

Universidade de Brasília - UnB Faculdade UnB Gama - FGA Engenharia Eletrônica

Soluções em localização para sistemas cell-free MIMO

Autor: Gabriel Borges Pinheiro Orientador: Dr. Daniel Costa Araújo

Brasília, DF 2023



Gabriel Borges Pinheiro

Soluções em localização para sistemas cell-free MIMO

Monografia submetida ao curso de graduação em (Engenharia Eletrônica) da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em (Engenharia Eletrônica).

Universidade de Brasília - UnB Faculdade UnB Gama - FGA

Orientador: Dr. Daniel Costa Araújo

Brasília, DF 2023

Gabriel Borges Pinheiro

Soluções em localização para sistemas cell-free MIMO/ Gabriel Borges Pinheiro. – Brasília, DF, 2023-

72 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Dr. Daniel Costa Araújo

Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade de Brasília - Un
B Faculdade Un
B Gama - FGA , 2023.

1. Localização *indoor.* 2. *Cell-free* MIMO. I. Dr. Daniel Costa Araújo. II. Universidade de Brasília. III. Faculdade UnB Gama. IV. Soluções em localização para sistemas cell-free MIMO

Gabriel Borges Pinheiro

Soluções em localização para sistemas cell-free MIMO

Monografia submetida ao curso de graduação em (Engenharia Eletrônica) da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em (Engenharia Eletrônica).

Trabalho aprovado. Brasília, DF, 22 de fevereiro de 2023:

Dr. Daniel Costa Araújo Orientador

Dr. Daniel Mauricio Muñoz Arboleda Convidado 1

> Dr. Leonardo Aguayo Convidado 2

> > Brasília, DF 2023

Agradecimentos

Acima de tudo, gostaria de agradecer à minha família, onde meus pais nunca deixaram de acreditar no meu potencial e me deram apoio durante todo esse tempo em que estive me dedicando a graduação, mesmo durante os momentos de crise. Sem dúvida fizeram toda a diferença no meu resultado final! Tenho muitas lembranças boas deles e de meus colegas e amigos, que fizeram parte de muitos momentos da minha vida nesse período.

Também devo creditar meu crescimento à Universidade de Brasília, que pôde dar acesso a grandes profissionais e infraestrutura para conseguir chegar onde cheguei na minha jornada. Tenho orgulho de poder lembrar que sou egresso de lá, e no futuro espero poder devolver á sociedade e minha nação todo o investimento que foi posto em mim. Agradeço a todos os professores de lá que se esforçam para transmitir o seu conhecimento adiante e agregar para os alunos, como vários docentes que tive, e inclusive meu orientador, que me concedeu oportunidades importantes para que eu pudesse crescer em minha carreira acadêmica.

Não posso esquecer de agradecer também à Fundação de Apoio à Pesquisa do Distrito Federal (FAPDF), por ter fornecido apoio financeiro a mim e fomento ao projeto de pesquisa em que estive envolvido, do qual esse trabalho é um fruto.

Resumo

Neste trabalho, foi projetado um sistema de posicionamento local para infraestrutura com a tecnologia *Cell-free Massive* MIMO, utilizando a técnica de estimativa de *time of arrival* a partir de sinais pilotos processados via modulação OFMDA para ser implementado em ambientes *indoor* cercados por arranjos de antenas em *radio stripes*. O sistema foi simulado computacionalmente e testado em um cenário específico de modelos de canais para avaliação de parâmetros e comparação de técnicas de trilateração. Foi verificado o desempenho da estimação de distância através de métricas como a diferença entre a distância estimada e a real, além de serem testados parâmetros como o número de canais de frequência, a potência do sinal, o número de antenas nos pontos de acesso e a relação sinalruído (SNR). Com base nos resultados obtidos, foram identificados os pontos fracos do sistema e verificada a viabilidade de implementação das técnicas utilizadas em hardware, bem como seus possíveis aprimoramentos futuros.

Palavras-chaves: Localização Indoor, Cell-free MIMO, ToA, OFDM, Radio stripes.

Abstract

In the present work, the design of elements of a local positioning system for infrastructure in a Cell-free Massive MIMO environment with time of arrival estimation from pilot signals processed via OFDMA modulation was performed for implementation in indoor environments surrounded by antenna arrays in radio stripes. Such a system was computationally simulated and tested in a specific channel model scenario for parameter testing and trilateration technique comparison. The performance of distance estimation was verified through metrics such as the difference between estimated and actual distance, and parameters such as the number of frequency channels, signal power, number of antennas at the access points, and SNR were tested. Based on the results, the feasibility of implementing the techniques in hardware and their possible future improvements were verified.

Key-words: Indoor localization, Cell-free MIMO, ToA, OFDM, Radio stripes.

Lista de ilustrações

Figura 1 –	Quadro resumo de um sistema de localização <i>indoor</i> baseado em RF e	10
Figura 2 –	Ilustração de um sistema de análise de cenário. Os pontos de locali- zação são quadrados (endereçados por números) no qual o dispositivo localizado (no caso ele está situado do ponto '3') detecta a intensidade dos sinais dos emissores $\{A, B, C, D\}$.	20
Figura 3 –	Ilustração de um cenário de comunicações móveis, onde há os equipa- mentos de usuário (UEs) e as estações de base (BSs) também chamadas de pontos de acesso (APs).	21
Figura 4 –	Estrutura geral resumida do fluxo de trabalho descrito nesta monografia	22
Figura 5 –	Cenário pensado para uma implementação inicial do sistema, em algum pavimento do prédio UED na FGA. As duas fitas (representadas por linhas vermelhas e os APs são triângulos) ficariam numa disposição paralela nas paredes das dependências de acesso comum dos corredores.	24
Figura 6 –	Num sistema MIMO, vários UEs de antenas única são servidos por uma BS de várias antenas	25
Figura 7 –	A grande característica da infra-estrutura <i>cell-free</i> é a extinção de cé- lulas separando as BSs, utilizando critérios inteligentes para escolha de UEs. Topologias celular à esquerda e <i>cell-free</i> com processamento central à direita.	26
Figura 8 –	Formato da propagação de uma onda EM em um arranjo unitário (con-	~~
D: 0	vencional) versus arranjo de multiplos elementos (<i>beamforming</i>)	27
Figura 9 –	Om exemplar <i>raaio stripe</i> .	28
Figura 10 – Figura 11 –	Interação entre BSs (e.g. torres telefônicas) e UEs (e.g. telefones celu-	20
Figura 12 –	lares) e seus ganhos β_k^2 associados	30
Figura 13 –	llustração de multicaminhos que um sinal transmitido original (verme- lho) pode percorrer, refletido (lilás) por obstáculos no ambiente, e gerar	01
	leituras indesejadas de suas cópias.	32
Figura 14 –	Módulo da resposta ao impulso de canal com efeito de multicaminhos na recepção do sinal piloto num AP em função do tempo, em segundos. Depois do primeiro impulso (LOS) há a presença de outros impulsos (NLOS), não há presença de ruídos	39
	(1100), nao na presença de ruidos	04

Figura 15 $-$	Funcionamento do sistema em síntese.	33
Figura 16 –	Arquitetura geral do sistema sugerida.	33
Figura 17 –	Comparação entre espectros dos esquemas FDM e OFDM. Na OFDM	
	há economia de largura de banda total	35
Figura 18 –	Estrutura de um arranjo linear de antenas	37
Figura 19 –	Cenário espacial representado com 3 BSs localizadoras e uma UE (MS).	39
Figura 20 –	Cronologia/sequência de passos de desenvolvimento para possibilitar a	
	apuração dos resultados.	40
Figura 21 –	Ilustração de cenário gerado em perspectivas de topo e tridimensional.	
	Os triângulos azuis são os APs, fixos, e os círculos vermelhos os UEs,	
	aleatórios.	41
Figura 22 –	As coordenadas do UE (bolinha) podem ser obtidas pelo ponto de	
	intersecção dos círculos com raios de distancia entre cada uma de três $-$	
	BSs (quadrados).	45
Figura 23 –	Trilateração LLS para linearização em que retas que passam pelas in-	
	tersecções entre dois círculos e a intersecção entre estas gera o ponto \hfill	
	de interesse	47
Figura 24 –	Plotagem das posições estimadas dos UEs. Os triângulos são os APs, os	
	círculos as posições reais dos UEs e as estrelas as posições estimadas,	
	junto ao circulo pontilhado dos raios de erro de distância	49
Figura 25 –	A resolução temporal do canal pode afetar qualidade a estimação do	
	To A. Na figura da direita ($N_f = 600$ subportadoras), a resolução da	
	CIR é muito maior do que na da esquerda ($N_f = 60$ subportadoras),	
	o que provavelmente levará a uma estimativa mais precisa no caso da	
	figura da direita.	50
Figura 26 –	Respostas de canal contaminadas com ruídos. Á esquerda, a potência	
	do ruído é relativamente baixa e é possível encontrar o pulso LOS (ToA	
	em cerca de 2×10^{-5} s). Á direita, o ruído está muito forte e não possível	
	encontrar pulso LOS (ToA elegido, erroneamente, provavelmente seria	
	cerca de 8×10^{-5} s).	51
Figura 27 –	Avaliação de erro de distâncias em função das frequências de portadora.	53
Figura 28 –	Avaliação da CDF do erro de posição para dadas potências do sinal	
	transmitido, com trilateração LLS em determinados números de ele-	
	mentos de arranjo nos APs	54
Figura 29 –	Avaliação da CDF do erro de posição para dadas potências do sinal	
	transmitido, com trilateração NLS em determinados números de ele-	
	mentos de arranjo nos APs	55
Figura 30 –	Avaliação de erro de posição em função da potência do sinal transmitido	
	em determinados números de elementos de arranjo nos APs	57

Figura 31 $-$	Avaliação da CDF do erro de posição para dados números de frequências \hfill	
	de canal, com trilateração LLS em determinados números de elementos \hfill	
	de arranjo nos APs.	58
Figura 32 –	Avaliação da CDF do erro de posição para dados números de frequências	
	de canal, com trilateração NLS em determinados números de elementos \hfill	
	de arranjo nos APs.	59
Figura 33 –	Se uma onda EM chegar por uma direção de baixa sensibilidade do	
	arranjo de antenas, por exemplo a lateral/transversal, sua intensidade	
	medida será menor do que ao chegar numa direção mais privilegiada.	
	Isso pode ser indesejado no caso de um feixe LOS	61
Figura 34 –	O histograma de uma grandeza X, calculado por $P(X = x_i) \cdot N$. A	
	PDF pode ser vista como um caso especial dele	71
Figura 35 –	A CDF discreta de uma variável X com a notação $P(X \le x_i) = F(X)$.	71

Lista de tabelas

Tabela 1 –	Valores percentil-90 da função de erro de posição para cada configura-	
	ção trilateração de potência de sinal transmitido e número de antenas.	56
Tabela 2 –	Valores percentil-90 da função de erro de distância para cada configu-	
	ração trilateração de potência de sinal transmitido e número de antenas.	60
Tabela 3 –	Atividades do projeto e bimestres aproximados de sua realização	72

Lista de abreviaturas e siglas

AP	Ponto de acesso
APU	Unidade de Processamento de Antena
BS	Estação de base
CDF	Função de Probabilidade Acumulada
CIR	Resposta ao Impulso de Canal
CPU	Unidade de Processamento Central
DFT	Transformada Discreta de Fourier
DOA	Direction-of-arrival
EM	Eletromagnética
FGA	Faculdade do Gama
LLS	Mínimos Quadrados Linear
LOS	Linha de Visada
LPS	Local Positioning System
LS	Mínimos Quadrados
MIMO	Multiple-input multiple-output
mMIMO	Massive MIMO
MS	Estação móvel
NLOS	Fora da Linha de Visada
NLS	Mínimos Quadrados Não-Linear
OFDM	Orthogonal Frequency Division Multiplexing
PDF	Função de Densidade de Probabilidade
RF	Radiofrequência
RSSI	Indicador de Potência de Sinal Recebido

SE	Eficiência espectral
SNR	Relação sinal-ruído
ТоА	Time of Arrival
UE	Equipamento de usuário
UnB	Universidade de Brasília

Lista de símbolos

С	Velocidade da luz no vácuo ($c = 3 \times 10^8 \mathrm{m s^{-1}}$).
\mathbf{A}^{-1}	Matriz inversa da matriz \mathbf{A} .
\mathbf{A}^{\intercal}	Matriz transposta da matriz \mathbf{A} .
\mathbf{A}^{H}	Conjugado complexo da transposta da matriz \mathbf{A} .
\mathbf{A}^{\dagger}	Matriz pseudo-inversa da matriz \mathbf{A} .
\mathbb{Z}	Conjunto dos números inteiros.
\mathbb{R}	Conjunto dos números reais.
\mathbb{C}	Conjunto dos números complexos.
J	Unidade imaginária, $j \in \mathbb{C}$.
$\mathcal{N}_{\mathbf{C}}(\overline{a},\sigma^2)$	Distribuição circular Gaussiana complexa de média \overline{a} e variância $\sigma^2.$
$\mathcal{F}\{a(t)\}$	Transformada de Fourier de uma função contínua $a(t)$.
$\mathcal{F}^{-1}\{A(f)\}$	Transformada de Fourier inversa de uma função contínu a ${\cal A}(f).$
$F\{a[m]\}$	DFT de uma função discreta $a[m]$.
$F^{-1}\{A[n]\}$	DFT inversa de uma função discreta $A[n]$.
J	Número de APs do sistema.
K	Número de UEs do sistema.
Ι	Número de antenas de um arranjo.
j	Índice de cada AP do sistema.
k	Índice de cada AP do sistema.
i	Índice das antenas num arranjo.
$\mathbf{r}_{(\mathrm{AP})j}$	Coordenada espacial do AP j no cenário.
$\mathbf{r}_{(\mathrm{UE})k}$	Coordenada espacial do UE k no cenário.
r_k^j	Distância (em metros) entre uma AP j e um UE k .

β_k^j	Ganho de um	sinal entre a A	AP $j \in o \cup E k$.
-------------	-------------	-----------------	-------------------------

- L Perda de caminho de um feixe.
- λ Comprimento de onda do sinal de portadora.
- θ_i Defasagem num sinal recebido por uma antena *i* de uma AP devido efeitos de canal.
- τ_i Atraso na recepção de um sinal de UE por uma anten
ai de uma AP, em segundos.
- $(h_i)_k^j(t)$ Canal para cada antena *i* numa AP *j* conectada a um UE *k*, no domínio de tempo.
- $(H_i)_k^j(f)$ Canal para cada antena *i* numa AP *j* conectada a um UE *k*, no domínio da frequência.
- $\mathbf{h}_{k}^{j}(t)$ Vetor de canais entre uma AP de I antenas e uma UE, no domínio de tempo.
- $\mathbf{H}_{k}^{j}(f)$ Vetor de canais entre uma AP de *I* antenas e uma UE, no domínio da frequência.
- N_f Número de frequências de portadora numa modulação OFDM.
- *n* Índice de frequências de portadora.
- m Índice de tempo de um sinal transmitido.
- Δf Largura de banda de um sinal monocromático.
- f_c Frequência de portadora central num sistema OFDM.
- f_n Frequência da *n*-ésima de portadora num sistema OFDM.
- f_s Frequência de amostragem, em Hertz.
- T_s Período de amostragem, em segundos.
- **f** Vetor de N_f frequências de portadora de um sistema OFDM.
- $\mathbf{t}[m]$ Vetor de N_f períodos $m \cdot T_s$.
- $h_k^{j,i}[m]$ Versão amostrada de um canal $(h_i)_k^j(t)$ no domínio do tempo (CIR).
- $H_k^{j,i}[n]$ Versão amostrada de um canal $(H_i)_k^j(f)$ no domínio do frequência.
- \mathbf{H}_{k}^{j} Vetor com N_{f} canais $H_{k}^{j}[n]$ de cada portadora num sistema OFDM (CIR).

