

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
INSTITUTO DE FÍSICA

CARINA SILVA LYRA

**ESTUDO SOBRE A HISTÓRIA TÉRMICA DO
UNIVERSO JOVEM**

BRASÍLIA
2 DE FEVEREIRO DE 2023

Carina Silva Lyra

Estudo sobre a história térmica do universo jovem

Monografia apresentada ao Instituto de Física da Universidade de Brasília como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Bacharel em Física.

Orientador: Mariana Penna Lima Vitenti

Universidade de Brasília – UnB

Instituto de Física

Brasília

2 de fevereiro de 2023

Carina Silva Lyra

Estudo sobre a história térmica do universo jovem/ Carina Silva Lyra. – Brasília, 2 de fevereiro de 2023-

60 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Mariana Penna Lima Vitenti

Monografia – Universidade de Brasília – UnB

Instituto de Física, 2 de fevereiro de 2023.

1. Cosmologia. 2. Universo Jovem. I. Mariana Penna Lima Vitenti. II. Universidade de Brasília. III. Instituto de Física. IV. Estudo sobre a história térmica do universo jovem

CDU 02:141:005.7

Carina Silva Lyra

Estudo sobre a história térmica do universo jovem

Monografia apresentada ao Instituto de Física da Universidade de Brasília como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Bacharel em Física.

Trabalho aprovado. Brasília, 2 de fevereiro de 2023:

Mariana Penna Lima Vitenti
Orientador

Álvaro Gomes Dos Santos Neto
Convidado 1

Daniel Müller
Convidado 2

Brasília
2 de fevereiro de 2023

Resumo

O Hot Big Bang, também conhecido como modelo cosmológico padrão, tem sido bem-sucedido para explicar, por exemplo, a distribuição de galáxias no céu, além de fornecer uma descrição satisfatória da evolução do Universo. Ao se fazer uma retrospectiva histórica, a primeira fase cosmológica demarcada é do universo primordial, na qual ocorreram a expansão inicial do universo (inflação) assim como as primeiras interações entre a matéria e radiação. O objetivo deste trabalho é fazer uma revisão bibliográfica da história térmica do universo jovem, focando especialmente na Nucleossíntese do Big Bang, formação dos primeiros núcleons da natureza, na recombinação e na Radiação Cósmica de Fundo em Micro-ondas, o principal registro do universo primordial/jovem.

Palavras-chaves: Cosmologia, Universo Jovem, Hot Big Bang, Nucleossíntese, Radiação Cósmica de Fundo em Micro-ondas.

Abstract

The Hot Big Bang, also known as the Standard Cosmological Model, has been successful to explain, for example, the galaxy distribution in the sky, besides providing a satisfactory description of the Universe's evolution. Doing a historical retrospective, the first cosmological phase is the so-called primordial Universe, when the initial expansion of the universe (inflation) took place, as well as the first interactions between the matter and the radiation. The work aims to do a bibliographic review of the thermal history of the early universe, focusing especially on the Big Bang Nucleosynthesis, when the first nucleons were formed, recombination and in the Cosmic Microwave Background Radiation, the main record of the early universe.

Key-words: Cosmology, the Early Universe, Hot Big Bang, Nucleosynthesis, Cosmic Microwave Background Radiation.

Lista de ilustrações

Figura 1 – A imagem mostra o aumento razão entre as densidades de deutério e bárion em função da diminuição temperatura, que está diretamente relacionada com a evolução temporal. Tal análise gráfica é obtida a partir da equação de Saha. Fonte: Introduction to Cosmology (RYDER, 2017)	37
Figura 2 – A imagem apresenta a razão entre as densidades de nêutron e bárion em função da temperatura. Percebe-se que a densidade de nêutrons decaiu junto com a temperatura, até chegar em uma estabilidade numérica, representada pela linha pontilhada. Fonte: Introduction to Cosmology (RYDER, 2017)	41
Figura 3 – O gráfico mostra a evolução temporal, colocada em termos de energia, dos primeiros núcleons formados em razão do número de hidrogênio, além de explicitar alguns fenômenos primordiais. Fonte: Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 60:539-568, (POSPELOV; PRADLE, 2016)	43
Figura 4 – O gráfico apresenta os parâmetros cosmológicos de densidades do Hélio-4, Deutério, Trítio e Lítio-7 em função da razão bárion-fóton (η_b). A largura das linhas apresenta o intervalo de confiança dos dados paramétricos. Fonte: Rev. Mod. Phys. 88, 015004 (CYBURT et al., 2016)	44
Figura 5 – Gráfico das equações de recombinação, quanto menor o redshift e a quanto menor a temperatura, mais recente. A equação de Boltzmann é a solução numérica do fenômeno, enquanto a de Saha é a suposição de um estado de equilíbrio. Fonte: Lecture Notes in Cosmology (PIATTELLA, 2018)	50
Figura 6 – A figura mostra a flutuação da temperatura dos fótons da Radiação Cósmica de Fundo (RCF) observada pela sonda espacial Planck. A RCF foi emitida quando o universo tinha uma idade de aproximadamente 380000 anos. Fonte: ESA and the Planck Collaboration (ESA, 2013a)	52
Figura 7 – O gráfico apresenta os dados obtidos pelo satélite COBE de intensidade em função da frequência na temperatura média atual da radiação cósmica de fundo com a plotagem da intensidade do espectro de um corpo negro, Eq. (10.3), tal que as margens de erros dos dados são extremamente pequenas. Fonte: Astrophys. J. 473 1996 576 (FIXSEN et al., 1996)	53

Figura 8 – O gráfico apresenta as flutuações da temperatura dos fótons da RCF observada pela sonda espacial Planck em diferentes escalas angulares, também podendo ser colocado em função de momentos de multipolo. Os pontos são os dados observados com suas respectivas barras de erro e a curva verde é o melhor ajuste do Modelo Cosmológico Padrão e o sombreado esverdeado se refere às predições que melhor concordam com os dados de variação da teoria do modelo padrão. Fonte: ESA and the Planck Collaboration (ESA, 2013b) 55

Lista de tabelas

Tabela 1 – A tabela apresenta diferentes etapas do Universo Jovem. Fonte: SPICE Resources (The University of Western Australia, 2011)	19
---	----

Sumário

	Introdução	15
1	MODELO COSMOLÓGICO PADRÃO	21
2	EQUILÍBRIO TÉRMICO	25
3	EQUAÇÃO DE BOLTZMANN	27
4	EQUAÇÃO DE SAHA	31
5	RAZÃO BÁRION-FÓTON	33
6	GARGALO DE DEUTÉRIO	35
7	ABUNDÂNCIA DE NÊUTRONS	39
8	FORMAÇÃO DE ELEMENTOS LEVES	43
9	RECOMBINAÇÃO	47
10	RADIAÇÃO CÓSMICA DE FUNDO EM MICRO-ONDAS	51
	Conclusão	57
	REFERÊNCIAS	59

Introdução

O princípio cosmológico declara que o Universo é espacialmente homogêneo e isotrópico. A principal evidência observacional surge dos registros da Radiação Cósmica de Fundo em Micro-ondas (RCF) ¹, a qual indica a homogeneidade e isotropia cosmológica em grandes escalas ($\gtrsim 100$ Mpc). Essa radiação é composta de fótons que atualmente possuem temperaturas de $T = 2,7255 \pm 0,0006K$, e foi emitida quando o universo tinha aproximadamente 380.000 anos (RYDER, 2017).

Em escalas menores, observamos uma quebra da homogeneidade e isotropia devido à presença de estruturas, como galáxias, estrelas e planetas. Em suma, a homogeneidade refere-se a invariância por translação espacial, fato percebido ao se fazer observações em grandes escalas, os aglomerados de matéria e os espaços vazios do universo se aproximam de um mesmo padrão observacional em todos os lugares. Já a isotropia refere-se a invariância por rotação, isto é, não há uma diferenciação das direções em que se observa o universo. Assim, considerando estas duas características no estudo cosmológico, tem-se que o universo é altamente simétrico.

Além de explicitar a homogeneidade e isotropia, a RCF também possibilita acessar informações mais antigas, ou seja, ela fornece informações sobre as condições iniciais do universo. As observações da RCF são um dos principais indícios que corroboram para o atual modelo padrão cosmológico vigente da origem do Universo, o Hot Big Bang. Tal teoria afirma que o Universo partiu de um estado inicial de altas densidades e temperaturas, e logo em seguida passou por uma expansão de forma exponencial, período conhecido como inflacionário.

O objetivo deste trabalho é analisar algumas das etapas do Universo Jovem, por meio de uma revisão bibliográfica do tema. Inicialmente será estudada a Nucleossíntese do Big Bang, o período em que ocorreu a formação dos primeiros átomos estáveis de elementos leves a uma temperatura de 0,1 MeV (mega elétron-volts), e tempo de aproximadamente três minutos de universo. Em seguida, o estudo feito será da formação da Radiação Cósmica de Fundo que ocorreu quando o universo já havia esfriado até a temperatura de cerca de 0,3 eV (PIATTELLA, 2018).

Logo após o período inflacionário, todas as partículas existentes se encontravam em equilíbrio térmico em uma estrutura denominada plasma primordial. Conforme o Universo de expandia seguindo o parâmetro de Hubble

$$H \equiv \frac{\dot{a}}{a}, \quad (1)$$

¹ A imagem referente a este registro se encontra no capítulo sobre RCF.

em que $a(t)$ é o fator de escala que explicita a distância escalar entre dois pontos em um determinado tempo próprio t e \dot{a} é sua derivada temporal.

Porém para que houvesse o equilíbrio térmico era necessário que a taxa de interação entre as partículas,

$$\Gamma = n\sigma v_{rel}, \quad (2)$$

fosse muito maior que o parâmetro de Hubble (H).

A taxa de interação é distinta para diferentes espécies, pois é composto pela densidade numérica n de partículas dos projéteis, a velocidade relativa v_{rel} entre tais projéteis e os alvos atingidos, além de suas secções de choque σ .

Assim, a interação se sobressai à expansão, tal que o livre caminho médio passa a ser muito menor do que o raio de Hubble, ou seja, as partículas interagem com tanta frequência que flutuações energéticas causada pela expansão é rapidamente diminuída, retornando ao estado de equilíbrio térmico (PIATTELLA, 2018).

A medida que o parâmetro de Hubble aumenta, ele passa a se aproximar do valor referente a taxa de expansão de algumas partículas, isto é, essa expansão se torna relevante em relação ao livre caminho médio e diminui o número de interações ($H \sim \Gamma$), até o ponto em que tal partícula deixa de interagir com outras espécies se desacoplando do plasma primordial, perdendo o equilíbrio térmico com o sistema. O desacoplamento de espécies é uma das principais formas de análise da história térmica do Universo, sendo possível retomar o valor energético, as reações existentes e a abundância residual por meio das informações de desequilíbrio das espécies analisadas.

O equilíbrio térmico pode indicar equilíbrio cinético e/ou químico. O equilíbrio cinético se refere basicamente ao processo de espalhamento entre no mínimo duas partículas. Porém o equilíbrio químico trata de quatro espécies distintas que interagem entre si por meio de uma reação balanceada:



Tal reação pode ser reescrita em termos do potencial químico μ referente a cada espécie como

$$\mu_1 + \mu_2 = \mu_3 + \mu_4. \quad (3)$$

Quando o desacoplamento ocorre por meio do desequilíbrio químico, o fenômeno é denominado congelamento, de modo que uma das partículas passa a ter uma abundância fixa, já que a reação deixa de produzir as outras partículas. Ainda sim, é possível que a espécie ainda reaja cineticamente por meio do espalhamento, ou seja, não necessariamente há também a quebra do equilíbrio cinético.

Até a temperatura de 1 MeV, antecedendo à Nucleossíntese, a composição do plasma cósmico era de: partículas relativísticas em equilíbrio como, por exemplo, a reação leptônica



de um elétron com pósitron formando dois fótons e vice-versa; partículas não-relativísticas, basicamente constituída de prótons e nêutrons, a matéria bariônica (partículas compostas por três quarks) resultante do processo de aniquilação de quarks com antiquarks devido uma assimetria entre os dois; os neutrinos e também antineutrinos, partículas relativísticas desacopladas, que apesar de estarem na mesma temperatura do restante, já não interagem mais com o plasma (DODELSON; SCHIMDT, 2021).

O desacoplamento dos neutrinos, na temperatura de 1 MeV, foi o responsável por criar condições para que se iniciasse a formação dos primeiros núcleons, já que antes a matéria bariônica se mantinha balanceada por meio das reações de força fraca: decaimento beta



captura do elétron



e decaimento beta inverso



O neutrino ν dessas equações refere-se ao neutrino do elétron ν_e .

A partir do momento em que o neutrino deixa de interagir, primeiramente ocorre a aniquilação pósitron-elétron. A reação (4) perde o equilíbrio depois que a energia térmica se torna menor que a massa de repouso do elétron ($m_e c^2 = 0,511 MeV$), assim pósitrons desaparecem restando elétrons e fótons, devido a uma assimetria leptônica. Em seguida, o processo de nucleossíntese se inicia pela fusão de prótons e nêutrons formando os primeiros núcleos atômicos.

O núcleo de deutério (isótopo do hidrogênio), representado pela letra D ou por ${}^2\text{H}$,



é o primeiro núcleo a ser formado, com um próton e um nêutron, já que o hidrogênio simples ${}^1\text{H}$ possui composição nuclear de apenas um próton. Em seguida, tem-se a formação de alguns outros isótopos de hidrogênio por meio de fusão, como o trítio ${}^3\text{H}$ (também

representado por T), e também isótopos de Hélio, sendo que sua forma mais abundante é o ${}^4\text{He}$, constituído de dois prótons e dois nêutrons.

A reação de fusão libera uma determinada energia de ligação

$$B_A = [Zm_p + (A - Z)m_n - m_A]c^2, \quad (9)$$

onde Z é o número de prótons, N é o número de nêutrons, A é o número de massa ($A = Z + N$) do núcleo formado, as massas referentes ao próton e ao nêutron são m_p e m_n respectivamente e c é a velocidade da luz no vácuo.

Assim, a energia de ligação do deutério é de $B_D = 2,22\text{MeV}$, que também pode ser entendido como a energia do fóton liberado na formação do deutério. Qualquer fóton com energia maior do que B_D pode desassociar o deutério de volta para um próton e um nêutron. Por isso, ocorre o Gargalo de Deutério, pois, para que se formem os núcleons maiores deve-se esperar que o deutério seja formado estavelmente.

