



PROJETO DE GRADUAÇÃO

**ANÁLISE NUMÉRICA POR MODELOS
DISSIPATIVOS DE CAVIDADES ACÚSTICAS
ESTREITAS**

Por,

Marcos Flávio Vieira de Almeida

Brasília, 27 de Junho de 2014

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

FACULDADE DE TECNOLOGIA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
Faculdade de Tecnologia
Departamento de Engenharia Mecânica

PROJETO DE GRADUAÇÃO

ANÁLISE NUMÉRICA POR MODELOS DISSIPATIVOS DE CAVIDADES ACÚSTICAS ESTREITAS

POR,

Marcos Flávio Vieira de Almeida

Relatório submetido como requisito parcial para obtenção
do grau de Engenheiro Mecânico.

Banca Examinadora

Prof. Marcus Vinicius Girão de Moraes, (ENM-UnB)
(Orientador)

Prof.^a Aline Souza de Paula, (ENM-UnB)

Prof. Alberto C. G. C. Diniz, (ENM-UnB)

Brasília, 27 de Junho de 2014.

Dedicatória

Dedico este trabalho à minha mãe, Afra, ao meu pai, Francisco, aos meus irmãos, Gustavo e Carlos, à Marina e aos amigos do coração por estarem sempre presentes e compartilharem desta difícil luta para chegar até aqui.

Marcos Flávio Vieira de Almeida.

Agradecimentos

Pelo acompanhamento e apoio contínuos em toda e qualquer fase por que passei, gostaria de agradecer à minha família, que tem sempre importância gigantesca apesar da distância.

Agradeço à família Raslan por todo o apoio, carinho e torcida que sempre recebo. Um agradecimento mais que especial à Marina, pelo apoio incondicional.

Gostaria de prestar um agradecimento especial ao Professor Marcus V. G. de Moraes por todo o apoio, orientação e atenção que me foram concedidos. Aproveito para agradecer a todos os professores da Eng. Mecânica pela partilha de experiências.

Agradeço a todos os meus amigos, que carrego sempre comigo, e aos quais eu devo muito do que sou e do que vivi.

Por fim agradeço a todos os amigos que fiz na UnB pelos momentos especiais e pela vivência continuamente ganha. Mais do que tudo, pelas batalhas que muitas vezes enfrentamos juntos sem duvidar.

Marcos Flávio Vieira de Almeida

RESUMO

Esse trabalho visa a determinar a função de transferência de uma sonda acústica com relação à pressão acústica que é medida por um microfone em função de uma pressão acústica incidente. Neste trabalho, faz-se uso do software de elementos finitos COMSOL para realizar dois estudos numéricos para a função de transferência da sonda, um modelo de propagação de onda convencional sem perdas e um modelo com considerações de perdas viscosas e de condutibilidade térmica devido à pequena dimensão da sonda. Os modelos são comparados a uma função de transferência obtida analiticamente e a resultados experimentais obtidos no laboratório de vibrações do grupo de dinâmica de sistemas (UnB-FT/ENM/GDS). Os resultados apresentaram uma correlação exata entre os modelos analítico e numérico sem perdas. O modelo numérico dissipativo apresentou frequências de ressonância próximas às esperadas e permitiu o estudo de diversos outros parâmetros calculados, exigindo, porém, um tempo de processamento computacional em torno de 70 vezes mais alto.

ABSTRACT

This work looks forward to determining the transfer function of an acoustic probe in relation to the acoustic pressure that is measured by a microphone as a result of an incident acoustic pressure. In this work, the finite element method software COMSOL is used to develop two numerical studies about the probe transfer function. The first one is a conventional no loss wave propagation model and the second one is a model taking into account viscous losses and thermal conductivity due to the small probe dimensions. Both models are compared to an analytically obtained transfer function and to experimental results obtained at the vibrations laboratory of the *grupo de dinâmica de sistemas* (UnB-FT/ENM/GDS). The results have presented an exact correlation between the analytical and the no loss numerical models. The dissipative numerical model presented resonance frequencies close to the expected and allowed the evaluation of many other calculated parameters, despite demanding a computational processing time about 70 times higher.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	1
1.1 CONTEXTO	1
1.2 MOTIVAÇÃO	3
1.3 OBJETIVO.....	4
1.4 METODOLOGIA.....	4
1.5 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	5
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	6
2.1. PRINCÍPIOS BÁSICOS EM ACÚSTICA	6
2.1.1. Equação da Onda	6
2.1.2. Ondas Planas e Esféricas.....	8
2.1.3. Impedância Acústica.....	10
2.1.4. Escala Decibel	10
2.2. PRINCÍPIOS BÁSICOS DE SINAIS E SISTEMAS.....	11
2.2.1. Sinais e Sistemas	11
2.3. SOLUÇÃO ANALÍTICA DA EQUAÇÃO DA ONDA PARA O CASO UNIDIMENSIONAL	12
2.3.1. Resolução da Equação de onda 1-D	12
2.3.2. Soluções para o Duto Estudado	14
2.4. INTRODUÇÃO AOS MODELOS DISSIPATIVOS	16
2.4.1. Linearização da Equação de Navier-Stokes ´ para Considerações de Perdas Termoviscosas.....	16
2.5. MÉTODOS NUMÉRICOS	18
3. IDENTIFICAÇÃO DA SONDA ACÚSTICA.....	20
3.1. SONDA DE PRESSÃO TOTAL E DE PRESSÃO ESTÁTICA.....	20
3.2. INSTALAÇÃO EXPERIMENTAL UTILIZADA PARA AS SONDAS	22
3.3. CALIBRAÇÃO DOS MICROFONES	26
3.4. SONDA DE PRESSÃO TOTAL – RESULTADO EXPERIMENTAL.....	28
4. ANÁLISE ANALÍTICA DA SONDA ACÚSTICA	30
5. ANÁLISE NUMÉRICA DA SONDA ACÚSTICA	34
5.1. VALIDAÇÃO NUMÉRICA DE CAVIDADE FECHADO-FECHADO.....	34
5.1.1. Solução Analítica dos Modos de Vibração.....	34
5.1.2. Solução Numérica.....	36
5.2. ANÁLISE NUMÉRICA SEM EFEITOS DISSIPATIVOS	39
5.3. ANÁLISE NUMÉRICA COM EFEITOS DISSIPATIVOS.....	44
5.4. COMPARAÇÃO DE TODOS OS MÉTODOS.....	50
6. CONCLUSÕES E PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS	53
REFERÊNCIAS.....	54

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Saliências nas nadadeiras de baleias	2
Figura 1.2 – Perfil NACA 65(3)618 usinado	2
Figura 1.3 – Perfil NACA 65(3)618 com saliências desenhado em SOLIDWORKS	2
Figura 2.1 - Decaimento da pressão acústica de uma onda esférica (Lopes e Prado, 2006)	8
Figura 2.2 - Comparação entre a propagação de uma onda esférica (a) com uma onda plana (b) (Lopes e Prado, 2006)	9
Figura 2.3 – Esquema de um duto reto onde se propaga o som.	12
Figura 3.1 – Sonda de Pressão Total	21
Figura 3.2 – Sonda de Pressão Estática	21
Figura 3.3 – Esquema de Montagem do Microfone para a Sonda de Pressão Total	22
Figura 3.4 – Esquema de montagem experimental para calibração e aferição da função de transferência da sonda	23
Figura 3.5 – Montagem experimental para calibração	24
Figura 3.6 – Potência relativa entre os microfones em função da frequência.....	25
Figura 3.7 – Amplitude do Sinal dos Microfones	27
Figura 3.8 – Fase dos Microfones	27
Figura 3.9 – Coerência do Sinal dos Microfones	27
Figura 3.10 – Função de transferência experimental	28
Figura 4.1 – Esquema da ligação entre as cavidades da sonda	30
Figura 4.2 – Função de transferência analítica em função da frequência	32
Figura 5.1 – Modos de vibração da cavidade fechada-fechada (a) 1º, (b) 2º, (c) 3º e (d) 4º modos	35
Figura 5.2 – Duto de validação com a malha	36
Figura 5.3 - 1º, 2º, 3º e 4º Modos de Vibração obtidos pelo Modelo Numérico	37
Figura 5.4 - Pressão acústica total (Pa) e nível de pressão acústica (dB) para o 3º modo de vibração	38

Figura 5.5 - Pressão acústica total (Pa) e nível de pressão acústica (dB) para o 2º modo de vibração	38
Figura 5.6 - Pressão acústica total (Pa) e nível de pressão acústica (dB) para o 1º modo de vibração	38
Figura 5.7 - Pressão acústica total (Pa) e nível de pressão acústica (dB) para o 4º modo de vibração	39
Figura 5.8 - Real geometria da sonda	39
Figura 5.9 - Inserção de uma pressão p_0 , equivalente a 1 Pa, na ponta da sonda	40
Figura 5.10 - Malha da sonda acústica.....	41
Figura 5.11 - Posicionamento do ponto de captação da pressão.....	41
Figura 5.12 - Resposta de pressão acústica pela frequência	42
Figura 5.13 - Função de transferência numérica sem efeitos dissipativos	43
Figura 5.14 - Função de transferência numérica $FT = P_{in}P_{mic}$ sem efeitos dissipativos	43
Figura 5.15 - Variação de temperatura na sonda acústica	45
Figura 5.16 - Isovalor de velocidade acústica para algumas seções transversais ao longo da sonda de pressão total	46
Figura 5.17 - Perfil diametral de velocidade acústica na sonda de pressão total: (a) solução acústica termoviscosa, (b) previsão segundo a hipótese de Helmholtz (Melo Filho, 2010).	46
Figura 5.18 - Resposta da pressão em função da frequência com consideração de efeitos dissipativos	47
Figura 5.19 - Detalhe da resposta da pressão acústica em função da frequência com efeitos dissipativos.	47
Figura 5.20 - Função de transferência FT e as suas componentes real $Re(FT)$ e imaginária $Im(FT)$, acompanhadas da pressão absoluta $Abs(FT)$	48
Figura 5.21 - Função de transferência absoluta $Abs(FT) = Abs(P_{in} / P_{mic})$	49
Figura 5.22 - Função de transferência analítica e experimental (Fernandes et al, 2014).	50
Figura 5.23 - Comparação entre as soluções numéricas (acústico invíscido e termoviscoso), resultado analítico e ensaio experimental.....	51

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Parâmetros para o cálculo da função de transferência	32
Tabela 2 - Modos Naturais Analíticos para a Sonda	33
Tabela 3 - Parâmetros do modelo numérico de validação	36
Tabela 4 - Modos naturais obtidos numericamente para a sonda.....	44

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos Latinos

A	Amplitude	[m]
K	Caminho Angular por unidade de Tempo	[rad]
t	Tempo	[s]
x	Ponto de análise	[m]
ν	Volume específico	[m ³ /kg]
p	Pressão	[Pa]
IL	Intensidade Sonora	[dB]
SPL	Nível de Pressão Sonora	[dB]
FT	Função de Transferência	
Z	Impedância Acústica	[Rayl]
S	Área	[m ²]
U	Velocidade	[m/s]
P	Pressão	[Pa]
B	Módulo de Bulk	[Pa]
a	Aceleração	[m/s ²]
d	Diâmetro	[m]
R	Raio do Duto	[m]
L	Comprimento do Duto	[m]
r	Coordenada Radial	[m]

Símbolos Gregos

α	Difusividade térmica	[m ² /s]
Δ	Varição entre duas grandezas similares	
ρ	Massa Específica	[m ³ /kg]
λ	Comprimento de onda	[m]
ϕ	Campo de pressão	
ω	Frequência	[rad/s]
∂	Derivada parcial	
∇	Operador de gradiente, divergente e rotacional	
ψ	Modos acústicos	[m ⁻²]
θ	Ângulo	[rad]
μ	Viscosidade dinâmica	[Pa.s]

Grupos Adimensionais

Nu	Número de Nusselt
Re	Número de Reynolds
π	Constante de circunferência
e	Número de Euler
C	Coerência
δ	Razão de Variação de Massa Específica
k	Número de Onda
J	Função Bessel
R	Coeficiente de Reflexão da Onda
η	Relação entre as forças inerciais e viscosas

Subscritos

1	Medição em 1
2	Medição em 2
3	Medição em 3
0	Condição inicial
ν	Viscoso
th	Térmico
min	Mínimo
$máx$	Máximo
in	Valor de entrada
mic	Microfone

Sobrescritos

\cdot	Variação temporal
$-$	Valor médio
\rightarrow	Vetor

Siglas

B&K	<i>Brüel & Kjær</i>
CFD	<i>Computational Fluid Dynamics</i>
FEM	<i>Finite Element Method</i>
GDS	<i>Grupo de Dinâmica de Sistemas</i>

1. INTRODUÇÃO

1.1 CONTEXTO

O problema do ruído de forma geral está presente nos mais diferentes âmbitos onde o ser humano se encontra. Quando ele está presente em uma escala inapropriada para o homem, pode causar incômodo, desconforto, estresse físico e até mesmo danos à saúde. Centros urbanos, indústrias e regiões próximas a aeroportos são, talvez, alguns dos principais exemplos de espaços onde mais se sofre com o ruído. De acordo com o exemplificado, o ruído é também uma das principais fontes de poluição produzida e experimentada pelo homem.