$\mathbf{v}(\phi)$	Array vector em função do ângulo azimutal ϕ .
p_{total}	Potência total do sinal transmitido.
p_n	Potência atribuída a uma portadora \boldsymbol{n} num sistema OFDM.
$p_{total(dBm)}$	Potência total do sinal transmitido expresso em dBm.
s_n	Sinal piloto associado a uma portadora n .
\mathbf{S}_k	Matriz diagonal com N_f sinais pilotos s_n em sua diagonal principal.
\mathbf{V}_k^j	Vetor com N_f mensagens associadas ao vetor de canal \mathbf{H}_k^j .
w_n	Ruído branco associado a portadora \boldsymbol{n} num sistema OFDM.
W	Vetor com N_f ruídos $F\{w_n\}$ no domínio da frequência associados ao canal $H_k^j[n]$.
$\mathbf{ ilde{H}}_k^j$	Vetor $\tilde{\mathbf{H}}_k^j$ com efeitos de ruído no domínio da frequência.
$ ilde{\mathbf{h}}_k^j$	Vetor $\tilde{\mathbf{h}}_k^j$ com efeitos de ruído no domínio temporal.
$(au_{est})_k^j$	Tempo de atraso de propagação de uma mensagem de UE para uma AP, em segundos.
\tilde{r}_k^j	Distância estimada de UE k para um AP J , em metros.
(x_j, y_j)	Coordenada cartesiana da AP j .
(x_p, y_p)	Coordenada cartesiana estimada de um determinado UE.
d_j	Distância euclidiana estimada de um determinado UE de uma AP $j.$
Δ_D	Diferença absoluta da distância real e a distância estimada entre uma AP e um UE.
$\Delta_{\mathbf{x}}$	Norma da diferença da posição real e a posição estimada de um UE.

Sumário

1	INTRODUÇÃO 18
1.1	Breve Motivação
1.2	Revisão Bibliográfica
1.3	Objetivos
1.3.1	Geral
1.3.2	Específicos
2	PROBLEMÁTICA
2.1	Descrição da Problemática 21
2.1.1	Escopo e Delimitações
2.1.2	Cenário
2.2	Fundamentação Teórica
2.2.1	<i>Massive</i> MIMO
2.2.2	<i>Cell-free</i> MIMO
2.2.3	Beamforming
2.2.4	Antenas
2.2.5	Modelo de Canal
2.2.6	Multicaminhos
3	TÉCNICAS PARA ESTIMAR POSIÇÃO
3 3.1	TÉCNICAS PARA ESTIMAR POSIÇÃO
3 3.1 3.1.1	TÉCNICAS PARA ESTIMAR POSIÇÃO33Arquitetura do Sistema33Sinal piloto34
3 3.1 3.1.1 3.1.2	TÉCNICAS PARA ESTIMAR POSIÇÃO 33 Arquitetura do Sistema 33 Sinal piloto 34 Multiplexação 34
3 3.1 3.1.1 3.1.2 3.1.3	TÉCNICAS PARA ESTIMAR POSIÇÃO33Arquitetura do Sistema33Sinal piloto34Multiplexação34DOA e Filtragem Espacial36
3 3.1 3.1.1 3.1.2 3.1.3 3.1.4	TÉCNICAS PARA ESTIMAR POSIÇÃO33Arquitetura do Sistema33Sinal piloto34Multiplexação34DOA e Filtragem Espacial36Estimação da distância37
3 3.1 3.1.1 3.1.2 3.1.3 3.1.4 3.1.5	TÉCNICAS PARA ESTIMAR POSIÇÃO33Arquitetura do Sistema33Sinal piloto34Multiplexação34DOA e Filtragem Espacial36Estimação da distância37Cálculo de coordenadas38
3 3.1 3.1.1 3.1.2 3.1.3 3.1.4 3.1.5 3.2	TÉCNICAS PARA ESTIMAR POSIÇÃO33Arquitetura do Sistema33Sinal piloto34Multiplexação34DOA e Filtragem Espacial36Estimação da distância37Cálculo de coordenadas38Protocolo Experimental40
3 3.1 3.1.1 3.1.2 3.1.3 3.1.4 3.1.5 3.2 3.2.1	TÉCNICAS PARA ESTIMAR POSIÇÃO33Arquitetura do Sistema33Sinal piloto34Multiplexação34DOA e Filtragem Espacial36Estimação da distância37Cálculo de coordenadas38Protocolo Experimental40Cenário e canal40
3 3.1 3.1.1 3.1.2 3.1.3 3.1.4 3.1.5 3.2 3.2.1 3.3	TÉCNICAS PARA ESTIMAR POSIÇÃO33Arquitetura do Sistema33Sinal piloto34Multiplexação34DOA e Filtragem Espacial36Estimação da distância37Cálculo de coordenadas38Protocolo Experimental40Cenário e canal40Integração a simulação41
3 3.1 3.1.1 3.1.2 3.1.3 3.1.4 3.1.5 3.2 3.2.1 3.3 3.3.1	TÉCNICAS PARA ESTIMAR POSIÇÃO33Arquitetura do Sistema33Sinal piloto34Multiplexação34DOA e Filtragem Espacial36Estimação da distância37Cálculo de coordenadas38Protocolo Experimental40Cenário e canal40Integração a simulação41Amostragem e Modelagem da CIR42
3 3.1 3.1.1 3.1.2 3.1.3 3.1.4 3.1.5 3.2 3.2.1 3.3 3.3.1 3.3.2	TÉCNICAS PARA ESTIMAR POSIÇÃO33Arquitetura do Sistema33Sinal piloto34Multiplexação34DOA e Filtragem Espacial36Estimação da distância37Cálculo de coordenadas38Protocolo Experimental40Cenário e canal40Integração a simulação41Amostragem e Modelagem da CIR42Sinal piloto e canais de frequência de portadora42
3 3.1 3.1.1 3.1.2 3.1.3 3.1.4 3.1.5 3.2 3.2.1 3.3 3.3.1 3.3.2 3.3.3	TÉCNICAS PARA ESTIMAR POSIÇÃO33Arquitetura do Sistema33Sinal piloto34Multiplexação34DOA e Filtragem Espacial36Estimação da distância37Cálculo de coordenadas38Protocolo Experimental40Cenário e canal40Integração a simulação41Amostragem e Modelagem da CIR42Sinal piloto e canais de frequência de portadora43
3 3.1 3.1.1 3.1.2 3.1.3 3.1.4 3.1.5 3.2 3.2.1 3.3 3.3.1 3.3.2 3.3.3 3.3.4	TÉCNICAS PARA ESTIMAR POSIÇÃO33Arquitetura do Sistema33Sinal piloto34Multiplexação34DOA e Filtragem Espacial36Estimação da distância37Cálculo de coordenadas38Protocolo Experimental40Cenário e canal40Integração a simulação41Amostragem e Modelagem da CIR42Sinal piloto e canais de frequência de portadora42Filtragem espacial43Time of arrival44
 3 3.1 3.1 3.1 3.1 3.1 3.1 3.1 3.2 3.3 3.4 <li< td=""><td>TÉCNICAS PARA ESTIMAR POSIÇÃO33Arquitetura do Sistema33Sinal piloto34Multiplexação34DOA e Filtragem Espacial36Estimação da distância37Cálculo de coordenadas38Protocolo Experimental40Cenário e canal40Integração a simulação41Amostragem e Modelagem da CIR42Sinal piloto e canais de frequência de portadora43Time of arrival44Trilateração45</td></li<>	TÉCNICAS PARA ESTIMAR POSIÇÃO33Arquitetura do Sistema33Sinal piloto34Multiplexação34DOA e Filtragem Espacial36Estimação da distância37Cálculo de coordenadas38Protocolo Experimental40Cenário e canal40Integração a simulação41Amostragem e Modelagem da CIR42Sinal piloto e canais de frequência de portadora43Time of arrival44Trilateração45
3 3.1 3.1.1 3.1.2 3.1.3 3.1.4 3.1.5 3.2 3.2.1 3.3 3.3.1 3.3.2 3.3.1 3.3.2 3.3.3 3.3.4 3.3.5 3.3.5.1	TÉCNICAS PARA ESTIMAR POSIÇÃO33Arquitetura do Sistema33Sinal piloto34Multiplexação34DOA e Filtragem Espacial36Estimação da distância37Cálculo de coordenadas38Protocolo Experimental40Cenário e canal40Integração a simulação41Amostragem e Modelagem da CIR42Sinal piloto e canais de frequência de portadora42Filtragem espacial43Time of arrival44Trilateração45Método das diferenças46

4	EXPERIMENTOS
4.1	Dificuldades encontradas
4.1.1	Baixa resolução de tempo 50
4.1.2	Contaminação por ruídos
4.1.3	Fraqueza do feixe LOS
4.2	Protocolo de Experimentos
4.3	Desempenho quanto à frequência de portadora central
4.4	Desempenho quanto a curvas pela potência
4.5	Desempenho quanto à potência
4.6	Desempenho quanto ao número de canais de frequência 56
5	CONCLUSÕES
5.1	Considerações sobre os resultados obtidos
5.2	Resumo das Conclusões
5.3	Direcionamentos para trabalhos posteriores

REFERÊNCIAS			•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		•	•	•	•	•	•	•	•		•	•	•	•	•	6	5
-------------	--	--	---	--	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	--	---	---	---	---	---	---	---	---	--	---	---	---	---	---	---	---

APÊNDICES 69

	APÊNDICE A – DEFINIÇÃO DE ALGUMAS FUNÇÕES 70
A.1	Potência em dBm
A.1 A.2	Distribuições de probabilidade
	APÊNDICE B – CRONOGRAMA

1 Introdução

1.1 Breve Motivação

Com a demanda crescente de sistemas autônomos, faz-se necessário o desenvolvimento e aperfeiçoamento de sistemas de localização apurados. Dadas as imprecisões de sistemas de posicionamento global, como o GPS, que não possuem acurácia satisfatória para as especificações requisitadas em ambientes de escala "*indoor*"(CUI et al., 2020), sistemas de posicionamento baseados em coordenadas espaciais locais, os chamados *Local Positioning System* (LPS), são interessantes para domicílios específicos, onde são bastante pesquisados e empregados nas faixas de radiofrequência (RF) (RODRIGUES; VIEIRA; CAMPOS, 2012).

Seja em contextos militares ou no contexto fabril para auxiliar operários e robôs, ou em comércios ajudando logistas ou consumidores a achar locais de interesse (CUI et al., 2020) ou mesmo fazendo o uso de autômatos para tal (KEENON, 2020). Na Universidade de Brasília (UnB) já foram desenvolvidos trabalhos sobre localização (SOUDRÉ, 2014)(NERY, 2018)(SILVA, 2017)(MARINHO, 2020) utilizando técnicas diferentes, geralmente aferindo através do Indicador de Potência de Sinal Recebido (*Received Signal Strength Indication*, RSSI).

1.2 Revisão Bibliográfica

É focado em sistemas LPS baseados em RF, pois estes têm vantagens de menor complexidade (do que ultrassom, e.g.), flexibilidade, e menos limitações (do que infravermelho, e.g.) (RECK, 2016). Eles podem ser classificados em sistemas de alvo ativo e de alvo passivo, sua classificação é ilustrada na Figura 1.

No caso ativo, o "alvo" em questão emite um sinal cooperativo que contribui ativamente para sua localização. Já no caso passivo, há um sinal emitido pelo "alvo", porém este não contribui para a localização. Existem métodos ativos para obter a localização por meio da propagação de sinais sem fio do transmissor até o receptor, que são:

- Time of Arrival (ToA): que obtém o tempo de propagação para calcular a distância;
- *Time Difference of Arrival* (TDoA): que obtém a diferença de tempo de propagação em dois receptores para calcular a distância;
- RSSI: que obtém a intensidade do sinal chegando ao receptor para calcular a distância;



Figura 1 – Quadro resumo de um sistema de localização *indoor* baseado em RF e suas respectivas técnicas.

 Direction-of-arrival (DOA): que obtém a direção da propagação do transmissor até o receptor.

Com esses valores de distância ou direção, a posição é calculada com pelo menos três valores medidos a partir de cada localizador (exceto para o TDoA, que requer pelo menos quatro distâncias) utilizando a **triangulação**, na qual as propriedades dos triângulos são utilizadas para esse cálculo. No caso de uso de distâncias (ToA, TDoA e RSSI), a técnica de triangulação é chamada de **trilateração** (ZEKAVAT; BUEHRER, 2019; VIEIRA, 2016).

Um método passivo bem conhecido é a chamada Análise de Cenário (*Fingerprinting*), em que o cenário do ambiente em questão é dividido em pontos, em que a localização de cada ponto é conhecida, exemplificada na Figura 2. Para medições geralmente é utilizada, também, a RSSI (porém sem a estimação da distância) e o método ocorre em duas fases (TREVISAN, 2008) (VIEIRA, 2016):

- Offline (ou de treinamento): os valores de RSSI de determinados dispositivos (fixos) para cada ponto do cenário são medidos e gravados em banco de dados;
- Online: o dispositivo a ser localizado mede a RSSI dos determinados dispositivos fixos e através de métodos comparativos atribui sua localização ao ponto com maior semelhança a esses valores de RSSI do banco.

A análise de cena tem a vantagem de não requerer processamento para cálculo de distâncias e triangulação, porém sua fase *offline* é mais trabalhosa para o operador (VIEIRA, 2016) e necessita de maior memória no dispositivo de medição para armazenamento do banco de dados, o que pode ser bastante oneroso num cenário com muitos pontos.



Figura 2 – Ilustração de um sistema de análise de cenário. Os pontos de localização são quadrados (endereçados por números) no qual o dispositivo localizado (no caso ele está situado do ponto '3') detecta a intensidade dos sinais dos emissores $\{A, B, C, D\}$.

Fonte: (TREVISAN, 2008).

1.3 Objetivos

1.3.1 Geral

O presente trabalho propõe projetar um sistema básico de localização de nível de sinais para sistemas *Cell-Free* MIMO, utilizando a técnica *Time of Arival* para medir a distância entre **equipamento de usuário** e **pontos de acesso**.

1.3.2 Específicos

- Implementar um algoritmo de estimação de distância baseado em Orthogonal Frequency Division Multiplexing Access e Time of Arival.
- Desenvolver algoritmos de trilateração para calcular as distâncias.
- Projetar algoritmos de processamento de arranjo para formatar o feixe de sinal das antenas dos pontos de acesso.
- Propor um cenário de testes para as técnicas de desenvolvidas.
- Adotar um modelo de canal estruturado, levando em consideração os efeitos de desvanecimento e multipercurso.

2 Problemática

2.1 Descrição da Problemática

No contexto das comunicações móveis, os dispositivos a serem localizados são denominados como **equipamentos de usuário** (*user equipments*, UEs), enquanto os responsáveis pela localização e recepção de sinais são os **pontos de acesso** (*access points*, APs), ou chamados estações de base (*Base stations*, BSs) em contextos além do *indoor*. Essas conexões são gerenciadas por uma Unidade de Processamento Central (*Central Processing Unit*, CPU) ou unidades de processamento mais distribuídas (subconjuntos de BSs), tanto na recepção quanto envio dos dados (BJÖRNSON; SANGUINETTI, 2019a). A Figura 3 ilustra esses elementos.



Figura 3 – Ilustração de um cenário de comunicações móveis, onde há os equipamentos de usuário (UEs) e as estações de base (BSs) também chamadas de pontos de acesso (APs).