Assim os átomos leves passam a ser formados a partir de fusões nucleares, podendo resultar como produtos: prótons e nêutrons, além de um novo núcleo. Essa matéria bariônica reagiria continuamente desenvolvendo um grande processo em cadeia, se não fosse o desacoplamento dos neutrinos, causando um congelamento no número de nêutrons formados. Entretanto, estes nêutrons possuem curto período de vida, seu decaimento (também conhecido como decaimento beta, Eq. (5)), ocorre em um tempo $\tau_n = 880s$. Após isso, ocorre o congelamento dos nêutrons, todas partículas de nêutrons que se encontravam livres no plasma se estabilizaram nos núcleos atômicos antes de decaírem em prótons, elétrons e antineutrinos.

Dentre as observações atuais das abundâncias referentes ao período da Nucleossíntese do Big Bang se destacam: o ${}^4\text{He}$, que possui sua quantidade determinada pelo número de nêutrons livres na época da Nucleossíntese; o deutério, por ser altamente dependente da densidade bariônica serve como um ótimo fator para obter a razão entre bárions e fótons, além disso não há outra fonte astrofísica de ${}^2\text{H}$ no Universo; e o ${}^7\text{Li}$, que apesar de possuir uma das menores abundâncias advindas do período térmico primordial, possui uma certa estabilidade, entretanto um dos grandes problemas da Nucleossíntese do Big Bang a se resolver é o Problema do Lítio, pois as previsões apresentam um número muito mais abundante do que o observado (CYBURT et al., 2016).

Algum tempo após a formação dos elementos leves, o plasma primordial era composto por: prótons, elétrons, átomos de hidrogênio (${}^1\text{H}$) e fótons, todos em equilíbrio dentro das reações



e



ou seja, os fótons interagem com o 1H , os destruindo assim que se formavam, e com os elétrons por meio do espalhamento.

A medida que o universo esfriava, ocorreu o fenômeno de recombinação. Os fótons foram perdendo energia ao ponto em que já não era possível romper a ligação entre prótons e elétrons, causando deste modo desequilíbrio da reação e estabilizando a formação do hidrogênio.

Simultaneamente, a densidade numérica de elétrons livres decaía, consequentemente o espalhamento deixava de acontecer e os fótons se desacoplaram. Assim estes fótons muito abundantes no universo, já não possuíam energia suficiente para interagir com os elementos formados e passaram a transitar livremente pelo universo em forma de radiação eletromagnética, a Radiação Cósmica de Fundo em Micro-ondas.

A cronologia do universo primordial pode ser dada pela tabela 1.

Período	Idade do Universo
Escala Planck	$< 10^{-43}s$
Teoria da Grande Unificação	$10^{-43}s - 10^{-35}s$
Inflação	$10^{-35}s - 10^{-12}s$
Era Quark	$10^{-12}s - 10^{-6}s$
Transição de fase eletrofraca	$10^{-12}s - 10^{-6}s$
Era Hádron	$10^{-6} - 1s$
Desacoplamento do neutrino	$1s$
Era Lépton	$1s - 10s$
Nucleossíntese do Big Bang	$3min - 20min$
Era Fóton	$10s - 300000anos$
Recombinação	$300000anos - 380000anos$

Tabela 1 – A tabela apresenta diferentes etapas do Universo Jovem. Fonte: SPICE Resources ([The University of Western Australia, 2011](#))

Em síntese, o primeiro período demarcada é a Era Planck que, devido a pequena dimensão do universo, ainda não existe uma teoria que compreenda tal época satisfatoriamente. Em seguida, assume-se que houve a unificação de três das interações fundamentais da natureza (forças eletromagnética, forte e fraca), posteriormente o universo se expandiu de forma exponencial durante a Inflação e as forças se separaram umas das outras. A partir disso, os quarks interagem entre si até se estabilizarem na forma de hádrons (mésons e bárions), houve então um aniquilamento entre matéria e antimatéria causada pela assimetria de bárions.

As reações envolvendo léptons eram dominantes no plasma primordial, houve então a aniquilação dos pares de léptons e antiléptons, os léptons se sobressaíram por serem numericamente dominantes, além disso houve o desequilíbrio das reações fracas e o neutrino se desacoplou do plasma primordial. Por fim, a era quando a radiação foi dominante

teve fim demarcado pelo processo de Nucleossíntese do Big Bang, dando início a era de matéria dominante que perdura até os dias atuais. Milhares de anos depois, hidrogênio e hélio capturaram elétrons criando átomos neutros e os fótons se desacoplaram resultando na RCF.

As seções deste projeto, para que seja explicado parte da história térmica do universo primordial, estão organizadas da seguinte maneira: a explicação do Modelo Cosmológico Padrão, parâmetros e variáveis cosmológicas; o estudo do equilíbrio térmico, para que seja compreensível o estado de estabilidade das partículas antes de seus desacoplamentos; a equação de Boltzmann para a descrição de colisões; em seguida, é possível desenvolver a equação de Saha para representar o equilíbrio químico da matéria primordial. Com a base matemática formulada, torna-se realizável a descrição dos processos específicos do período de Nucleossíntese, os quais são a razão entre bárions e fótons, o Gargalo de Deutério, a abundância de nêutrons e a formação de elementos leves. Em seguida, se explana a estabilização do hidrogênio simples pela recombinação, e por fim, a formação da RCF e suas anisotropias.

1 Modelo Cosmológico Padrão

O Hot Big Bang, modelo cosmológico padrão, se utiliza da métrica de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + a^2(t) \left(\frac{dr^2}{1 - \kappa r^2} + r^2 d\Omega^2 \right) \quad (1.1)$$

para a descrição espacial do universo em grande escala a fim de contemplar o princípio cosmológico, onde Ω neste caso específico é o ângulo sólido e κ é a constante de curvatura, a qual pode assumir três valores distintos ao depender do formato geométrico do universo: $\kappa = 0$ é o caso plano, $\kappa = 1$ é a curvatura esférica, e $\kappa = -1$ se for hiperbólico (RYDER, 2017).

Tal modelo também está em consonância com a teoria da Relatividade Geral, utilizando as equações de campo de Einstein

$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}, \quad (1.2)$$

em que $g_{\mu\nu}$ é o tensor métrico, Λ é a constante cosmológica, G é a constante gravitacional, $T_{\mu\nu}$ é o tensor energia-momento e $G_{\mu\nu}$ é o tensor de curvatura de Einstein, o qual pode ser definido em termos do tensor e do escalar de Ricci, $R_{\mu\nu}$ e R ,

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{g_{\mu\nu} R}{2}. \quad (1.3)$$

Assim a equação de campo também pode ser escrita como

$$R_{\mu\nu} - \frac{g_{\mu\nu} R}{2} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}. \quad (1.4)$$

Percebe-se que o lado esquerdo da igualdade se refere a métrica, enquanto o direito está relacionado à composição do universo, assim a equação de campo relaciona a geometria do espaço-tempo com a matéria (DODELSON; SCHIMDT, 2021).

Calculando as componentes do tensor de Ricci na Eq. (1.4) acompanhada da métrica de FLRW, Eq. (1.1), é possível desenvolver as equações que regem a expansão do universo: a equação de Friedmann

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3c^2} \epsilon - \frac{\kappa c^2}{a^2} + \frac{\Lambda c^2}{3}, \quad (1.5)$$

onde ϵ é a densidade de energia; a equação de aceleração

$$\frac{\ddot{a}}{a} = \frac{4\pi G}{3} \left(\rho + \frac{3P}{c^2} \right) + \frac{\Lambda c^2}{3} \quad (1.6)$$

em que P é a pressão e ρ é a densidade de massa em repouso, tal que $\rho c^2 = \epsilon$; por fim a equação de fluido

$$\dot{\epsilon} + 3H(\epsilon + P) = 0 \quad (1.7)$$

desenvolvida a partir da conservação de energia do sistema, a fórmula descreve o comportamento de um fluido perfeito.

Na equação (1.5), incorporando o termo da constante cosmológica ao de energia

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3c^2}\epsilon - \frac{\kappa c^2}{a^2}$$

e considerando a constante de curvatura nula, determina-se a densidade crítica de energia

$$\epsilon_c = \frac{3c^2 H^2}{8\pi G}, \quad (1.8)$$

consequentemente também se define o ρ_c . A partir disso se introduz o parâmetro de densidade

$$\Omega = \frac{\epsilon}{\epsilon_c} = \frac{8\pi G\epsilon}{3c^2 H^2} = \frac{8\pi G\rho}{3c^2 H^2}. \quad (1.9)$$

A equação de Friedmann pode ser reescrita com Ω ,

$$\Omega - \frac{\kappa c^2}{H^2 a^2} = 1, \quad (1.10)$$

tal que o segundo termo do lado direito da igualdade é denominado parâmetro de densidade de curvatura $\Omega_\kappa \equiv -\frac{\kappa c^2}{H^2 a^2}$, logo

$$\Omega + \Omega_\kappa = 1.$$

Como o parâmetro de densidade pode ser representado em função da densidade energética, Eq. (1.9), pode se afirmar que Ω representa as componentes do universo, sendo possível subdividi-lo em outros parâmetros

$$\sum_x \Omega_x + \Omega_\kappa = 1. \quad (1.11)$$

Ao utilizar a equação (1.5), a equação de Friedmann torna-se

$$\frac{H^2}{H_0^2} = \sum_x \Omega_{x0} f_x(a) + \frac{\Omega_{\kappa 0}}{a^2}, \quad (1.12)$$

em que $f_x(a)$ relaciona à componente x com o fator de escala a , na cosmologia, o subíndice zero demarca o valor das variáveis no momento atual.

Finalmente, escrevendo o parâmetro de Hubble em termos das componentes do universo, tem-se

$$H(a) = H_0 \sqrt{\Omega_r/a^4 + \Omega_m/a^3 + \Omega_k/a^2 + \Omega_\Lambda}, \quad (1.13)$$

onde Ω_r se refere a radiação, Ω_m a matéria massiva e Ω_Λ é o termo da constante cosmológica.

Com estas equações é possível descrever o comportamento do universo em diferentes períodos condições. No entanto, o momento atual possui o tempo presente t_0 colocado em função do parâmetro de Hubble, Eq. (1), e do fator de escala

$$t_0 = \int_0^{t_0} dt = \int_0^1 \frac{da}{\dot{a}} = \int_0^1 \frac{da}{H(a)a}. \quad (1.14)$$

O t_0 também pode ser colocado em função do redshift (desvio para o vermelho), que é um observável fundamental da cosmologia calculado pelos comprimentos de onda λ observados e emitidos por uma fonte

$$z = \frac{\lambda_{obs}}{\lambda_{em}} - 1, \quad (1.15)$$

em que o λ_{em} é calculado por meio de espectroscopia, assim

$$t_0 = \int_0^\infty \frac{dz}{H(z)(1+z)}. \quad (1.16)$$

O redshift é comumente usada como variável temporal, assim como o fator de escala,

$$a = \frac{1}{1+z}, \quad (1.17)$$

o qual se relaciona com z , ao se usar a convenção $a(t_0) = 1$ (PIATTELLA, 2018).

2 Equilíbrio Térmico

A formação dos primeiros núcleos atômicos foi possibilitada devido à quebra de equilíbrio térmico de algumas partículas em relação ao plasma primordial. Logo, para compreender este processo, é necessário entender as características das partículas anteriormente aos desacoplamentos, ou seja, enquanto ainda estavam em equilíbrio. Este tópico a respeito do equilíbrio térmico do universo tem como referência os livros dos seguintes autores: Oliver Piatella ([PIATTELLA, 2018](#)), Scott Dodelson e Fabian Schmidt ([DODELSON; SCHIMDT, 2021](#)).

Assim, se introduz inicialmente a função distribuição

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t)$$

dada em termos das variáveis posição \mathbf{x} , momento próprio \mathbf{p} e tempo t , sendo possível descrever o comportamento das partículas por meio de tal função.

A função distribuição é acompanhada de um fator de normalização advindo do princípio de incerteza de Heisenberg

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}, \quad (2.1)$$

onde \hbar é a constante de Planck ($h/2\pi$). Assim, considerando a posição e o momento em apenas uma dimensão, a menor região em que a partícula pode ser encontrada é $2\pi\hbar$ e o espaço de fase é $\frac{dx dp}{2\pi\hbar}$. A partir disso, considerando o espaço de fase em três dimensões, o menor volume em que uma partícula pode ser encontrada é de $(2\pi\hbar)^3$ e o espaço de fase passa a ser

$$\frac{d^3\mathbf{x}d^3\mathbf{p}}{(2\pi\hbar)^3}. \quad (2.2)$$

Logo a função distribuição junto com o fator de normalização é apresentado na forma

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t) \frac{d^3\mathbf{x}d^3\mathbf{p}}{(2\pi\hbar)^3}.$$

Definido o espaço de fase da função distribuição, obtém-se a função densidade de probabilidade

$$d\mathcal{P} = f(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t) \frac{d^3\mathbf{x}d^3\mathbf{p}}{(2\pi\hbar)^3}, \quad (2.3)$$

a qual representa a chance de se encontrar uma partícula no volume em um instante t . Por fim, desenvolve-se outras três funções relevantes para a descrição do sistema, a primeira

é a função densidade numérica

$$n(\mathbf{x}, t) = g_s \int f(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t) \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3}, \quad (2.4)$$

a constante g_s se refere ao número interno de graus de liberdade, ou seja, a degenerescência da espécie. Sabendo que a energia definida em função do momento próprio é

$$E(p) = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}, \quad (2.5)$$

tal que c é a velocidade da luz no vácuo e m é a massa do corpo analisado.

Logo, a função densidade de energia é

$$d\epsilon(\mathbf{x}, t) = g_s \int f(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t) \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4} \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3}. \quad (2.6)$$

A pressão dos sistemas se relaciona com a densidade de energia, na forma $P = \frac{\epsilon}{3}$, usando a relação de Eq. (2.5) para o fóton (partícula não-massiva), a função de pressão é

$$dP(\mathbf{x}, t) = g_s \int f(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t) \frac{p^2 c^2}{3E(p)} \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3}. \quad (2.7)$$

Para uma partícula não-relativística, indicada pelo índice i , a densidade numérica pode ser dada de uma forma mais simplificada, por meio da função de Maxwell

$$n_i = g_i \left(\frac{m_i k_B T}{2\pi\hbar} \right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(\frac{\mu_i - m_i c^2}{k_B T} \right), \quad (2.8)$$

onde k_B é a constante de Boltzmann e T é a temperatura.

