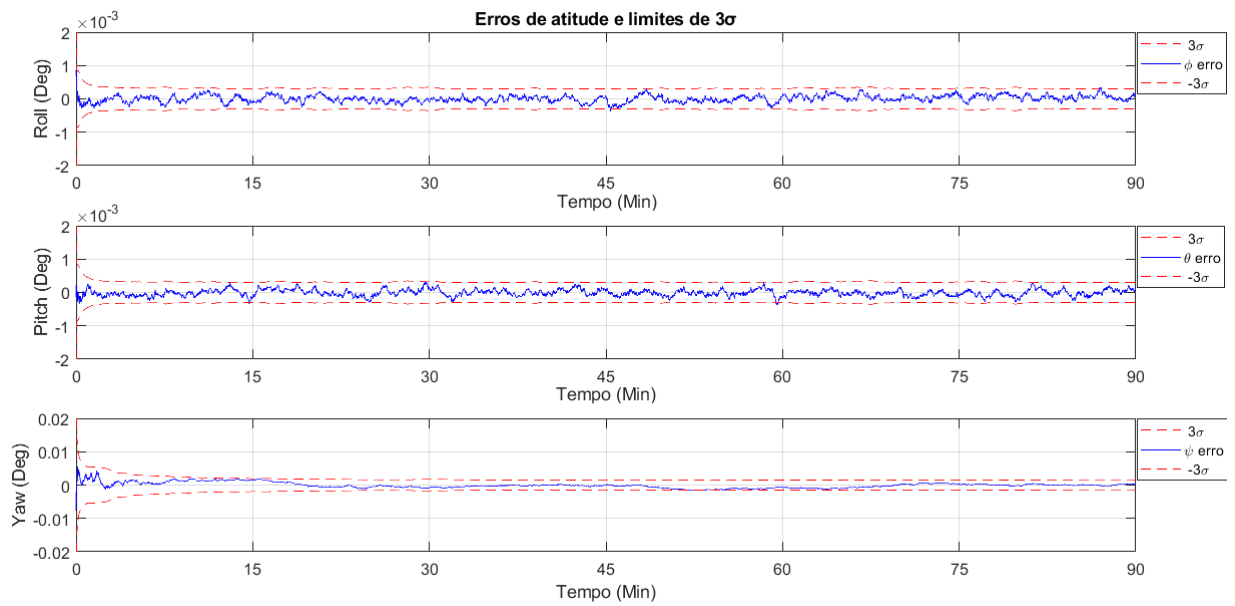


Figura 30 – Erros de atitude e limites de 3σ cenário 2.

A fig. 30 apresenta os limites de 3σ , que são os erros de atitude ao longo do tempo, e é dividido em três sub gráficos: roll, pitch e yaw. Cada um representa o erro em graus e faz uma comparação com as faixas de erro permitidas. As linhas vermelhas significam os limites de 3σ , enquanto a linha azul representa o erro real gerado.

A análise dos gráficos visa avaliar a precisão da estimativa da atitude do sistema. É crucial que os erros permaneçam dentro das faixas de erro permitidas, o que indica uma estimativa precisa e confiável. No entanto, se os erros ultrapassarem significativamente as linhas vermelhas, a estimativa da atitude pode se tornar não confiável. Os erros de yaw são maiores do que os de roll e pitch, devido ao ponto de visada do sensor de estrelas estar ao longo do eixo de yaw.