Fonte: (BJÖRNSON; HOYDIS; SANGUINETTI, 2017).

É proposto o projeto de um sistema de comunicações de digitais básico próprio para *Massive* MIMO (subseção 2.2.1), o qual faz o proveito de arranjos com várias antenas por base para aumento de ganho na transmissão ou recepção, na infraestrutura *Cell-free*, a qual a BS seleciona UE(s) para estabelecer conexões de formas inteligentes, ao invés da mera separação por distâncias fixas, melhorando o desempenho quanto a interferência entre dispositivos (BJÖRNSON; SANGUINETTI, 2019a). Também já foi desenvolvido um trabalho que tange o assunto semelhante na UnB (MARINHO, 2018).

Nesse trabalho, é pressuposta uma conexão pela estrutura *Cell-free* já estabelecida entre AP(s) e UE(s), onde foi feita a modelagem computacional do canal para testes de determinados parâmetros técnicos, podendo assim previamente verificar-se a viabilidade de técnicas e parâmetros a se optar. As informações são distribuídas a seus devidos destinatários via Multiplexação por Divisão de Frequências (OFDM, ver na subseção 3.1.2) e submetidas a codificação para *beamforming* (subseção 2.2.3) para ganho de desempenho. Também, a partir desse trabalho, foram testadas técnicas de posicionamento, a partir dos sinais processados e discriminados seus resultados. Foi lançado mão de técnicas de obtenção ToA para mensuração da distância do dispositivo localizado, e de trilateração de distâncias para obtenção das coordenadas espaciais deste.

Um sistema de posicionamento é afetado pelo ambiente ao redor, portanto é de interesse a simulação do comportamento deste sob as condições de modelos de canal visando uma futura implementação em *hardware*. Ademais, o número de variáveis de especificação tornam importante uso de ferramentas estatísticas para tal. O fluxo de trabalho desta monografia pode ser dividido em três partes para melhor intendimento disposição dos conteúdos e as mesmas são descritas em síntese na Figura 4.



Figura 4 – Estrutura geral resumida do fluxo de trabalho descrito nesta monografia

2.1.1 Escopo e Delimitações

Um sistema de posicionamento, mesmo em ambientes *indoor*, apresenta muitos elementos e variáveis a serem considerados em sua concepção, o que pode torná-lo volumoso e complexo demais para o escopo deste trabalho. Portanto, é necessário estabelecer limitações para garantir sua viabilidade dentro do prazo e para controlar a metodologia da pesquisa.

Dentro das delimitações, as ferramentas foram desenvolvidas pressupondo um único UE, pois múltiplos UEs geram efeitos de interferência mútua os quais necessitam de técnicas adicionais para sua minimização. O UE também é estático (UE em movimento pode requerer técnicas adicionais fora do escopo), no ambiente dentro da região de alcance, e considerações sobre ele na simulação encontram-se na seção 4.2. Também é necessário ressaltar que a posição dos APs já é conhecida. Além disso, assume-se uma conexão pré-estabelecida pela estrutura *Cell-free* entre AP(s) e UE(s), na qual já foram escolhidos os dispositivos que se comunicarão durante as etapas de intercâmbio de informações. Os subsistemas de modulação/envio de mensagens e demodulação/recepção do sistema de comunicação devem estar prontos e capacitados para a multiplexação de dados (descrita na subseção 3.1.2).

Também ressalta-se que é necessário a perfeita sincronia de *clock* entre todos os APs envolvidos no sistema. A parte de hardware para o processamento dos dados para as antenas também está fora do escopo. Em resumo, será focado na parte que trata do processamento dos sinais já adequadamente adquiridos para aferição da localização.

2.1.2 Cenário

A infraestrutura pensada deve estar situada num pavimento específico da edificação, tal que para outro andar deverá ser providenciada outra infraestrutura específica para ele, ou seja, para cada pavimento funcionará um aparato próprio para localização de dispositivos dentro deste.

O esquema funcionará de forma que as antenas dos APs estejam nas paredes do recinto em questão cercando os usuários. Uma forma para implementar esse funcionamento é através das *radio stripes*, que serão descritas na subseção 2.2.4. Mas em resumo, são arranjos de antenas impressas em uma fita em que na mesma os APs são conectados sequencialmente sem necessidade de cabos adicionais (ERICSSON'S..., 2019). Esse tipo de tecnologia possibilita a fácil implementação de vários APs no recinto a custo de menor complexidade e materiais.

O cenário de teste inicial imaginado é um corredor do edifício UED na Faculdade do Gama (FGA), o qual deverá ter duas paredes paralelas suas com as *radio stripes* dispostas horizontalmente, compreendendo todo o perímetro do recinto, excetuando-se pelas outras 2 paredes perpendiculares a elas, como mostrado na Figura 5.

Descrito a natureza do cenário, seguem as definições dos elementos inerentes a ele. Considere J APs distribuídos em uma área A de forma retangular e equidistantes com altura $z_{(BS)}$. Há K UEs que são posicionados de forma aleatória com altura fixa $z_{(UE)}$.

Sejam os índices de bases $j = 0, 1, \dots, J - 1$ e os índices de usuários $k = 0, 1, \dots, K - 1$, os vetores posição do AP e do UE são respectivamente

$$\mathbf{r}_{(\mathrm{AP})j} = \begin{bmatrix} x_{(\mathrm{AP})j} & y_{(\mathrm{AP})j} & z_{(\mathrm{AP})} \end{bmatrix}^{\mathsf{T}}$$

е

$$\mathbf{r}_{(\mathrm{UE})k} = \begin{bmatrix} x_{(\mathrm{UE})k} & y_{(\mathrm{UE})k} & z_{(\mathrm{UE})} \end{bmatrix}^{\mathsf{T}}$$

onde a notação \mathbf{r}^{\intercal} significa a transposta do vetor \mathbf{r} . Cada um dos APs possui um arranjo de I antenas.



Figura 5 – Cenário pensado para uma implementação inicial do sistema, em algum pavimento do prédio UED na FGA. As duas fitas (representadas por linhas vermelhas e os APs são triângulos) ficariam numa disposição paralela nas paredes das dependências de acesso comum dos corredores.

2.2 Fundamentação Teórica

Serão descritas alguns conceitos necessários para o entendimento posterior do sistema.

2.2.1 Massive MIMO

O sistema massive multiple-input multiple-output (mMIMO) é uma rede de BSs dispostas em células (divisões) fixas, com um grande (massivo) número de antenas em arranjo (antenna arrays), que servem a múltiplos UEs usando protocolo frequency-division duplex (FDD) ou time-division duplex (TDD) (BJÖRNSON; HOYDIS; SANGUINETTI, 2017). No contexto desse trabalho, as entradas representam as antenas de cada UE (ge-ralmente uma para cada dispositivo) e as saídas são os elementos de arranjos de um AP. É ilustrado na Figura 6.

A parte chave aqui é o fato de, em vez de meramente aumentar-se a potência do sinal transmitido para aumentar a energia transferida entre receptor e transmissor, a BS disponha de múltiplas antenas de transmissão. Essa característica provê ganhos de diretividade do arranjo de antenas a partir da onda eletromagnética (EM) irradiada, apenas dividindo entre estas a potência total alocada ao transmissor. Essa técnica foi inicialmente desenvolvida para mitigação de efeitos de **desvanecimento** (*fading*) da radiação EM em seu percurso na transmissão (BJÖRNSON; HOYDIS; SANGUINETTI, 2017).

Logo, devido ao seu caráter massivo, em uma BS tem-se um número I >> 1 de antenas no arranjo do transmissor na célula (BJÖRNSON; HOYDIS; SANGUINETTI, 2017), tendendo a melhores ganhos de Eficiência Espectral (*Spectral Efficiency*, SE) com aumento desse valor (MARZETTA, 2010).



Figura 6 – Num sistema MIMO, vários UEs de antenas única são servidos por uma BS de várias antenas.

Fonte: (ALBREEM; JUNTTI; SHAHABUDDIN, 2019).

2.2.2 Cell-free MIMO

Já a denominada *Cell-free* mMIMO é um tipo de infraestrutura onde não há mais a separação por células para alocação dos sinais. Nesta, há uma unidade de processamento - centralizado ou várias distribuídas localmente para um subgrupo menor de BSs - que faz a multiplexação dos dados, tanto de *downlink* (sinal da BS para o UE) como de *uplink* (sinal do UE para a BS) (BJÖRNSON; SANGUINETTI, 2019a). A Figura 7 ilustra uma visão macro de cada tipo de infraestrutura.

Para a topologia celular convencional são conhecidas características como boas condições de canal e supressão de interferência no centro da célula, porém piores em suas arestas. Já no *Cell-free* mMIMO o desempenho da supressão de interferência depende da forma de processamento da infraestrutura, podendo acarretar em uma maior SE (BJÖRNSON; SANGUINETTI, 2019a).

São empregadas técnicas tanto para seleção de UEs a serem servidos pela BS, quanto para alocação de processamento dos dados para uma CPU ou unidades de processamento distribuído. Já existem estudos sobre implementações do *Cell-free* mMIMO utilizando técnicas de Aprendizado Profundo (DL) de Redes Neurais, como em (RAJA-PAKSHA et al., 2021) e (ZHAO; NIEMEGEERS; GROOT, 2020).



Figura 7 – A grande característica da infra-estrutura *cell-free* é a extinção de células separando as BSs, utilizando critérios inteligentes para escolha de UEs. Topologias **celular** à esquerda e *cell-free* com processamento central à direita.

Fonte: (BJÖRNSON; SANGUINETTI, 2019a)

2.2.3 Beamforming

Para aprimoramentos de ganho, diretividade, diminuição de lóbulos laterais e direcionamento de padrões de feixe é interessante o uso de arranjos (*arrays* ou conjuntos) de antenas (VOLAKIS, 2007). Com arranjo de antenas (I > 1) no transmissor pode-se lançar mão de esquemas de formatação do feixe (ou *beamforming*), que consiste num processo de tratamento em que a onda EM emitida pelo arranjo, ao invés de seu padrão de radiação se formar com propagação mais próxima ao formato esférico como naturalmente esperado, fique assemelhada a feixes (ilustrado na Figura 8). Quando os feixes têm a direção fixa, é chamado de *beamforming* convencional, e quando há processamento para mudar a direção de propagação é chamado *beamforming* adaptativo (ZEKAVAT; BUEHRER, 2019). Essa característica confere melhor desempenho de ganho do sinal e minimiza interferências de outros sinais da rede, conferindo aumento na relação sinal-ruído (signal-to-noise ratio, SNR) (BALANIS, 2005) no sistema e é um dos grandes diferenciais na comunicação 5G (INTERDONATO et al., 2019).

Para isso é necessário um pré-processamento do sinal a ser transmitido em *uplink* ou mesmo recebido do *downlink*, esta etapa é chamada de pré-codificação (*precoding*). Esse tipo de processamento pode ser feito de forma *centralizada* numa Unidade de Processamento Central (CPU), em que se utiliza os dados/informação de todos os APs da infraestrutura, ou distribuída (local). Caso seja centralizado, o processamento considera todos os dados de todos os aparelhos conectados (todos os APs do sistema). Isso maximiza a eficiência na propagação do sinal e confere ganhos maiores na capacidade do canal, pois a formação do feixe leva em consideração o máximo de informação disponível para sua otimização, porém fica sob pena de exigir um grande poder computacional, o que pode ser inviável para sistemas que servem a várias APs e UEs, em que há um massivo número



Figura 8 – Formato da propagação de uma onda EM em um arranjo unitário (convencional) versus arranjo de múltiplos elementos (*beamforming*).

Fonte: (WHAT..., 2019).

de dados envolvidos (BJÖRNSON; SANGUINETTI, 2019b).

No caso desse trabalho distribuído localmente, ele é feito por grupos menores de APs, onde utiliza-se menos dados, naturalmente, o que o torna mais viável para sistemas com muitas APs. Sua desvantagem é menor ganho na capacidade de canal, onde seu aumento máximo teórico fica limitado ao número de BSs conectadas localmente (BJÖRN-SON; SANGUINETTI, 2019b).

Além do aumento de antenas gerar ganhos de diretividade de onda EM sem necessidade de aumentar a potência de emissão. Num arranjo linear (antenas enfileiradas em linha) o número de antenas no arranjo é proporcional à diretividade máxima D (BALA-NIS, 2005):

$$D = I \cdot D_0, \tag{2.1}$$

em que D_0 é a diretividade máxima de uma antena individual.

2.2.4 Antenas

Os arranjos de antenas do sistema estarão dispostas em *radio stripes*. Estas são fitas flexíveis compostas pelas antenas impressas junto com sua circuitaria e algum hardware necessário para processamento dos sinais e podem ser instaladas tanto em ambientes *indoor* como "*outdoor*"(WHAT..., 2022). Cada AP é conectado em série de forma que a fita circunda vários trechos do domicílio e os dados circulam serialmente. A empresa Ericsson promete que a partir desse tipo de tecnologia, será alcançada uma verdadeira conectividade onipresente (RADIO..., 2019). A Figura 9 mostra um exemplar.

Como a tecnologia mMIMO é desenvolvida para trabalhar nas faixas de RF e microondas (15cm $\leq \lambda \leq 5$ mm) os arranjos de antenas inteiros cabem numa fita, o que permite arranjos bastantes compactos nos ambientes. Em seu hardware embarcado estão as Unidades de Processamento de Antena (Antenna Processing Units, APUs), que processam os dados transmitidos e recebidos pelas antenas. Elas possuem pinos de alimentação e clock e são compostas por Digital Signal Processors (DSPs), conversores anológico-digitais



Figura 9 – Um exemplar *radio stripe*. Fonte: (ERICSSON'S..., 2019)

e digital-analógicos, amplificadores, filtros, entre outros (WHAT..., 2022), na Figura 10 isso é ilustrado.



Figura 10 – Arquitetura de uma *radio stripe*. Fonte: (INTERDONATO et al., 2019)

Vantagens

- São leves, flexíveis e fáceis de instalar em lugares como postes, paredes, pilares, cabos e etc.
- Foram desenhadas visando escalabilidade com baixo custo (muitos arranjos por fita).
- Devido seu caráter de poder cercar o recinto e conectividade baseada em mMIMO, se houver uma cobertura suficientemente grande de APs, suas antenas, apesar de serem unidirecionais, comportam-se como omnidirecionais (WHAT..., 2022), no caso de um *beamforming* adaptativo, uma vez que o sinal vem de várias direções.

Contras

- É requerido um aparato de comunicações móveis específico para uso.
- A sincronia de *clock* entre todas antenas é essencial para o funcionamento. É requisito fundamental a correta sincronização de símbolos entre as APUs.
- Frequências mais altas sofrem bastante com desvanecimento em curtas distâncias ou obstáculos.

2.2.5 Modelo de Canal

A descrição do modelo de canal é de grande importância para o entendimento de resultados de medição, emprego de técnicas de posicionamento e simulação do sistema (seção 3.3) a fim de medir seu desempenho uma vez que parâmetros como o ruído, interferência entre dispositivos e multipercursos influenciam fatalmente no seu funcionamento. Logo será feito uma apresentação de um modelo simplificado para o posterior entendimento das técnicas que serão apresentadas na seção 3.3.

Analisando pelo regime temporal na variável $t \in \mathbb{R}$ um sinal piloto (elucidado na subseção 3.1.1) ou de dados s(t) qualquer a ser transmitido num modelo de sistema linear e invariante no tempo com **ruído aditivo** w(t) (BJÖRNSON; HOYDIS; SANGUINETTI, 2017), a mensagem v(t) recebida por algum equipamento é dada por:

$$v(t) = s(t) * h(t) + w(t).$$
(2.2)

Onde s(t) * h(t) representa a operação de convolução entre o sinal s(t) e o canal h(t), ambos no tempo.