No que tange ao espaço de centros urbanos, em especial as regiões em torno de aeroportos, é notável o seu desenvolvimento e o seu crescimento, o que os faz chegar perto dos aeroportos e das áreas de aproximação de aeronaves. A situação inteira torna-se um incômodo, principalmente quando se avalia que a quantidade de aeronaves e de voos realizados é bastante crescente. A certificação de turbofans e de aeronaves em geral é cada vez mais rigorosa e é motivo de preocupação de grandes entidades aeroespaciais mundiais. O turbofan é exatamente a maior fonte de ruído em uma aeronave devido à interação entre o escoamento produzido pelo rotor com o estator.

Todavia, o objeto de estudo é uma máquina que trabalha em rotação em espaços fechados, tornando-se muito difícil a aplicação de microfones ou dispositivos para captação de pressão parietal nesse mesmo meio. Não há uma região em que eles possam ser montados, os efeitos térmicos presentes podem ser prejudiciais à sua integridade e seria interessante que o objeto de aferição ali presente perturbasse ao mínimo o escoamento e o meio, características que podem ser supridas com o uso de uma sonda acústica. É esse contexto de operação que estimulou esse trabalho a estudar sondas acústicas para caracterizar problemas de origem aeroacústica.

Algumas aplicações para as quais a sonda acústica é especialmente interessante são a de medição de pressão acústica em turbomáquinas, em compressores, motores de combustão interna, e corpos e sistemas em geral de pequenas dimensões ou de condições inadequadas para o uso de microfones.

---*---*---*---

Outra aplicação que é visada para a sonda acústica é a de medir pressões parietais em perfis aerodinâmicos. Nesse contexto, a partir da observação do meio natural, criou-se uma vontade de modificar a geometria de pás para melhorar a sua aerodinâmica em turbomáquinas a partir de um modelo que recebe saliências semelhantes a caroços de nadadeiras de baleias, evidenciados na Figura 1.1. A partir de simulações numéricas e de medições experimentais, há pesquisas sendo realizadas na Universidade de Brasília que têm a intenção de mostrar que a modificação da geometria das pás melhora bastante a aerodinâmica de máquinas.



Figura 1.1 – Saliências nas nadadeiras de baleias

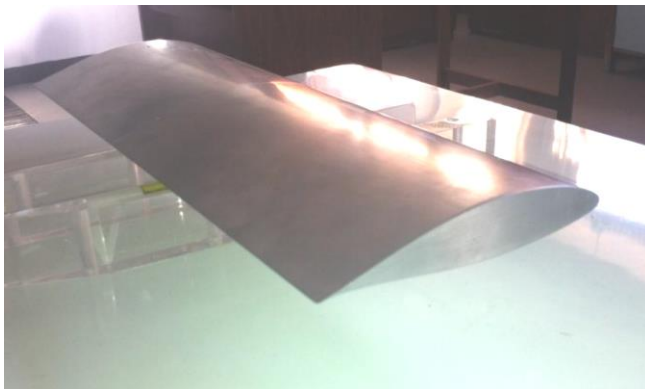


Figura 1.2 – Perfil NACA 65(3)618 usinado

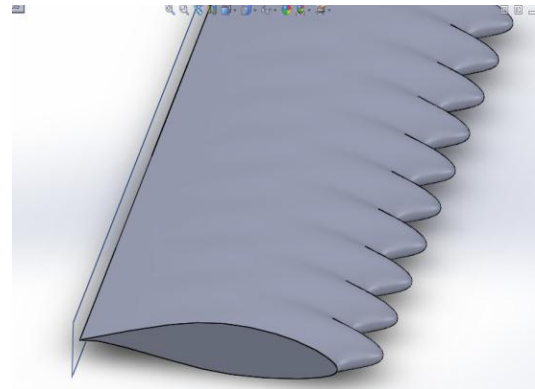


Figura 1.3 – Perfil NACA 65(3)618 com saliências desenhado em SOLIDWORKS

Essas pesquisas estudam nas mesmas condições um perfil de aerofólio clássico NACA 65(3)618 e um perfil com saliências (Figuras 1.2 e 1.3), com o objetivo de comparar o desempenho de cada um. Para tanto, é necessário medir a pressão parietal da pá para poder identificar o descolamento da camada limite e, em seguida, verificar que o perfil modificado

possui propriedades aerodinâmicas mais vantajosas para turbomáquinas. Esse estudo experimental será realizado no contexto de outro trabalho em um túnel de vento com a ajuda de microfones e da sonda acústica estudada neste trabalho. Yoshitsugu & Shinnosuke (2009) já discutiram sobre o uso de sondas para medir correlação entre velocidade e pressão em torno de um perfil aerodinâmico NACA 0012 em meio a um escoamento turbulento.

Os resultados obtidos para a sonda acústica numérica e analiticamente serão ainda comparados com resultados provenientes de aferição experimental realizada por Foudrinier (2013), em que um microfone de referência de alta fidelidade de geração de sinais, um microfone modelo 4189-L-001 da Bruel & Kjaer, é montado em uma cavidade por onde se propaga um sinal sonoro conhecido que é emitido por um alto falante. O microfone apresenta uma sensibilidade de 54,2 mV/Pa e 0,2 dB de erro com uma fidelidade de 95 %. O uso de dois microfones de alta precisão iguais em conjunto permite ainda verificar a faixa de frequência para a qual o experimento é capaz de fornecer uma comparação confiável (na qual a teoria de ondas planas é válida) com o posicionamento dos dois diametralmente opostos na cavidade. A forma descrita permite a interpretação experimental dos dados.

1.2 MOTIVAÇÃO

Este trabalho tem como motivação o estudo e a medição de campos de pressões parietais para caracterizar mais profundamente as fontes de ruído e a influência da geometria e de condições de operação na geração de ruído. Este trabalho visa ao esforço de realizar essas medições com o uso de sondas acústicas. Para isso, faz-se necessário calibrar a sonda de pressão utilizada para aferir as pressões parietais e, ao fim, obter a função de transferência da sonda, necessária para a correta interpretação de medições experimentais.

O objetivo do presente trabalho é compreender o exato comportamento da sonda acústica quando ela é utilizada em aferições experimentais, para que futuramente se possam obter os campos de pressões parietais sobre pás de turbomáquinas com o uso desse dispositivo. Esses dados são os parâmetros de entrada para diferentes modelizações aerodinâmicas e, em particular, aeroacústicas. Um fator limitante que explica a dificuldade de se obterem as pressões aerodinâmicas sobre a superfície das pás é a sua pequena espessura, especialmente na região do seu bordo de fuga. A comparação entre os resultados deste trabalho com os resultados previamente obtidos experimentalmente pelo Grupo de Dinâmica de Sistemas da

Universidade de Brasília visa à avaliação da viabilidade de utilização de captores para a aplicação descrita.

Deve-se estudar a resposta das sondas acústicas de modo a calibrá-las para poder obter as medições de pressão parietal em perfis aerodinâmicos, com foco nos perfis de pás de turbofans. Faz-se então um estudo da resposta em pressão com relação à coerência e às amplitudes dos sinais obtidos para diferentes frequências para saber como os sinais devem ser corrigidos para obter os valores de pressão sonora presentes no ponto de aferição na extremidade da sonda. O projeto busca também comparar esta calibração com as funções de transferência da sonda acústica estudada analítica e numericamente, pelo método de elementos finitos desenvolvido no software COMSOL 4.2.

1.3 OBJETIVO

O objetivo deste trabalho é modelar uma sonda acústica utilizando modelos numéricos presentes no COMSOL para estudar o comportamento de uma sonda de pressão total. Utilizam-se os modelos acústicos invíscido linear e termoacústico.

Os objetivos secundários são:

- Entender o comportamento da sonda acústica;
- Possibilitar a validação numérica do modelo termoviscoso a partir de um exemplo prático e
- Possibilitar a criação de uma base numérica para estudos de otimização.

1.4 METODOLOGIA

Para desenvolver esse estudo com as sondas acústicas, um estudo com relação à modelagem matemática deve ser realizado, para que se possa saber como interpretar os sinais obtidos e estes devem ser tratados. Para a aplicação em diferentes âmbitos e com as mais variadas aplicações, é fundamental o estudo de como a resposta sonora de um meio é alterada ao passar pela sonda acústica utilizada. Com esse objetivo, realizar-se-ão três análises: uma primeira análise, analítica, para entender como a cavidade em questão responde a uma excitação harmônica de pressão sem a consideração de perdas viscosas; uma segunda análise para representar numericamente (no software de elementos finitos COMSOL 4.2 Multiphysics) o mesmo modelo, ainda sem dissipações viscosas; e uma terceira análise,

também numérica, que tem por objetivo estudar a mesma sonda contemplando agora efeitos de dissipação térmica e viscosa, que ocorrem nas regiões próximas às paredes do duto. Os resultados são então comparados e discutidos.

1.5 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

No capítulo 2, a Revisão Bibliográfica deste trabalho trata do estado da arte dos princípios básicos em acústica e em sinais, assim como de uma breve revisão de sondas. Esses conteúdos fornecem suporte para que se atinja a plenitude dos objetivos aqui propostos.

No capítulo 3, que tange à Identificação da Sonda Acústica, apresentar-se-ão os tipos de sondas usados em pesquisas, a instalação experimental utilizada, o procedimento de calibração de microfones e os resultados experimentais obtidos para a função de transferência para a sonda de pressão total.

No capítulo 4, cuja temática é a análise analítica da sonda, será usada a teoria de matrizes de transferência de Gibert (1988), para quantificar a função de transferência da sonda.

A respeito das análises numéricas para a sonda, que constam no capítulo 5, serão realizados dois estudos distintos: um primeiro no qual não há considerações dissipativas para a propagação da onda sonora e um segundo que tem essa consideração no seu esforço de resolução.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. PRINCÍPIOS BÁSICOS EM ACÚSTICA

Fisicamente, o som é ocasionado por vibrações mecânicas em determinada faixa de frequências que propagam ondas de pressão em um meio material. No caso de cavidades acústicas para calibração e de propagação para aferição por sondas, o meio é um meio fluido, o ar. Este capítulo contém as principais definições e conceitos relacionados ao som (princípios básicos de acústica), à sua propagação em cavidades acústicas e a funções de transferência que podem representar as sondas acústicas e auxiliar na sua calibração. É igualmente apresentada uma revisão sobre sondas acústicas.

2.1.1. Equação da Onda

Se consideramos a propagação do som em um meio fluido, devemos partir da equação fundamental da mecânica dos fluidos sem efeitos do campo gravitacional, a equação de Navier-Stokes (Eq. 2.1):

$$\frac{\partial(\rho\vec{u})}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho\vec{u} \otimes \vec{u}) = -\vec{\nabla}p + \vec{\nabla} \cdot \bar{\tau} \quad (2.1)$$

onde t é o tempo, ρ é a massa específica, \vec{u} é o vetor velocidade, p é a pressão e $\bar{\tau}$ é o tensor de tensões.