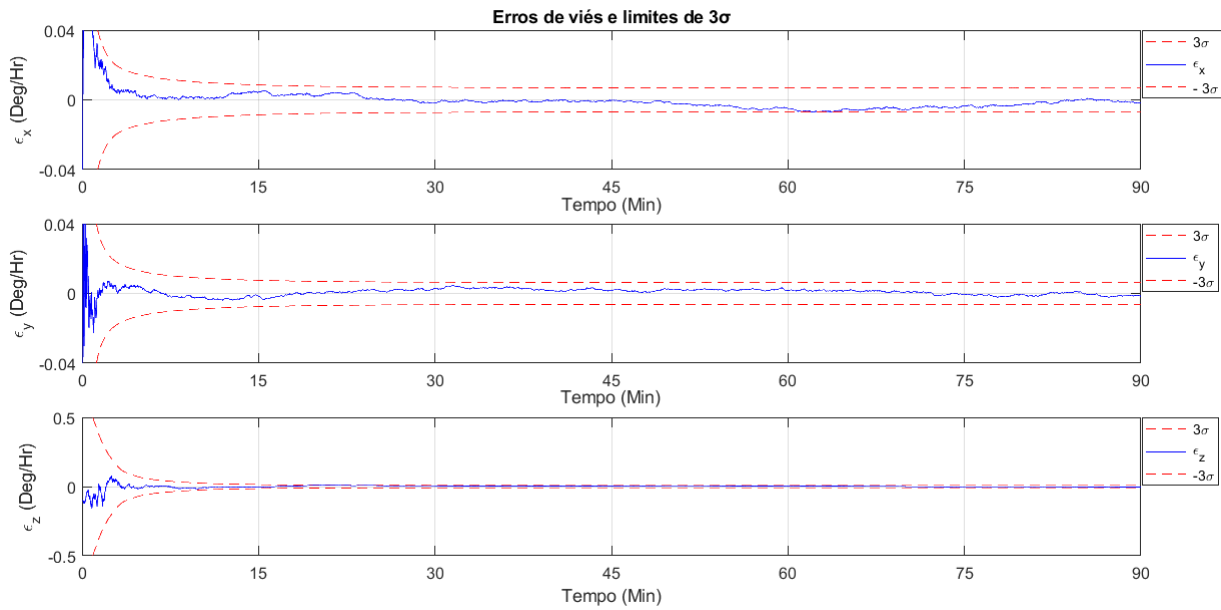


Figura 31 – Erros de viés e limites de 3σ cenário 2.

Conforme a fig. 31, todos os sub gráficos possuem o mesmo eixo x , permitindo análise simultânea da variação de viés nos três eixos ao longo do tempo. O eixo y de ϵ_x e ϵ_y são os mesmos, com escalas de -0.04 a 0.04 . Já ϵ_z possui escala maior de -0.5 a 0.5 , indicando que o viés tem maior magnitude em comparação com os outros dois. Observando os limites de 3σ , pode-se inferir a incerteza associada às estimativas do EKF para cada viés. Assim, quanto mais próximo os limites de 3σ estiverem da linha de referência, maior será a confiabilidade nas estimativas.

5.0.3 Cenário 3

O Cenário 3 foi realizado com as condições iniciais apresentadas na tabela 6. Houve alteração da magnitude para 10. A fig. 32 mostra o número de estrelas disponíveis em uma janela de 90 minutos.

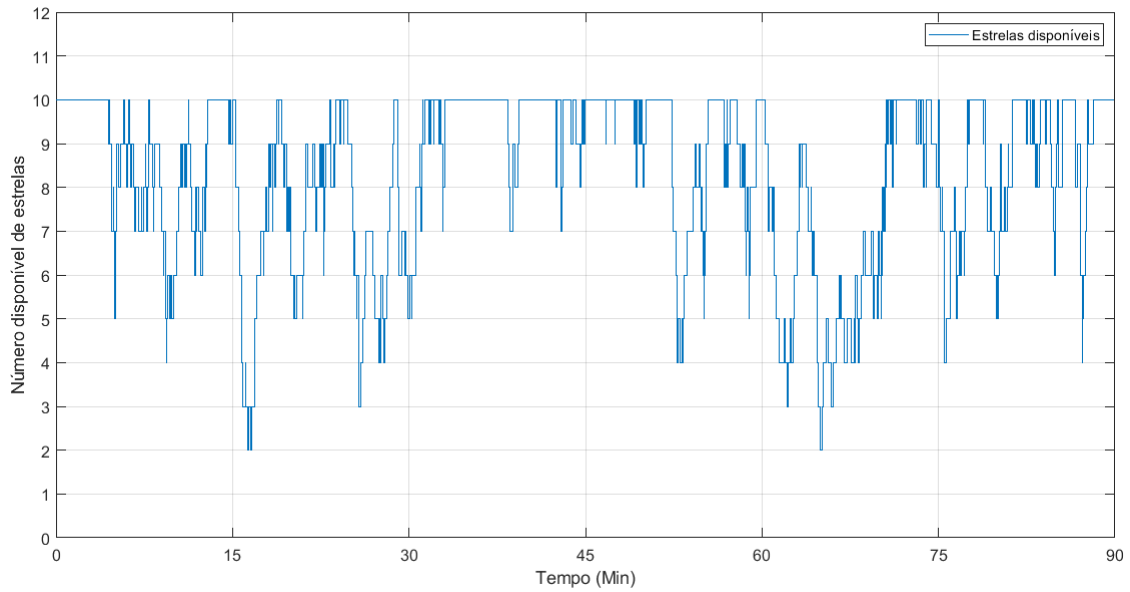


Figura 32 – Número de estrelas disponíveis cenário 3.