A função do espaço de distribuição de fase, por descrever um estado de equilíbrio, pode ser dada pelo termo energético E , o potencial químico μ e a temperatura T , a depender da classificação da partícula. Quando trata-se de férmions (como os prótons, os elétrons e os neutrinos), a função f assume o valor

$$f = \frac{1}{\exp\left(\frac{E-\mu}{k_B T}\right) + 1}, \quad (2.9)$$

sendo chamada de distribuição de Fermi-Dirac. Já com bósons (como os fótons), se troca o sinal de soma por uma subtração, resultando na distribuição de Bose-Einstein

$$f = \frac{1}{\exp\left(\frac{E-\mu}{k_B T}\right) - 1}, \quad (2.10)$$

Com as equações (2.4), (2.6) e (2.7), são definidos termos que caracterizam o estado de equilíbrio térmico das partículas do plasma primordial.

3 Equação de Boltzmann

Mesmo em estado de equilíbrio, deve-se considerar também a movimentação e as interações entre as partículas dentro do plasma. A descrição completa de um sistema com diversas espécies pode ser dada pela equação de transporte de Boltzmann:

$$\hat{\mathbf{L}}[f] = \mathbf{C}[f]. \quad (3.1)$$

A discussão sobre a Equação de Boltzmann teve como referência os livros: *The Early Universe* (KOLB; TURNER, 1990), *Lectures Notes in Cosmology* (PIATTELLA, 2018) e *Modern Cosmology* (DODELSON; SCHIMDT, 2021).

O termo do lado esquerdo da igualdade da Eq. (3.1) é o operador de Liouville, o qual calcula a evolução temporal de uma função por meio da derivada temporal total

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{d\mathbf{x}}{dt} \nabla_x + \frac{d\mathbf{p}}{dt} \nabla_p = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\mathbf{p}}{m} \nabla_x + \mathbf{F} \nabla_p \equiv \hat{\mathbf{L}}[f], \quad (3.2)$$

onde as derivadas temporais do deslocamento e do momento são dadas pelas equações de movimento $\dot{\mathbf{x}} = \frac{\mathbf{p}}{m}$ e $\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{F}$, tal que \mathbf{F} é uma força externa agindo sobre o sistema de partículas.

Já que não há nenhuma outra fonte de criação ou destruição das partículas no sistema do plasma primordial, desconsiderando as interações entre as partículas, e aplicando-se o operador de Liouville na fórmula (2.4), a densidade numérica se mantém constante

$$\hat{\mathbf{L}}[n] = \frac{dn}{dt} = 0 \longrightarrow \frac{df}{dt} = 0. \quad (3.3)$$

Como a densidade numérica depende diretamente da função distribuição, é possível afirmar que a derivada temporal de f também é nula nesta situação.

Entretanto, o modelo cosmológico tratado dita que o universo se encontrava em expansão no período de equilíbrio térmico do plasma. Este crescimento espacial pode ser considerado ao colocar, na Eq. (3.3), o fator de escala a (introduzido anteriormente para definir o parâmetro de Hubble na Eq. (1)), que descreve de forma ideal como as distâncias dentro da métrica de FLRW se expandem ou contraem no tempo (RYDER, 2017). Assim, um determinado volume V , onde se encontram as partículas primordiais, se expande na mesma taxa em que o universo se expande, de modo que $V \propto a(t)^3$, logo a densidade numérica possui o termo $a(t)^3$ atrelado. E, na ausência de colisões a densidade numérica decai em $a(t)^{-3}$. Por fim, a Eq. (3.3), no modelo cosmológico padrão, é

$$\frac{1}{a^3} \frac{d(na^3)}{dt} = 0. \quad (3.4)$$

Retornando a equação de Boltzmann, Eq. (3.1), o operador do lado direito da igualdade $\mathbf{C}[f]$ refere-se ao termo de colisão das partículas. Considerando uma reação do tipo

$$1 + 2 \longleftrightarrow 3 + 4, \quad (3.5)$$

o termo de colisão apenas para a partícula identificada pelo número 1 é

$$C[f_1(\mathbf{p}_1)] = \sum_{\mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3, \mathbf{p}_4}^{\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = \mathbf{p}_3 + \mathbf{p}_4} \delta_D^{(1)}(E_1(p_1) + E_2(p_2) - E_3(p_3) - E_4(p_4)) |\mathcal{M}^2| \quad (3.6)$$

$$\times (f_3(\mathbf{p}_3) f_4(\mathbf{p}_4) - f_1(\mathbf{p}_1) f_2(\mathbf{p}_2)),$$

onde a função delta de Dirac leva em conta a conservação de energia e momento da interação, $|\mathcal{M}^2|$ é o termo de amplitude de espalhamento ao quadrado que é descrito por detalhes microfísicos da colisão e das partículas. A contribuição energética de cada uma das partículas é considerada, e o último termo serve para explicitar a relação de balanceamento, dada pela Eq. (3.5), de modo que a proporção de produção e reação entre as partículas é fornecida pelo produto entre as funções de distribuição do lado direito $f_3 f_4$ (referente a reação inversa) menos o produto entre as funções do lado esquerdo $f_1 f_2$ (referente a reação direta).

Porém este termo de colisão, desconsidera os efeitos quânticos do Princípio de Exclusão de Pauli e *Bose enhancement*, os quais ditam que por ter mais estados disponíveis, é mais fácil se produzir um bóson do que um férmion. Por isso, ao termo final de $C[f_1(\mathbf{p}_1)]$ multiplica-se os termos $(f + 1)$ referente aos bósons e $(f - 1)$ referente aos férmions a cada uma das funções distribuições.

E, para se representar a soma contínua sobre o espaço de fase, considera-se o elemento de volume na Eq. (2.2), podendo relevar o termo de deslocamento, pois todos se referem a um mesmo \mathbf{x} e t . Por fim, as energias podem ser descritas a partir da Eq. (2.5), tal que também aparece $\frac{1}{2E}$ advinda da integral sobre o termo de energia, o qual depende do momento. Enfim, o termo de colisão toma a forma de

$$C[f_1(\mathbf{p}_1)] = \frac{1}{2E(p_1)} \int \frac{d^3 \mathbf{p}_2}{(2\pi\hbar)^3 2E_2} \int \frac{d^3 \mathbf{p}_3}{(2\pi\hbar)^3 2E_3} \int \frac{d^3 \mathbf{p}_4}{(2\pi\hbar)^3 2E_4} |\mathcal{M}^2| \quad (3.7)$$

$$\times (2\pi\hbar)^4 \delta_D^{(3)}(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_3 - \mathbf{p}_4) \delta_D^{(1)}(E_1(p_1) + E_2(p_2) - E_3(p_3) - E_4(p_4))$$

$$\times [f_3(\mathbf{p}_3) f_4(\mathbf{p}_4) (1 \pm f_1(\mathbf{p}_1)) (1 \pm f_2(\mathbf{p}_2)) - f_1(\mathbf{p}_1) f_2(\mathbf{p}_2) (1 \pm f_3(\mathbf{p}_3)) (1 \pm f_4(\mathbf{p}_4))].$$

Finalmente, retomando a Eq. (3.1), considerando o termo de Liouville representado pela Eq. (3.4) e o termo de colisão dado pela Eq. (3.7), obtém-se a equação de Boltzmann para um sistema do universo em expansão, representado pela evolução temporal de uma

densidade numérica.

$$\begin{aligned}
\frac{1}{a^3} \frac{d(na^3)}{dt} &= \int \frac{d^3\mathbf{p}_1}{(2\pi\hbar)^3 2E_1} \int \frac{d^3\mathbf{p}_2}{(2\pi\hbar)^3 2E_2} \int \frac{d^3\mathbf{p}_3}{(2\pi\hbar)^3 2E_3} \int \frac{d^3\mathbf{p}_4}{(2\pi\hbar)^3 2E_4} \times (2\pi\hbar)^4 \\
&\quad \delta_D^{(3)}(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_3 - \mathbf{p}_4) \delta_D^{(1)}(E_1(p_1) + E_2(p_2) - E_3(p_3) - E_4(p_4)) |\mathcal{M}^2| \quad (3.8) \\
&\times [f_3(\mathbf{p}_3) f_4(\mathbf{p}_4) (1 \pm f_1(\mathbf{p}_1)) (1 \pm f_2(\mathbf{p}_2)) - f_1(\mathbf{p}_1) f_2(\mathbf{p}_2) (1 \pm f_3(\mathbf{p}_3)) (1 \pm f_4(\mathbf{p}_4))].
\end{aligned}$$

4 Equação de Saha

Algumas suposições podem ser feitas para simplificar a Eq. (3.8), a primeira é que, nos sistemas analisados, o equilíbrio térmico ocorre em temperaturas menores que $(E - \mu)$, tal que

$$E - \mu \gg k_B T.$$

Aplicando este limite, as funções de distribuição de Fermi-Dirac e de Bose-Einstein passam a ter em seus denominadores uma exponencial com o valor muito superior a ± 1 , o qual pode ser relevado da equação. Logo, as Eq. (2.9) e Eq. (2.10) são simplificadas para o formato da distribuição de Maxwell-Boltzmann

$$f(E) \approx e^{\frac{-E}{k_B T}} e^{\frac{\mu}{k_B T}}. \quad (4.1)$$

Assim as complicações advindas da estatística quântica podem ser ignoradas e o plasma primordial passa a ter seu comportamento comparado ao modelo clássico de um gás diluído. Com a aproximação da Eq. (4.1), o último termo da Eq. (3.8) referente às funções de distribuição de cada partícula passa a ser

$$f_3 f_4 (1 \pm f_1)(1 \pm f_2) - f_1 f_2 (1 \pm f_3)(1 \pm f_4) \approx e^{\frac{-(E_1+E_2)}{k_B T}} [e^{\frac{(\mu_3+\mu_4)}{k_B T}} - e^{\frac{(\mu_1+\mu_2)}{k_B T}}]. \quad (4.2)$$

A função distribuição simplificada, Eq. (4.1), pode ser aplicada na integral de densidade numérica, Eq. (2.4), lembrando que o termo g_s se refere ao fator de degenerescência das espécies,

$$n(\mathbf{x}, t) = g_s \int f(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t) \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3} \approx g_s e^{\frac{\mu}{k_B T}} \int e^{\frac{-E}{k_B T}} \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3}, \quad (4.3)$$

o termo exponencial referente ao potencial químico pode ser extraído da integral por ser independente do momento \mathbf{p} da partícula. Quando $\mu = 0$, tem-se a densidade numérica em equilíbrio

$$n^{(0)} = g_s \int e^{\frac{-E}{k_B T}} \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3}. \quad (4.4)$$

Para o caso em que as partículas não têm comportamento relativístico, isto é $(mc^2 \gg k_B T)$, o n toma a forma da Eq. (2.8). Aplicando o potencial químico nulo, a densidade numérica para um caso não-relativístico é

$$n^{(0)} = g_s \left(\frac{mk_B T}{2\pi\hbar} \right)^{\frac{3}{2}} e^{\frac{-mc^2}{k_B T}}. \quad (4.5)$$

Já para o caso relativístico, em que ($mc^2 \ll k_B T$), a solução para a densidade numérica com $\mu = 0$ é

$$n^{(0)} = g_s \frac{(k_B T)^3}{\pi^2 \hbar^3 c^3}. \quad (4.6)$$

Utilizando estas definições para a densidade numérica de diferentes espécies, é possível reescrever a aproximação dada pela equação (4.2) em termos de n_i , pois

$$e^{\frac{\mu_i}{k_B T}} = \frac{n_i}{n_i^{(0)}},$$

portanto

$$e^{\frac{(\mu_3 + \mu_4)}{k_B T}} - e^{\frac{(\mu_1 + \mu_2)}{k_B T}} = \frac{n_3 n_4}{n_3^{(0)} n_4^{(0)}} - \frac{n_1 n_2}{n_1^{(0)} n_2^{(0)}}. \quad (4.7)$$

A fim de se simplificar a equação (3.8), se define a secção de choque térmica média como

$$\langle \sigma v \rangle \equiv \frac{1}{n_1^{(0)} n_2^{(0)}} \int \frac{d^3 \mathbf{p}_1}{(2\pi \hbar)^3 2E_1} \int \frac{d^3 \mathbf{p}_2}{(2\pi \hbar)^3 2E_2} \int \frac{d^3 \mathbf{p}_3}{(2\pi \hbar)^3 2E_3} \int \frac{d^3 \mathbf{p}_4}{(2\pi \hbar)^3 2E_4} \times (2\pi \hbar)^4 \delta_D^{(3)}(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_3 - \mathbf{p}_4) \delta_D^{(1)}(E_1(p_1) + E_2(p_2) - E_3(p_3) - E_4(p_4)) |\mathcal{M}|^2 e^{\frac{-(E_1 + E_2)}{k_B T}}. \quad (4.8)$$

Logo a equação de Boltzmann com termo de colisão, Eq. (3.8), se simplifica para a forma

$$\frac{1}{a^3} \frac{d(na^3)}{dt} = n_1^{(0)} n_2^{(0)} \langle \sigma v \rangle \left(\frac{n_3 n_4}{n_3^{(0)} n_4^{(0)}} - \frac{n_1 n_2}{n_1^{(0)} n_2^{(0)}} \right). \quad (4.9)$$

O lado esquerda da igualdade da Eq. (4.9) pode ser relacionada ao parâmetro de Hubble, enquanto o lado direito se relaciona com a taxa de interação da partículas, Eq. (2). Entretanto, no equilíbrio térmico se estabelece a relação $\Gamma \gg H$, o que implica em

$$n_1^{(0)} n_2^{(0)} \langle \sigma v \rangle \gg \frac{1}{a^3} \frac{d(na^3)}{dt} \sim n_1 H.$$

Para que isso seja verdade, ou seja, para que se mantenha o equilíbrio térmico a equação (3.4) é válida.

Como as partículas se colidem no plasma primordial, a secção de choque térmica média não é nula ($\langle \sigma v \rangle \neq 0$), por consequência o termo dado na Eq. (4.7) é o que se zera, gerando a igualdade denominada equilíbrio estático nuclear ou Equação de Saha

$$\frac{n_3 n_4}{n_3^{(0)} n_4^{(0)}} = \frac{n_1 n_2}{n_1^{(0)} n_2^{(0)}}, \quad (4.10)$$

a qual retoma o equilíbrio químico, Eq. (3).

5 Razão bárion-fóton

Após o período inflacionário, havia no plasma primordial matéria e antimatéria, que ao se encontrarem sofriam um processo de aniquilação gerando apenas fótons. A quantidade de matéria ultrapassou a da antimatéria e essa assimetria, originada em processos denominados bariogênese e leptogênese ¹, foi o que possibilitou a formação de núcleons e conseqüentemente átomos e estruturas mais complexas. Caso ambas tivessem sido produzidas em mesmos valores numéricos, o plasma primordial seria constituído basicamente de fótons (PIATTELLA, 2018).