Seja $c = 3 \times 10^8 \,\mathrm{m \, s^{-1}}$ a velocidade da luz¹ e f_n a frequência de portadora em que o sinal é transmitido, seu comprimento de onda é dado por

$$\lambda = \frac{c}{f_n}.\tag{2.3}$$

Quando conectados a BS k e o UE j, o sinal percorre uma distância²

$$r_k^j = \|\mathbf{r}_{(\mathrm{UE})k} - \mathbf{r}_{(\mathrm{AP})j}\| \tag{2.4}$$

dada em metros. Ele se propaga através de uma onda EM, em que seus parâmetros de razão de potências para o sinal recebido e transmitido $\left(\frac{P_r}{P_t}\right)_{k,j}$ são descritos pela Equação de Transmissão de Friss

$$\left(\frac{P_r}{P_t}\right)_{k,j} = \left(\frac{\lambda}{4\pi r_k^j}\right)^2 \cdot G_r G_t, \qquad (2.5)$$

 $^{^1~}$ A velocidade da luz utilizada, por conveniência, é no vácuo.

² Frisando que a distância entre antenas é desprezível em relação a de BS e UE.

em que G_r e G_t são os ganhos do receptor e transmissor. Cabe ressaltar que o conceito de dispositivo transmissor e receptor depende do início da partida do sinal com o de sua chegada.

A equação 2.5 mostra que a onda irradiada sofre efeitos de **perda de caminho** (ou *pathloss*), em que amplitude do sinal é atenuada (desvanecimento) durante o percusso numa proporção inversa da distância percorrida, o qual é o fator

$$L = \left(\frac{\lambda}{4\pi r_k^j}\right)^2. \tag{2.6}$$

Na recepção, o ganho do canal para uma BS j e um UE k é dado por $\beta_k^j = \sqrt{(P_r)_{k,j}}$. A Figura 11 ilustra as atribuições de ganho para cada elemento do cenário. Quando há ganhos unitários, o ganho de canal é dado por:

$$\beta_k^j = \sqrt{L(P_t)_{k,j}} = \sqrt{(P_t)_{k,j}} \left(\frac{\lambda}{4\pi r_k^j}\right).$$
(2.7)



Figura 11 – Interação entre BSs (e.g. torres telefônicas) e UEs (e.g. telefones celulares) e seus ganhos β_k^j associados.

Fonte: (BJÖRNSON; HOYDIS; SANGUINETTI, 2017)

O percusso do sinal, que percorre através da Linha de Visada (*Line-of-Sight*, LOS) até o AP, transmitido através do canal confere uma defasagem θ_i no sinal além do atraso (*delay*) τ_i (em segundos) esperado, estes associados a cada antena i = 0, 1, ..., I - 1. Com isso pode-se definir o modelo de Resposta ao Impulso de Canal (*Channel Impulse Response*, CIR) pela expressão

$$(h_i)_k^j(t) = \beta_k^j e^{j\theta_i} \delta(t - \tau_i).$$

$$(2.8)$$

ao canal para cada antena *i* numa BS *j* conectada a um UE *k*. Em que θ_i é uma distribuição uniforme $\in [-\pi, \pi] \subset \mathbb{R}$. Para deixar a notação mais limpa os índices *j* e *k* foram omitidos de θ_i e τ_i .

O conjunto de canais entre uma BS de I antenas e uma UE de única antena é

$$\mathbf{h}_{k}^{j}(t) = \begin{bmatrix} (h_{0})_{k}^{j}(t) & (h_{1})_{k}^{j}(t) & \cdots & (h_{I-1})_{k}^{j}(t) \end{bmatrix}^{\mathsf{T}}.$$
(2.9)

A Figura 12 ilustra a resposta ao do canal na perspectiva de cada BS depois de removidos seus efeitos de fase. Pode-se perceber um impulso no instante do atraso com amplitude decrescente devido efeito de desvanecimento descrito no início da seção. Também há uma pequena distorção na CIR devida ao ruído.



Figura 12 – Módulo da resposta ao impulso do canal na recepção dos sinais pilotos em cada AP (três ao total no exemplo) em função do tempo, em segundos. Com (direita) e sem (esquerda) a presença de ruído nas respostas.

Também é importante este ser analisado no domínio da frequência. Aqui sua versão em frequência pode ser obtida aplicando-o a Transformada de Fourier:

$$(H_i)_k^j(f) = \mathcal{F}\{(h_i)_k^j(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} (h_i)_k^j(t) e^{-j2\pi f t} dt, \qquad (2.10)$$

em que $f \in \mathbb{R}$ é a frequência, dada em Hertz. Logo sua expressão fica

$$(H_i)_k^j(f) = \beta_k^j e^{j\theta_i} e^{-j2\pi f\tau_i}$$
(2.11)

tal que o conjunto

$$\mathbf{H}_{k}^{j}(f) = \mathcal{F}\{\mathbf{h}_{k}^{j}(t)\}$$
(2.12)

é a transformada de Fourier do vetor de canais $\mathbf{h}_{k}^{j}(t)$.

Ressalta-se que a informação no domínio do tempo pode ser recuperada pela Transformada inversa de Fourier:

$$(h_i)_k^j(t) = \mathcal{F}^{-1}\{(H_i)_k^j(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} (H_i)_k^j(f) e^{+j2\pi f t} df.$$
(2.13)

2.2.6 Multicaminhos

O modelo de canal descrito inicialmente carece de elementos importantes para um cenário mais realista. Um parâmetro importante a ser considerado são os multicaminhos (também chamado de multipercursos ou *multipath*) de feixe, em que este pode chegar ao transmissor de vários caminhos distintos Fora da Linha de Visada (*Non-Line-of-Sight*, NLOS), devido a reflexões no ambiente. Esses quais interferem criticamente no desempenho do sistema, diminuindo a acurácia da estimação (ZEKAVAT; BUEHRER, 2019) necessitando de processamento adicional para lidar com essa problemática. A Figura 13 ilustra o fenômeno.



Figura 13 – Ilustração de multicaminhos que um sinal transmitido original (vermelho) pode percorrer, refletido (lilás) por obstáculos no ambiente, e gerar leituras indesejadas de suas cópias.

Fonte: (KUMAR; RAO; KUMAR, 2013).

A equação 2.11 pode ser reformulada considerando os multicaminhos como:

$$(h_i)_k^j(t) = \sum_{\mu=1}^M (\beta_\mu)_k^j e^{j\theta_{i,\mu}} \delta(t - \tau_{i,\mu}), \qquad (2.14)$$

onde M é o número máximo de caminhos. Cada percurso do feixe tem a sua amplitude $(\beta_{\mu})_{k}^{j}$, defasagem de canal $\theta_{i,\mu}$ e atraso $\tau_{i,\mu}$, necessitando de tratamento adicional para aferição do atraso adequado. É ilustrado na Figura 14 esse efeito na resposta de canal, em que o feixe em LOS, por percorrer o menor caminho, representa o impulso de menor tempo (o primeiro) na resposta ao impulso. Os feixes NLOS são representados pelos impulsos posteriores.



Figura 14 – Módulo da resposta ao impulso de canal com efeito de multicaminhos na recepção do sinal piloto num AP em função do tempo, em segundos. Depois do primeiro impulso (LOS) há a presença de outros impulsos (NLOS), não há presença de ruídos.

3 Técnicas para estimar posição

Nesse capítulo são descritos os módulos e ferramentas para a elaboração e descrição do sistema. Pretende-se utilizá-las para implementação do sistema de posicionamento. O funcionamento do sistema pode ser resumido com o UE enviando um sinal piloto para os APs os quais processam-o para obter o seu ToA. Em seguida eles enviam as distâncias estimadas entre cada UE para uma CPU a qual calcula a posição dos UEs e os envia de volta aos UEs como ilustrado na Figura 15.



Figura 15 – Funcionamento do sistema em síntese.

3.1 Arquitetura do Sistema

Serão descritos os subsistemas/etapas do sistema. É mostrado na Figura 16 a composição deste.



Figura 16 – Arquitetura geral do sistema sugerida.

Primeiramente, no UE alvo é gerado um sinal piloto (subseção 3.1.1) tal que é multiplexado em múltiplas frequências (subseção 3.1.2) e enviado em *uplink* para todos os APs do sistema. Neles o sinal recebido é demodulado e filtrado para obtenção da CIR para cada antena receptora (subseção 3.1.4), que em seguida sofrem um processamento de filtragem dos arranjos para obtenção de uma CIR otimizada (subseção 3.1.3). A partir desta é obtido ToA da distância entre cada UE e todos os APs.

Essas distâncias então calculadas são enviadas a uma CPU para trilateração e obtenção das coordenadas de cada UE (subseção 3.1.5). Finalmente essa informação volta ao respectivo UE via *downlink*. Cada um dos processos é detalhado nas seções seguintes.

3.1.1 Sinal piloto

São sinais, sem dados, importantes para auxílio em funções como na sincronia, aquisição, transferência de dados e entre outros (ZEKAVAT; BUEHRER, 2019), em que, inclusive, existem tipos específicos de sinal piloto com propriedades interessantes dependendo da aplicação (ANDREWS, 2022). Estes devem ser conhecidos pelas duas partes da transmissão (AP-UE), para sua devida decodificação e, também, deve ser único no caso da intenção de reconhecimento do dispositivo transmissor. É através deles que haverá reconhecimento da mensagem do sinal emitido por um dispositivo a outro em sua recepção para sua devida demultiplexação.

No sistema do projeto o início do processo de rastreamento se dará com o UE enviando um sinal piloto $s_k(t)$, multiplexado em frequência (explicado na próxima seção) para os APs do sistema (*uplink*). Em sua recepção o sinal $\mathbf{v}_k^j = \mathbf{h}_k^j(t) * s_k(t) + \mathbf{w}_k^j(t)$ sofrerá uma operação de convolução inversa para extração da informação do canal $\mathbf{h}_k^j(t)$ para possibilitar a estimação do tempo de propagação no espaço do sinal (subseção 3.1.4). $\mathbf{w}_k^j(t)$ é um vetor de ruídos gaussianos do canal entre o UE k cada antena do AP j.

3.1.2 Multiplexação

Multiplexação de acessos consiste na transmissão de diferentes mensagens (*streams*) juntas em um único sinal/canal de tal forma que cada *stream* possa ser obtido separadamente no receptor, podendo, por exemplo, transmitir diferentes dados para acesso de cada usuário. Há vários esquemas para multiplexar dados em sistemas de comunicações, um deles, chamado de *Frequency Division Multiplexing Access* (FDM ou FDMA), é modular cada mensagem em uma portadora frequência distinta, chamadas sub-portadoras, onde devem ser respeitados critérios de espaçamento (banda de guarda) de frequência de sub-portadoras que dependem da banda da mensagem em questão (PROAKIS; SALEHI, 2008).

O Orthogonal Frequency Division Multiplexing Access (OFDM ou OFDMA) é um

esquema de transmissão digital em que os sinais são divididos em sub-portadoras de diferentes frequências (HAYKIN; MOHER, 2009), para que seja possível a comunicação em paralelo. Sendo um aprimoramento do esquema FDM, o OFDM se difere do primeiro devido à ortogonalidade entre as sub-portadoras. Isso se reflete em uma significativa diferença entre os esquemas, que é a possibilidade de superposição entre as bandas de frequência das sub-portadoras, não havendo necessidade de banda de guarda e economizando a largura de banda total utilizada pela mensagem, assim como pode ser visto na Figura 17.



Figura 17 – Comparação entre espectros dos esquemas FDM e OFDM. Na OFDM há economia de largura de banda total.

Fonte: (TAMER, 2018).

Além disso, a propriedade de ortogonalidade traz diversas outras vantagens, como (PROAKIS; SALEHI, 2008):

- dispensabilidade de uma banda passante tão grande, o que leva a uma maior SE;
- pouco impacto de interferência intersimbólica, interferência entre portadoras e desvanecimento por propagação multipercurso;
- sistema menos complexo, por não precisar de bandas de guarda entre portadoras e filtros para cada sub-portadora.

Para o sistema, o sinal piloto é um esquema OFDM em que cada sub-portadora pode receber um símbolo distinto. Essa codificação que permitirá a identificação do sinal piloto específico pelo receptor. Sua arquitetura interna depende do esquema de modulação/demodulação, e portanto não se entrará em detalhes sobre sua construção, porém será explicado seu funcionamento.

São necessárias N_f faixas de frequência para alocar cada mensagem. O sinal dentro de cada banda de largura Δf é alocado em sub-portadoras frequências múltiplas de Δf
e deslocadas a da portadora central f_c da seguinte forma:

$$f_n = f_c + n \cdot \Delta f, \tag{3.1}$$

em que o índice de frequência $n \in \left[-\frac{N_f}{2}, \frac{N_f}{2} - 1\right] \subset \mathbb{Z}.$

A precisão do dispositivo que implemente esse tipo de sistema se dá pela **frequência de amostragem** (ou também pode ser chamada de **banda total** do sistema):

$$f_s = N_f \cdot \Delta f, \tag{3.2}$$

a qual é fornecida pela frequência de *clock* do sistema.

Portanto, a menor unidade de tempo para apuração de intervalos de propagação de mensagens entre dispositivos se dá por:

$$T_s = \frac{1}{f_s}.\tag{3.3}$$

Também é importante pontuar que cada mensagem alocada por frequência pode ter uma potência específica p_n .

3.1.3 DOA e Filtragem Espacial

Um parâmetro que também pode ser importante a se obter é a direção em que o sinal piloto transmitido chega ao receptor, nesse caso em *uplink*. Com o uso de um arranjo receptora de I>1 antenas, é possível a estimação dessa direção. Em seguida será mostrada uma técnica de filtragem que toma vantagem desta.

Olhando a estrutura do arranjo, mostrado na Figura 18, seja d a distância entre cada antena, o sinal recebido na antena i, em banda base, pode-ser descrito por (ZEKA-VAT; BUEHRER, 2019)

$$y_i(t) = y(t)e^{-j2\pi i \frac{d\sin(\phi)}{\lambda}}.$$

Seja a resposta do sinal recebido em cada antena i o vetor

$$\mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} y_0(t) & \dots & y_{I-1}(t) \end{bmatrix}^{\mathsf{T}},$$

ele pode ser dado por

$$\mathbf{y}(t) = y(t)\mathbf{v}(\phi).$$

Em que

$$\mathbf{v}(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & e^{-\jmath 2\pi \frac{d\sin(\phi)}{\lambda}} & \dots & e^{-\jmath 2\pi (I-1)\frac{d\sin(\phi)}{\lambda}} \end{bmatrix}^{\mathsf{T}}$$
(3.4)

é chamado de array vector. $\phi \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ é a direção na qual o arranjo pode receber o um sinal e $\phi = \phi_{DOA}$ é a DOA, também chamada de angle of arrival (AoA), que mais precisamente é o ângulo em que chega o sinal LOS captado nas antenas receptor, supondo uma propagação em far-field (pelo menos 10λ (ZEKAVAT; BUEHRER, 2019)).



Figura 18 – Estrutura de um arranjo linear de antenas. Fonte: (SARKER et al., 2014) (Adaptado).