Com o aumento da magnitude, é observado uma alteração no comportamento do número de estrelas disponíveis, mostrando maior variação em relação a fig. 27 e com um comportamento parecido com a fig. 22. Além disso, é possível observar maior número de estrelas dentro da janela de tempo. É importante notar que à medida que a magnitude aumenta, as estrelas tendem a se apresentar mais tênues em brilho.

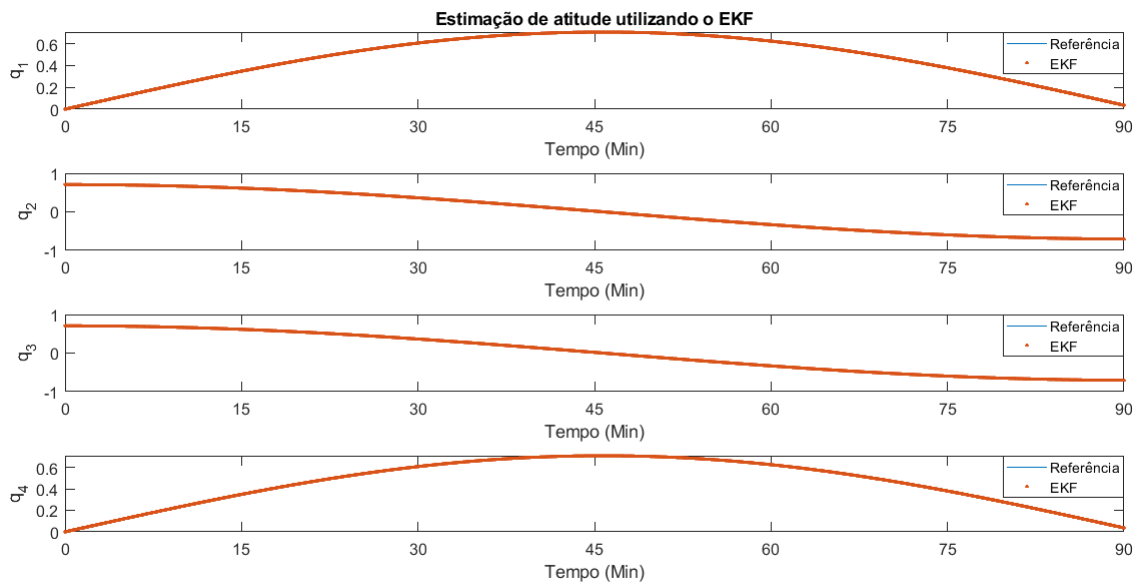


Figura 33 – Estimação de atitude utilizando o EKF cenário 3.

A fig. 33 possui 4 subgráficos onde é possível visualizar o comportamento dos quaternions ao longo do tempo. As componentes q_1 e q_4 representam rotações em torno de

um eixo, que variam de forma mais suave. Já q_2 e q_3 realizam rotações em torno de dois eixos e seu comportamento é mais complexo e variável. Isso demonstra uma característica natural da forma como os quaternions são usados para representar rotações.