Assim restou no Universo, após a aniquilação, matéria leptônica e bariônica, além dos fótons produzidos. Desta época, se mantiveram os números de bárions e fótons primordiais, possibilitando obter uma razão estável entre bárions e fótons

$$\eta_b = \frac{n_b}{n_\gamma} = \frac{\epsilon_{b0}}{m_b c^2 n_{\gamma 0}}. \quad (5.1)$$

Considerando que densidade numérica dos bárions é a densidade de energia total dos bárions dividida pela energia de um único bárion ($E_b = m_b c^2$).

Tanto a densidade numérica, quanto a energética do fóton podem ser encontradas ao aplicar a função distribuição de Bose-Einstein às equações (2.4) e (2.6). Tal que para o fóton

$$n_\gamma = \frac{2\zeta(3)}{\pi^2 \hbar^3 c^3} (k_B T)^3 \quad (5.2)$$

e

$$\epsilon_\gamma = \frac{\pi^2}{15 \hbar^3 c^3} (k_B T)^4. \quad (5.3)$$

onde ζ é a função zeta de Riemann.

Fazendo a razão entre as equações (5.2) e (5.3)

$$\frac{n_{\gamma 0}}{\epsilon_{\gamma 0}} = \frac{30\zeta(3)}{\pi^4 k_B T_0}. \quad (5.4)$$

Isolando $n_{\gamma 0}$ e substituindo na Eq. (5.1), se obtém

$$\eta_b = \frac{\pi^4 k_B T_0 \epsilon_{b0}}{30\zeta(3) m_b c^2 \epsilon_{\gamma 0}} = \frac{\pi^4 k_B T_0 \Omega_{b0}}{30\zeta(3) m_b c^2 \Omega_{\gamma 0}}, \quad (5.5)$$

por estarem tanto a densidade energética do bárion como a do fóton fixas em uma escala de $\frac{1}{a^3}$, elas podem ser simplificadas para os seus respectivos parâmetros de densidade Ω_b e Ω_γ , conforme a equação (1.9).

¹ Os processos de bariogênese e leptogênese gerados pela assimetria de matéria e antimatéria são justificados com uma violação de carga-paridade. Esta análise está fora do escopo deste trabalho.

A razão entre bárions e fótons atualmente pode ser explicitada por

$$\eta_b = \frac{n_{b0}}{n_{\gamma 0}} = 5,5 \times 10^{-10} \left(\frac{\Omega_{b0} h^2}{0,020} \right). \quad (5.6)$$

Para o período após a aniquilação a razão entre bárions e fótons era $\eta_b = 5,5 \times 10^{-10}$.

Como os fótons foram os produtos da reação entre quarks q em função de antiquarks \bar{q}

$$q + \bar{q} \iff \gamma + \gamma,$$

tem-se que a razão entre a densidade δ_q de quarks q em função de antiquarks \bar{q} era muito pequena

$$\delta_q = \frac{n_q - n_{\bar{q}}}{n_q + n_{\bar{q}}} \ll 1,$$

pois a matéria bariônica formada advém do excedente de quarks, $(n_q - n_{\bar{q}})$, e o número de fótons de $(n_q + n_{\bar{q}})$. Ou seja, $\eta_b \sim \delta_q$, indicando que a proporção de quarks era ligeiramente mais elevada do que a de antiquarks, isto é, antimatéria e matéria possuíam quantidades próximas após a bariogênese, porém a matéria se sobressaiu (RYDER, 2017).

Tal razão pode ser analisada observacionalmente, com os dados obtidos do Deutério, o qual correspondem a matéria bariônica, e os fótons que formam a Radiação Cósmica de Fundo. Além disso, as abundâncias dos elementos mais leves são parametrizados por η_b (CYBURT et al., 2016).

Apesar de explicitar a diferença proporcional entre matéria e antimatéria, o Modelo Cosmológico Padrão não propõe uma explicação para a predominância da matéria bariônica, já se assume a existência da assimetria. Porém uma hipótese para solucionar este problema é explicar a quebra de simetria durante período da Teoria da Grande Unificação.

Para que haja esta desproporcionalidade bariônica é necessário que se cumpra algumas condições: quebra das simetrias carga (C) e carga-paridade (CP) e a violação numérica de bárions na origem temporal, além da existência de um período cosmológico em que tenha ocorrido o rompimento destas simetrias C e CP.

Se propõe dentro desta teoria que, durante o período de Unificação, existiu uma partícula X que decaía em léptons e quarks, violando as simetrias C e CP. Entretanto esta reação se encontrava em equilíbrio, ou seja, ao mesmo tempo em que se criava uma rede de assimetria bariônica a partícula X voltava a ser reconstituída, cancelando as violações. Isso ocorreu até o momento em que o universo se esfriou atingindo uma temperatura $k_B T < m_X c^2$, conseqüentemente a reação se desequilibrou, deixando a assimetria bariônica definitivamente congelada (KAKU, 1993).

6 Gargalo de Deutério

O desacoplamento de uma espécie ocorre quando a taxa de interação se aproxima ao parâmetro de Hubble, $\Gamma \sim H$. A formação dos primeiros núcleons se inicia após o desacoplamento do neutrino do plasma

$$\frac{\Gamma}{H} \approx \frac{n_\nu \sigma c}{H} = \left(\frac{k_B T}{1 \text{ MeV}} \right)^3,$$

considerando que o neutrino é uma partícula relativística, logo sua velocidade tende a velocidade da luz c . Então, a energia em que este processo ocorre é de aproximadamente 1 MeV (PIATTELLA, 2018).

Quando as reações de Eqs. (5), (6) e (7) já não ocorrem mais, ou seja, o neutrino deixa de reagir com o restante das moléculas. Os prótons e os nêutrons (matéria bariônica) ficam livres para interagir entre si, com isso, se tem a origem do primeiro núcleon, o Deutério, formado a partir da reação



Considerando a reação de formação do deutério em estado de equilíbrio químico, Eq. (8), é possível usar a equação de Saha

$$\frac{n_D n_\gamma}{n_D^{(0)} n_\gamma^{(0)}} = \frac{n_p n_n}{n_p^{(0)} n_n^{(0)}}. \quad (6.1)$$

Por ser extremamente baixo, se desconsidera o potencial químico do fóton μ_γ , as densidades numéricas do fóton se cancelam, $n_\gamma = n_\gamma^{(0)}$, restando na equação de Saha apenas espécies não relativísticas, sendo possível utilizar a fórmula (4.5) para o deutério, próton e nêutron. Solucionando o lado direiro da Eq. (6.1)

$$\frac{n_D n_\gamma}{n_p n_n} = \frac{g_D}{g_p g_n} \left(\frac{2\pi \hbar^2 m_D}{m_p m_n k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} e^{\frac{(-m_D + m_p + m_n)c^2}{k_B T}}. \quad (6.2)$$

O valor do grau de degenerescência de uma espécie é dado por $(2j + 1)$, em que o j é o valor do spin da espécie. Desta maneira, o próton e o nêutron, que são férmions, possuem spin $\frac{1}{2}$, resultando em $g_p = g_n = 2$. Já o deutério, formado por um próton e um nêutron, tem spin igual a 1, conseqüentemente, $g_D = 3$.

Dentro da fração, é possível fazer uma aproximação das massas, como a massa do próton e do nêutron são próximas uma da outra, a massa do deutério pode ser considerada como $m_D = 2m_n = 2m_p$, obtendo-se a seguinte razão

$$\frac{m_D}{m_p m_n} \approx \frac{2m_p}{m_p m_p} = \frac{2}{m_p}.$$

Apesar disso, não é possível se aplicar tal aproximação de massas no termo da exponencial, já que a diferença entre a soma $m_p + m_n$ e m_D multiplicado pelo quadrado da velocidade da luz, conforme mostra a Eq. (9), se refere a energia de ligação do deutério

$$B_D = [(-m_D + m_p + m_n)c^2] = 2,22MeV \quad (6.3)$$

Assim, enquanto o equilíbrio da reação de formação do deutério for mantido, a razão entre densidades numéricas é

$$\frac{n_D n_\gamma}{n_p n_n} = \frac{3}{4} \left(\frac{4\pi\hbar^2}{m_p k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} e^{\frac{B_D}{k_B T}}. \quad (6.4)$$

Porém, como prótons e nêutrons, ambos bárions, possuem densidades numéricas semelhantes, então $n_n \simeq n_p \simeq n_b$, resultando na razão entre deutérios e bárions

$$\frac{n_D}{n_b} = n_b \frac{3}{4} \left(\frac{4\pi\hbar^2}{m_p k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} e^{\frac{B_D}{k_B T}}. \quad (6.5)$$

Colocando a densidade bariônica em evidência na Eq.(5.1) (resultando em $n_b = \eta_b n_\gamma^{(0)}$) e resolvendo $n_\gamma^{(0)}$ a partir da densidade numérica para uma espécie relativística (Eq. (5.1)), o n_b do lado direito da igualdade da Eq. (6.5) pode ser reescrito como

$$\frac{n_D}{n_b} = \frac{12}{\sqrt{\pi}} \eta_b \left(\frac{k_B T}{m_p c^2} \right)^{\frac{3}{2}} e^{\frac{B_D}{k_B T}}. \quad (6.6)$$

Obtida essa razão, define-se a porcentagem de bárions que se encontram na forma de um deutério em uma determinada temperatura. Devido a razão bárion-fóton ser pequena ($\eta_b \sim 10^{-9}$) durante o equilíbrio térmico, a abundância de deutério também é muito baixa. Isso significa que os deutérios eram imediatamente destruídos por fótons com energia equivalente a $2,22MeV$, mesmo quando a energia do plasma primordial se encontrava a $k_B T \sim B_D$, já que os núcleons formados eram atingidos pelo imenso número de fótons existentes.

Tal fenômeno foi denominado Gargalo de Deutério, já que dificultou e atrasou a produção de outros núcleons. A taxa de produção dos deutérios só sobressaiu a de destruição quando a temperatura do sistema diminuiu e os fótons perderam parte da energia, permitindo a reação de formação do deutério (Eq. (8)) sair do equilíbrio químico (PIATTELLA, 2018).

A temperatura colocada como inicial da Nucleossíntese do Big Bang, T_{NBB} , pode ser encontrada aproximadamente ao determinar que toda matéria bariônica se transformou em deutério, $n_b = n_D$.

Considerando-se este caso, um limite do equilíbrio químico, é possível, em vez da equação Boltzmann, utilizar a equação de Saha na forma da Eq. (6.6) com uma aproxi-

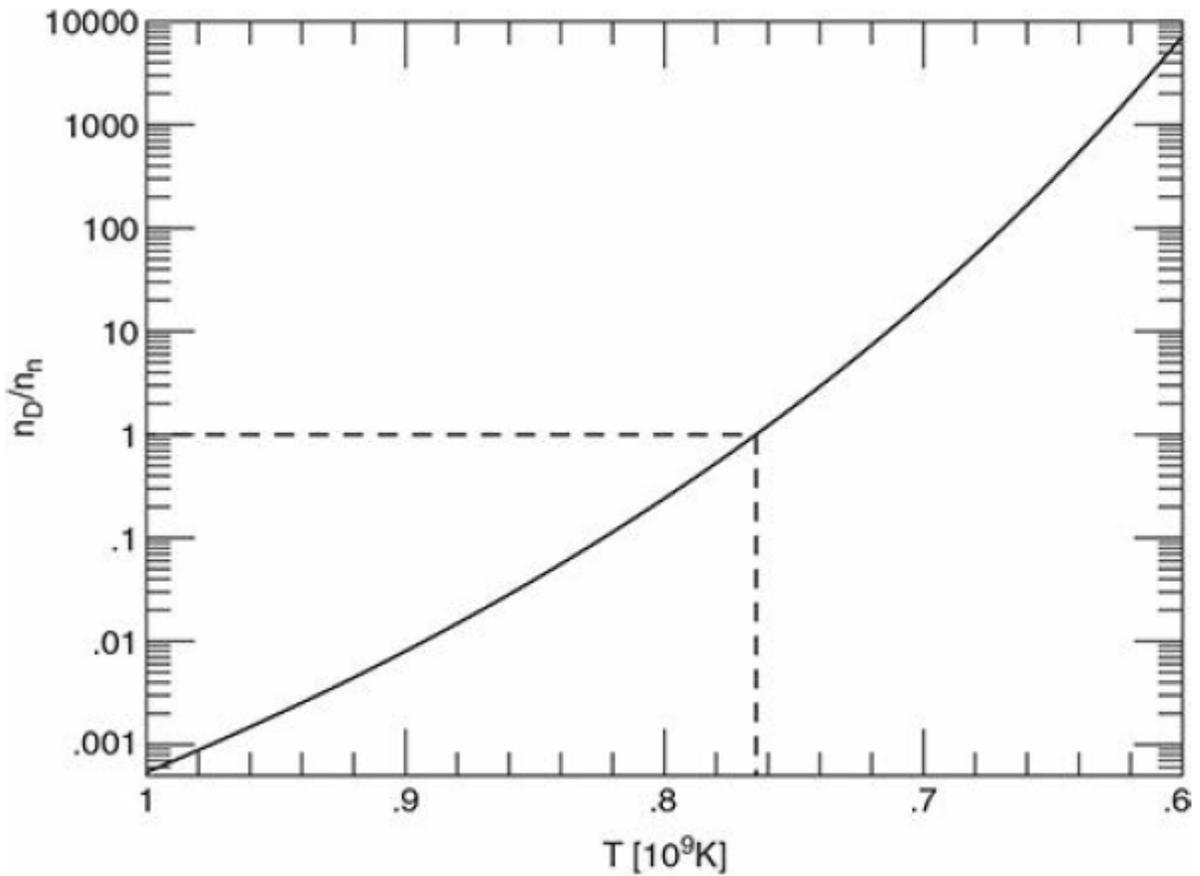


Figura 1 – A imagem mostra o aumento razão entre as densidades de deutério e bário em função da diminuição temperatura, que está diretamente relacionada com a evolução temporal. Tal análise gráfica é obtida a partir da equação de Saha. Fonte: Introduction to Cosmology (RYDER, 2017)

mação

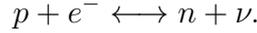
$$\log\left(\frac{12}{\sqrt{\pi}}\eta_b\right) + \frac{3}{2}\log\left(\frac{k_B T}{m_p c^2}\right) = -\frac{B_D}{k_B T_{NBB}},$$

tal que a energia do sistema quando se quebra o equilíbrio é

$$k_B T_{NBB} \approx 0,07 \text{ MeV}.$$

7 Abundância de Nêutrons

Além da formação do deutério, Eq. (8), a matéria bariônica reage entre si por meio das interações de força fraca. Pela captura do elétron (Eq. (6)), o próton é convertido em nêutron