A análise pressupõe que as componentes de $\mathbf{y}(t)$ são o mesmo sinal y(t) com diferentes defasagens, logo pode-se tentar obter o sinal enviado com $y'(\phi, t) = \mathbf{y}(t)^H \mathbf{v}(\phi)$. No chamado método de estimação espectral (DAS), há o princípio de que, na DOA, a potência ou energia do sinal recebido é máxima (ZEKAVAT; BUEHRER, 2019), logo

$$\phi_{DOA} = \arg\max_{\phi} \int_{-\infty}^{\infty} |\mathbf{y}(t)^{H} \mathbf{v}(\phi)|^{2} dt$$
(3.5)

ou

$$\phi_{DOA} = \arg\max_{\phi} \int_{-\infty}^{\infty} |\mathbf{h}(t)^{H} \mathbf{v}(\phi)|^{2} dt.$$
(3.6)

A operação $h_{DOA}(t) = \mathbf{h}(t)^H \mathbf{v}(\phi_{DOA})$ efetua uma filtragem espacial a qual maximiza a intensidade do(s) feixe(s) recebidos da DOA, minimizando contribuições de outras direções. Pode-se visualizar esse processo como um somatório ponderado com pesos que dependem de ϕ , logo outro ganho importante do método é que os ruídos presentes nos sinais em cada antena, supondo que são não-correlacionados, são atenuados. Essa mitigação de ruído segue em proporção crescente com o número de antenas do arranjo. Logo pode-se afirmar que $h_{DOA}(t)$ é a versão otimizada da informação da CIR associada a cada uma das antenas do AP.

3.1.4 Estimação da distância

A partir da mensagem obtida no *uplink* por um AP, é possível calcular a distância associada ao percusso desse(s). A mensagem $\mathbf{v}_k^j(t)$ contém o sinal piloto $s_k(t)$ associado ao UE transmissor k e deve ser conhecido pelos AP(s) receptores. Sua resposta de canal $\tilde{\mathbf{h}}_k^j t$) associada a cada antena do AP (na forma da equação 2.9) pode ser obtida fazendo uma deconvolução com a filtragem

$$\tilde{\mathbf{H}}_{k}^{j}(f) = \frac{\mathbf{V}_{k}^{j}(f)}{S_{k}(f)},$$

em que $S_k(f) = \mathcal{F}\{s_k(t)\}$. Este é chamado de método **deconvolutivo** e a forma de se projetar o filtro $S_k^{-1}(f)$ depende da implementação do sistema e nesse trabalho é descrita na subseção 3.3.4.

Existem outros métodos de estimação de distancia, como o baseado em Máxima Verossimilhança e o baseado em Subespaço, o baseado em deconvolução tem desvantagens como menor resolução de tempo para estimação da distancia porém sua vantagem é a menor complexidade computacional (ZEKAVAT; BUEHRER, 2019).

Nessa ocasião, para APs com mais de uma antena, $\tilde{\mathbf{h}}_{k}^{j}(t)$ deve passar pelo processo de filtragem espacial descrito na subseção 3.1.3 resultando numa resposta unidimensional $h_{DOA}(t) = \tilde{h}_{k}^{j}(t)$. A partir desta, pode ser estimado o tempo de atraso da propagação do sinal τ_{i} , o **ToA**, também chamado de *time-of-flight* (ToF). Baseado na equação 2.8 sabe-se que há um pico máximo no valor absoluto da resposta de canal no instante $t = \tau_{i}$, logo para obtê-lo basta fazer

$$\tau_k^j = \arg\max_t |\tilde{h}_k^j(t)|.$$

A distância associada a esse atraso, portanto estimada, é calculada por

$$\tilde{r}_k^j = c \cdot \tau_k^j. \tag{3.7}$$

Deve-se ressaltar que o resultado \tilde{r}_k^j desejado será obtido se o impulso referente ao sinal na LOS da CIR tiver potência o suficiente para se sobressair de componentes ruidosos e de interferência na CIR. Caso contrário, irá culminar em uma estimativa equivocada de τ_k^j .

3.1.5 Cálculo de coordenadas

Largamente conhecido como **trilateração** (CUNHA, 2017), este procedimento mapeia as coordenadas $(x_{(UE)k}, y_{(UE)k})$ de cada UE, também chamados de estação móvel (MS).

Os localizadores são os APs, que também são chamados de **âncoras** ou **nós de referência**, que devem ter suas posições $(x_{(BS)j}, y_{(BS)j})$, agora denotadas por (x_j, y_j) , já conhecidas. A Figura 19 ilustra um esquema.

A partir dados de distância de cada AP r_k^j estimados da subseção 3.1.4 podemos modelar o sistema. Como o calculo é feito para cada k-ésimo UE, $(x_{(\text{UE})k}, y_{(\text{UE})k})$ serão denotadas por (x_p, y_p) e as distâncias euclidianas serão representadas por d_j^1 para se ter

 $^{^1~}$ No caso deste trabalho atribui-se d_j como a distância estimada \tilde{r}_k^j para o UE em questão, associada à BS j.



Figura 19 – Cenário espacial representado com 3 BSs localizadoras e uma UE (MS). Fonte: (ZEKAVAT; BUEHRER, 2019).

uma notação mais limpa:

$$\begin{cases} (x_1 - x_p)^2 + (y_1 - y_p)^2 = d_1 \\ (x_2 - x_p)^2 + (y_2 - y_p)^2 = d_2 \\ \vdots \\ (x_J - x_p)^2 + (y_J - y_p)^2 = d_J \end{cases}$$
(3.8)

Para o método ToA, pelo menos 3 âncoras (ZEKAVAT; BUEHRER, 2019) são necessárias para a obtenção de (x_p, y_p) sem ambiguidade. O motivo pode ser visualizado na Figura 19, onde a intersecção de dois dos círculos de distância para cada BS forma dois pontos de localização possíveis para o UE, então a intersecção desses com um círculo adicional faz convergir para um único ponto comum o resultado.

A partida para o cálculo é pelo princípio dos Mínimos Quadrados (*Least Square*, LS), que busca minimizar o quadrado da diferença entre a distancia medida e a calculada, com a solução descrita como (ZEKAVAT; BUEHRER, 2019):

$$\mathbf{x} = [x_p, y_p] = \arg\min_{x, y} \sum_{j=1}^{J} \left[d_i - \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2} \right]^2.$$
(3.9)

Para seu cálculo é necessária linearização deste, podendo lançar mão de alguns métodos para tal.

Vale ressaltar que valores de distância mensurados com ruído e outras distorções com o multipercursos acarretam em desvios na coordenada a se obter, logo é importante uso de técnicas apropriadas de medição e processamento de tais grandezas.

3.2 Protocolo Experimental

Nesta seção é descrita a forma de implementação computacional das ferramentas apresentadas anteriormente e as delimitações do método de apuração dos resultados. Foi gerado um cenário espacial em simulação computacional para avaliação da resposta de canal (CIR) entre cada UE-AP. A partir desses dados de CIR foram implementados os algoritmos de processamento de sinais para inferência da TOA e posicionamento do(s) UE(s). Após as implementações foram elaborados testes de métricas de desempenho, os quais serão abordados no Capítulo 4.

Descrevendo os passos feitos brevemente, começando a sequência do procedimento, primeiramente é necessário a geração do cenário espacial em que estão localizadas os APs e os UEs, com suas devidas coordenadas. São atribuídos os sinais da(s) antena(s) dos APs para cada UE (Etapa 1), e a partir destes é gerado o canal, com atrasos, defasagens e ruídos que são associados ao canal (Etapa 2). Em seguida esses dados são encaminhados às rotinas de processamento de filtragem espacial, estimação do ToA e finalizando com a trilateração (Etapa 3). Esses dados de localização inferidos são submetidos a funções de erro para verificação do nível de falhas nos algoritmos de estimação (Etapa 4).

Em síntese, os passos cronológicos experimentais são mostrados na Figura 20. No



Figura 20 – Cronologia/sequência de passos de desenvolvimento para possibilitar a apuração dos resultados.

seção 3.3 são detalhadas as ferramentas utilizadas para implementação do sistema no cenário simulacional. A partir daí podem ser analisados e comparados os resultados e suas interpretações para cada tipo de parâmetro testado (Capítulo 4).

3.2.1 Cenário e canal

A fim de tentar reproduzir na simulação algo próximo do referido na Figura 5 (apesar das dimensões de espaço adotadas não seguirem necessariamente as do cenário

real), foi gerado um cenário retangular com duas fileiras de 4 APs cada, com cada AP separado em 10 m. Os UEs são gerados aleatoriamente (distribuição uniforme) dentro da área do retângulo (300 m^2) . É exemplificado na Figura 21 uma representação gráfica do cenário gerado.



Figura 21 – Ilustração de cenário gerado em perspectivas de topo e tridimensional. Os triângulos azuis são os APs, fixos, e os círculos vermelhos os UEs, aleatórios.

Os dados referentes ao canal foram importados do QuaDRiGa, uma biblioteca geradora de CIR para simulações de sistemas de comunicações móveis em rádio frequência (FHH Institute, 2022) para Matlab/Octave. O modelo de arranjo de antenas optado para os APs e UEs é o chamado '3GPP-3D' com a antena 'TR 36.873' (3GPP, 2018), onde o(s) UE(s) têm apenas uma antena, e os APs têm um número variável de acordo com o teste. O modelo de cenário para canal empregado é o chamado 'mmMAGIC_Indoor_LOS' (HANEDA et al., 2017), o qual dispõe de efeitos de desvanecimento e multipercursos. A distância entre cada antena dos arranjos é dada por $d = \frac{\lambda_{min}}{2}$, em que o comprimento de onda mínimo para o arranjo é $\lambda_{min} = \frac{c}{f_c + \Delta f \cdot N_f/2}$.

3.3 Integração a simulação

Nesta seção são retomadas as ferramentas descritas na seção 3.1 agora aprofundadas, e também adaptadas para sistemas discretos, para implementação na simulação do sistema de posicionamento dado o cenário da subseção 3.2.1, bem como também para testar funcionalidades neste. Cabe ressaltar que não há inclusa a parte dos subsistemas de modulação e demodulação, bem como os protocolos de troca de informação entre a CPU e os APs e percalços típicos de um sistema de comunicação, onde já é suposta a troca de mensagens desimpedida entre os dispositivos. Serão descritos os processos pelos quais são processados os dados para o funcionamento do sistema.

3.3.1 Amostragem e Modelagem da CIR

Começando pela CIR, para fins de compreensão primeiramente é mostrado o modelo descrito na subseção 2.2.5, o qual foi utilizado nos primeiros testes. Tomando em conta as equações 3.1 e 3.2, os valores de canal (da equação 2.8), para o AP j, UE k e antena i, a serem processados são sua versão amostrada

$$h_k^{j,i}[m] = (h_i)_k^j(m \cdot T_s) = \beta_k^j e^{j\theta_i} \delta(mT_s - \tau_i)$$
(3.10)

onde, análogo à n, o índice temporal $m \in \left[-\frac{N_f}{2}, \frac{N_f}{2} - 1\right] \subset \mathbb{Z}.$

Para análise dos dados do canal, deve-se lançar mão da versão da transformada de Fourier para sinais finitos amostrados.

$$H_k^{j,i}[n] = F\{h_k^{j,i}[m]\} = \sum_{m=-N_f/2}^{N_f/2-1} h_k^{j,i}[m] e^{-j\frac{2\pi mn}{N_f}}.$$
(3.11)

Esta é chamada de Transformada Discreta de Fourier (*Discrete Fourier Transform*, DFT) (OPPENHEIM; BUCK; SCHAFER, 2001).

Também foi usado o canal $H_k^{j,i}[n]$, no domínio da frequência, gerado pelo Qua-DRiGa, no qual também se são utilizadas as mesmas ferramentas de processamento de dados (como a DFT) para o modelo de canal aqui descrito (equação 3.10).

3.3.2 Sinal piloto e canais de frequência de portadora

Na etapa de envio de mensagem do(s) UE(s) para os APs (*uplink*), foram gerados os sinais pilotos e associado-os aos canais. Para o sinal piloto (subseção 3.1.1) a ser transmitido, no escopo desse trabalho foi escolhida a codificação conhecida como non-returnto-zero (NRZ) (PROAKIS; SALEHI, 2008) com os símbolos $s_n \in \{-1, 1\}$ aleatórios como níveis lógicos transmitidos em cada subportadora n. Isso proporciona a possibilidade de verificação do algoritmo de decodificação do canal para possibilitar apuração do período de atraso τ_i decorrente da transmissão.

Para cada frequência de modulação f_n temos um símbolo a ser enviado pelo UE k no *uplink*:

$$\mathbf{S}_{k} = \operatorname{diag}\left(\begin{bmatrix} s_{-\frac{N_{f}}{2}} & s_{-\frac{N_{f}}{2}+1} & \dots & s_{\frac{N_{f}}{2}-1} \end{bmatrix} \right).$$
(3.12)

Em que diag (\mathbf{s}) é a matriz diagonal como os elementos do vetor \mathbf{s} em sua diagonal principal.

Dado o conjunto de sinais frequências f_n multiplexadas

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} f_{-\frac{N_f}{2}} & \dots & f_{\frac{N_f}{2}-1} \end{bmatrix}^{\mathsf{T}}, \tag{3.13}$$

cada símbolo é uma mensagem alocado ao sinal da frequência de portadora f_n específica. Assim alocamos o vetor do conjunto de canais para cada índice de frequência n:

$$\mathbf{H}_{k}^{j,i} = \begin{bmatrix} H_{k}^{j,i}[-\frac{N_{f}}{2}] & H_{k}^{j,i}[-\frac{N_{f}}{2}+1] & \cdots & H_{k}^{j,i}[\frac{N_{f}}{2}-1] \end{bmatrix}.$$
 (3.14)

Também é importante pontuar que cada mensagem alocada por frequência pode ter uma potência específica p_n , a qual pode ser importante sua manipulação, e nesse trabalho ela é uma constante razão da potência total da mensagem pelo número de subportadoras.

$$p_n = \frac{p_{total}}{N_f}.$$
(3.15)

No âmbito da modelagem da CIR da equação 3.10, cada sinal multiplexado desses é atribuído ao canal \mathbf{H}_k^j pela equação 2.8 em que seu ganho $\beta_k^j[n]$ é obtido pela multiplicação da raiz quadrada da potência de transmissão por sub-portadora pela perda de percurso na equação 2.7 dado o comprimento de onda λ da sua portadora da forma

$$\beta_k^j[n] = \sqrt{p_n} \cdot \left(\frac{c/f_n}{4\pi r_k^j}\right). \tag{3.16}$$

Aproveitando a propriedade da convolução da DFT, em que a convolução no tempo se torna uma multiplicação no domínio da frequência (OPPENHEIM; BUCK; SCHAFER, 2001), os símbolos são atribuídos no domínio da frequência pela operação

$$\mathbf{V}_{k}^{j,i} = \mathbf{H}_{k}^{j,i} \cdot \mathbf{S}_{k} + \mathbf{W}^{j,i}, \qquad (3.17)$$

em que $\mathbf{W}^{j,i}$ é a DFT de **ruídos brancos** gerados

$$\mathbf{W}^{j,i} = F\left\{ \begin{bmatrix} w_{-\frac{N_f}{2}}^{j,i} & \dots & w_{-\frac{N_f}{2}-1}^{j,i} \end{bmatrix}^{\mathsf{T}} \right\}$$
(3.18)

onde há, associados a cada subportadora, os ruídos $w_n^{j,i} \sim \mathcal{N}_{\mathbf{C}}(0, \sigma_w^2)$. A variância do ruído é obtida por $\sigma_w^2 = \frac{f_n \cdot N_0}{2}$ em que N_0 é sua densidade espectral em Watt por Hertz (HAYKIN; MOHER, 2009).

3.3.3 Filtragem espacial

Para a estimação do DOA, é necessário implementar a algum algoritmos especifico para sua estimação (introduzido no subseção 3.1.3). Uma abordagem simples é descrita, supondo um alcance azimutal de $[0^{\circ}, 180^{\circ}]$.