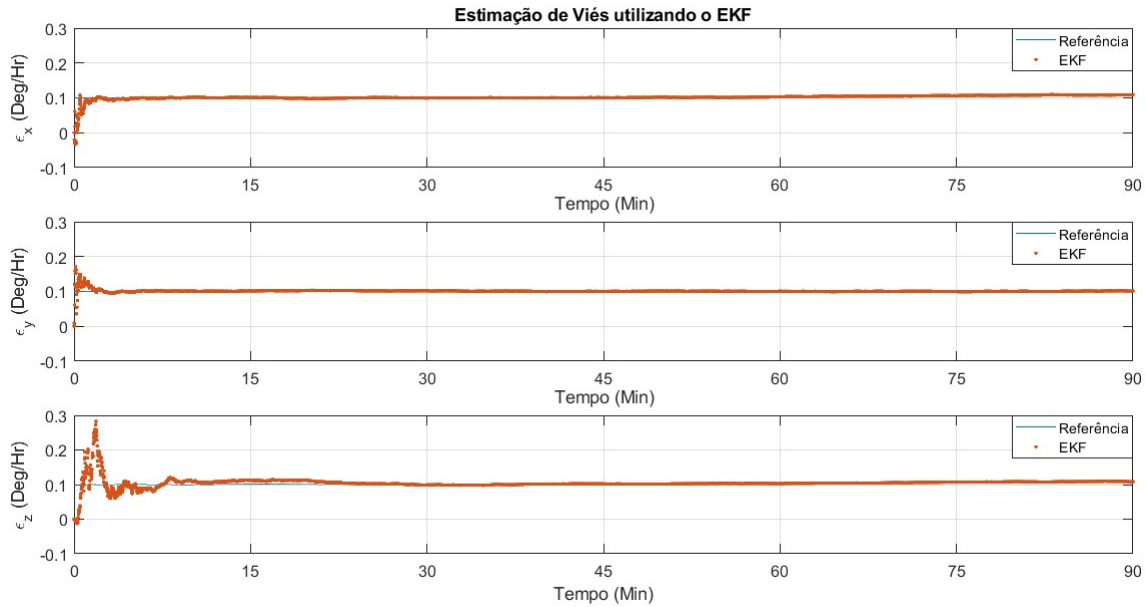


Figura 34 – Estimação de viés utilizando o EKF cenário 3.

A fig. 34, refere-se a estimativa inicial dos viés ϵ_x , ϵ_y e ϵ_z , onde é observado a linha de referência, em azul, e a estimativa obtida pelo EKF, em laranja. Ao longo do tempo, os ϵ_x , ϵ_y iniciam com um pequeno desvio da linha de referência. No início do sub gráfico ϵ_z , o desvio é maior e dura mais tempo, em torno de 25 minutos, para ele estimar com precisão esse viés. Contudo, é observado que mesmo com essa variação, todos os sub gráficos se aproximam da linha de referência, mostrando como o EKF é capaz de estimar com precisão o viés de deriva do giroscópio.

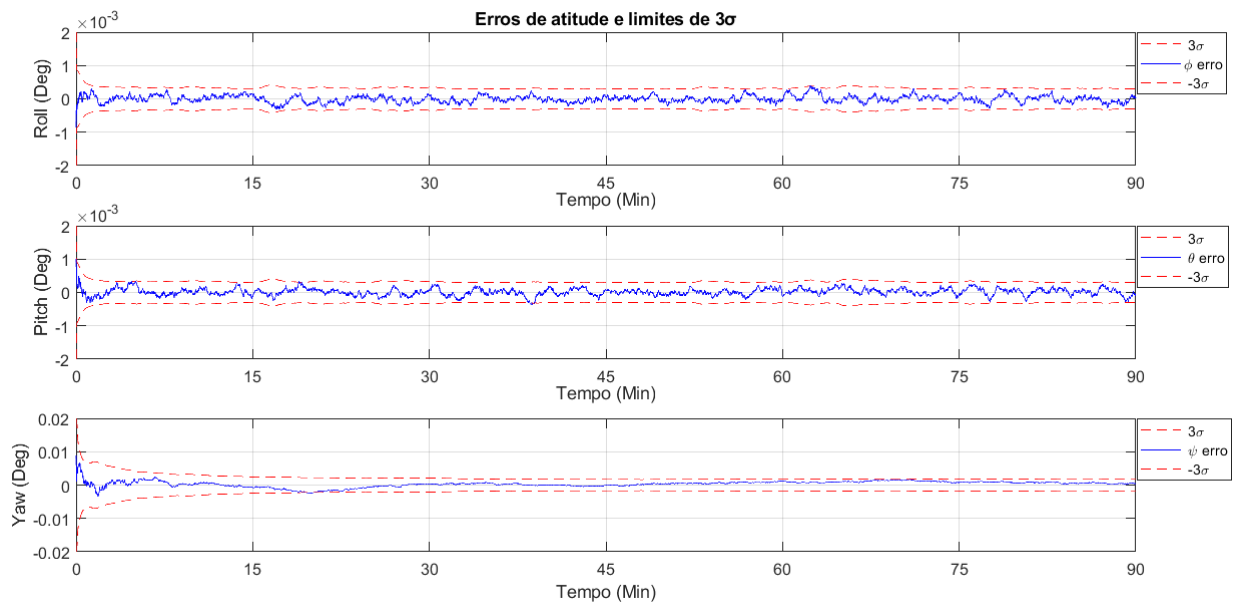


Figura 35 – Erros de atitude e limites de 3σ cenário 3.