Considerando a fórmula de densidade numérica, Eq. (2.8), a razão entre prótons e nêutrons é

$$\frac{n_p}{n_n} = \frac{n_p^{(0)}}{n_n^{(0)}} = \left(\frac{m_p}{m_n}\right)^{\frac{3}{2}} e^{\frac{(m_n - m_p)c^2}{k_B T}} \sim e^{\frac{Q}{k_B T}}. \quad (7.1)$$

A diferença entre as massas do nêutron e próton pode ser dada por

$$Q = (m_n - m_p)c^2 = 1.293 \text{ MeV}.$$

Quando a energia do sistema se encontra extremamente alta, a diferença entre as massas se torna irrelevante de modo que a razão entre a densidade numérica do próton com a do elétron tende a 1, pois ($k_B T \gg Q$),

$$\frac{n_p}{n_n} \sim e^{\frac{Q}{k_B T}} \longrightarrow 1.$$

Assim, a reação somente perde o equilíbrio quando o sistema perde energia ao ponto em que $k_B T < Q$, favorecendo a formação de prótons e reduzindo a quantidade de nêutrons (PIATTELLA, 2018). A partir deste momento, as densidades passam a ser tratadas pela equação de Boltzmann, Eq. (4.9), onde o índice l indica a densidade do neutrinos e elétrons (léptons),

$$\frac{1}{a^3} \frac{d(n_n a^3)}{dt} = n_n^{(0)} n_l^{(0)} \langle \sigma v \rangle \left(\frac{n_p n_l}{n_p^{(0)} n_l^{(0)}} - \frac{n_n n_l}{n_n^{(0)} n_l^{(0)}} \right). \quad (7.2)$$

Assumindo que o potencial químico para os léptons seja nulo ($\mu_l = 0$) a equação de Boltzmann se simplifica para

$$\frac{1}{a^3} \frac{d(n_n a^3)}{dt} = n_l^{(0)} \langle \sigma v \rangle \left(\frac{n_p n_n^{(0)}}{n_p^{(0)}} - n_n \right).$$

A partir disso, se define dois parâmetros: a razão entre nêutrons e bárions

$$X_n = \frac{n_n}{n_b} = \frac{n_n}{n_n + n_p} = \frac{1}{1 + \frac{n_p}{n_n}}, \quad (7.3)$$

e a taxa de espalhamento entre prótons e nêutrons, semelhante a taxa de interação Γ da Eq. (2),

$$\lambda_{np} = n_l^{(0)} \langle \sigma v \rangle. \quad (7.4)$$

Isto posto, usando a Eq. (7.4) e a definição vista em Eq. (7.1) de que $\frac{n_n^{(0)}}{n_p^{(0)}} = e^{-\frac{Q}{k_B T}}$, colocando tanto a densidade de próton quanto a densidade de nêutron em função de X_n e, por fim, aplicando tudo isso dentro da equação de Boltzmann da captura do elétron, Eq. (7.2), obtém-se

$$\frac{dX_n}{dt} = \lambda_{np}[(1 - X_n)e^{-\frac{Q}{k_B T}} - X_n], \quad (7.5)$$

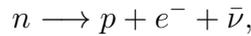
ao multiplicar ambos os lados da igualdade pela densidade bariônica n_b . Esta derivada temporal explicita a velocidade com a qual os nêutrons desaparecem do sistema.

Pela Eq. (7.5), após um período de aproximadamente seis minutos, a proporção das espécies seria de um nêutron para cada um milhão de prótons. Entretanto as reações de interação fraca, Eq. (6) e Eq. (7), que estabelecem um equilíbrio entre prótons e nêutrons, deixam de ocorrer depois do desacoplamento dos neutrinos (e antineutrinos), quando o sistema se encontrava em uma energia de $k_B T \approx 0,8 \text{ MeV}$. A interrupção destes processos causa a estabilidade da densidade n_n , ou seja, um congelamento de nêutrons (em inglês, freeze-out). Aplicando na Eq. (7.1), a proporção de nêutrons e prótons devido ao congelamento é

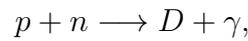
$$\frac{n_n}{n_p} = e^{-\frac{Q}{k_B T_{freeze}}} \approx e^{-\frac{1,293 \text{ MeV}}{0,8 \text{ MeV}}} \approx 0,2. \quad (7.6)$$

Isto significa que a cada um nêutron existia cinco prótons (RYDER, 2017).

Todavia, o nêutron, quando se encontra sozinho, não é uma partícula estável,



como visto na Eq. (5), o tempo de vida médio dele é de $\tau_n = 880s$. Devido a isso, era esperado que a densidade n_n tendesse a zero atualmente. Isto não ocorre, pois a matéria bariônica reagiu entre si



levando a produção do primeiro núcleon.

E, assim que o gargalo de deutério foi superado, outras reações formando isótopos de Hélio ocorreram logo em seguida da formação do deutério



a formação dos núcleons de He, podem ocorrer também por outras combinações de reações com as partículas existentes no plasma primordial, por exemplo outros isótopos de hidrogênio reagindo com prótons e nêutrons resultando em ${}^3\text{He}$ e ${}^4\text{He}$.

Logo, os nêutrons permanecem estáveis sem decair, quando estão compondo um núcleon, sendo o mais estável deles os ${}^4\text{He}$, que é constituído por 2 prótons e 2 nêutrons.

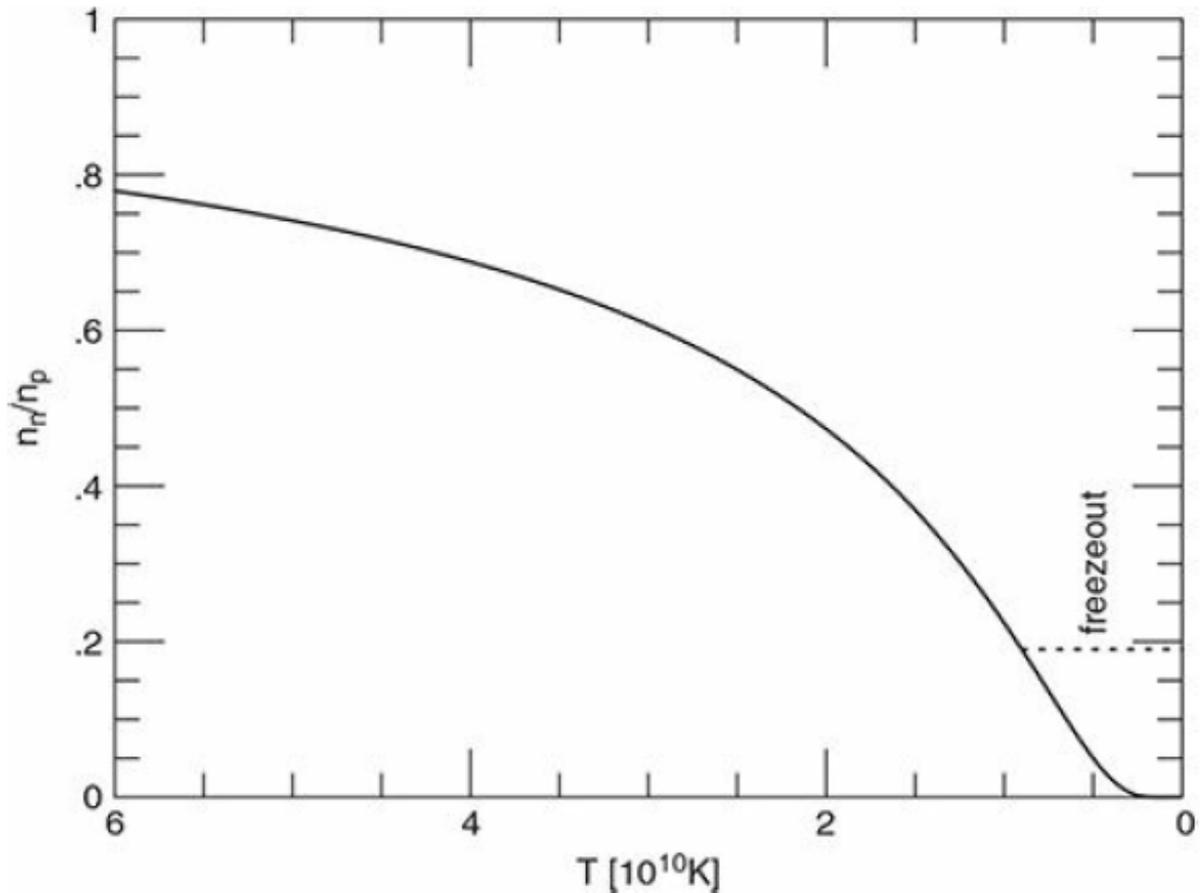


Figura 2 – A imagem apresenta a razão entre as densidades de nêutron e bárion em função da temperatura. Percebe-se que a densidade de nêutrons decaiu junto com a temperatura, até chegar em uma estabilidade numérica, representada pela linha pontilhada. Fonte: Introduction to Cosmology (RYDER, 2017)

Por isso, é possível assumir que todos os nêutrons do período de congelamento se estabilizaram no núcleo do Hélio, tal que a razão Y entre ${}^4\text{He}$ e a densidade bariônica é

$$Y_p \equiv \frac{4n_{{}^4\text{He}}}{n_b} = 4X_{{}^4\text{He}}, \quad (7.8)$$

o fator 4 se deve ao fato de que Y corresponde a fração de massa e cada ${}^4\text{He}$ se forma com quatro bárions.

O valor máximo possível para Y , levando em conta a proporção da Eq. (7.6) e considerando a igualdade das massas bariônicas $m_b = m_p = m_n$, é de

$$Y_{max} = \frac{2p + 2n}{2n + 10p} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}.$$

Solucionando a Eq. (7.5), o valor teórico previsto da razão de ${}^4\text{He}$ é

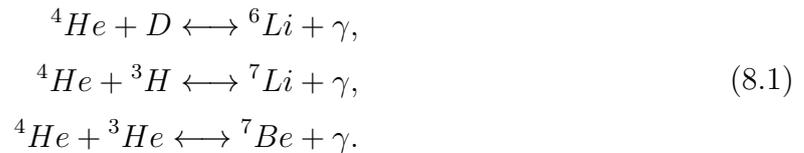
$$Y_p = 2X_n T_{NBB} \approx 0,22.$$

O razão entre as densidades de ${}^4\text{He}$ e de bárion é relevante, visto que Y é um parâmetro previsto teoricamente que permite a comparação com os dados cosmológicos já coletados.

8 Formação de elementos leves

Por sua grande estabilidade, o isótopo mais estável do Hélio (${}^4\text{He}$) não interage facilmente, prejudicando a formação de núcleons mais pesados, como berílio e lítio.

Apesar de não se fundir diretamente com prótons e nêutrons, o ${}^4\text{He}$ reage com outros isótopos de hidrogênio e hélio



Além disso a fusão de dois ${}^4\text{He}$ geram um ${}^8\text{Be}$, porém este isótopo de berílio é altamente instável decaindo em frações de segundo.

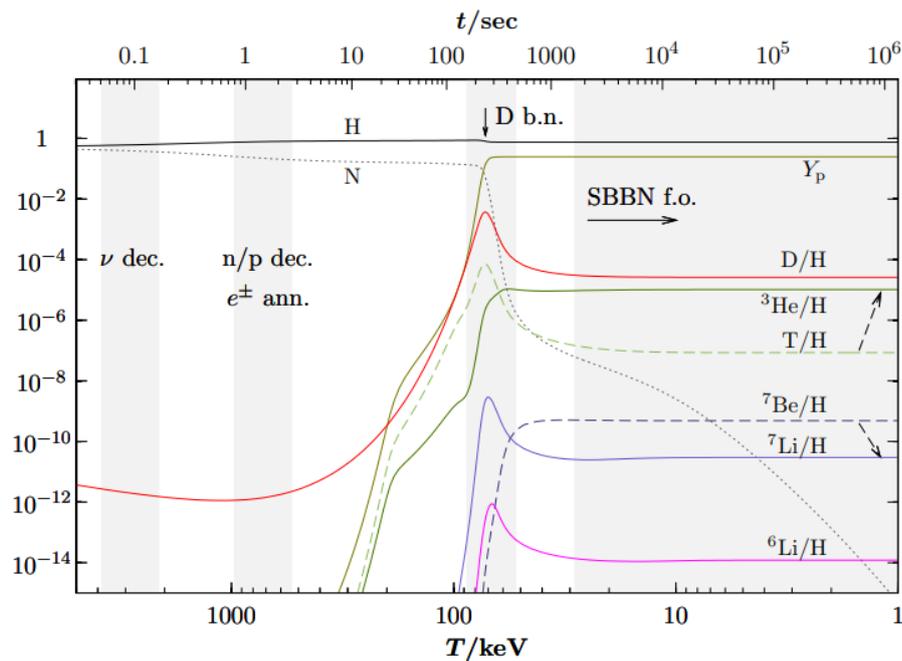
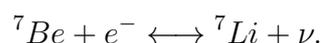


Figura 3 – O gráfico mostra a evolução temporal, colocada em termos de energia, dos primeiros núcleons formados em razão do número de hidrogênio, além de explicitar alguns fenômenos primordiais. Fonte: Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 60:539-568, (POSPELOV; PRADLE, 2016)

Pequenas quantias de ${}^6\text{Li}$, ${}^7\text{Li}$ e ${}^7\text{Be}$ são formadas, contudo suas abundâncias podem ser colocadas em função da razão bárion-fóton η_b . A relação do Lítio-7 com este fator se torna um pouco mais complexa, pois o ${}^7\text{Li}$ possui outra fonte de produção primordial, a captura de elétron pelo ${}^7\text{Be}$



Assim, a dependência de ${}^7\text{Li}$ com a densidade bariônica se torna bem maior (RYDER, 2017).

Logo, o processo que levou a formação de todos esses núcleons leves desde a formação do deutério até a formação dos isótopos de lítio e berílio caracterizam a Nucleossíntese do Big Bang. Sendo possível prever, em função do tempo, da temperatura e diversos outros parâmetros, a fração de massa desses núcleons, como visto nas figuras 3 e 4.