Dado um conjunto de ângulos $\phi = \frac{\pi}{180}[0, 1, \dots, 179]$ e tendo em mente que o MRC com pesos do *array vector* da equação 3.4 pode ser aplicado no canal por

$$\mathbf{h}(\phi)_k^j = \mathbf{v}(\phi)^H \begin{bmatrix} \mathbf{h}_k^{j,0} & \dots & \mathbf{h}_k^{j,I-1} \end{bmatrix}^{\mathsf{T}}.$$

Esse é o canal associado aquela direção ϕ .

O DOA do UE k para o AP j pode ser estimado por

$$(\phi_{DOA})_k^j = \arg\max_{\phi} \sum_{-N_f/2}^{N_f/2-1} |h(\phi)_k^j|^2.$$

Com as respostas de canal $\mathbf{h}_k^{j,i}$ para cada elemento de arranjo, a sua versão com a filtragem espacial MRC pode ser obtida com

$$\mathbf{h}_{k}^{j} = \mathbf{h}(\phi_{DOA})_{k}^{j}.$$
(3.19)

3.3.4 Time of arrival

Aqui descrevendo um procedimento tocante a subseção 3.1.4 para a estimação do ToA de cada UE j para o AP k e sua distância associada. Para implementar a deconvolução, a partir do sinal recebido obtido pela equação 3.17 a informação do canal pode ser obtida aplicando-se a matriz inversa da mensagem \mathbf{S}_k , suposta como já conhecida, em $\mathbf{V}_k^{j,i}$. Porém ressalta-se que estará contaminado com o ruído ambiental o canal estimado $\tilde{\mathbf{H}}_k^{j,i}$, sendo

$$\tilde{\mathbf{H}}_{k}^{j,i} = \mathbf{V}_{k}^{j,i} \cdot (\mathbf{S}_{k})^{-1}.$$
(3.20)

A discriminação do atraso estimado pode ser obtida tendo em vista a característica da equação 2.8 em que a resposta temporal é um impulso nesse instante. Portanto para isso faz-se necessário o cálculo da DFT inversa dos canais estimados com:

$$\tilde{\mathbf{h}}_{k}^{j,i} = F^{-1}\left\{\tilde{\mathbf{H}}_{k}^{j,i}\right\} = \frac{1}{N_{f}} \sum_{n=-N_{f}/2}^{N_{f}/2-1} \tilde{\mathbf{H}}_{k}^{j,i}[n] e^{+j\frac{2\pi mn}{N_{f}}}.$$
(3.21)

Submetendo essas respostas de canal $\tilde{\mathbf{h}}_{k}^{j,i}$ associadas a cada antena à filtragem da subseção 3.3.3 para obter a sua versão otimizada, utilizando a equação 3.19, $\tilde{\mathbf{h}}_{k}^{j}$.

Definido o vetor de tempo

$$\mathbf{t}[m] = T_s \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & N_f - 1 \end{bmatrix}^{\mathsf{T}}$$
(3.22)

é possível plotar a resposta de canal estimado em relação ao tempo \mathbf{t} de forma semelhante a Figura 12.

Computacionalmente, o instante estimado para o atraso está associado ao índice m ao qual reside no valor de pico $\tilde{\mathbf{h}}_k^j$. Logo pode ser atribuído como

$$(\tau_{est})_k^j = \mathbf{t}[m]\Big|_{\arg\max_m \left|\tilde{\mathbf{h}}_k^j[m]\right|}.$$
(3.23)

Porém é importante ressaltar que essa premissa só funcionará se intensidade do ruído ambiente não for suficientemente grande em relação a intensidade do sinal recebido, pois caso contrário este desfigurará os dados de resposta do canal. Finalmente, com o instante de atraso em mãos, a distância estimada é calculada por

$$\tilde{r}_k^j = c \cdot (\tau_{est})_k^j. \tag{3.24}$$

3.3.5 Trilateração

Dada a problemática definida na subseção 3.1.5, faz-se necessário descobrir a coordenada (x_p, y_p) , ilustrada na Figura 22, estabelecido seu vínculo com as BSs pela equação 3.8.



Figura 22 – As coordenadas do UE (bolinha) podem ser obtidas pelo ponto de intersecção dos círculos com raios de distancia entre cada uma de três BSs (quadrados). Fonte: (TREVISAN, 2008) (Adaptado).

Um método simples, o qual pode ser mais ágil computacionalmente, limitado a apenas 3 bases escolhidas, consiste em, formado o sistema com 3 equações para cada k-ésima UE, isolar x_p e y_p formando (RECK, 2016):

$$x_{p} = \frac{(d_{2}^{2} - d_{3}^{2} + y_{3}^{2} - y_{2}^{2} + x_{3}^{2} - x_{2}^{2})(y_{2} - y_{1}) - (d_{1}^{2} - d_{2}^{2} + y_{2}^{2} - y_{1}^{2} + x_{2}^{2} - x_{1}^{2})(y_{3} - y_{2})}{2(x_{3} - x_{2})(y_{2} - y_{1}) - 2(x_{2} - x_{1})(y_{3} - y_{2})}$$
(3.25)

е

$$y_p = \frac{(d_2^2 - d_3^2 + y_3^2 - y_2^2 + x_3^2 - x_2^2)(x_2 - x_1) - (d_1^2 - d_2^2 + y_2^2 - y_1^2 + x_2^2 - x_1^2)(x_3 - x_2)}{2(y_3 - y_2)(x_2 - x_1) - 2(y_2 - y_1)(x_3 - x_2)},$$
(3.26)

assim tem-se a localização de UE corrente.

Entretanto há limitações. Além da já citada impossibilidade de se tirar proveito de muitas BSs, esse método não permite ponderações e tratamentos adicionais de valores. Dados tais motivos, ele não foi implementado no trabalho. Em seu lugar foi lançado mão de métodos linearizados, como se segue adiante. Na Figura 24 é mostrada uma ilustração dos UEs com posição estimada no cenário.

3.3.5.1 Método das diferenças

Abrindo as potências na equação 3.8 pode-se montar o seguinte sistema linear matricial:

$$\begin{bmatrix} d_1^2 \\ d_2^2 \\ \vdots \\ d_J^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1^2 + 2x_1x_p - x_p^2 + y_1^2 + 2y_1y_p - y_p^2 \\ x_2^2 + 2x_2x_p - x_p^2 + y_2^2 + 2y_2y_p - y_p^2 \\ \vdots \\ x_J^2 + 2x_Jx_p - x_p^2 + y_J^2 + 2y_Jy_p - y_p^2 \end{bmatrix}$$

Pegando a segunda linha, subtraindo pela primeira e rearranjando tem-se

$$d_2^2 - d_1^2 = 2(x_1 - x_2)x_p + 2(y_1 - y_2)y_p + x_2^2 - x_1^2 + y_2^2 - y_1^2$$

Fazendo esse mesmo tipo de operação para todas as combinações possíveis de linhas do sistema temos

$$\begin{bmatrix} (d_1^2 - d_2^2) + (x_2^2 + y_2^2 - x_1^2 + y_1^2) \\ (d_1^2 - d_3^2) + (x_3^2 + y_3^2 - x_1^2 + y_1^2) \\ (d_2^2 - d_3^2) + (x_3^2 + y_3^2 - x_2^2 + y_2^2) \\ \vdots \\ (d_{J-1}^2 - d_J^2) + (x_J^2 + y_J^2 - x_{J-1}^2 + y_{J-1}^2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2(x_2 - x_1) & 2(y_2 - y_1) \\ 2(x_3 - x_1) & 2(y_3 - y_1) \\ 2(x_3 - x_2) & 2(y_3 - y_2) \\ \vdots \\ 2(x_J - x_{J-1} & 2(y_J - y_{J-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \end{bmatrix}, \quad (3.27)$$

em que essas matrizes da equação 3.27 podem ser expressas da forma compacta:

$$\mathbf{b} = \mathbf{A}\mathbf{x}.\tag{3.28}$$

As incógnitas de interesse estão no vetor \mathbf{x} . Para encontrá-las basta calcular a operação de **pseudo-inversa**

$$\begin{bmatrix} x_p \\ y_p \end{bmatrix} = (\mathbf{A}^{\mathsf{T}} \mathbf{A})^{-1} (\mathbf{A}^{\mathsf{T}} \mathbf{b}) = \mathbf{A}^{\dagger} \mathbf{b}.$$
 (3.29)

Esse é um método de Mínimos Quadrados Linearizado (LLS), aproximativo, de trilateração chamado de método das diferenças (ZEKAVAT; BUEHRER, 2019). Ele se baseia tomar a diferença de entre duas linhas da equação 3.8 para definir equações de reta do tipo $y_p = \frac{x_i - x_j}{y_i - y_j} x_p + \frac{r_i^2 - r_j^2 + x_j^2 - x_i^2 + y_j^2 - y_i^2}{2(y_j - y_i)}$, $i \neq j$, e encontrar a intersecção entre elas (ZEKAVAT; BUEHRER, 2019) como ilustrado na Figura 23.



Figura 23 – Trilateração LLS para linearização em que retas que passam pelas intersecções entre dois círculos e a intersecção entre estas gera o ponto de interesse.

Fonte: (ZEKAVAT; BUEHRER, 2019).

Na verdade, não é necessário contar com todas as bases conectadas, pode-se selecionar $J' \leq J$. Baseado na relação da equação 3.27, pode-se fazer $\binom{J'}{2} = \frac{J'!}{2(J'-2)!}$ linhas linearmente independentes na matriz. Isso é interessante pois, além de economia de processamento da CPU do sistema, distâncias $d_j = \tilde{r}_k^j$ estimadas de APs mais distantes tendem a ser mais equivocadas em relação ao valor real r_k^j , devido a distorção na CIR acarretada pelo desvanecimento do sinal através da distância percorrida por ele (discutido na subseção 4.1.2).

3.3.5.2 Aproximação por séries de Taylor

Definindo a função

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \sqrt{(x_1 - x_p)^2 + (y_1 - y_p)^2} \\ \sqrt{(x_2 - x_p)^2 + (y_2 - y_p)^2} \\ \vdots \\ \sqrt{(x_J - x_p)^2 + (y_J - y_p)^2} \end{bmatrix},$$
(3.30)

o vetor de distâncias entre o usuário corrente e a âncora considerando ruídos da aferição é

$$\mathbf{r} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + w$$

em e w é um ruído aleatório suposto.

A equação 3.9 é um sistema do tipo Mínimos Quadrados Não-linear (NLS). A solução para ele é dada por (ZEKAVAT; BUEHRER, 2019)

$$\mathbf{x} = \arg\min_{\mathbf{x}} [\mathbf{r} - \mathbf{f}(\mathbf{x})]^{\mathsf{T}} [\mathbf{r} - \mathbf{f}(\mathbf{x})], \qquad (3.31)$$

porém resultará no cálculo de um sistema quadrático, não possível de resolver computacionalmente. Para tal podemos fazer uma aproximação de primeira ordem por série de Taylor:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) \approx \mathbf{f}(\mathbf{x}_0) + \mathbf{H}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0).$$

Em que

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{f}_1(\mathbf{x})}{\partial x_p} & \frac{\partial \mathbf{f}_1(\mathbf{x})}{\partial y_p} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \mathbf{f}_J(\mathbf{x})}{\partial x_p} & \frac{\partial \mathbf{f}_J(\mathbf{x})}{\partial y_p} \end{bmatrix}$$

e as derivadas são calculadas por:

$$\frac{\partial \mathbf{f}_j(\mathbf{x})}{\partial x_p} = \frac{x_j - x_p}{\sqrt{(x_j - x_p)^2 + (y_j - y_p)^2}}$$

е

$$\frac{\partial \mathbf{f}_j(\mathbf{x})}{\partial y_p} = \frac{y_j - y_p}{\sqrt{(x_j - x_p)^2 + (y_j - y_p)^2}}$$

Substituindo

$$\bar{\mathbf{r}} = \mathbf{r} - \mathbf{f}(\mathbf{x}_0) + \mathbf{H}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0),$$

uma adaptação aproximada para a equação 3.31 é dada por

$$\mathbf{x} = \arg\min_{\mathbf{x}} [\bar{\mathbf{r}} - \mathbf{H}\mathbf{x}]^{\mathsf{T}} [\bar{\mathbf{r}} - \mathbf{H}\mathbf{x}]$$
(3.32)

e, finalmente, o cálculo da solução do sistema, do tipo LS, pode ser feito por

$$\mathbf{x} = \mathbf{H}^{\dagger} \bar{\mathbf{r}} = \mathbf{H}^{\dagger} [\mathbf{r} - \mathbf{f}(\mathbf{x}_0)] - \mathbf{x}_0.$$

Podemos generalizá-lo para um método iterativo

$$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{H}^{\dagger}[\mathbf{r} - \mathbf{f}(\mathbf{x}_i)] - \mathbf{x}_i$$

com um valor inicial \mathbf{x}_0 qualquer. Poderão ser feitas várias iterações até a convergência do \mathbf{x} desejado.

4 Experimentos

Feitas as simulações dos algoritmos implementados em ambiente computacional e também feita a mensuração do desempenho de técnicas utilizadas a diversos parâmetros, essa tarefa foi realizada através de códigos feitos em linguagem *Python* 3 (FOUNDATION, 2021) em conjunto com bibliotecas como a *Numpy* (NUMPY..., 2021) para operações matemáticas e *Matplotlib* (MATPLOTLIB..., 2021) para plotagens de gráficos.

Estão disponíveis no repositório (PINHEIRO, 2022) os códigos das implementações, feitas em arquivos para o *Jupyter Notebook* (ANACONDA..., 2021).

Para análise de desempenho serão comparados os níveis atingidos em funções de erro de cada configuração do sistema e plotadas sua CDF e SNR.



Figura 24 – Plotagem das posições estimadas dos UEs. Os triângulos são os APs, os círculos as posições reais dos UEs e as estrelas as posições estimadas, junto ao circulo pontilhado dos raios de erro de distância.

4.1 Dificuldades encontradas

Durante os testes dos algoritmos para a estimação de posicionamento feitos deparouse com certos empecilhos nos resultados nas simulações que prejudicavam o desempenho do sistema, alguns já esperados e outros não. É primordial levá-los em consideração durante o desenho e desenvolvimento do sistema. Segue a descrição de alguns deles.

4.1.1 Baixa resolução de tempo

Como discutido na subseção 3.1.2, o número de subportadoras e a banda de cada uma destas é importante para uma precisão adequada na estimação. Uma frequência de amostragem (equação 3.2) baixa resulta num período de amostragem maior (equação 3.3), o que deixará a informação da CIR com pouco detalhamento e isso tornará grosseira a estimação da distância d_i . Para evitar esse problema deve-se deixar f_s maior aumentando o número de subportadoras (N_f) ou a banda (Δf) delas, o que é exigência dos métodos de ToA baseados em deconvolução, uma vez que, como já dito, eles têm uma resolução de tempo T_s menor. Também, deve-se certificar-se que o dispositivo com o sistema implementado deve ser apto a trabalhar com frequência de processamento o suficiente para suportar f_s .



Figura 25 – A resolução temporal do canal pode afetar qualidade a estimação do ToA. Na figura da direita ($N_f = 600$ subportadoras), a resolução da CIR é muito maior do que na da esquerda ($N_f = 60$ subportadoras), o que provavelmente levará a uma estimativa mais precisa no caso da figura da direita.

4.1.2 Contaminação por ruídos

Os ruídos presentes nas CIR estimadas, estes já são esperados pois qualquer modelo básico de canal conta com alguma distorção por ruído. A importância de sua discussão está em mostrar como eles afetam, atrapalhando, a correta inferência dos resultados de ToA ou DOA, até mesmo podendo a inviabilizar.