A fig. 35 apresenta os limites de 3σ , que são os erros de atitude ao longo do tempo, e é dividido em três sub gráficos: roll, pitch e yaw. Cada um representa o erro em graus e faz uma comparação com as faixas de erro permitidas. As linhas vermelhas significam os limites de 3σ , enquanto a linha azul representa o erro real gerado.

A análise dos gráficos visa avaliar a precisão da estimativa da atitude do sistema. É crucial que os erros permaneçam dentro das faixas de erro permitidas, o que indica uma estimativa precisa e confiável. No entanto, se os erros ultrapassarem significativamente as linhas vermelhas, a estimativa da atitude pode se tornar não confiável. Os erros de yaw são maiores do que os de roll e pitch, devido ao ponto de visada do sensor de estrelas estar ao longo do eixo de yaw.

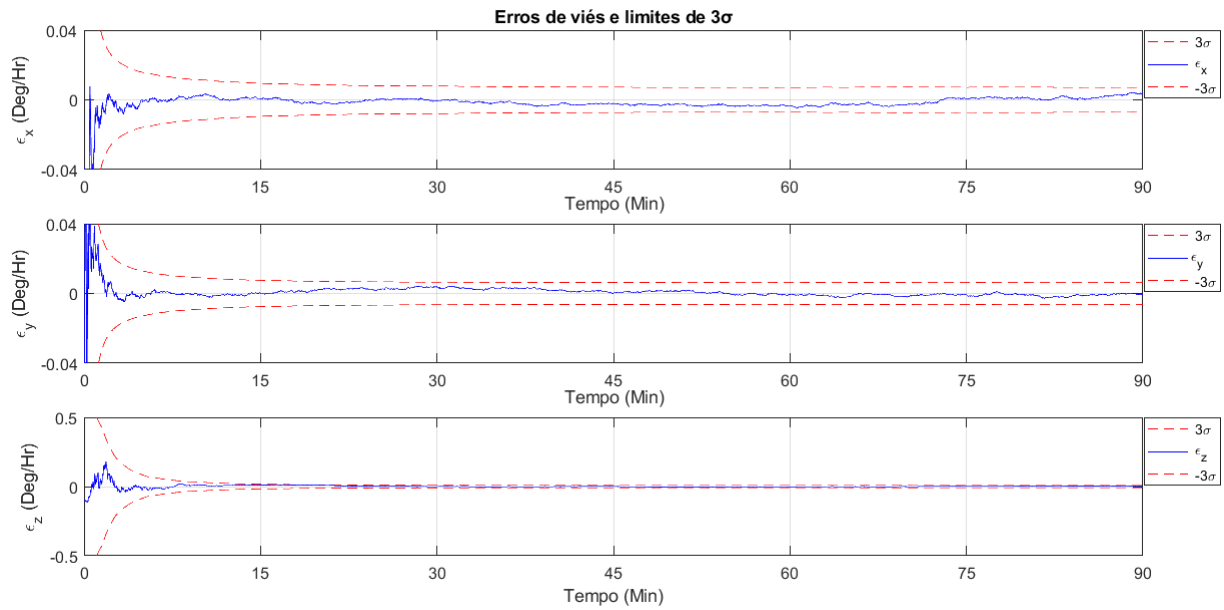


Figura 36 – Erros de viés e limites de 3σ cenário 3.

Conforme a fig. 36, todos os sub gráficos possuem o mesmo eixo x , permitindo análise simultânea da variação de viés nos três eixos ao longo do tempo. O eixo y de ϵ_x e ϵ_y são os mesmos, com escalas de -0.04 a 0.04 . Já ϵ_z possui escala maior de -0.5 a 0.5 , indicando que o viés tem maior magnitude em comparação com os outros dois. Observando os limites de 3σ , pode-se inferir a incerteza associada às estimativas do EKF para cada viés. Assim, quanto mais próximo os limites de 3σ estiverem da linha de referência, maior será a confiabilidade nas estimativas.