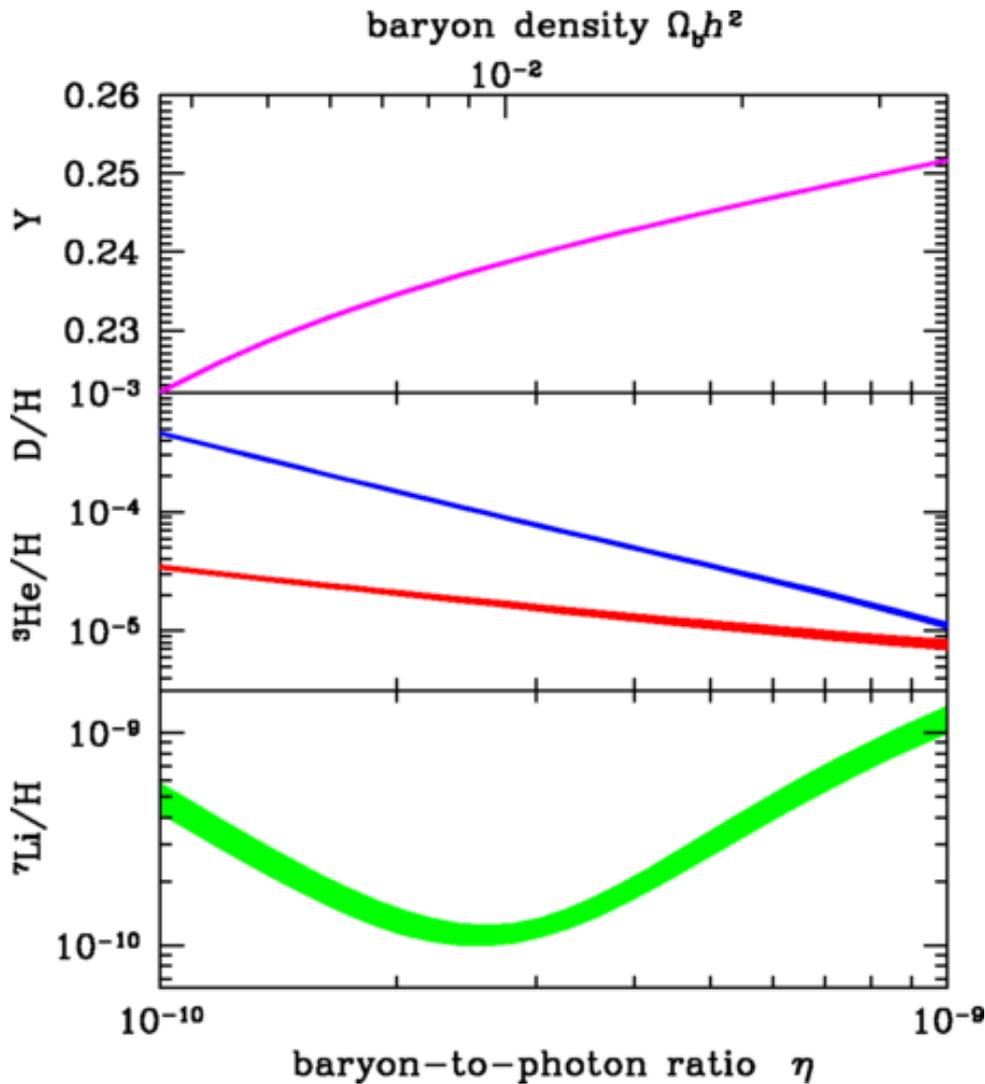


Figura 4 – O gráfico apresenta os parâmetros cosmológicos de densidades do Hélio-4, Deutério, Trítio e Lítio-7 em função da razão bárion-fóton (η_b). A largura das linhas apresenta o intervalo de confiança dos dados paramétricos. Fonte: Rev. Mod. Phys. 88, 015004 (CYBURT et al., 2016)

Além de possuir um comportamento teórico distinto em relação a sua abundância por possuir mais de uma fonte de produção primordial, conforme se visualiza na figura 4, o lítio apresenta uma discrepância entre as previsões e os dados coletados. A porção de lítio registrada no universo é cerca de três vezes menor do que se esperava.

À incoerência entre a teoria e os dados experimentais, o Problema do Lítio, se propõe algumas explicações em distintas áreas: na Astrofísica, na Física Nuclear e teorias além do Modelo Padrão (FIELDS, 2011).

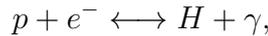
A primeira solução é de carácter astrofísico, suspeita-se que a medida da abundância primordial ainda pode estar instável, podendo ainda se detectar mais lítio primordial; também supõe-se que parte do ${}^7\text{Li}$ pode ter sido destruída dentro das próprias estrelas onde foram detectadas; além disso, caso haja aperfeiçoamento nos parâmetros cosmológicos utilizados para a medição de tal elemento, os valores teóricos esperados poderão se alterar.

Já na Física Nuclear, especula-se que tenha ocorrido equívocos nos cálculos referentes as interações fracas, isso podendo ter sido gerado por: reações faltando ou taxas de interações incorretas; erros subestimados que se propagaram no valor da secção de choque ou devido a efeitos e reações negligenciadas, por exemplo descon siderações dos efeitos plasmáticos.

Por fim, a solução que vai além do Modelo Padrão considera hipóteses ainda não atestadas, como o possível decaimento de matéria escura ou a validade da teoria da supersimetria, que causariam distintas interações entre as partículas primordiais, consequentemente haveria alteração nas estimativas teóricas de abundância.

9 Recombinação

Após o processo de nucleossíntese, o plasma primordial passa a ter uma composição de prótons (p^+), elétrons (e^-), hidrogênio neutro (1H) e fótons (γ). Tais partículas se encontravam em constante interação, por meio do espalhamento dos elétrons e da reação (10),



sendo que estes hidrogênios não possuíam formação estável, já que as partículas se encontravam em equilíbrio químico. Isto se deve ao fato de que a energia de ionização deste átomo, que é igual à energia de ligação apresentada na Eq. (9),

$$B_H = (m_e + m_p - m_H)c^2 = 13,6\text{eV} \quad (9.1)$$

era muito baixa em relação a temperatura do universo, que se encontrava aproximadamente na ordem de mega elétron-volts (0,1 MeV) durante o processo de nucleossíntese, causando assim a destruição de qualquer 1H hidrogênio neutro formado.

O hidrogênio neutro só começa a se estabilizar quando o universo passa a ter uma energia de 0,3 eV. A recombinação, como este processo é nomeado, inicia quando a reação Eq. (10) se desequilibra de forma que os prótons e elétrons do plasma primordial se mantêm unidos na forma de hidrogênio.

Esta explicação sobre o processo de recombinação teve como referência os livros: Modern Cosmology (DODELSON; SCHIMDT, 2021) e Lectures Notes in Cosmology (PIATTELLA, 2018).

Ao colocar tal reação na equação de Saha, Eq. (4.10), é possível estabelecer a proporção entre as densidades numéricas das partículas envolvidas

$$\frac{n_e n_p}{n_H n_\gamma} = \frac{n_e^{(0)} n_p^{(0)}}{n_H^{(0)} n_\gamma^{(0)}}. \quad (9.2)$$

Substituindo os termos da densidade numérica em equilíbrio químico, Eq. (4.5) e Eq. (4.6), além de igualar $n_\gamma^{(0)} = n_\gamma$, a equação (9.2) resulta em

$$\frac{n_e n_p}{n_H} = \left(\frac{m_p m_e k_B T}{m_H 2\pi \hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{B_H}{k_B T}} \approx \left(\frac{m_e k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{B_H}{k_B T}}, \quad (9.3)$$

devido a massa do elétron ser extremamente pequena em relação a do próton, a massa do hidrogênio pode ser aproximada a do próton, fora da exponencial.

Durante a recombinação, o número de elétrons livres se torna um dado de extrema importância. Isso combinado ao fato do universo ser neutro, isto é, o número de partículas

positivas é igual ao das negativas ($n_p = n_e$), fornecem, portanto, o número de quantos hidrogênios ainda poderão ser formados. Assim, se define um novo parâmetro, a fração de elétrons livres

$$X_e \equiv \frac{n_e}{n_e + n_H} = \frac{n_p}{n_p + n_H} = \frac{n_e}{n_b}. \quad (9.4)$$

Considerando que toda matéria bariônica presente neste equilíbrio se apresenta na forma de prótons, então se pode afirmar que $n_b = n_p + n_H$. E recordando da razão bárion-fóton, tem-se que

$$n_b = \eta_b n_\gamma = \eta_b \frac{2\zeta(3)}{\pi^2 \hbar^3 c^3} (k_B T)^3 \approx 10^{-9} \frac{(k_B T)^3}{\hbar^3 c^3}. \quad (9.5)$$

Ao se manipular X_e matematicamente

$$\frac{X_e^2}{1 - X_e} = \left(\frac{n_e}{n_e + n_H}\right)^2 \left(\frac{n_H}{n_e + n_H}\right)^{-1} = \frac{1}{n_e + n_H} \frac{n_e^2}{n_H} = \frac{1}{n_b} \frac{n_e n_p}{n_H},$$

a fração de elétrons pode ser colocada em termos da equação (9.3), além de substituir a densidade de bárions usando a equação (9.5), de modo que a única variável da qual esse parâmetro dependa seja o termo energético $k_B T$

$$\frac{X_e^2}{1 - X_e} = \frac{1}{\eta_b n_\gamma} \left(\frac{m_e m_p k_B T}{m_H 2\pi \hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{B_H}{k_B T}} \approx 10^9 \left(\frac{m_e c^2}{2\pi k_B T}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{B_H}{k_B T}}. \quad (9.6)$$

Quando o universo se iguala termicamente a energia de ionização ($k_B T = 13,6 eV$), a equação (9.6) assume um valor aproximado de

$$\frac{X_e^2}{1 - X_e} \approx 10^{15},$$

que somente pode ser alcançado se X_e tende a 1. Isto significa a formação do hidrogênio ainda não se estabilizou e os elétrons se encontram praticamente todos livres. O fato de o hidrogênio continuar ionizado, mesmo com o universo alcançando a energia de B_H , se explica pela existência de muitos fótons ainda com altas energias, maior que 13,6eV.

Entretanto, a evolução numérica do hidrogênio pode ser acompanhada pela fração de elétrons livres em função do tempo (ou redshift) conforme o universo esfria. Para esta análise a equação de Saha perde a precisão conforme a reação Eq. (10) entra em desequilíbrio químico favorecendo a formação do hidrogênio. Logo, para maior acurácia se utiliza o caso geral da equação de Boltzmann, Eq. (4.9),

$$\frac{1}{a^3} \frac{d(n_e a^3)}{dt} = n_e^{(0)} n_p^{(0)} \langle \sigma v \rangle \left(\frac{n_H n_\gamma}{n_H^{(0)} n_\gamma^{(0)}} - \frac{n_e n_p}{n_e^{(0)} n_p^{(0)}} \right). \quad (9.7)$$

Para resolver esta equação (9.7), se retoma as igualdades $n_e = n_p$ e $n_\gamma = n_\gamma^{(0)}$ conjuntamente com a equação (9.3), resultando em

$$\frac{1}{a^3} \frac{d(n_e a^3)}{dt} = \langle \sigma v \rangle \left[n_H \left(\frac{n_e^{(0)} n_p^{(0)}}{n_H^{(0)}} \right) - n_e^2 \right] = \langle \sigma v \rangle \left[n_H \left(\frac{m_e k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{B_H}{k_B T}} - n_e^2 \right]. \quad (9.8)$$

Da equação (9.4), utiliza-se a relação $n_e = X_e n_b$, além disso o termo $n_e a^3$ pode ser considerado uma constante temporal ¹, assim se introduz a derivada temporal de X_e

$$\frac{dX_e}{dt} = \langle \sigma v \rangle [(1 - X_e) \left(\frac{m_e k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{B_H}{k_B T}} - n_b X_e^2]. \quad (9.9)$$

O termo secção de choque médio $\langle \sigma v \rangle$, definido na equação (4.8), é retomado para explicar o processo de captura do elétron pelo próton

$$\langle \sigma v \rangle \equiv \alpha^{(2)} = 9,78 \frac{\alpha^2 \hbar^2}{m_e^2 c} \left(\frac{B_H}{k_B T} \right)^{\frac{1}{2}} \log \left(\frac{B_H}{k_B T} \right), \quad (9.10)$$

onde α é a constante de estrutura fina. O índice ⁽²⁾ denota que o elétron capturado não se encontra em seu estado fundamental (1s). Isso ocorre pois o processo de recombinação só se torna efetivo quando o próton liberado na produção do 1H possui energia menor do que B_H para que ele não seja capaz de ionizar o hidrogênio recém-formado. Logo o elétron será capturado em um estado excitado do átomo, causando por consequência a diminuição energética dos fótons.

Por fim, substituí-se a variável temporal pela derivada de X_e em função do redshift

$$\frac{dX_e}{dt} = \frac{dX_e}{dz} \frac{dz}{dt} = \frac{dX_e}{dz} H(1+z), \quad (9.11)$$

de modo que a fórmula Eq. (9.9) fique

$$\frac{dX_e}{dz} = \frac{\langle \sigma v \rangle}{H(1+z)} [(1 - X_e) \left(\frac{m_e k_b T}{2\pi \hbar} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{B_H}{k_b T}} - X_e^2 \eta_b]. \quad (9.12)$$

Plotando um gráfico de X_e em função das equações (9.6) e (9.12) em função do redshift tem-se o seguinte gráfico.

¹ Pela definição de densidade bariônica, dada pela equação (10.2), o fator de escala é cancelado removendo a dependência temporal do termo.