De acordo com Kinsler et al. (2000), em geral nos processos os efeitos fluidos rotacionais podem ser desprezados. Dessa forma, desconsiderando os efeitos de viscosidade no fluido, temos a Eq. (2.2), onde o operador divergente torna-se nulo:

$$\frac{\partial(\rho\vec{u})}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho\vec{u} \otimes \vec{u}) = -\vec{\nabla}p \quad (2.2)$$

Pode-se introduzir então a condensação (s), variação adimensional da massa específica (Eq. 2.3 e 2.4) na Eq. (2.2) e, considerando que $s \ll 1$ (pequenas amplitudes) e ρ_0 é uma função fraca no tempo, chega-se à Eq. (2.5):

$$s = \frac{\delta\rho}{\rho_0} \quad (2.3)$$

$$s = \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \rightarrow \rho - \rho_0 = s\rho_0 \rightarrow \rho = \rho_0(1 + s) \quad (2.4)$$

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \rho_0 \vec{u} \cdot \vec{\nabla} \vec{u} = -\vec{\nabla} p \quad (2.5)$$

Na maioria dos campos sonoros, os fenômenos advectivos são desprezíveis quando comparados aos oscilatórios, pois a velocidade do escoamento é de uma ordem de grandeza menor que a velocidade do som no meio. Logo, a equação provinda da mecânica dos fluidos para o problema acústico torna-se a seguinte:

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = -\vec{\nabla} p \quad (2.6)$$

Aplicando o divergente da equação acima (Eq. 2.6):

$$\vec{\nabla} \cdot \left(\rho_0 \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} \right) = -\nabla^2 p \quad (2.7)$$

Outra equação fundamental da mecânica dos fluidos que auxilia na resolução de problemas de acústica é a equação de conservação de massa, também tratada por equação da continuidade:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad (2.8)$$

Substituindo a condensação s na equação da continuidade e considerando que $s \ll 1$ e ρ_0 é uma função fraca no tempo:

$$\rho_0 \frac{\partial s}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho_0 \vec{u}) = 0 \quad (2.9)$$

Tomando a derivada temporal da equação acima (Eq. 2.9), pode se chegar à relação abaixo:

$$\rho_0 \frac{\partial^2 s}{\partial t^2} + \vec{\nabla} \cdot \left(\rho_0 \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} \right) = 0 \quad (2.10)$$

Substituindo a Eq. (2.10) na Eq. (2.7) e considerando que $s = p/\beta$ e $c^2 = \beta/\rho_0$, obtém-se a equação de onda linearizada:

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (2.11)$$

Onde β é o módulo de elasticidade volumétrica e c é a velocidade do som no meio, dependente de alguns fatores termodinâmicos. Para gases perfeitos, c pode ser simplificada na equação a seguir:

$$c^2 = \gamma RT_K \quad (2.12)$$

Tomando como referência a velocidade do som para 0 °C (c_0), c pode ser escrita como função da temperatura T em °C:

$$c = c_0 \left(1 + \frac{T}{273}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.13)$$

2.1.2. Ondas Planas e Esféricas

A propagação do som a partir de fontes sonoras reais geralmente se dá na forma de ondas esféricas, ou seja, a onda se propaga igualmente em todas as direções do espaço. A energia propagada se distribui em uma área cada vez maior, o que faz com que a pressão e a intensidade acústicas decaiam com o aumento da distância da fonte sonora (Fig. 2.1).

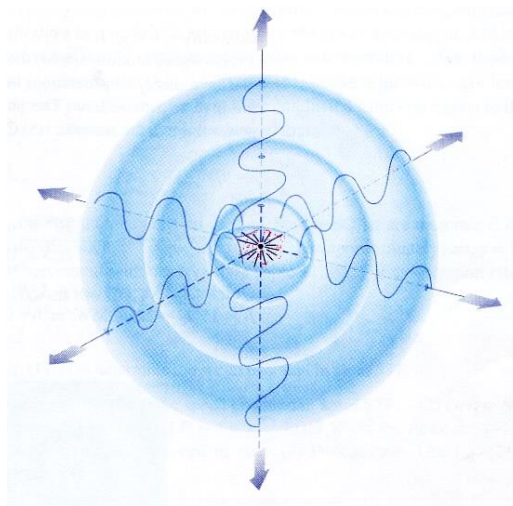
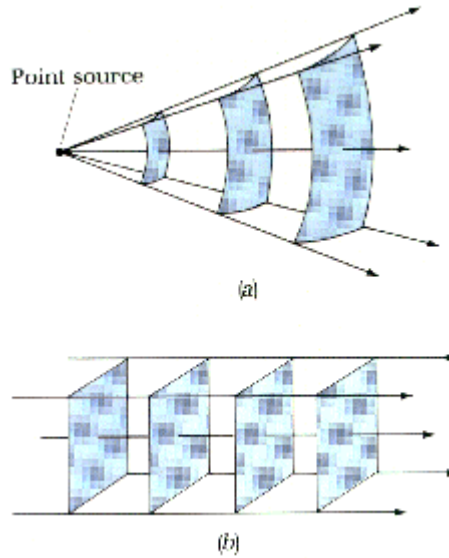


Figura 2.1 - Decaimento da pressão acústica de uma onda esférica (Lopes e Prado, 2006)

No entanto, em situações particulares em que as variáveis acústicas possuem magnitudes constantes em qualquer plano perpendicular à direção de propagação da onda, tal qual uma

cavidade fechada lateralmente e de dimensões uniformes, podemos observar o comportamento de onda unidimensional ou de onda plana (Fig. 2.2 (b)).



**Figura 2.2 - Comparação entre a propagação de uma onda esférica (a) com uma onda plana (b)
(Lopes e Prado, 2006)**

Para grandes distâncias da fonte, as superfícies de uma onda esférica se aproximam de uma superfície plana, da mesma forma que ocorre na propagação do som num tubo com diâmetro muito inferior ao comprimento de onda (Fig. 2.2). Assim sendo, a Eq. (2.13) torna-se a Eq. (2.14) para ondas planas:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (2.14)$$

As soluções harmônicas para pressão acústica (Eq. 2.15) e velocidade (Eq. 2.16) de uma onda plana são:

$$p = Ae^{j(\omega t - kx)} + Be^{j(\omega t + kx)} \quad (2.15)$$

$$\vec{u} = \left[\left(\frac{A}{\rho_0 c} \right) e^{j(\omega t - kx)} - \left(\frac{B}{\rho_0 c} \right) e^{j(\omega t + kx)} \right] \hat{x} \quad (2.16)$$

Onde k é dito o número de onda, dado por:

$$k = \frac{\omega}{c} \quad (2.17)$$

Da mesma forma, podemos obter as soluções harmônicas para pressão acústica (Eq. 2.18) e velocidade (Eq. 2.19) para ondas esféricas:

$$p = \frac{A}{r} e^{j(\omega t - kr)} \quad (2.18)$$

$$\vec{u} = \vec{\nabla} \phi = \hat{r} \frac{(1 - j/kr) p}{\rho_0 c} \quad (2.19)$$

2.1.3. Impedância Acústica

A impedância acústica pode ser entendida como a resistência de um determinado meio à propagação de ondas sonoras. A razão entre a pressão sonora e a velocidade das partículas é chamada de impedância acústica específica, z , escrita abaixo:

$$z = \frac{p}{u} \quad (2.20)$$

Um parâmetro de grande importância para se caracterizar o meio é a impedância acústica específica para ondas planas, dada por $\rho_0 c$, chamada de impedância característica do meio.

De forma mais geral, a impedância assume valores complexos. Sua forma geral é:

$$z = r_a + jx_a \quad (2.21)$$

Analogamente ao sistema elétrico, r_a é a resistência acústica específica e x_a , a reatância acústica específica do meio para uma determinada onda considerada.

2.1.4. Escala Decibel

É muito comum na engenharia utilizar escalas logarítmicas para representar diversas grandezas. Os exemplos aqui relevantes são a pressão e a intensidade sonoras, devido ao fato de que seus valores encontrados no ambiente variam em uma faixa de grande extensão e que a audição humana diferencia os sons baseado na sua magnitude relativa, demonstrando um comportamento que se aproxima bastante do logarítmico.

O nível de intensidade sonora (IL) é representado na escala decibel por:

$$IL = 10 \log \left(\frac{I}{I_{ref}} \right) \quad (2.22)$$

Onde I_{ref} tem o valor de 10^{-12} W/m² e é a intensidade mínima que uma pessoa com audição normal consegue perceber em uma frequência de 1 kHz. Da mesma forma, o nível de pressão sonora (SPL) é dado pela equação a seguir:

$$SPL = 20 \log \left(\frac{P}{P_{ref}} \right) \quad (2.23)$$

Para o ar, a pressão de referência utilizada vale 20 μ Pa.

2.2. PRINCÍPIOS BÁSICOS DE SINAIS E SISTEMAS

Para introduzir os conceitos e a teoria básica de sinais e sistemas, foram utilizados os trabalhos de Vörländer (2008), Hammond & White (2008), McMahon (2006) e Tourinho (2011).

2.2.1. Sinais e Sistemas

Um sinal é definido como uma função de uma ou mais variáveis independentes que representa alguma propriedade física qualquer, como, por exemplo, pressão sonora ou corrente elétrica. Este sinal pode ser contínuo ou discreto, analógico ou digital e de natureza determinística aleatória.

Um sistema, por sua vez, consiste em um modelo matemático que representa uma determinada transformação Tr de um sinal de entrada qualquer $x(t)$ em um sinal de saída $y(t)$. A equação abaixo (Eq. 2.24) demonstra essa transformação em um esquema simples de blocos.

$$y(t) = Tr\{x(t)\} \quad (2.24)$$

O sistema será contínuo se tanto seu sinal de entrada como o de saída forem contínuos. Ele será um sistema discreto caso ambos sejam discretos.

O sistema será denominado linear caso o princípio de superposição seja aplicável. a e b são duas constantes quaisquer, $x_1(t)$ e $x_2(t)$ são dois sinais de entrada distintos e $y_1(t)$ e $y_2(t)$ são dois sinais de saída dados $Tr\{x_1(t)\}$ e $Tr\{x_2(t)\}$, respectivamente.

2.3. SOLUÇÃO ANALÍTICA DA EQUAÇÃO DA ONDA PARA O CASO UNIDIMENSIONAL

Será mostrada aqui a solução analítica da equação da onda unidimensional, obtida por Morais (2000) com base no conceito da matriz de transferência de Gibert (1988), com o objetivo de basear as soluções analíticas obtidas para as funções de transferência da sonda em estudo.

2.3.1. Resolução da Equação de onda 1-D

A equação de onda unidimensional homogênea no domínio da frequência é:

$$\frac{d^2 p}{dx^2} + \frac{1}{k^2} p = 0 \quad (2.25)$$

em que $k = c/\omega$ é denominado o número de onda.

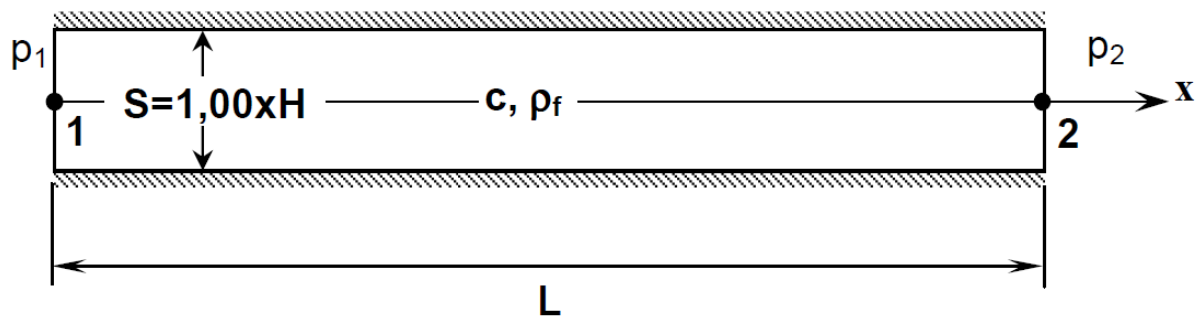


Figura 2.3 – Esquema de um duto reto onde se propaga o som.

Definindo que a vazão mássica acústica q é expressa por:

$$q = \rho_f S V_f = \rho_f S \dot{X}_f \quad (2.26)$$

onde $V_f = V_f(x, t)$ e $X_f = X_f(x, t)$ são a velocidade e o deslocamento de uma partícula do fluido no domínio do tempo, respectivamente, e S é a área da seção transversal do duto reto, mostrado na Figura 2.3.