6 Conclusão

As mudanças no FOV e na magnitude provocaram diferenças no comportamento dos gráficos de estrelas nos três cenários estudados. O aumento do FOV possibilitou a captura de um maior número de estrelas, enquanto o aumento da magnitude resultou em estrelas menos brilhantes, porém mais numerosas. Os gráficos de estimativas de atitude e viés, analisados com o auxílio do EKF, mostraram resultados satisfatórios na maioria dos casos, com os erros de estimativa de viés mantendo-se dentro dos limites aceitáveis de erro 3σ .

A precisão do EKF na estimação de atitude e viés de giros foi comprovada nos três cenários, com as estimativas seguindo de perto os valores verdadeiros, garantindo o correto funcionamento do CubeSat. Além disso, os gráficos de erros de atitude evidenciaram que os limites estabelecidos realmente abrangem os erros observados, com os erros de yaw se destacando em relação aos erros de roll e pitch, devido à linha de visada do rastreador de estrelas estar ao longo do eixo de yaw.

Assim, o EKF foi aplicado com sucesso na determinação da atitude e dos vieses de giros do CubeSat do projeto SPLASH. A alteração das variáveis magnitude e FOV mostrou uma estimação da atitude do CubeSat como visto pelos gráficos gerados. Ao comparar os três cenários com a teoria e explorar possíveis erros e desvios, os resultados obtidos ficaram de acordo com as expectativas propostas.

Referências

- BAE, J.; KIM, Y. Attitude estimation for satellite fault tolerant system using federated unscented kalman filter. *International Journal of Aeronautical and Space Sciences*, v. 11, p. 80–86, 2010. DOI:10.5139/IJASS.2010.11.2.080. Citado na página 43.
- BRUIJNE, J.; O'FLAHERTY, K.; MIGNONE, C. *ABOUT STAR MAPPER*. [S.l.], 2016. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 51.
- CALPOLY. *CubeSat Design Specification Rev. 14.1*. California, 2022. Disponível em: <file:///C:/Users/I010800/Downloads/CDS+REV14_1+2022-02-09.pdf>. Acesso em: 26 jul. 2023. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 33.
- CARANDENTE, V.; SAVINO, R. New concepts of deployable de-orbit and re-entry systems for cubesat miniaturized satellites. *Recent Pat. Eng.*, v. 8, p. 2–12, 2014. Citado na página 27.
- CRASSIDIS, J. L. Sigma-point kalman filtering for integrated gps and inertial navigation. In: *AIAA*. [S.l.: s.n.], 2005. p. 1–24. Citado na página 46.
- CRASSIDIS, J. L.; JUNKINS, J. L. *Optimal Estimation of Dynamic Systems*. [S.l.]: CRC Taylor Francis Group, 2012. Second Edition. 1-750 p. ISBN 9781439839867. Citado 7 vezes nas páginas 15, 28, 47, 48, 49, 54 e 55.
- DIMINO, I. et al. A morphing deployable mechanism for re-entry capsule aeroshell. *Applied Sciences*, v. 13, n. 5, 2023. ISSN 2076-3417. Disponível em: <<https://www.mdpi.com/2076-3417/13/5/2783>>. Citado 6 vezes nas páginas 15, 27, 29, 35, 36 e 37.
- GARCIA, R. V. *FILTRO NÃO LINEAR DE KALMAN SIGMA-PONTO COM ALGORITMO UNSCENTED APLICADO A ESTIMATIVA DINÂMICA DA ATITUDE DE SATÉLITES ARTIFICIAIS*. 192 p. Tese (Doutorado em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle) — Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), São José dos Campos, 2011. Disponível em: <<http://urlib.net/8JMKD3MGP7W/3AKGTCP>>. Citado na página 45.
- HAMILTON, W. On a new species of imaginary quantities connected with a theory of quaternions. *Proceedings of the Royal Irish Academy*, v. 2, n. 2, p. 424–434, 1844. Disponível em: <<https://www.emis.de/classics/Hamilton/Quatern1.pdf>>. Citado 2 vezes nas páginas 28 e 43.
- KOLOMENKIN, M. et al. Geometric voting algorithm for star trackers. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, v. 44, n. 2, p. 441–456, 2008. Citado na página 46.
- LOPES, S. F. *Development of a low-cost Star Tracker for CubeSats*. 134 p. Tese (Mestrado Integrado em Engenharia Física) — Universidade de Lisboa, Lisboa, 2019. Disponível em: <<https://repositorio.ul.pt/handle/10451/38246>>. Citado 3 vezes nas páginas 15, 29 e 35.