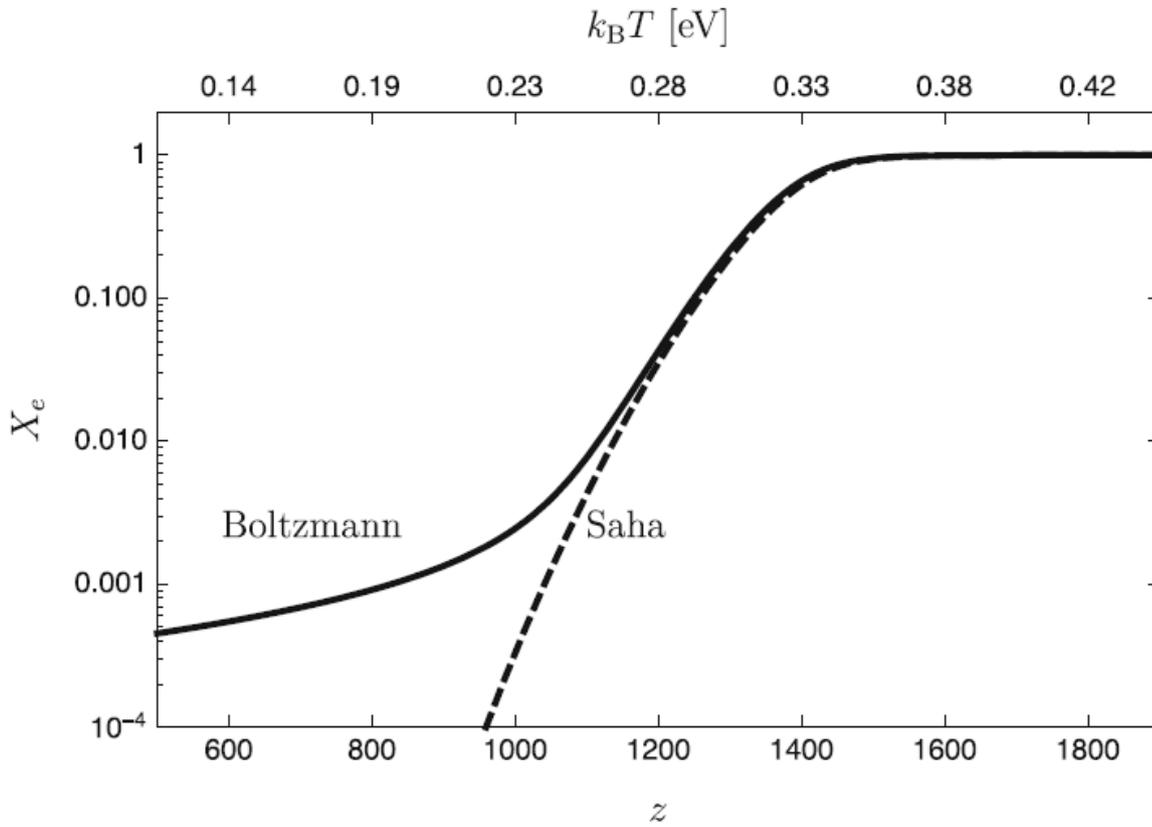


Figura 5 – Gráfico das equações de recombinação, quanto menor o redshift e a quanto menor a temperatura, mais recente. A equação de Boltzmann é a solução numérica do fenômeno, enquanto a de Saha é a suposição de um estado de equilíbrio. Fonte: Lecture Notes in Cosmology (PIATTELLA, 2018)

Percebe-se que ao considerar altos redshifts, ambas equações coincidem, todavia conforme o redshift diminui a equação de Saha tende a zero, enquanto a de Boltzmann considera uma fração de 10^{-3} elétrons livres.

Este comportamento gráfico pode ser explicado devido a alguns fatores, o comportamento semelhante das equações em altos redshifts trata de uma época em que a maior parte dos elétrons se encontravam livres, ou seja, a reação de produção de hidrogênio ainda não tinha entrado completamente em desequilíbrio. Além disso, o termo de secção de choque conta com correções que considera fatores energéticos do ambiente, conforme mostra a equação (9.10).

10 Radiação cósmica de fundo em micro-ondas

Enquanto ocorre o fenômeno de recombinação, os elétrons, além de reagir com os prótons, também reagem com os fótons como mostra a reação (11):



Esta equação pode descrever dois tipos de espalhamento: o Compton, quando o fóton possui mais energia que o elétron, ou o Thomson, no qual o elétron passa a ser a partícula mais energética da reação.

Durante a recombinação o número de elétrons livres decresce a medida que se forma o hidrogênio, conseqüentemente o número de interações entre fótons e elétrons diminui gradualmente, isto é, ocorre o desacoplamento dos fótons.

Além disso, a expansão do universo também causa a diminuição da interação dessas duas partículas, permitindo este fenômeno a ser demarcado pelo período em que o parâmetro de Hubble se assemelha a taxa de interação do espalhamento Thomson

$$\Gamma_T = n_e \sigma_T c = X_e n_b \sigma_T c. \quad (10.1)$$

Apesar do elétron se combinar com outros elementos além do hidrogênio neutro, pode se omitir sua interação com os átomos originados da nucleossíntese, já que o hidrogênio é proporcionalmente dominante. Logo, n_e pode continuar a ser escrito como $X_e n_b$ nesta etapa, considerando-se que os elétrons se acoplam somente ao hidrogênio. Assim a definição de densidade bariônica é obtida a partir da equação de Friedmann, Eq. (1.9),

$$n_b = \frac{\rho_b}{m_b} = \frac{3H_0^2 \Omega_{b0}}{8\pi G m_p a^3}, \quad (10.2)$$

pois a matéria bariônica, considerando $m_b = m_p$, é o elemento dominante do universo neste período.

O desacoplamento se inicia de forma simultânea à recombinação. E, conforme os fótons deixam de interagir com os elétrons por meio de espalhamento Thomson, eles também perdem energia devido à expansão do universo, que é bem mais significativa do que Γ_T . Logo a probabilidade destas duas partículas se espalharem novamente é muito pequena (PIATTELLA, 2018).

Ademais, o intervalo de tempo em que o desacoplamento ocorre é ínfimo ao considerar a idade do universo no momento ($z \approx 1090$), assim o fenômeno pode ser considerado como instantâneo cosmologicamente, este registro pode ser representado pelo último

momento em que ocorreu a interação entre γ e e^- , chamado de última superfície de espalhamento.

Do plasma primordial, inicialmente composto por diversas partículas, restou somente um conjunto de fótons de baixa energia e de baixa interação ocupando toda a extensão do universo, os quais são reconhecidos atualmente como a Radiação Cósmica de Fundo. A RCF foi detectada experimentalmente em 1965 por Arno Penzias e Robert Wilson, os quais foram laureados com o prêmio Nobel de Física em 1978 por esta descoberta ([The Royal Swedish Academy of Sciences, 1978](#)).

Esta radiação é o registro destes fótons após a última superfície de espalhamento captados em todas as direções do universo, tal que ela possui um comportamento homogêneo e isotrópico em larga escala, imagem 6.

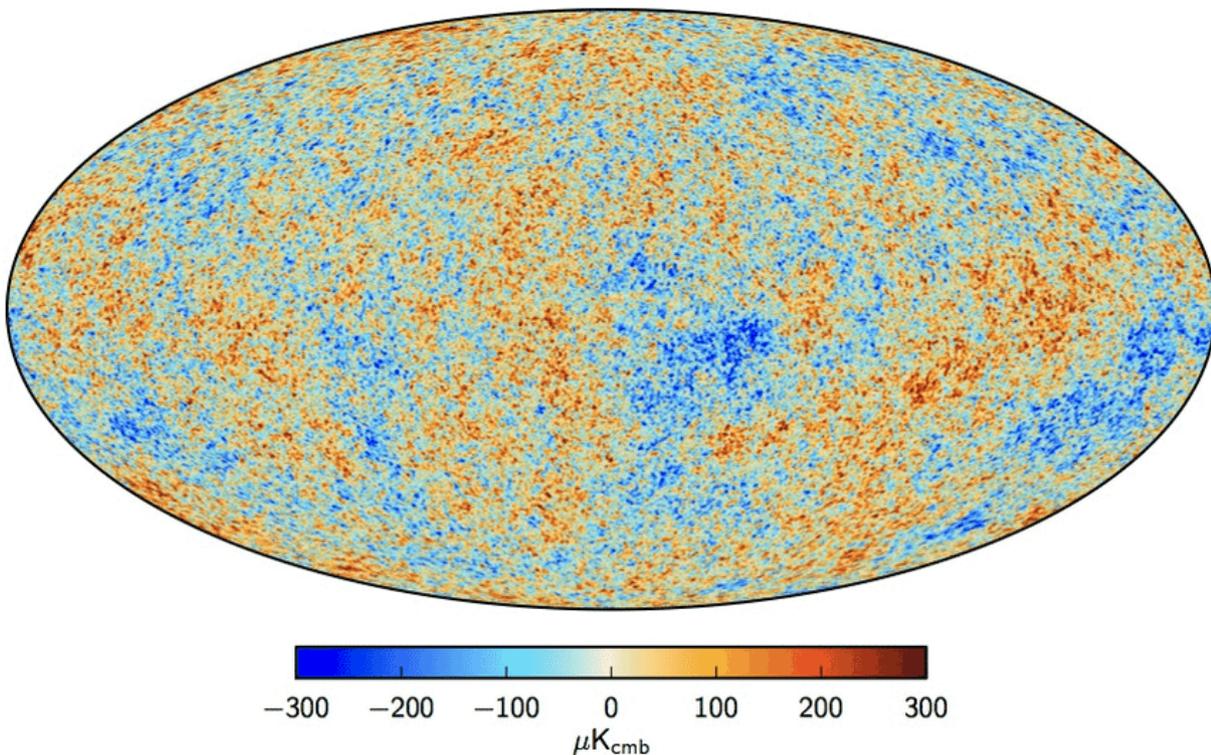


Figura 6 – A figura mostra a flutuação da temperatura dos fótons da Radiação Cósmica de Fundo (RCF) observada pela sonda espacial Planck. A RCF foi emitida quando o universo tinha uma idade de aproximadamente 380000 anos. Fonte: ESA and the Planck Collaboration ([ESA, 2013a](#))

Como os fótons se encontravam em equilíbrio térmico, ao se fazer análise dos dados de intensidade em função da frequência de micro-ondas emitida, percebe-se que o comportamento coincide com o espectro de corpo negro, o qual tem como intensidade em

função da frequência ν

$$I_\nu = \frac{4\pi\hbar\nu^3 c^{-2}}{e^{\frac{2\pi\hbar\nu}{k_b T}} - 1}. \quad (10.3)$$

O universo é o corpo negro mais preciso já medido. Este comportamento da radiação é um forte indício para respaldar a teoria do Hot Big Bang, já que induz que o universo passou por uma fase em que era quente, denso e quase homogêneo (RYDER, 2017).

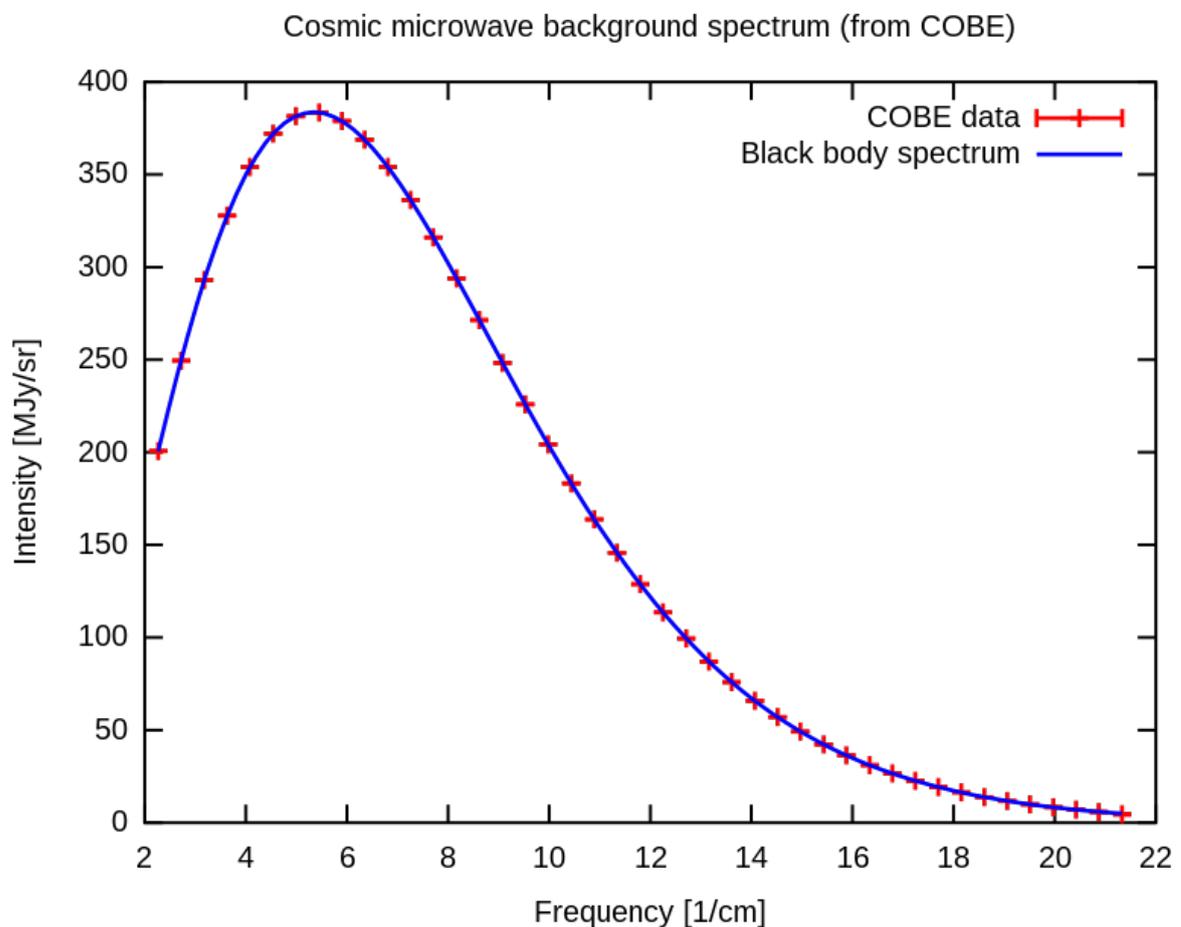


Figura 7 – O gráfico apresenta os dados obtidos pelo satélite COBE de intensidade em função da frequência na temperatura média atual da radiação cósmica de fundo com a plotagem da intensidade do espectro de um corpo negro, Eq. (10.3), tal que as margens de erros dos dados são extremamente pequenas. Fonte: *Astrophys. J.* 473 1996 576 (FIXSEN et al., 1996)

Apesar de se conseguir declarar homogeneidade dos fótons da RCF em grande escala, ao se analisar a imagem 6, percebe-se que há anisotropias na radiação cósmica, as

quais podem ser originadas por diversos fenômenos, por exemplo interação gravitacional entre matéria e fótons.

A primeira causa a se apontar para explicar as anisotropias é o efeito Sachs-Wolfe. Este efeito se sucede devido ao posicionamento dos fótons em relação a poços de potencial na última superfície de espalhamento. Quando neste momento a partícula se encontra em região de mínimo potencial gravitacional, ele perde energia ao sair posteriormente deste poço e, conseqüentemente sofre redshift. Quando o fóton está posicionado em área de máximo potencial gravitacional ao fim do desacoplamento, o caso é inverso, pois ganha energia ao se afastar do poço e passa por blueshift (desvio para o azul).