Efetuando o equilíbrio dinâmico de forças de uma partícula de fluido Δx que tende a zero, tem-se que:

$$\frac{dp}{dx} + \rho_f \ddot{X}_f = 0 \quad (2.27)$$

Após algumas manipulações algébricas e substituindo (2.26) em (2.27), tem-se:

$$\frac{dp}{dx} + \frac{\dot{q}}{S} = 0 \quad (2.28)$$

A aplicação da transformada de Fourier na expressão acima resulta em:

$$\frac{dp}{dx} + \frac{i\omega}{S}q = 0 \quad (2.29)$$

logo

$$q = \frac{iS}{\omega} \frac{dp}{dx} \quad (2.30)$$

Substituindo a Eq. (2.30) na expressão (2.25), encontra-se a relação inversa entre a pressão p e a vazão acústica q , ou seja,

$$\frac{dq}{dx} + \frac{iS\omega}{c^2}p = 0 \quad (2.31)$$

Resolvendo a equação diferencial (2.25) obtém-se:

$$p(x, \omega) = A \operatorname{sen}\left(\frac{\omega}{c}x\right) + B \operatorname{cos}\left(\frac{\omega}{c}x\right) \quad (2.32)$$

Através da expressão (2.30), a vazão acústica possui a seguinte forma:

$$q(x, \omega) = \frac{iS}{c} \left(A \operatorname{cos}\left(\frac{\omega}{c}x\right) - B \operatorname{sen}\left(\frac{\omega}{c}x\right) \right) \quad (2.33)$$

Supondo um duto reto de seção constante S e comprimento L , conforme Figura 2.3, busca-se expressar as Eqs. (2.32) e (2.33) em função de p_1 e q_1 para calcular p_2 e q_2 , onde os índices 1 e 2 correspondem, respectivamente, às grandezas existentes na entrada e na saída do duto.

Logo, para expressar as constantes A e B em função de p_1 e q_1 , nas Eqs. (2.32) e (2.33) faz-se $x = 0$,

$$p_1 = p(0, \omega) = B \quad e \quad q_1 = q(0, \omega) = \frac{iS}{c}A \quad (2.34)$$

Logo,

$$B = p_1 \quad e \quad A = \frac{c}{iS}q_1 \quad (2.35)$$

Repetindo o processo e aplicando $x = L$ nas Eqs. (2.32) e (2.33), encontra-se:

$$\begin{cases} p_2 = p(L, \omega) = p_1 \cos \lambda + \frac{c}{iS} q_1 \operatorname{sen} \lambda \\ q_2 = q(L, \omega) = -\frac{iS}{c} \operatorname{sen} \lambda + p_1 \cos \lambda \end{cases} \quad (2.36)$$

onde $\lambda = \omega L/c$. Logo, a forma matricial é:

$$\begin{Bmatrix} p_2 \\ q_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \lambda & \frac{c}{iS} \operatorname{sen} \lambda \\ -\frac{iS}{c} \operatorname{sen} \lambda & \cos \lambda \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_1 \\ q_1 \end{Bmatrix} \quad (2.37)$$

ou seja,

$$\begin{Bmatrix} p_2 \\ q_2 \end{Bmatrix} = A \begin{Bmatrix} p_1 \\ q_1 \end{Bmatrix} \quad (2.38)$$

onde A é chamada Matriz de Transferência.

Para o caso específico em que o tubo é muito pequeno em comparação ao comprimento da onda acústica (c/ω), ou seja, $\lambda = \omega L/c \ll 1$, expandem-se os senos e cossenos por séries de potência. Desprezando os termos de segunda ordem, a Eq.(2.37) toma a seguinte forma:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\omega L}{iS} \\ -\frac{i\omega V}{c^2} & 1 \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

A interpretação dos termos da matriz de transferência linearizada leva às seguintes conclusões: (a) o termo $i\omega V/c^2$ é o número característico da compressibilidade, onde V é o volume da cavidade fluida, enquanto que (b) $\omega L/iS$ corresponde a um número característico de inércia.

2.3.2. Soluções para o Duto Estudado

Seguindo as demonstrações feitas por Foudrinier (2013), para definir analiticamente a sonda estudada, ela é separada em dois dutos (um mais comprido e de menor diâmetro, que é responsável por captar e pressão experimental e as suas oscilações, e um segundo, mais curto e de maior diâmetro, que é onde o microfone vai ser montado para medir a pressão captada). As condições que englobam o primeiro duto são as seguintes:

O primeiro duto encontra-se aberto em uma extremidade e fechado na sua outra extremidade, o que fornece as seguintes condições limite:

- A vazão é nula na extremidade fechada, ou seja, $q_2 = 0$.
- A pressão acústica é nula na extremidade aberta, o que fornece $p_1 = 0$.

O sistema escrito na equação 2.37 é então reescrito para:

$$\begin{Bmatrix} p_2 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \lambda & \frac{c}{iS} \operatorname{sen} \lambda \\ -\frac{iS}{c} \operatorname{sen} \lambda & \cos \lambda \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ p_1 \end{Bmatrix} \quad (2.40)$$

Obtém-se que:

$$0 = \cos \lambda q_1$$

$$\frac{\omega_n L}{c} = \frac{\pi}{2} (2n - 1) \quad (2.41)$$

onde n é um inteiro natural. De onde se obtém que:

$$\omega_n = \frac{c \pi}{L} (2n - 1) \quad (2.42)$$

A equação 2.40 diz respeito à matriz de transferência referente ao ponto da extremidade fechada. Agora busca-se definir a mesma matriz para um ponto qualquer ao longo de todo o comprimento do duto, não interessando mais o ponto de comprimento L , mas um ponto de comprimento x qualquer em que $0 \leq x \leq L$, o que resulta em:

$$\frac{\omega_n x}{c} = \frac{\omega_n L}{c} \frac{x}{L} = \lambda_n \frac{x}{L} \quad (2.43)$$

Agora pode-se substituir esse valor no sistema formado pelas equações (2.32) e (2.32):

$$\begin{Bmatrix} p(x) \\ q(x) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \left(\frac{\lambda_n x}{L} \right) & \frac{c}{iS} \operatorname{sen} \left(\frac{\lambda_n x}{L} \right) \\ -\frac{iS}{c} \operatorname{sen} \left(\frac{\lambda_n x}{L} \right) & \cos \left(\frac{\lambda_n x}{L} \right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ q_1 \end{Bmatrix} \quad (2.44)$$

Com a função de transferência definida para a primeira parte da sonda, pode-se partir para o desenvolvimento da equação da função de transferência para o duto da segunda parte da sonda.

Determina-se a matriz de transferência N para o segundo duto da mesma forma que a matriz M para o primeiro duto, no entanto, com a aplicação das seguintes mudanças nas condições de contorno:

- A vazão é nula na extremidade fechada, o que fornece $q_2 = 0$.

- A pressão acústica é nula na extremidade aberta, ou seja, $p_3 = 0$.

Tem-se, então, o sistema a seguir:

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ q_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\lambda & \frac{c}{iS} \operatorname{sen}\left(\frac{\lambda_m x}{l}\right) \\ -\frac{iS}{c} \operatorname{sen}\lambda & \cos\left(\frac{\lambda_m x}{l}\right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_2 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.45)$$

Da mesma forma, identifica-se que:

$$\omega_m = \frac{c \pi}{l} (2m - 1) \quad (2.46)$$

De onde se tira que:

$$\begin{Bmatrix} p(x) \\ q(x) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\lambda_m x}{l}\right) & \frac{c}{iS} \operatorname{sen}\left(\frac{\lambda_m x}{l}\right) \\ -\frac{iS}{c} \operatorname{sen}\left(\frac{\lambda_m x}{l}\right) & \cos\left(\frac{\lambda_m x}{l}\right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_2 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.47)$$

2.4. INTRODUÇÃO AOS MODELOS DISSIPATIVOS

Em muitas situações, as dissipações são tão pequenas que podem ser ignoradas para as distâncias e tempos de interesse, segundo Kinsler et al (2000). Transcorrido bastante tempo, no entanto, toda a energia acústica é convertida em energia térmica aleatória. As fontes causadoras dessa dissipação podem ser divididas em duas categorias gerais: aquelas intrínsecas ao meio e aquelas associadas ao contorno do meio. As perdas devidas ao meio podem ainda ser subdivididas em três tipos básicos: perdas viscosas (ocorrem quando há movimento relativo entre porções adjacentes do meio); perdas de condução de calor e perdas associadas a processos intramoleculares (conversão de energia cinética das moléculas em energia potencial guardada em um rearranjo estrutural de moléculas adjacentes, em energia vibracional e rotacional e em energia de associação e dissociação entre diferentes espécies iônicas).

2.4.1. Linearização da Equação de Navier-Stokes para Considerações de Perdas Termoviscosas

A equação de momentum de um fluido isotrópico Newtoniano é obtida substituindo o tensor de Stokes na equação de momentum - Axisa & Antunes (2007) – o que fornece:

$$\rho_f \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \rho_f \vec{V} \cdot \overline{\nabla \vec{V}} + \overline{\nabla P} - \mu_f \left(\overline{\nabla^2 \vec{V}} + \frac{1}{3} \overline{\nabla[\nabla \cdot \vec{V}]} \right) = \vec{f}_f^{(e)} \quad (2.48)$$

onde ∇ é o operador gradiente, $\nabla \cdot [\]$ é operador divergente e $\nabla^2 [\] = \nabla \cdot \nabla [\]$ denota o operador Laplaciano.

A equação de massa que compõe as equações de Navier-Stokes vem abaixo:

$$\int_{(v_f)} \left(\frac{\partial M_f}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_f \vec{V}) \right) dv = \int_{v_f} \frac{\partial m_f^{(e)}}{\partial t} dv \Leftrightarrow \frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_f \vec{V}) = \frac{\partial m_f^{(e)}}{\partial t} \quad (2.49)$$

As formulações conhecidas como equações de Navier-Stokes são formadas por reunir a equação da massa e a equação de momentum (2.48). Se a viscosidade é negligenciada, o que corresponde ao assim chamado modelo de fluido invíscido, elas se reduzem às equações de Euler. Para concluir esta subseção, vale a pena destacar as seguintes características importantes das equações de Navier-Stokes:

- A não linearidade surge no termo de fluxo de massa da equação da continuidade devido à compressibilidade do fluido. Também surge na equação de momentum como consequência do tensor do fluxo de momentum.

- A maior ordem do diferencial ocorre no operador viscoso. Consequentemente, quando a viscosidade é desconsiderada, a ordem do diferencial da equação de momentum é diminuída, assim como o número de condições de contorno a serem preenchidas.

- Tal como no caso de modelagem estrutural, problemas de fluidos complexos muitas vezes podem ser modelados utilizando formulações 1D ou 2D através de hipóteses simplificadoras apropriadas.

Na maior parte dos problemas simples estudados, as oscilações de fluido sobre um estado estagnado são de pequena magnitude, por isso, assume-se que as equações podem ser linearizadas sobre o estado de equilíbrio estático. Naturalmente esta suposição simplifica enormemente o problema de resolução de equações de fluido. Esta suposição pode ser adotada com segurança enquanto os efeitos viscosos são negligenciados. Porém, alguns cuidados são necessários ao modelar dissipação viscosa, porque a separação da camada limite pode ocorrer mesmo com velocidades oscilantes de escoamento relativamente baixas.

A fim de analisar as pequenas oscilações de um fluido sobre um estado de repouso, é conveniente separar primeiro os componentes estáticos e os componentes flutuantes das variáveis de campo, como se segue:

$$\begin{aligned}
P(\vec{r}; t) &= P_0(\vec{r}) + p(\vec{r}; t) \\
\rho(\vec{r}; t) &= \rho_0(\vec{r}) + \tilde{\rho}(\vec{r}; t) \\
\vec{V}(\vec{r}; t) &= \vec{V}_0(\vec{r}) + \dot{\vec{X}}_f(\vec{r}; t) = \dot{\vec{X}}_f(\vec{r}; t) \\
\vec{f}^{(e)}(\vec{r}; t) &= \vec{f}_0^{(e)}(\vec{r}) + \vec{f}^{(e)}(\vec{r}; t)
\end{aligned} \tag{2.50}$$

Mais uma vez o subscrito $(_0)$ é utilizado para indicar que se faz referência ao valor para o fluido parado da quantidade associada. Uma vez que na teoria linear, os valores médios das quantidades flutuante são sempre zero, as quantidades determinadas de fluido estacionário também podem ser entendidas como valores médios.