Na Figura 26 é mostrada uma CIR contaminada com ruídos. Como pode-se perceber, há uma envoltória com picos aleatórios em alta-frequência no decorrer de todo o sinal no tempo. Quando a amplitude máxima dos picos não é alta (primeira ilustração) em relação ao pulso do feixe LOS na CIR não há problemas na aferência do ToA (τ_k^j), porém quando a amplitude ruído está próxima da do pulso (segunda ilustração), não é mais possível a identificação do feixe LOS, descaracterizando completamente a CIR. Os algoritmos deconvolutivos para determinação da ToA acabam escolhendo um pico mais alto para eleger o tempo associado a este como ToA, e no caso de descaracterização completa qualquer instante da CIR pode ser elegido, culminando em desvios altíssimos dos valores de distância corretos.



Figura 26 – Respostas de canal contaminadas com ruídos. Á esquerda, a potência do ruído é relativamente baixa e é possível encontrar o pulso LOS (ToA em cerca de 2×10^{-5} s). Á direita, o ruído está muito forte e não possível encontrar pulso LOS (ToA elegido, erroneamente, provavelmente seria cerca de 8×10^{-5} s).

4.1.3 Fraqueza do feixe LOS

A captação do sinal numa transmissão está sujeita a problemas de multipercursos, como discutido na subseção 2.2.6. Na CIR da recepção de um AP (etapa da subseção 3.1.4) pode ocorrer o problema em que, seja por motivos de disposição inadequada do arranjo do AP ou limitações de diretividade e/ou polarização das antenas, o feixe associado ao percurso LOS é capturado com uma potência/amplitude menor do que de outro(s) NLOS. Esse efeito não era esperado pois é sabido que feixes NLOS sofrem mais com perdas de caminho (equação 2.6) devido a maior distância e dissipam potência nos obstáculos em que são refletidos, logo é esperado que o feixe LOS seja o mais forte.

Esse empecilho adicional é independente dos ruídos no canal. Mas assim como no caso anterior, métodos de detecção deconvolutivos tendem a escolher o maior pulso como o relativo ao ToA, fazendo com que elejam um tempo maior do que o esperado, acarretando numa distância maior do que a correta (o trajeto esperado é de uma linha reta, a menor o possível, possível somente no caminho de LOS). Na Figura 14 nota-se que um pulso NLOS é maior do que o LOS (o qual é sempre o primeiro), provavelmente culminando numa estimação de distância maior do que a menor possível, tal que não corresponde à correta.

4.2 Protocolo de Experimentos

Em todas as simulações feitas, nas seções seguintes, foi gerado 1 UE com localização aleatória (distribuição uniforme) dentro do cenário, isso para cada realização Montecarlo. Foram geradas cerca de 400 realizações para UE gerado em cada experimento. A quantidade de apenas 1 UE por realização se dá porque não serão considerados efeitos de interferência entre múltiplos usuários e não foram desenvolvidas ferramentas para suprimir tais interferências, o que requer maior complexidade nos algoritmos e está além do escopo do trabalho, que visou focar no desempenho do sistema sob efeitos de ruído e multipercursos.

No cenário gerado estão dispostos 8 APs fixos com determinados números de Iantenas, onde foram consideradas suas alturas médias $z_{(\text{UE})} = 1,5$ m para UEs, e $z_{(\text{AP})} =$ 3 m para APs. A potência de sinal transmitido para os experimentos $p_{\text{total}(\text{dB})}$ refere-se ao sinal transmitido pelo UE e há um ruído AWGN de densidade espectral constante de $N_{0(\text{dB})} = -127 \text{ dBm}$ (seção A.1) inserido no canal. Com exceção da seção 4.3, foi optado por uma frequência de portadora de $f_c = 5,8$ GHz com cada sub-portadora com banda de $\Delta f = 120 \text{ kHz}, \text{ com } N_f = 600 \text{ sub-portadoras}$ (exceto na seção 4.6).

Os procedimentos de teste visam aplicar as técnicas abordadas até a subseção 3.3.5. Ou seja, consistiram em testar os algoritmos para estimação da localização do UE para assim calcular o desvio entre valores obtidos e os valores reais de localização. O cálculo desse desvio é feito pela **função de erro** de posição $\Delta_{\mathbf{x}}$ (em metros) utilizado nos testes se dá pela norma da diferença entre a localização estimada e a localização real da UE (exceto na seção 4.3)

$$\Delta_{\mathbf{x}} = \|\mathbf{x}_{real} - \mathbf{x}_{est}\|. \tag{4.1}$$

Onde a métrica para avaliação do desempenho foi a avaliação da Função de Probabilidade Acumulada (*Cumulative Distribution Function*, CDF) da função de erro plotada (seção A.2). Também foi plotada a SNR em relação a função de erro.

Cabe ressaltar que foram testadas duas configurações de trilateração (subseção 3.3.5):

- método LLS da subseção 3.3.5.1 (será referido como 'LLS');
- método LLS, como posição inicial, seguido de NLS subseção 3.3.5.2 com 15 iterações (referido como apenas 'NLS').

Tanto para fins de se objetivar usar distâncias menos equivocadas (discutido na subseção 3.3.5.1) e também para padronização de todos os experimentos, a trilateração será feita escolhendo-se as distâncias d_j dos J' = 4 APs mais próximos do UE.

4.3 Desempenho quanto à frequência de portadora central

Foi mensurado o erro da média da distância estimada entre BS e UE via ToA

$$\Delta_d = \frac{1}{J} \sum_{j=0}^{J-1} |r_0^j - \tilde{r}_0^j|$$

e plotada sua CDF de acordo com a frequência de portadora central f_c . O teste foi feito no modelo de canal mais simples, da equação 3.10. Foi escolhido o valor padrão de $N_f = 600$ portadoras para transmissão dos símbolos e $p_{\text{total(dBm)}} = 30 \text{ dBm}$.

São esperadas mudanças nos efeitos de desvanecimento, devido a sua associação com o comprimento de onda da equação 2.6. Há a possibilidade da aquisição ser prejudicada devido a ruídos, em casos de frequências muitos altas, pois a intensidade do sinal é bastante mitigada e a do ruído a sobrepõe. Foi plotada a CDF do desempenho do sistema na Figura 27. Pode-se verificar nela que ao decorrer do aumento da frequência de porta-



Figura 27 – Avaliação de erro de distâncias em função das frequências de portadora.

dora central f_c diminui-se a precisão da localização, piorando os resultados a medida em que f_c se aproxima de 60 GHz, onde as curvas de portadoras de até $f_c = 5$ GHz, mostradas, atingem valores não tão altos e o formato de CDF assemelhada a uma distribuição normal. Essas curvas, a partir de $f_c = 9$ GHz, com erros altíssimos e formato de distribuição uniforme se devem a descaracterização completa da CIR com ruídos mais fortes que o sinal, discutida na subseção 4.1.2, tornando totalmente aleatória distância estimada do UE-AP.

Uma vez que modelo de canal empregado é relativamente simples, são esperadas mais diferenças no desempenho nas hipóteses de admitir-se efeitos de canal mais avançados, como espalhamento de multicaminhos (subseção 2.2.6) e *ray tracing*.

4.4 Desempenho quanto a curvas pela potência

Dada uma margem de percentil de UEs a serem corretamente rastreados dentro da área do cenário, é importante verificar o dimensionamento de potência para os sinais de *uplink*.

Foi testado o desempenho da inferência de localização de acordo com uma dada intensidade do sinal transmitido $p_{\text{total}(dBm)}$ com o modelo de canal do QuaDRiGa e é

mostrado nas figuras 28 e 29 onde são mostrados valores de CDF para algumas potências, cabendo ressaltar que os valores de erro para potências menores que 19 dBm foram muito altos para arranjos com 1 antena. É mostrado na Tabela 1 os valores percentil-90 de $\Delta_{\mathbf{x}}$ para cada configuração de trilateração, potência e número de antenas.



Figura 28 – Avaliação da CDF do erro de posição para dadas potências do sinal transmitido, com trilateração LLS em determinados números de elementos de arranjo nos APs.

Notou-se superioridade na configuração LLS, apesar de pouco aparente. Também, houve um ganho maior no desempenho com o aumento do número de elementos de arranjo (antenas), comprovando o efeito de supressão de ruídos da filtragem espacial.



Figura 29 – Avaliação da CDF do erro de posição para dadas potências do sinal transmitido, com trilateração NLS em determinados números de elementos de arranjo nos APs.

Número de antenas	Configuração	Potência (dBm)	Percentil 90 (m)		
		19	13,09		
1	LLS	25	$9,\!66$		
		30	$9,\!13$		
		19	11,38		
	NLS	25	9,88		
		30	9,16		
25		19	9,14		
	LLS	25	8,84		
		30	8,84		
		19	10,02		
	NLS	25	9,42		
		30	9,42		
60		19	9,22		
	LLS	25	9,12		
		30	9,22		
		19	9,30		
	NLS	25	9,30		
		30	9,30		

Tabela 1 – Valores percentil-90 da função de erro de posição para cada configuração trilateração de potência de sinal transmitido e número de antenas.

4.5 Desempenho quanto à potência

Este teste complementa a seção 4.4 para mapear a qualidade da estimação em relação a potências de sinal e é provavelmente um dos indicadores mais importantes nesse trabalho, e também foi feito em cima da CIR gerada pelo QuaDRiGa. Fazendo uma varredura em relação à potência de sinal transmitido $p_{\text{total(dBm)}}$, é verificado o percentil 90 de $\Delta_{\mathbf{x}}$ e é mostrando na Figura 30.

A figura demonstra que a adição de elementos ao arranjo aumenta a precisão do sistema, resultando em uma redução da potência mínima necessária para um certo nível de acurácia. Embora os resultados mostrem que a trilateração NLS é ligeiramente mais precisa, especialmente com um número maior de antenas. Além disso, a função de erro de posição segue uma relação inversa com o aumento da potência (e consequentemente com o aumento da SNR).

4.6 Desempenho quanto ao número de canais de frequência

Foi medido o número de portadoras N_f em que foram distribuídos os sinais piloto \mathbf{s}_k , com potência de transmissão $p_{\text{total}(\text{dBm})} = 30 \text{ dBm}$ através da CIR gerada do Qua-DRiGa, e é mostrado a CDF nas figuras 31 e 32. É mostrado na Tabela 1 os valores percentil-90 de $\Delta_{\mathbf{x}}$ para cada configuração de trilateração, potência e número de antenas.



Figura 30 – Avaliação de erro de posição em função da potência do sinal transmitido em determinados números de elementos de arranjo nos APs.



Figura 31 – Avaliação da CDF do erro de posição para dados números de frequências de canal, com trilateração LLS em determinados números de elementos de arranjo nos APs.

Nota-se que o erro de posição da estimação diminui com o aumento de subportadoras, embora a melhora foi considerada relativamente pequena neste caso (um aumento de 240 para 960 em N_f resulta em diminuição do erro de até 34%, no melhor caso) e pela Tabela 2 não é possível inferir com precisão qual configuração de trilateração pôde se beneficiar mais dos acréscimos de N_f . Pode-se explicar que essa proporção se dá devido a frequência de amostragem f_s a qual as frequências de canal são associadas, visto



Figura 32 – Avaliação da CDF do erro de posição para dados números de frequências de canal, com trilateração NLS em determinados números de elementos de arranjo nos APs.

Número de antenas	Configuração	Sub-portadoras	Percentil 90 (m)		
		240	13,03		
	TIS	440	10,06		
1		640	11,26		
1		960	8.50		
		240	11,45		
	NIS	440	$10,21 \\ 11,22$		
	INLO	640			
		960	9,06		
25		240	13,29		
	TIC	440	9,78		
		640	9,72		
		960	11,75		
		240	13,33		
	NIC	440	11,01		
		640	10,68		
		960	9,76		

Tabela 2 -	- Valores	percentil-90	da	função	de erre	o de	distância	para	cada	configuração
trilateração de potência de sinal transmitido e número de antenas.								as.		

na equação 3.2. Como discutido na subseção 4.1.1, em tese, quanto menor f_s é, menor é a resolução de tempo para estimação do atraso de resposta do canal, tornando os valores estimados mais grosseiros/imprecisos.

5 Conclusões

5.1 Considerações sobre os resultados obtidos

Vendo as seções 4.4 e 4.5, para bons níveis de SNR, nota-se uma precisão média na faixa dos 10 m, em que esses dados demonstram que a magnitude da potência de sinal é crítica para a correta aferição. Também se constatou que o desempenho do sistema tem melhora em proporção crescente ao número de elementos de arranjo nos APs, atribuído muito provavelmente a supressão de ruído notavelmente proporcionada pela filtragem espacial.

É atribuída a responsabilidade maior das falhas de precisão aos multipercursos, em que este pode ocorrer mesmo com valores altos de SNR. Como discutido na subseção 4.1.3, se for medido um feixe NLOS mais intenso que o LOS o resultado da aferição será equivocado e resultará em erros na distância calculada entre UE-AP. Um palpite para esse problema, que deve ser melhor investigado, é que ele tem maior ocorrência quando o feixe LOS é captado numa direção de diretividade baixa do arranjo, privilegiando feixe(s) NLOS que chegue(m) por uma direção de maior sensibilidade da antena (exemplificado na Figura 33), uma vez que esta não é omnidirecional.



Figura 33 – Se uma onda EM chegar por uma direção de baixa sensibilidade do arranjo de antenas, por exemplo a lateral/transversal, sua intensidade medida será menor do que ao chegar numa direção mais privilegiada. Isso pode ser indesejado no caso de um feixe LOS.

Fonte: (ZEKAVAT; BUEHRER, 2019) (Adaptado).

Como visto na seção 4.6 a variação no número de portadoras N_f não surte muito efeito, inclusive com esse número podendo chegar a um limiar, mesmo que como mostrado nas seções 3.1.2 e 4.1.1 uma quantidade maior destas acarreta em ganhos de precisão no tempo, pois aumenta-se o número de pontos para a CIR $\tilde{\mathbf{h}}_k^{j,i}$ e, consequentemente, maior resolução para a distância estimada \tilde{r}_k^j . Esses resultados sugerem indícios de que os multipercursos e ruídos têm maior causalidade na imprecisão da aferição da distância. Porém um efeito esperado que foi concretizado foi mostrado na seção 4.3 onde devido ao efeito de perda de percurso que depende do comprimento de onda da portadora do canal. À medida em que se aumenta a frequência da portadora central f_c os resultados ficam mais imprecisos, indicando que se deve haver preferência por valores menores de f_c em implementações. Um empecilho decorrente disso que dificulta a viabilização do sistema é que arranjos com muitas antenas em frequências abaixo dos 10 GHz necessitariam de *radio stripes* muito largas para comportá-los, dado que as dimensões de cada antena seriam da ordem de 1 a 10 cm.

Como contribuição acadêmica para a UnB, este trabalho desenvolveu um simulador em Python para sistemas de localização em ambientes *indoor*. O simulador permite gerar cenários espaciais com pontos de acesso (APs) e dispositivos móveis (UEs) específicos, além de utilizar técnicas de mMIMO com múltiplas antenas por AP e filtragem espacial, bem como modelos de canal estruturado gerados por uma biblioteca especializada (QuaDRiGa). Esse ferramental será disponibilizado para o grupo de pesquisas, que poderá utilizá-lo em seus próprios desenvolvimentos.

5.2 Resumo das Conclusões

Pode ser concluído, em síntese, que níveis de SNR mínimos são fundamentais para o funcionamento do sistema, uma vez que níveis muito altos ruído descaracterizam a informação do canal medida (subseção 4.1.2), onde deve-se concentrar esforços em futuros desenvolvimentos para a diminuição de intensidade de sinal mínima requerida para o correta apuração de distância entre UE e AP.