- MAO, X.; DU, X.; FANG, H. Precise attitude determination strategy for spacecraft based on information fusion of attitude sensors: Gyros/gps/star-sensor. *International Journal of Aeronautical and Space Sciences*, v. 14, p. 91–98, 03 2013. Citado 2 vezes nas páginas 28 e 46.
- MARKLEY, F. L.; CRASSIDIS, J. L. *Fundamentals of Spacecraft Attitude Determination and Control*. [S.l.]: Springer, 2014. First Edition. 1-495 p. ISBN 9781493908011. Citado 9 vezes nas páginas 27, 28, 30, 45, 48, 50, 51, 57 e 61.
- MARKLEY, F. L.; CRASSIDIS, J. L.; CHENG, Y. Survey of nonlinear attitude estimation methods. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, v. 60, n. 1, Jan. 2007. Citado 3 vezes nas páginas 28, 41 e 44.
- NANOSATS DATABASE. *What is a CubeSat & other picosatellites*. 2023. Disponível em: <<https://www.nanosats.eu/cubesat>>. Acesso em: 27 Mai. 2023. Citado na página 34.
- NASA. *State-of-the-Art Small Spacecraft Technology*. 407: Small Spacecraft Systems Virtual Institute, 2022. Citado na página 33.
- NASA CUBESAT LAUNCH INITIATIVE. *CubeSat 101: Basic Concepts and Processes for First-Time CubeSat Developers*. [S.l.], 2017. Catálogo. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 33.
- SANTOS, W. O desenvolvimento de cubesats no brasil. In: SEMINÁRIO SERVIÇOS CIENTÍFICOS E AERONÁUTICOS. São José dos Campos: SeCiAer, 2018. (INPE). Citado na página 33.
- SATCATALOG. 2023. Disponível em: <<https://www.satcatalog.com/component/gen1-cubestar/>>. Acesso em: 24 Jun. 2023. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 47.
- SILVA, W. Rao-blackwellized particle filter for the cbers-4 attitude and gyros bias estimation. *Acta Astronautica*, v. 193, p. 679–690, april. 2022. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2021.07.049>. Citado na página 53.
- SILVA, W. R. *FILTRO H-INFINITO ESTENDIDO DE SEGUNDA ORDEM E FILTRO DE PARTÍCULAS REGULARIZADO COM "ROUGHENING" APLICADOS NA ESTIMAÇÃO DE ATITUDE DE SATÉLITES ARTIFICIAIS*. 179 p. Tese (Doutorado em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle) — Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), São José dos Campos, 2016. Disponível em: <<http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34P/3L2GUSP>>. Citado 13 vezes nas páginas 15, 27, 28, 29, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 45, 55 e 56.
- UFSC. *Probabilidade e Estatística para Engenharias utilizando o R (RStudio). Distribuição Normal (Gaussiana)*. [S.l.], 2016. Disponível em: <<https://www.inf.ufsc.br/~andre.zibetti/probabilidade/index.html>>. Acesso em: 26 jul. 2023. Citado na página 53.
- URREA, C.; AGRAMONTE, R. Kalman filter: Historical overview and review of its use in robotics 60 years after its creation. *Hindawi*, v. 2021, n. 21, 2021. Disponível em: <<https://www.hindawi.com/journals/js/2021/9674015/>>. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 54.

VENKATAPATHY, E. et al. Adaptive deployable entry and placement technology (adept): A feasibility study for human missions to mars. In: _____. *21st AIAA Aerodynamic Decelerator Systems Technology Conference and Seminar*. [s.n.], 2011. Disponível em: <<https://arc.aiaa.org/doi/abs/10.2514/6.2011-2608>>. Citado na página 36.

VILLELA, T. et al. Towards the thousandth cubesat: A statistical overview. *Hindawi: International Journal of Aerospace Engineering*, v. 2019, p. 13, 2019. <https://doi.org/10.1155/2019/5063145>. Citado 5 vezes nas páginas 15, 27, 29, 33 e 34.

WANG, B.; SHI, W.; MIAO, Z. Confidence analysis of standard deviational ellipse and its extension into higher dimensional euclidean space. *PLoS ONE*, v. 3, p. 17, March. 2015. 10.1371/journal.pone.0118537. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 54.