A massa específica flutuante, $\tilde{\rho}$, e a pressão, p , são supostamente pequenas com relação aos valores médios ρ_0 e P_0 . Elas estão relacionadas entre si pela lei da elasticidade linear. Assim, as pequenas oscilações do fluido são regidas pelo seguinte conjunto de equações lineares, as equações linearizadas de Navier-Stokes:

$$\begin{aligned}
p &= \tilde{\rho} c_0^2 \\
\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t} + \rho_0 \nabla \cdot \dot{\vec{X}}_f &= \frac{\partial m^{(e)}}{\partial t} \\
\rho_0 \ddot{\vec{X}}_f + \overline{\nabla p} - \mu_0 \left(\overline{\nabla^2 \dot{\vec{X}}_f} + \frac{1}{3} \nabla (\nabla \cdot \dot{\vec{X}}_f) \right) &= \vec{f}^{(e)}(\vec{r}; t)
\end{aligned} \tag{2.51}$$

2.5. MÉTODOS NUMÉRICOS

Em seu trabalho, Melo Filho (2013), tratou da teoria de métodos numéricos. Em razão da grande diversidade e complexidade nos sistemas físicos reais, que se traduzem em alguns sistemas estudados, há alguns deles que não têm uma solução analítica possível de se fazer. É por este motivo que métodos numéricos são desenvolvidos, com o intuito de facilitar a compreensão e a quantificação desses sistemas. Os métodos de elementos finitos operam com a subdivisão em pequenas partes do sistema físico (o que é tratado como discretização), para que, uma vez conectadas, consigam mostrar o sistema como uma boa aproximação do sistema real inteiro (Zienkiewicz e Newton, 1969).

O sistema discretizado faz uso de computadores para poder ser quantificado, o que permite uma grande discretização do sistema, buscando uma melhor representação do sistema como um todo. Esses métodos têm desenvolvimento em curso desde a década de 60.

Atualmente seu custo é reduzido e, muitas vezes, evitam a necessidade de procedimentos experimentais (Ferreira, 2012). Dessa forma, busca-se a equação de onda discretizada.

3. IDENTIFICAÇÃO DA SONDA ACÚSTICA

A utilização de microfones permite a obtenção da pressão e de suas flutuações. No entanto, há certas condições de experimentação e certos pontos de medida de pressão que são de muito difícil acesso. Um dos exemplos mais evidentes pode ser uma câmara de combustão, como mostrado por Fernandes (2005) e por Knezek et al (1977). Na verdade, o interior de câmaras de combustão está sujeito a variações bruscas de pressão e de temperatura. As flutuações de pressão podem ser medidas pelos microfones. Todavia, os microfones não são resistentes às variações de temperatura. Um microfone fundiria facilmente se colocado no interior de uma câmara de combustão. A utilização de sondas acústicas permite que os sinais de pressão emitidos em meios que trabalham sob condições severas sejam transmitidos e aferidos por microfones sem que eles sejam afetados pelas condições ambientes, como constatado por González et al (2011).

Em vários casos, há, então, a ligação de um microfone às sondas acústicas para realizar aferições de pressão. No caso da proposta em questão, a aplicação objetivada é sobre o escoamento em torno de um perfil NACA 65(3)618. Busca-se medir a pressão em torno do perfil em alguns pontos. Dessa forma, deve-se efetuar a aquisição da medida de pressão em um ponto bem preciso, de onde se explica a necessidade de se ter uma sonda com uma extremidade consideravelmente fina. Ademais, aproximar um objeto gera perturbações no escoamento, algo que se quer minimizar ao máximo. A sonda permite, então, que se tenham as melhores condições possíveis com relação à precisão do ponto de medida e evitando perturbações externas no escoamento clássico.

3.1. SONDA DE PRESSÃO TOTAL E DE PRESSÃO ESTÁTICA

Serão apresentados, neste trabalho, resultados experimentais obtidos por Foudrinier (2013), para o sinal medido para sondas acústicas com relação ao sinal que é aplicado na sua entrada. Os resultados serão comparados ao final deste trabalho com as análises desenvolvidas analítica e numericamente. Os experimentos de Foudrinier (2013) foram realizados com duas sondas de configurações diferentes, os mesmos tipos utilizados para realizar aferições de pressão em câmaras de combustão.

O primeiro tipo estudado é a sonda que permite medir a pressão total. Ela mede a pressão estática somada da pressão dinâmica graças à sua geometria simples, que possui um furo na ponta que está direcionada para o escoamento. Trata-se de um cilindro oco de dimensões internas de 0,8 mm de diâmetro por um comprimento de 140,0 mm. A Figura 3.1 mostra a sonda de pressão total, que possui um pequeno furo na extremidade do cilindro estreito.



Figura 3.1 – Sonda de Pressão Total

O segundo tipo de sonda estudado (chamado de sonda de pressão estática) possui uma única pequena diferença de configuração: também se trata de um cilindro oco, mas que, diferentemente da sonda de pressão total, é fechado na extremidade, mas possui um furo de 1 mm de diâmetro na parede do cilindro próximo à extremidade e que é posicionado durante os experimentos perpendicularmente ao escoamento do ar. A configuração dispositiva da sonda faz com que ela capte essencialmente a pressão estática do escoamento, evitando influências da pressão dinâmica, que é devida à velocidade do escoamento local. A sonda de pressão estática é ligeiramente mais longa que a sonda de pressão total, para que o furo fique localizado à mesma distância do microfone. O cilindro oco se prolonga por mais 13 mm a frente do furo. A Figura 3.2 mostra a sonda estática usada nos experimentos tratados. A imagem à direita permite identificar o furo de 1 mm realizado lateralmente no cilindro da sonda.

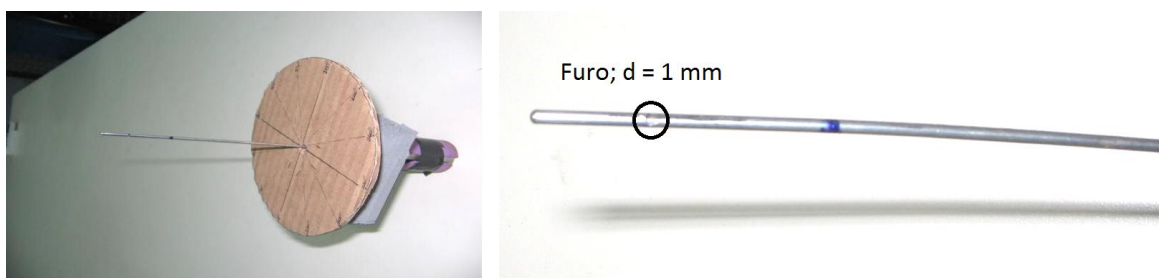


Figura 3.2 – Sonda de Pressão Estática

A dificuldade vinculada à utilização de sondas reside no fato de que a pressão que é medida na membrana do microfone é a pressão P_2 , como identificado no esquema da Figura 3.3, enquanto que a pressão de interesse é a pressão P_0 , presente na ponta da sonda. É,

portanto, de extremo interesse determinar qual é a função de transferência que dá a relação entre a ponta da sonda e a pressão que é medida na membrana do microfone.

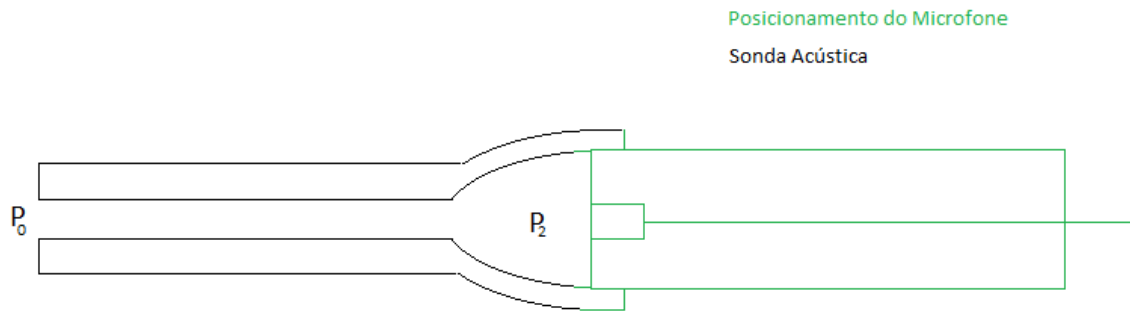


Figura 3.3 – Esquema de Montagem do Microfone para a Sonda de Pressão Total

A função de transferência em função da frequência trabalhada é obtida como uma razão das pressões de acordo com a fórmula a seguir:

$$H(f) = \frac{P_0}{P_2} \quad (3.1)$$

3.2. INSTALAÇÃO EXPERIMENTAL UTILIZADA PARA AS SONDAS

Os resultados experimentais obtidos no laboratório do Grupo de Dinâmica de Sistemas para a sonda estudada e que são utilizados como comparação para os modelos desempenhados neste trabalho foram apresentados por Foudrinier (2013). A instalação experimental é descrita nesta seção. A configuração experimental utilizada para estudar experimentalmente as sondas acústicas faz uso de uma cavidade cônica usinada em náilon e que possui uma tampa com dois furos por meio dos quais podem ser introduzidos microfones ou sondas com o uso de adaptadores apropriados. Existe ainda um pequeno furo na lateral da tampa que permite o encaixe de uma sonda acústica.

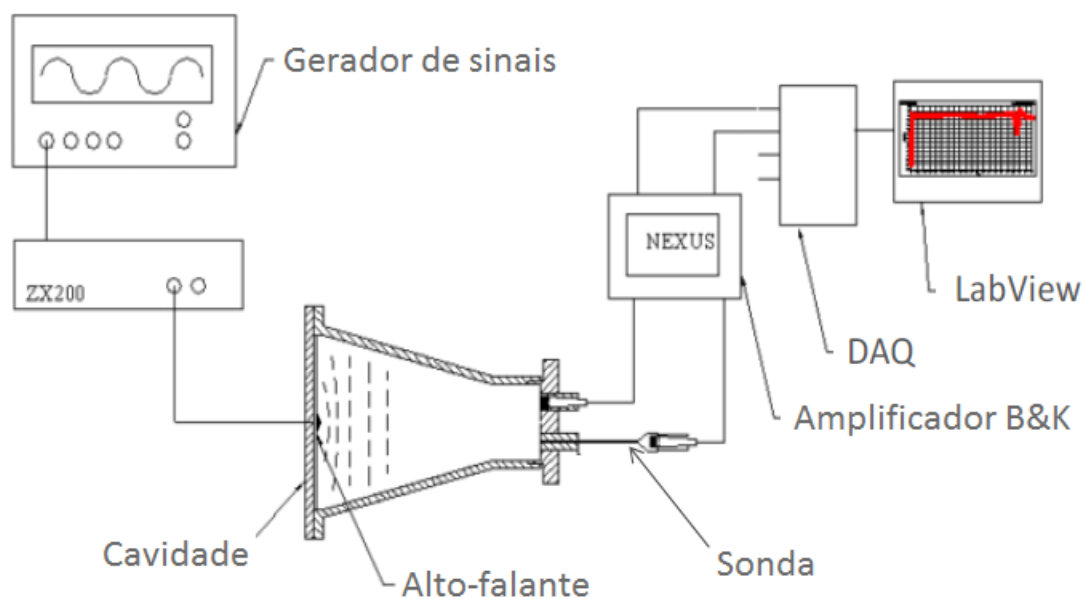


Figura 3.4 – Esquema de montagem experimental para calibração e aferição da função de transferência da sonda

A montagem experimental que permitiu que se realizasse a calibração da sonda com relação ao microfone de referência está identificada por um esquema na Figura 3.4. O microfone de referência utilizado é um modelo 4189-L-001, da Bruel & Kjaer. O microfone apresenta uma sensibilidade de 54,2 mV/Pa e 0,2 dB de erro com uma fidelidade de 95 %.