Foi visto que para arranjos de antenas receptoras, em APs, um grande número de elementos provém consideráveis ganhos de desempenho ao sistema devido a filtragem espacial que diminui a contaminação por ruídos na CIR, aumentando o desempenho do sistema em relação a requisitos de SNR. Porém, independente de ruídos, os multipercursos provocam bastantes erros nas estimações de distância muito devido a confusão provocada em que feixes de sinal recebido em NLOS são escolhidos erroneamente.

Também foi notado que frequências de portadora muito altas sofrem com maior queda de desempenho, problema bastante atribuído a perda de percurso (subseção 3.2.1), porém torna o custo maior para a fabricação de *radio stripes* devido a maiores dimensões para menores frequências de portadora. Dado a sua arquitetura OFDMA, números muito altos de sub-portadoras não influenciam muito no desempenho, sendo sugerida a priorização de recursos a outros parâmetros do sistema.

5.3 Directionamentos para trabalhos posteriores

Uma vez que são necessárias melhoras nos métodos aplicados até então, serão descritas sugestões desejadas para uma eventual continuação deste trabalho.

Beamforming adaptativo

Um grande problema que dificultou a precisão do sistema foram os multipercursos do sinal, logo torna-se necessário esforço em técnicas para sua mitigação. Outras técnicas de estimação de ToA como métodos baseados em Subespaços ou Máxima Verossimilhança (ZEKAVAT; BUEHRER, 2019) podem lidar melhor com esse problema.

É interessante lançar mão em outras técnicas de estimação de distância, como a DOA, a fim de se comparar desempenho e também possibilitar o uso de técnicas de *beamforming* adaptativo, os quais a separação de fase do sinal de cada elemento de arranjo do transmissor não é mais estática. Isso pode proporcionar variação na diretividade das antenas do arranjo e melhorar a captação de sinal em direções que antes seriam prejudicadas.

Simulação em deslocamento

Neste trabalho foi suposto um UE estático para desenvolvimento inicial das técnicas de posicionamento, porém é importante o aprofundamento em técnicas que considerem a posição do UE variando com o tempo, pois valores de medida de um tempo anterior podem ser utilizados para melhorar a qualidade da estimação.

O filtro de Kalman é uma abordagem para isso, pois ele é um estimador ótimo que minimiza a variância de medidas (ZEKAVAT; BUEHRER, 2019). Sua utilidade é tamanha pois, além de trabalhar com valores de medida dinâmicos, ele também faz a "fusão"entre medições de diferentes origens, podendo, por exemplo viabilizar a melhora de precisão através da adição de estimação de distâncias via DOA e também por RSSI, e fundindo-as às provenientes do método de ToA.

Adoção de sinais pilotos especiais

No contexto de um sistema de comunicação realista faz-se necessário levar em conta problemas de sincronização entre transmissor e receptor e sua correta troca de informação sem ambiguidade. A sequência piloto é de bastante interesse para atacar essa problemática, onde pode-se obter benefícios de sequências como a Zadoff-Chu (ANDREWS, 2022).

Implementação em hardware

Ao final, uma vez desenvolvidas e testadas todas as ferramentas necessárias para o funcionamento do sistema, é desejada a sua prototipação em hardware para real avaliação de seu desempenho. Deve ser feita uma pesquisa a fim de se avaliar quais equipamentos, como transceptores, *radio stripes* e CPU devem ser utilizados para sua integração.

Referências

3GPP. Technical Report, *Study on 3D channel model for LTE (Release 12).* 2018. *Online*, acesso em 15 de janeiro de 2023. Citado na página 41.

ALBREEM, M.; JUNTTI, M.; SHAHABUDDIN, S. Massive mimo detection techniques: A survey. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, PP, p. 1–1, 08 2019. Citado na página 25.

Website, ANACONDA | The World's Most Popular Data Science Platform. 2021. Disponível em: https://www.anaconda.com. Citado na página 49.

ANDREWS, J. G. A primer on zadoffchu sequences. *arXiv preprint arXiv:2211.05702*, 2022. Citado 2 vezes nas páginas 34 e 63.

BALANIS, C. A. Livro-texto. Antenna theory: analysis and design. third. [S.l.: s.n.], 2005. 811–842 p. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 27.

BJÖRNSON, E.; HOYDIS, J.; SANGUINETTI, L. Livro-texto. *Massive MIMO Networks: Spectral, Energy, and Hardware Efficiency.* [s.n.], 2017. v. 11. 154-655 p. Disponível em: http://dx.doi.org/10.1561/200000093>. Citado 4 vezes nas páginas 21, 24, 29 e 30.

BJÖRNSON, E.; SANGUINETTI, L. Cell-free versus cellular massive MIMO: What processing is needed for cell-free to win? In: IEEE. 2019 IEEE 20th International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC). [S.1.], 2019. p. 1–5. Citado 3 vezes nas páginas 21, 25 e 26.

BJÖRNSON, E.; SANGUINETTI, L. Making cell-free massive MIMO competitive with MMSE processing and centralized implementation. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, IEEE, v. 19, n. 1, p. 77–90, 2019. Citado na página 27.

CUI, W. et al. A robust mobile robot indoor positioning system based on wi-fi. International Journal of Advanced Robotic Systems, v. 17, n. 1, p. 1729881419896660, 2020. Disponível em: https://doi.org/10.1177/1729881419896660>. Citado na página 18.

CUNHA, R. de L. Estimação da distância de pontos móveis baseada na potência de sinais e roteados de redes sem fio. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Lavras, 2017. Citado na página 38.

Website, ERICSSON'S Cool R&D Effort – 5G Antennas and Strips of Tape. 2019. <https://www.5gtechnologyworld.com/ericssons-cool-rd-effort-5g-antennas-and-strips-of-tape/>. Online, acesso em 29 de novembro de 2022. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 28.

FHH Institute. Website, *QuaDRiGa | The Next Generation Radio Channel Model.* 2022. Disponível em: https://quadriga-channel-model.de. Citado na página 41.

FOUNDATION, P. S. Website, *Welcome to Python.org.* 2021. Disponível em: <<u>https://www.python.org/></u>. Citado na página 49.

HANEDA, K. et al. Technical Report, *mmMAGIC d2.2* - *Measurement Results and Final mmMAGIC Channel Models*. 2017. *Online*, acesso em 15 de janeiro de 2023. Citado na página 41.

HAYKIN, S.; MOHER, M. Livro-texto. *Introdução aos sistemas de comunicação*. [S.l.]: Bookman Editora, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 35 e 43.

HINES, W. W. et al. Livro-texto. *Probability and statistics in engineering*. fourth. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2003. Citado na página 71.

INTERDONATO, G. et al. Ubiquitous cell-free massive MIMO communications. *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, Springer, v. 2019, n. 1, p. 1–13, 2019. Disponível em: https://doi.org/10.1186/s13638-019-1507-0. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 28.

Website, KEENON. 2020. <https://www.keenonrobot.com/EN/Product/pro2.html>. Online, acesso em 20 de agosto de 2021. Citado na página 18.

KUMAR, G.; RAO, G.; KUMAR, M. GPS signal short-term propagation characteristics modeling in urban areas for precise navigation applications. *Positioning*, v. 04, p. 192–199, 01 2013. Citado na página 32.

MARINHO, L. H. R. Sistema de localização em recintos fechados usando antenas bluetooth. Monografia — Universidade de Brasília, 11 2020. Disponível em: https://bdm.unb.br/handle/10483/27796>. Citado na página 18.

MARINHO, M. A. M. Array processing techniques for direction of arrival estimation, communications, and localization in vehicular and wireless sensor networks. Tese (Doutorado) — Universidade de Brasília, 09 2018. Disponível em: https://repositorio.unb.br/handle/10482/32685>. Citado na página 21.

MARZETTA, T. L. Noncooperative cellular wireless with unlimited numbers of base station antennas. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, v. 9, n. 11, p. 3590–3600, 2010. Citado na página 24.

Website, MATPLOTLIB: Python plotting. 2021. Disponível em: https://matplotlib.org/>. Citado na página 49.

NERY, V. F. Performance analysis of a circular statistics based filter for pedestrian indoor tracking with bearings only measurements provided by low cost sensors. Monografia — Universidade de Brasília, 12 2018. Disponível em: https://bdm.unb.br/handle/10483/28493>. Citado na página 18.

Website, NUMPY. The fundamental package for scientific computing with Python. 2021. Disponível em: https://numpy.org/. Citado na página 49.

OPPENHEIM, A. V.; BUCK, J. R.; SCHAFER, R. W. Livro-texto. *Discrete-time signal processing*. [S.l.]: Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2001. Citado 2 vezes nas páginas 42 e 43.

PINHEIRO, G. B. Website, *Cell-free MIMO localization*. 2022. Disponível em: <<u>https://github.com/gabrielbopi/MIMO_localization</u>>. Citado na página 49.

PROAKIS, J.; SALEHI, M. Livro-texto. *Digital communications*. Fifth. [S.l.]: McGraw-Hill, 2008. Citado 3 vezes nas páginas 34, 35 e 42.

Website, RADIO Stripes re-thinking mobile networks. 2019. <<u>https://www.ericsson.com/en/blog/2019/2/radio-stripes></u>. Online, acesso em 29 de novembro de 2022. Citado na página 27.

RAJAPAKSHA, N. et al. Deep learning-based power control for cellfree massive MIMO networks. 2021. Disponível em: https://arxiv.org/abs/2102.10366>. Citado na página 25.

RECK, M. S. Beacons BLE – BLUETOOTH LOW ENERGY – Design e análise de um sistema de localização indoor. Monografia — Universidade de Caxias do Sul, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 45.

RODRIGUES, M. L.; VIEIRA, L. F. M.; CAMPOS, M. F. M. Mobile robot localization in indoor environments using multiple wireless technologies. In: 2012 Brazilian Robotics Symposium and Latin American Robotics Symposium. [S.l.: s.n.], 2012. p. 79–84. Citado na página 18.

SARKER, M. R. et al. Side lobe level reduction in antenna array using weighting function. In: 2014 International Conference on Electrical Engineering and Information & Communication Technology. [S.I.: s.n.], 2014. p. 1–5. Citado na página 37.

SILVA, C. F. O. A performance analysis of distributed filtering algorithms for indoor pedestrian tracking. Monografia — Universidade de Brasília, 12 2017. Disponível em: https://bdm.unb.br/handle/10483/28672>. Citado na página 18.

SOUDRÉ, M. M. Localização de usuários em ambientes inteligentes utilizando RFID ativo e filtro de Kalman. Monografia — Universidade de Brasília, 11 2014. Disponível em: https://bdm.unb.br/handle/10483/15129>. Citado na página 18.

TAMER, U. Testbed implementation of a MIMO-OFDM data link at sub 6 GHz frequency bands using an SDR platform. Dissertação (Mestrado) — Middle East Technical University, 08 2018. Disponível em: https://ieeexplore.ieee.org/document/8804165>. Citado na página 35.

TREVISAN, L. M. Um Algoritmo de Localização de Nós em Redes Sem-fio Usando Nível de Potência do Sinal. Dissertação (Mestrado) — Pontifícia Universidade Católica do Paraná, 2008. Citado 3 vezes nas páginas 19, 20 e 45.

VIEIRA, E. B. Análise arquitetural de sistemas de localização para ambientes fechados. Dissertação (Mestrado) — Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 20.

VOLAKIS, J. L. Livro-texto. ANTENNA ENGINEERING HANDBOOK. fourth. [S.l.]: McGraw-Hill, 2007. Citado na página 26.

Website, WHAT is Beamforming? 2019. <<u>https://www.everythingrf.com/community/</u>what-is-beamforming>. Online, acesso em 02 de janeiro de 2023. Citado na página 27.

Website, WHAT is Radio Stripe | Advantages and disadvantages of Radio Stripes. 2022. <<u>https://www.rfwireless-world.com/Terminology/</u> Advantages-and-Disadvantages-of-Radio-Stripes.html>. Online, acesso em 29 de novembro de 2022. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 28.

ZEKAVAT, S. A.; BUEHRER, M. Livro-texto. *Handbook of position location : theory, practice and advances.* second. Oxford: Wiley-Blackwell, 2019. (IEEE series on digital & mobile communication). ISBN 978-1-119-43458-0. Citado 13 vezes nas páginas 19, 26, 31, 34, 36, 37, 38, 39, 46, 47, 48, 61 e 63.

ZHAO, Y.; NIEMEGEERS, I. G.; GROOT, S. H. D. Power allocation in cell-free massive mimo: A deep learning method. *IEEE Access*, v. 8, p. 87185–87200, 2020. Citado na página 25.

Apêndices

APÊNDICE A – Definição de algumas funções

A.1 Potência em dBm

O valor de potência de transmissão em decibel miliwatt (dBm) abordado no Capítulo 4 é calculado por

$$(p_{total})_{\rm dBm} = 10 \log_{10} \left(\frac{p_{total}}{1 \,\mathrm{mW}}\right),\tag{A.1}$$

e, similarmente, a densidade espectral de ruído em dBm é obtida por:

$$N_{0(\text{dBm})} = 10 \log_{10} \left(\frac{N_0}{1 \text{ mW/Hz}} \right).$$
 (A.2)

A.2 Distribuições de probabilidade

Dado um conjunto de N amostras de determinada grandeza medida, a Função de Densidade de Probabilidade (*Probability Density Function*, PDF) discreta diz a probabilidade de ocorrência de uma variável aleatória $X \in \mathbb{Z}$ ou função de variáveis aleatórias $Y(X_1, \ldots, X_n)$, onde $n \leq N \in \mathbb{N}$.

Uma PDF discreta é dividida em **intervalos de classe** (ou *bins*). Quando há $I \leq N < \infty$ intervalos, em cada intervalo *i* há n_i ocorrências (frequências de ocorrência) de $X = x_i$, o qual é um valor de X dentro daquele intervalo, e então a PDF pode ser calculada como:

$$P(X=x_i) = \frac{n_i}{N}.$$

Na Figura 34 é ilustrada uma representação gráfica num formato bem conhecido.

A CDF de uma variável aleatória indica a probabilidade daquela grandeza X ocorrer **até** um intervalo de x_i . Ela pode ser calculada como:

$$P(X \le x_i) = \sum_{i=-\infty}^{i} P(X = x_i),$$

e o percentil p de x_i é calculado como $p = P(X \le x_i) \times 100$ e representa as p% ocorrências mais frequentes de X. Na Figura 34 é ilustrada uma CDF plotada.



Figura 34 – O histograma de uma grandeza X, calculado por $P(X = x_i) \cdot N$. A PDF pode ser vista como um caso especial dele.

Fonte: (HINES et al., 2003).



Figura 35 – A CDF discreta de uma variável X com a notação $P(X \le x_i) = F(X)$. Fonte: (HINES et al., 2003).
APÊNDICE B – Cronograma

As atividades do trabalho foram planejadas para o ano de 2022 e o início de 2023 com os períodos divididos em bimestres e são mostrados na Tabela 3.

Atividade	1º	2°	3°	4 °	5^{o}
Revisão bibliográfica	Х		Х		
Definição do escopo	Х				
Projeto de arquitetura inicial	Х				
Modelagem de canal	Х	Х			
Implementação de algoritmos para 1 antena (simulação)		Х	Х		
Implementação de algoritmos para <i>beamforming</i> (simulação)			Х	Х	
Implementação de métricas de desempenho		Х		Х	Х
Escrita da monografia		Х		Х	Х

Tabela 3 – Atividades do projeto e bimestres aproximados de sua realização.