Existe também o efeito Sachs-Wolfe Integrado (ISW) ocasionado pela formação não-linear de estruturas, o qual provém da integração de linha do potencial gravitacional. O ISW experimenta um certo elevamento no seu fenômeno ao adentrar a época de energia escura dominante (SUGIYAMA, 2014).

A maior contribuição para as anisotropias decorrem em virtude das oscilações acústicas, originadas antes da recombinação, quando prótons e elétrons estavam acoplados aos fótons por meio das interações de Compton e Coulomb no formato de um fluido fóton-bariônico comprimido. Havia na época perturbações no potencial gravitacional de pequena amplitude que evoluíam constantemente causando oscilações no fluido, conseqüentemente o fóton concediam uma força restaurado e os bárions proporcionavam uma certa inércia ao movimento do sistema em que se encontravam. Quando a radiação se desacoplou da matéria bariônica, as oscilações que se encontravam congeladas, foram projetadas no espaço como uma série de picos harmônicos.

Por fim, um efeito de menor proporção é o amortecimento Silk. O processo de recombinação não é instantâneo, apesar das aproximações, por isso se pode atribuir uma espessura à última superfície de espalhamento. Assim argumentando que havia uma difusão entre bárions e fótons no fluido plasmático, em função de um acoplamento imperfeito, foi gerado um decrescimento nas oscilações, isto é, houve um amortecimento do comportamento da densidade de flutuação (DODELSON; SMOOT, 2010).

Para a descrição da densidade das flutuações de temperatura se adota a expansão

$$\frac{\delta T}{T}(\theta, \phi) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l a_{lm} Y_{lm}(\theta, \phi), \quad (10.4)$$

onde Y_{lm} são as funções de harmônicos esféricos. Para uma análise estatística do mapa da última superfície de espalhamento se utiliza a função de correlação $C(\theta)$.

Definida a partir de dois pontos nas direções \hat{n} e \hat{n}' , os quais possuem uma distância angular de θ entre si, tal que $\hat{n} \cdot \hat{n}' = \cos(\theta)$, a função $C(\theta)$ é a média do produto de todos

os pontos com separação θ :

$$C(\theta) = \left\langle \frac{\delta T}{T}(\hat{n}) \cdot \frac{\delta T}{T}(\hat{n}') \right\rangle_{\hat{n} \cdot \hat{n}' = \cos(\theta)}. \quad (10.5)$$

Aplicando a função 10.4 em Eq. (10.5), a função de correlação passa a ser escrita como

$$C(\theta) = \frac{1}{4\pi} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) C_l P_l(\cos(\theta)), \quad (10.6)$$

em que P_l é o polinômio de Legendre.

Portanto a partir do valor de momento de multipolo se define o comportamento das anisotropias da radiação cósmica de fundo. O monopolo ($l = 0$) resulta na temperatura média dos fótons $T = 2,7255 \pm 0,0006K$. Já o valor de dipolo ($l = 1$) se interpreta como a consequência do efeito Doppler relativa a movimentação terrestre no espaço, as distorções na radiação causadas por este efeito foram previamente corrigidas no mapa da figura 6. Os seguintes momentos de multipolo ($l \geq 2$) se referem às flutuações decorrentes das perturbações ocorridas desde a última superfície de espalhamento. (RYDER, 2017).

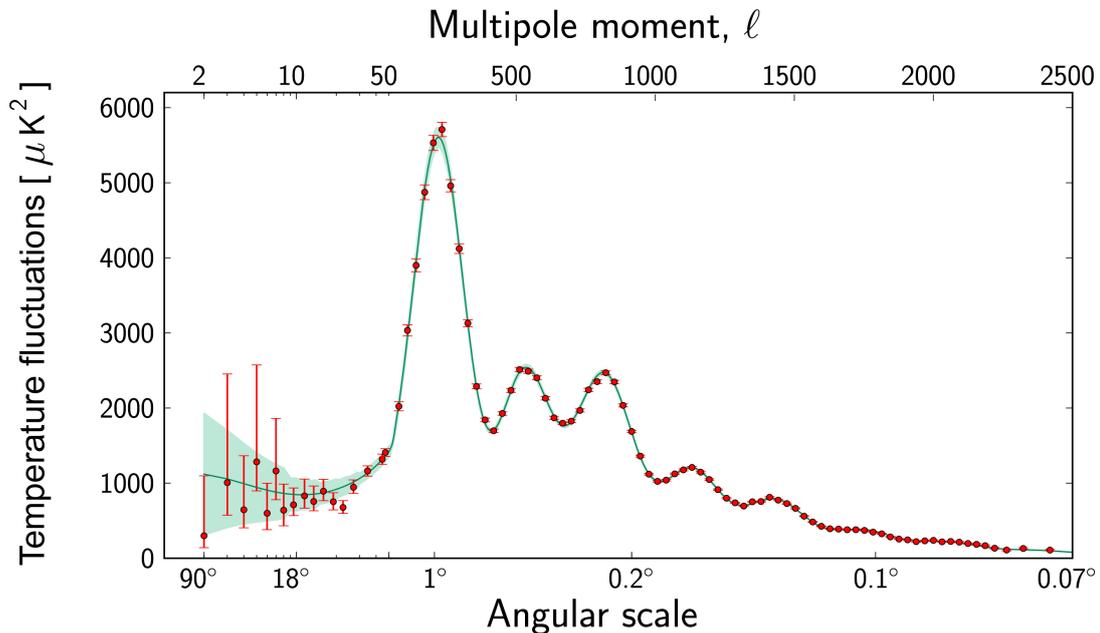


Figura 8 – O gráfico apresenta as flutuações da temperatura dos fótons da RCF observada pela sonda espacial Planck em diferentes escalas angulares, também podendo ser colocado em função de momentos de multipolo. Os pontos são os dados observados com suas respectivas barras de erro e a curva verde é o melhor ajuste do Modelo Cosmológico Padrão e o sombreado esverdeado se refere às previsões que melhor concordam com os dados de variação da teoria do modelo padrão. Fonte: ESA and the Planck Collaboration (ESA, 2013b)

Analisando o gráfico 8, pode-se atribuir alguns efeitos para diferentes valores do momento de multipolo l : em $l \lesssim 10$, ocorre a ascensão ISW seguida do platô de Sachs-Wolfe em $10 \lesssim l \lesssim 100$; dominando a maior parte da variação de temperatura da RCF estão os picos de oscilação acústica que ocorrem entre $100 \lesssim l \lesssim 1000$; na parte final, com menor escala angular, se encontra a cauda de amortecimento de difusão para valores de multipolo $l \gtrsim 1000$, outro fenômeno que também pode ser relevado neste intervalo por criar pequenas flutuações na radiação é o lenteamento gravitacional de estruturas de galáxias e aglomerados (DODELSON; SMOOT, 2010).

Conclusão

O comportamento térmico do universo jovem permitiu as diversas interações entre as partículas constituintes do plasma primordial resultando na estrutura do universo contemporâneo. Assim, utilizando de base a teoria do Hot Big Bang, foi possível traçar o comportamento da matéria bariônica até a formação dos primeiros núcleons e, posteriormente, a formação do primeiro átomo neutro, quando os bárions se uniram aos elétrons. Simultaneamente, se analisa também o comportamento dos diversos fótons originados pela aniquilação entre antimatéria e matéria, os quais são visualizados atualmente como a Radiação Cósmica de Fundo em Micro-ondas.

Com o estudo realizado, percebe-se que alguns parâmetros são essenciais para a caracterização da Nucleossíntese do Big Bang: a razão bárion-fóton η_b , já que as reações entre fótons e matéria bariônica permitiram a formação dos primeiros núcleons, além de explicitar a quantidade de matéria resultante do período de aniquilação; a densidade de deutério n_D , visto que sua formação precede a de outros elementos, e também sua composição de um próton e um nêutron impõe um limite para o valor de η_b ; a razão entre as densidades de Hélio-4 e bárion, primeiramente por ser um átomo extremamente estável, em segundo que a quantidade de nêutrons resultantes no processo de congelamento passaram a compor o ${}^4\text{He}$, além de reagir formando outros elementos leves; e, por fim, a quantidade de Lítio-7 possibilita uma definição mais apurada e verificação do processo de Nucleossíntese, pois possui duas fontes de formação primordial distintas.

Para a recombinação, que formou os átomos neutros de Hidrogênio, e por conseguinte o desacoplamento de fótons, que permitiu a constituição da RCF, o parâmetro mais importante é a fração de elétrons livres que caracterizou a evolução de ambos os fenômenos e estabilizou a neutralidade do universo.

Além das previsões, existem dados observacionais que apresentam bastante conformidade com a teoria, principalmente do Hélio-4, Deutério e Lítio-7 (CYBURT et al., 2016), a previsão teórica destes elementos se encontra no gráfico da imagem 4.

A abundância de Hélio-4 é controlada basicamente pelo número de nêutrons existentes após o desacoplamento de neutrinos. As medidas de ${}^4\text{He}$ são registradas a partir de linhas de emissão de Hélio e Hidrogênio em regiões extragalácticas *HII* possibilitando encontrar um valor para o parâmetro de fração de massa Y_p .

O Deutério possui apenas origem primordial, então qualquer observação desse isótopo de Hidrogênio remete ao período da Nucleossíntese. Usado para determinar o número de bárions, os dados do deutério são coletados por meio do desvio para o vermelho das linhas de absorção de quasares.

As fontes observacionais de Lítio-7 primordial são bem pequenas, porém há diversas outras fontes de produções não-primordiais, como em supernovas e estrelas de pequenas massas que dificultam a coleta de dados a respeito da Nucleossíntese do Big Bang. Para encontrar o ${}^7\text{Li}$ produzido no período inicial do Universo, se investiga amostras com baixa metalicidade, assim o único sistema que foi encontrado tal Lítio em estrelas de Halo (população II) na própria Via Láctea. Não obstante, os dados coletados a respeito deste elemento não coincidem com a teoria, todavia existem hipóteses de solução que poderão ser sujeitas a testes em um futuro próximo com o potencia de solucionar o Problema do Lítio.

Por fim, a Radiação Cósmica de Fundo é o registro de fótons do Universo Primordial, captado por todas as direções do Universo. Um dos últimos dados coletados advém da sonda espacial Planck (imagem 6). E com tais informações se obtém a densidade bariônica η_b . Além disso, os dados possibilitam rastrear a localização e formação de estruturas mais recentes por meio da análise das anisotropias da RCF, devido a vários efeitos com Sachs-Wolfe, oscilação acústica e amortecimento Silk.

Em síntese, o modelo padrão cosmológico, o Hot Big Bang, se apresenta como uma boa representação da história térmica do Universo. Exceto pelo problema do Lítio, temos uma grande concordância entre os dados observados com as previsões teóricas para a nucleossíntese, recombinação e o desacoplamento. Isso corrobora fortemente para o sucesso do Modelo Padrão da Cosmologia.

Referências

- CYBURT, R. H. et al. Big bang nucleosynthesis: Present status. *Rev. Mod. Phys.*, American Physical Society, v. 88, p. 015004, Feb 2016. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.88.015004>>. Citado 5 vezes nas páginas 9, 18, 34, 44 e 57.
- DODELSON, S.; SCHIMDT, F. *Modern Cosmology*. [S.l.]: Elsevier, 2021. Citado 5 vezes nas páginas 17, 21, 25, 27 e 47.
- DODELSON, S.; SMOOT, G. F. Cosmic microwave background mini-review. *Review of Particle Physics*, 2010. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1005.0555>>. Citado 2 vezes nas páginas 54 e 56.
- ESA. *Planck CMB*. 2013. ESA and the Planck Collaboration. Disponível em: <https://www.researchgate.net/figure/The-map-of-CMB-temperature-fluctuations-T-T-over-the-whole-sky-as-measured-by-the_fig5_343555606>. Acesso em: 06.09.2022. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 52.
- ESA. *Planck Power Spectrum*. 2013. ESA and the Planck Collaboration. Disponível em: <https://www.esa.int/Science_Exploration/Space_Science/Planck/Tools_to_study_the_distribution_of_matter_in_the_Universe>. Acesso em: 23.01.2023. Citado 2 vezes nas páginas 10 e 55.
- FIELDS, B. D. Big bang nucleosynthesis: Present status. *Annual Reviews of Nuclear and Particle Science*, v. 61, p. 47–68, 2011. Disponível em: <<https://doi.org/10.1146/annurev-nucl-102010-130445>>. Citado na página 45.
- FIXSEN, D. J. et al. The cosmic microwave background spectrum from the full coBE FIRAS data set. *The Astrophysical Journal*, v. 473, 1996. Disponível em: <https://en.wikipedia.org/wiki/Cosmic_microwave_background#/media/File:Cmbr.svg>. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 53.
- KAKU, M. *Quantum field theory: a modern introduction*. [S.l.]: Cambridge University Press, 1993. Citado na página 34.
- KOLB, E. W.; TURNER, M. S. *The Early Universe*. [S.l.]: Addison-Wesley Publishing Company, 1990. Citado na página 27.
- PIATTELLA, O. *Lecture Notes in Cosmology*. [S.l.]: Springer, 2018. Citado 13 vezes nas páginas 9, 15, 16, 23, 25, 27, 33, 35, 36, 39, 47, 50 e 51.
- POSPELOV, M.; PRADLE, J. Big bang nucleosynthesis as a probe of new physics. *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, v. 60, p. 539–568, 2016. Disponível em: <<https://www.annualreviews.org/doi/10.1146/annurev-nucl.012809.104521>>. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 43.
- RYDER, B. *Introduction to Cosmology*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2017. Citado 11 vezes nas páginas 9, 15, 21, 27, 34, 37, 40, 41, 44, 53 e 55.

SUGIYAMA, N. Introduction to temperature anisotropies of cosmic microwave background radiation. *Progress of Theoretical and Experimental Physics*, v. 2014, 2014. Disponível em: <<https://doi.org/10.1093/ptep/ptu073>>. Citado na página 54.

The Royal Swedish Academy of Sciences. *The Nobel Prize in Physics 1978*. 1978. The Nobel Foundation. Disponível em: <<https://www.nobelprize.org/prizes/physics/1978/summary/>>. Acesso em: 26.01.2023. Citado na página 52.

The University of Western Australia. *Timeline of the Universe*. 2011. SPICE Resources. Disponível em: <<https://www.uwa.edu.au/study/-/media/Faculties/Science/Docs/Timeline-of-the-Universe.pdf>>. Acesso em: 23.01.2023. Citado 2 vezes nas páginas 11 e 19.