Para prosseguir com a calibração, são introduzidos dois microfones idênticos nos furos previstos para esse fim. Começa-se, então, por regular o gerador de sinais para que ele emita um ruído branco com uma amplitude de 1 V de crista a crista. Em seguida, o sinal é transmitido para um amplificador de sinais, que trabalha com um ganho imposto de 7. O alto-falante, montado ao fundo da cavidade acústica, gera um ruído branco amplificado. Os microfones posicionados na tampa da cavidade podem, então, medir a pressão acústica presente no interior da cavidade.

O amplificador B&K condiciona os sinais que são recebidos dos microfones. Cada um dos microfones é calibrado e verifica-se a sua boa calibração na tela do amplificador B&K. Esta calibração é dada no formulário dos microfones. A sensibilidade dos dois microfones deve ser aferida em 54,2 mV/Pa.

O sinal recebido deve ser lido no computador utilizado. Contudo, o sinal emitido pelo microfone é um sinal analógico, enquanto que o computador só consegue receber e interpretar informações provenientes de um sinal digital. Utiliza-se, portanto, um sistema de aquisição digital (DAQ) NI 9104 + NI CompactDAQ entre o amplificador B&K e o computador para

converter o sinal analógico fornecido pelo microfone em um sinal digital, que é, finalmente, enviado para o computador por meio de uma porta USB.

O sinal é lido e analisado por meio do software LabView. Este software analisa os sinais acústicos por transformadas de Fourier, com o objetivo de determinar o espectro cruzado de potência para estimar a função de transferência dada pela fórmula a seguir:

$$H_{12}(f) = \frac{S_{p_2 p_2}(f)}{S_{p_1 p_2}} \quad (3.2)$$

A montagem experimental é a mostrada na imagem abaixo:



Figura 3.5 – Montagem experimental para calibração

Existe uma segunda configuração experimental, desenvolvida por Fernandes et al (2014), que substitui a cavidade cônica utilizada por Foudrinier (2013) por uma cavidade cilíndrica em que os microfones não são mais montados verticalmente com relação ao comprimento da cavidade e à posição do alto-falante, mas são montados na tampa da cavidade em posição perpendicular ao comprimento da cavidade e ao escoamento provocado pelo alto-falante. Um dos microfones é colocado em posição diametralmente oposta ao outro. A formulação de interesse não se altera com relação à primeira cavidade, mas há uma alteração do regime de faixas de frequência para as quais a cavidade pode ser usada. Ainda não há resultados obtidos com o uso desta segunda cavidade.

Durante a realização do experimento, gera-se, então, um ruído branco na cavidade, o que faz com que a densidade espectral de potência seja a mesma para todas as frequências. Para avaliar a cavidade que será utilizada para calibrar a sonda, a resposta relativa entre os dois microfones é medida em um espectro de frequências. Os dois microfones de B&K de alta fidelidade idênticos são posicionados na tampa da cavidade acústica. Cada microfone fornece,

então, o valor de potência acústica que foi medido. A relação entre os dois microfones é aferida com a fórmula abaixo, que fornece a potência relativa em decibéis:

$$P(dB) = 20\log\left(\frac{P_{cal}}{P_{ref}}\right) \quad (3.3)$$

Em que P_{cal} é a pressão aferida no microfone a ser calibrado e P_{ref} é a pressão aferida no microfone de referência.

Na curva mostrada na Figura 3.6 abaixo, pode-se facilmente verificar que o nível relativo de potência obtido é de 0 dB ao longo da maior faixa de medição, o que indica que a relação entre as potências acústicas medidas tende a ser igual a 1. Logo, vê-se que $P_{cal} = P_{ref}$. Portanto, os microfones estão calibrados.

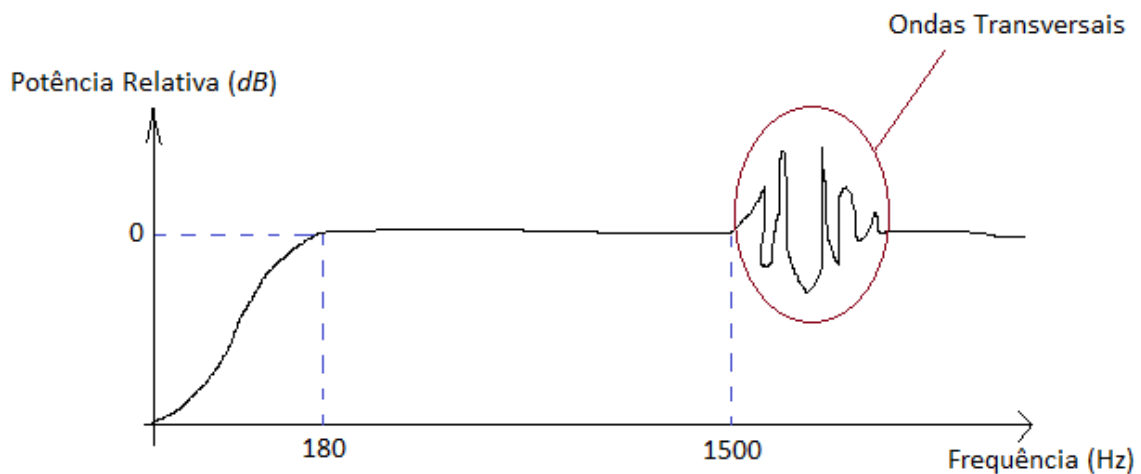


Figura 3.6 – Potência relativa entre os microfones em função da frequência

Existe uma faixa de frequência para a qual, a propagação sonora na cavidade se dá primordialmente por ondas planas. Em uma frequência superior a essa faixa, começam a aparecer ondas transversais, que geram sinais de pressão diferentes para cada um dos microfones em função da posição em que eles se encontram, independentemente do fato de que a distância destes para o alto-falante seja a mesma. Delimita-se, então, uma faixa de frequência para a qual a cavidade pode ser utilizada para calibração. Por consequência, não são considerados valores obtidos em frequências superiores àquelas em que aparecem as ondas transversais.

Quando se realiza a calibração de um microfone qualquer com relação a um microfone de referência, é essencial que se leve em conta a sensibilidade entre os microfones, que nada mais é que uma diferença de amplitude de resposta para o mesmo tipo de excitação.

3.3. CALIBRAÇÃO DOS MICROFONES

Em Foudrinier (2013), encontra-se realização da calibração dos microfones de interesse para este trabalho. O objetivo de calibrar é medir a sensibilidade absoluta por uma determinada frequência. Muitos métodos delimitam formas de se realizar a calibração de um microfone (Bruel & Kjaer). Aqui aplica-se o método mais comum. São utilizados dois microfones, um de referência e um em estudo. Ambos são expostos à mesma pressão acústica. A sensibilidade do microfone pode, então, ser deduzida a partir das tensões de saída dos microfones.

Busca-se a função de transferência do microfone de estudo (que será tratado por M1) com relação ao microfone de referência (chamado de M2). Os dois microfones medem o mesmo sinal sem nenhuma diferença de fase e isso permite determinar os limites superior e inferior de frequência de operação da cavidade (para os quais ela é efetivamente capaz de fornecer a mesma pressão sonora para os dois microfones). A estimativa da frequência mais baixa é função da fonte sonora existente na frequência de ressonância. A frequência mais alta é determinada pela primeira forma modal transversal da cavidade.

Uma vez que a sonda sonora é colocada na cavidade, a amplitude e a fase do sinal sonoro são mudadas. Por causa disso, é importante determinar as características acústicas da sonda. Trabalha-se com a resposta frequencial para determinar uma relação que vincule o sinal medido pelo microfone acoplado à sonda ao sinal acústico aferido diretamente na tampa da cavidade. Pode-se, a partir daí, determinar a função de transferência experimentalmente.

Inicialmente, Foudrinier (2013) realizou a calibração de um microfone de eletreto de baixo custo e verificou que a faixa de frequência para a qual o sinal é coerente (a coerência fica entre 0,8 e 1,0) vai de 120 Hz a 1500 Hz. No entanto, também foi observado que a diferença sensibilidade do microfone de eletreto com relação ao microfone B&K de referência é ligeiramente superior a 40 dB, uma importante diferença, uma vez que se objetiva medir pequenas flutuações de pressão de maneira precisa. A sensibilidade acaba por ser baixa demais e o microfone não capaz de medir as flutuações de pressão de interesse.

Em seguida, foi realizada a calibração de um microfone B&K com referência em outro idêntico. A diferença de sensibilidade esperada é, então, nula. Os resultados de Foudrinier (2013) fornecem os gráficos abaixo:

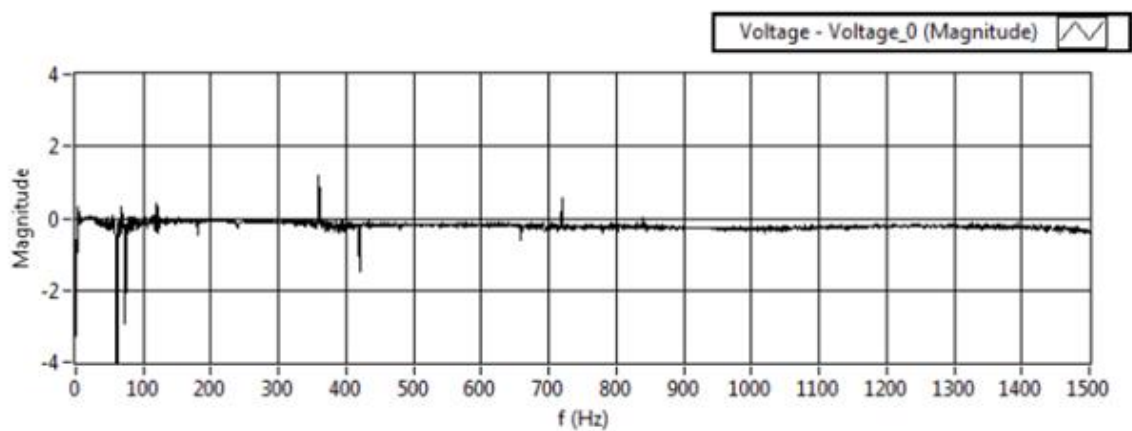


Figura 3.7 – Amplitude do Sinal dos Microfones

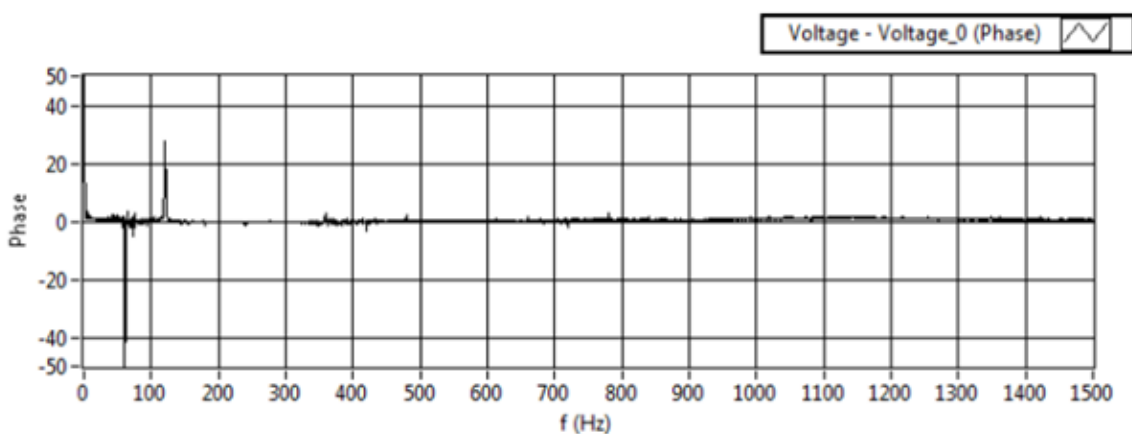


Figura 3.8 – Fase dos Microfones

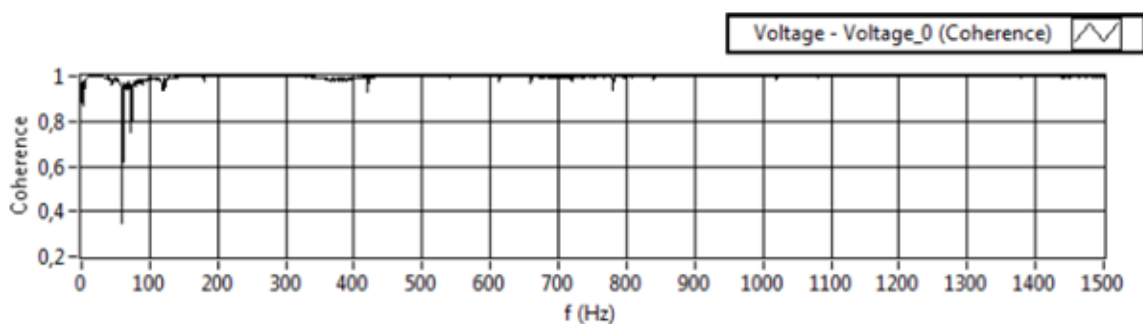


Figura 3.9 – Coerência do Sinal dos Microfones

Como os microfones são idênticos, o valor para a amplitude fica constante em 0 dB (Fig. 3.7), o que significa que, afora alguns breves picos, a pressão captada pelos dois microfones é

igual até a frequência de 1500 Hz. Essa frequência máxima é devida à cavidade de calibração, segundo explicam González et al (2011). As pequenas diferenças que podem ser percebidas podem ocorrer devido a imprecisões experimentais, que estão na faixa de $\pm 1,5$ dB. Os resultados para a fase são semelhantes (Fig. 3.8) e a coerência (Fig. 3.9) fornece valores de confiabilidade superiores a 95 %. No entanto, os valores não apresentam confiabilidade na faixa de 0 a 100 Hz, o que se credita à frequência de ressonância do alto-falante, de 75 Hz, aproximadamente.

3.4. SONDA DE PRESSÃO TOTAL – RESULTADO EXPERIMENTAL

Foudrinier (2013) obteve os resultados experimentais para a sonda de pressão total que é estudada analítica e numericamente neste trabalho. As medições de pressão foram feitas quando se pôde certificar que os microfones estavam corretamente calibrados.

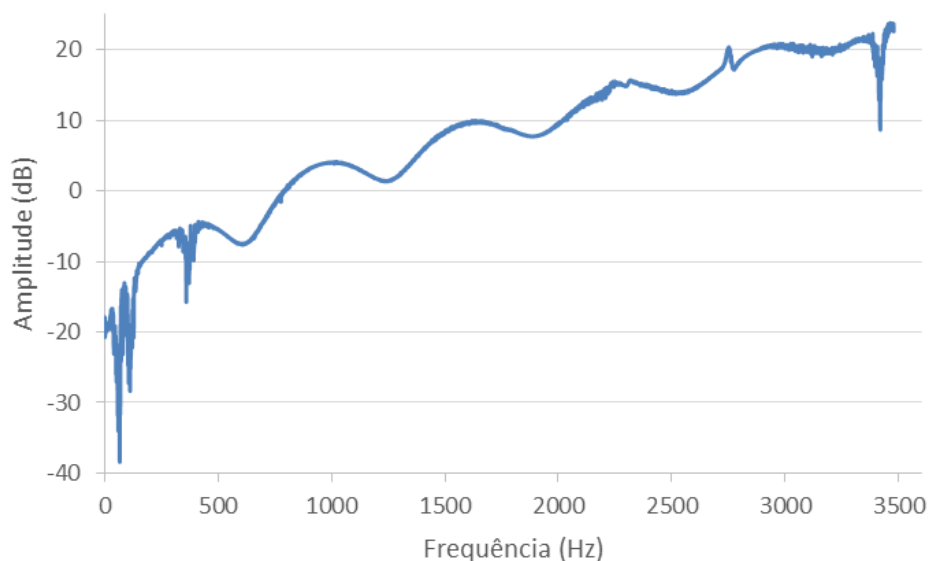


Figura 3.10 – Função de transferência experimental

O gráfico da Figura 3.10 indica a amplitude do sinal relativo entre os microfones em função da frequência, transcorrendo de 0 a 3500 Hz. A amplitude sonora é medida e plotada em decibéis. Por meio desse experimento, tem-se algum indício dos picos e dos nós de vibração. Visualiza-se, também, que o sinal não é limpo em baixas frequências, devido, principalmente, à frequência de ressonância do alto-falante, que ocorre próxima à frequência de 75 Hz.

O gráfico representa a função de transferência da sonda de pressão total com a pressão relativa plotada da seguinte forma:

$$FT(dB) = 20\log\left(\frac{P_{mic}}{P_{in}}\right) \quad (3.4)$$

Em que P_{mic} é a pressão aferida no microfone montado junto à sonda e P_{in} é a pressão incidente na ponta da sonda, que é constante e igual a 1 Pa, num espectro de ruído branco.

4. ANÁLISE ANALÍTICA DA SONDA ACÚSTICA

A partir da solução analítica da equação de onda para o caso unidimensional desenvolvida por Morais (2000) com base no conceito da matriz de transferência de Gibert (1988), têm-se as matrizes correspondentes a cada uma das duas diferentes seções da sonda acústica. A sonda é, na verdade, tratada como uma cavidade composta de dois dutos conectados em sequência. Essa cavidade é tratada como aberta na ponta da sonda – da seção de menor diâmetro – e como fechada na parte posterior, uma vez que esta é a região onde o microfone vai ser encaixado, bloqueando essa região da sonda para o meio externo. A figura 4.1 exemplifica a configuração analítica utilizada para a sonda.



Figura 4.1 – Esquema da ligação entre as cavidades da sonda

Levando em consideração os dois dutos mostrados na figura 4.1, pode-se deduzir a função de transferência aplicada à sonda como um todo.

$$\begin{Bmatrix} p_2 \\ q_2 \end{Bmatrix} = N \begin{Bmatrix} p_1 \\ q_1 \end{Bmatrix} \text{ e } \begin{Bmatrix} p_3 \\ q_3 \end{Bmatrix} = M \begin{Bmatrix} p_2 \\ q_2 \end{Bmatrix} \quad (4.1)$$

em que N é a matriz de transferência para o primeiro duto, M é a matriz de transferência para o segundo duto, p é a pressão acústica, q é a vazão acústica e os índices 1, 2 e 3 indicam, respectivamente, os pontos de entrada, de mudança de seção e de saída da sonda.

De onde se vê que:

$$\begin{Bmatrix} p_3 \\ q_3 \end{Bmatrix} = MN \begin{Bmatrix} p_1 \\ q_1 \end{Bmatrix} \quad (4.2)$$

A partir das equações 2.34 e 2.35, tem-se que:

$$N = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\lambda_n x}{l}\right) & \frac{c}{is} \operatorname{sen}\left(\frac{\lambda_n x}{l}\right) \\ -\frac{is}{c} \operatorname{sen}\left(\frac{\lambda_n x}{l}\right) & \cos\left(\frac{\lambda_n x}{l}\right) \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

$$M = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\lambda_m}{L}\right) & \frac{c}{iS} \operatorname{sen}\left(\frac{\lambda_m}{L}\right) \\ -\frac{iS}{c} \operatorname{sen}\left(\frac{\lambda_m}{L}\right) & \cos\left(\frac{\lambda_m}{L}\right) \end{bmatrix}$$

E logo pode-se observar que a equação para a função de transferência da sonda se torna:

$$\begin{Bmatrix} p_3 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\lambda_m}{L}\right) & \frac{c}{iS} \operatorname{sen}\left(\frac{\lambda_m}{L}\right) \\ -\frac{iS}{c} \operatorname{sen}\left(\frac{\lambda_m}{L}\right) & \cos\left(\frac{\lambda_m}{L}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\lambda_n}{l}\right) & \frac{c}{iS} \operatorname{sen}\left(\frac{\lambda_n}{l}\right) \\ -\frac{iS}{c} \operatorname{sen}\left(\frac{\lambda_n}{l}\right) & \cos\left(\frac{\lambda_n}{l}\right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_1 \\ q_1 \end{Bmatrix} \quad (4.4)$$

O que se busca é a pressão na entrada da sonda, p_1 , a partir de uma pressão conhecida na membrana do microfone, p_3 . Para tanto, basta multiplicar a matriz $\begin{Bmatrix} p_3 \\ 0 \end{Bmatrix}$ pelas matrizes inversas das funções de transferência para as duas cavidades, de acordo com o que se segue:

$$\begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\lambda_n}{l}\right) & \frac{c}{iS} \operatorname{sen}\left(\frac{\lambda_n}{l}\right) \\ -\frac{iS}{c} \operatorname{sen}\left(\frac{\lambda_n}{l}\right) & \cos\left(\frac{\lambda_n}{l}\right) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\lambda_m}{L}\right) & \frac{c}{iS} \operatorname{sen}\left(\frac{\lambda_m}{L}\right) \\ -\frac{iS}{c} \operatorname{sen}\left(\frac{\lambda_m}{L}\right) & \cos\left(\frac{\lambda_m}{L}\right) \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} p_3 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p_1 \\ q_1 \end{Bmatrix} \quad (4.5)$$

A função de transferência para a sonda é, então, o produto das matrizes a seguir:

$$\begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\lambda_n}{l}\right) & \frac{c}{iS} \operatorname{sen}\left(\frac{\lambda_n}{l}\right) \\ -\frac{iS}{c} \operatorname{sen}\left(\frac{\lambda_n}{l}\right) & \cos\left(\frac{\lambda_n}{l}\right) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\lambda_m}{L}\right) & \frac{c}{iS} \operatorname{sen}\left(\frac{\lambda_m}{L}\right) \\ -\frac{iS}{c} \operatorname{sen}\left(\frac{\lambda_m}{L}\right) & \cos\left(\frac{\lambda_m}{L}\right) \end{bmatrix}^{-1} \quad (4.6)$$

As matrizes são simétricas. E, portanto, podem ser reescritas da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\lambda_n}{l}\right) & -\frac{c}{iS} \operatorname{sen}\left(\frac{\lambda_n}{l}\right) \\ \frac{iS}{c} \operatorname{sen}\left(\frac{\lambda_n}{l}\right) & \cos\left(\frac{\lambda_n}{l}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\lambda_m}{L}\right) & -\frac{c}{iS} \operatorname{sen}\left(\frac{\lambda_m}{L}\right) \\ \frac{iS}{c} \operatorname{sen}\left(\frac{\lambda_m}{L}\right) & \cos\left(\frac{\lambda_m}{L}\right) \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

A função de transferência pode, enfim, ser escrita como a seguir:

$$\begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\omega l}{c}\right) & -\frac{c}{iS} \operatorname{sen}\left(\frac{\omega l}{c}\right) \\ \frac{iS}{c} \operatorname{sen}\left(\frac{\omega l}{c}\right) & \cos\left(\frac{\omega l}{c}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\omega L}{c}\right) & -\frac{c}{iS} \operatorname{sen}\left(\frac{\omega L}{c}\right) \\ \frac{iS}{c} \operatorname{sen}\left(\frac{\omega L}{c}\right) & \cos\left(\frac{\omega L}{c}\right) \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

Os parâmetros usados na equação de transferência são listados na Tabela 1:

Tabela 1 - Parâmetros para o cálculo da função de transferência

Parâmetro	Representação	Valor
Comprimento do maior duto (1ª parte da sonda)	l	140 mm
Área do maior duto (1ª parte da sonda)	s	0,5 mm ²
Comprimento do menor duto (2ª parte da sonda)	L	10,4 mm
Área do menor duto (2ª parte da sonda)	S	221,7 mm ²
Velocidade do Som no meio	c	343 m/s

A sonda agora é descrita pelo sistema a seguir:

$$\begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\omega l}{c}\right) & -\frac{c}{is} \operatorname{sen}\left(\frac{\omega l}{c}\right) \\ \frac{is}{c} \operatorname{sen}\left(\frac{\omega l}{c}\right) & \cos\left(\frac{\omega l}{c}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\omega L}{c}\right) & -\frac{c}{iS} \operatorname{sen}\left(\frac{\omega L}{c}\right) \\ \frac{iS}{c} \operatorname{sen}\left(\frac{\omega L}{c}\right) & \cos\left(\frac{\omega L}{c}\right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_3 \\ q_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p_1 \\ q_1 \end{Bmatrix} \quad (4.9)$$

A partir desse sistema, foi traçado o gráfico correspondente à função de transferência variando com a frequência entre a pressão na entrada da sonda, p_1 , e a pressão na membrana do microfone, p_3 . Para tanto, supõe-se que a pressão lida na membrana do microfone é de 1 Pa, ou seja, ($p_3 = 1$).

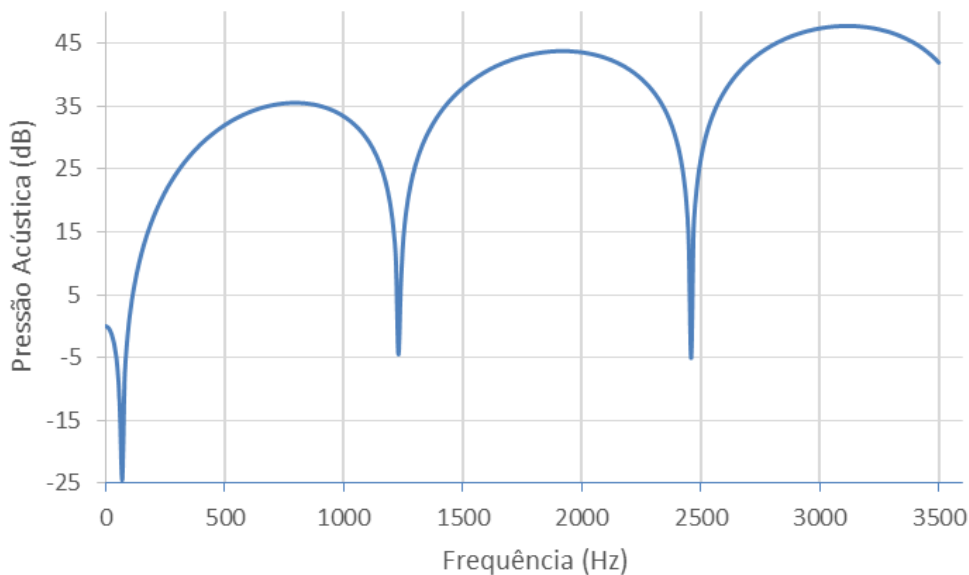


Figura 4.2 – Função de transferência analítica em função da frequência

A figura 4.2 acima apresenta a amplitude da função de transferência analítica em decibéis (dB). A suposição para a análise é de que o microfone forma uma barreira que fecha por completo a cavidade ao final do seu comprimento. Dessa forma, as condições de contorno são $p = p_3$ e $q = 0$ no microfone. Nesta solução analítica, faz-se a hipótese de trabalhar com um fluido considerado perfeito, sem viscosidade. A função de transferência foi estudada na faixa de 0 a 3500 Hz e, na Tabela 2, estão listados os modos de vibração da cavidade e as respectivas frequências nas quais eles podem ser observados:

Tabela 2 - Modos Naturais Analíticos para a Sonda

Modos de Vibração	Frequência (Hz)
1º	70
2º	1230
3º	2460

Ao final do trabalho, esse estudo analítico será comparado à análise numérica e aos ensaios experimentais de Foudrinier (2013).

5. ANÁLISE NUMÉRICA DA SONDA ACÚSTICA

5.1. VALIDAÇÃO NUMÉRICA DE CAVIDADE FECHADO-FECHADO

5.1.1. Solução Analítica dos Modos de Vibração

Com o objetivo de validar os modelos que serão utilizados para estudar a sonda numericamente no software de elementos finitos COMSOL 4.2 Multiphysics, será demonstrada uma simulação numérica para um caso simples em que se consegue calcular facilmente a solução analítica para a função de transferência. Far-se-á um tubo no caso fechado-fechado (um tubo com as duas extremidades fechadas e que vão ter, portanto, as condições de contorno de uma vazão acústica nula, correspondendo a um nodo de vazão, e uma pressão igual à unidade), de acordo com o mostrado por Morais (2000).

Partindo da equação 2.37, aplicam-se as condições de contorno $p_1 = 1$, $q_1 = 0$, $p_2 = 1$ e $q_2 = 0$ e chega-se à matriz de transferência que se aplica ao fechado-fechado:

$$\begin{Bmatrix} p_2 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\lambda & \frac{c}{iS} \operatorname{sen}\lambda \\ -\frac{iS}{c} \operatorname{sen}\lambda & \cos\lambda \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_1 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5.1)$$

As equações que resultam do sistema matricial, então, são:

$$p_2 = \cos\lambda \cdot p_1 \quad \text{e} \quad 0 = -\frac{iS}{c} \operatorname{sen}\lambda \cdot p_1 \quad (5.2)$$

Da equação (5.2), avaliando que $\operatorname{sen}\lambda$ tem de ser igual a 0 para satisfazer a igualdade, obtém-se que:

$$\omega_n = \frac{n\pi c}{L}, \quad \text{com } n = 1, 2, 3, \dots \quad (5.3)$$

Para obter o campo de pressão e a vazão acústica ao longo do duto, coloca-se a matriz de transferência na forma a seguir:

$$\begin{Bmatrix} p(x) \\ q(x) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\lambda_n x}{L}\right) & \frac{c}{iS} \operatorname{sen}\left(\frac{\lambda_n x}{L}\right) \\ -\frac{iS}{c} \operatorname{sen}\left(\frac{\lambda_n x}{L}\right) & \cos\left(\frac{\lambda_n x}{L}\right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_1 \\ 0 \end{Bmatrix}, \lambda_n = n\pi, \quad (5.4)$$

onde $n = 1, 2, 3, \dots$

Assim, tem-se:

$$p(x) = \cos\left(\frac{\lambda_n x}{L}\right) \cdot p_1 \quad \rightarrow \quad \frac{p(x)}{p_1} = \cos\left(\frac{\lambda_n x}{L}\right) \quad (5.5)$$

$$q(x) = -\frac{iS}{c} \operatorname{sen}\left(\frac{\lambda_n x}{L}\right) \cdot p_1 \quad \rightarrow \quad \frac{q(x)}{-iSp_1/c} = \operatorname{sen}\left(\frac{\lambda_n x}{L}\right) \quad (5.6)$$

Resolvendo a equação da pressão para todo o comprimento do duto, os 4 primeiros modos de vibração da cavidade, de acordo com os resultados de Moraes (2000), são mostrados na Figura 5.1.

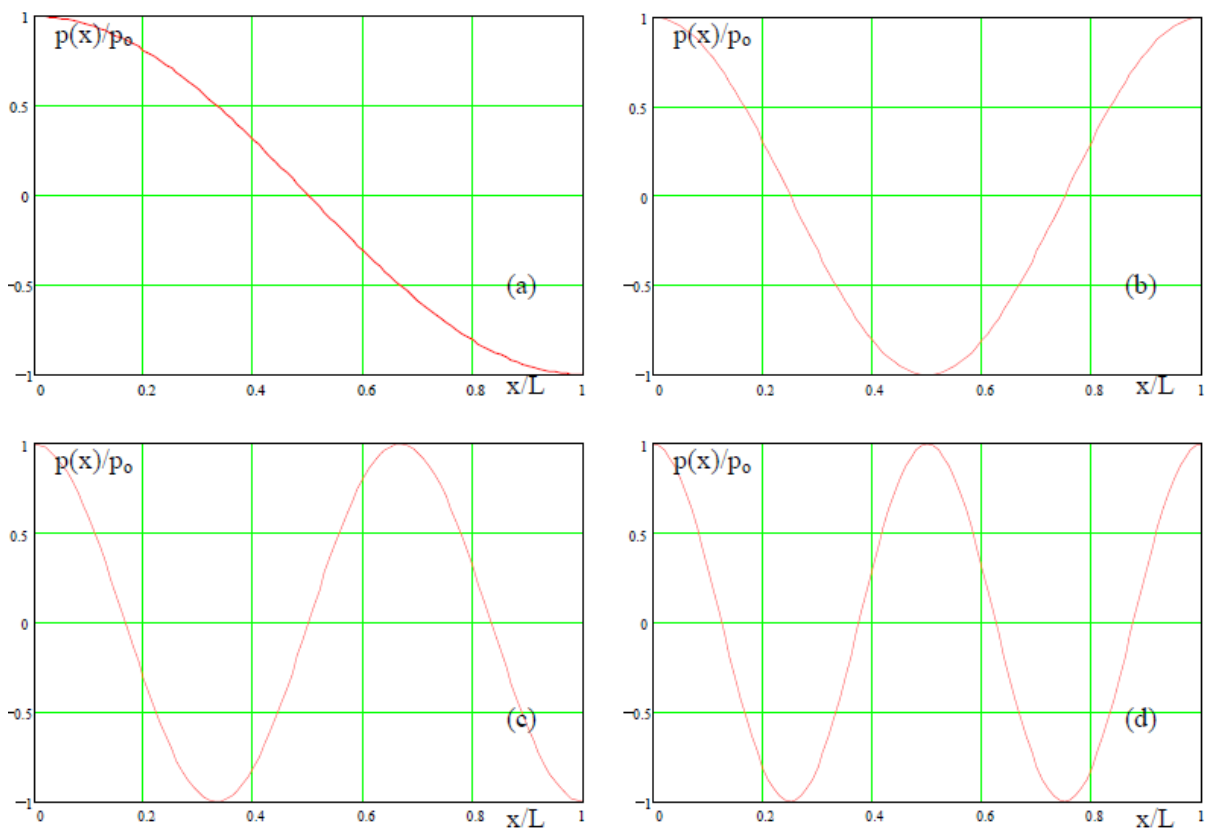


Figura 5.1 – Modos de vibração da cavidade fechada-fechada (a) 1º, (b) 2º, (c) 3º e (d) 4º modos

5.1.2. Solução Numérica

Os parâmetros utilizados para o duto fechado-fechado no modelo numérico de validação estão listados na Tabela 3:

Tabela 3 - Parâmetros do modelo numérico de validação

Parâmetro	Valor (unidade)
Comprimento (L)	140 (mm)
Raio (R)	10 (mm)
Pressão Incidente (p_0)	1 (Pa)

O duto descrito pelos parâmetros acima está representado na Figura 5.2 com uma malha de tamanho mínimo de elemento de 0,5 mm e máximo de $343[m/s]/(3500[Hz] \cdot 20)$, o que equivale a $1/20$ do menor comprimento de onda, λ , até a frequência de 3500 Hz.

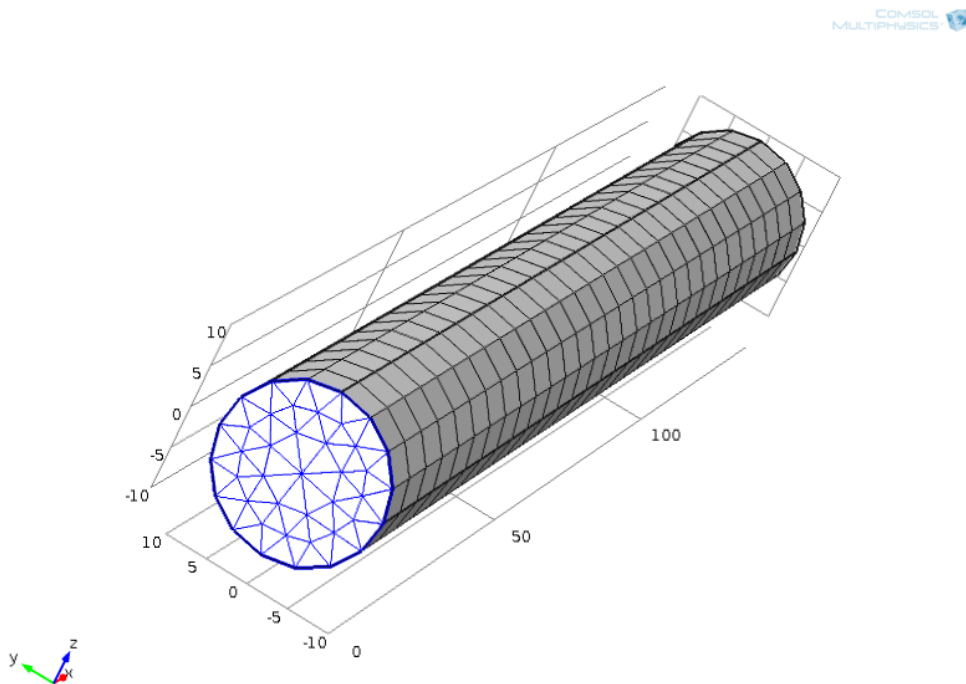


Figura 5.2 – Duto de validação com a malha

Substituindo $\omega_n = 2\pi f$ na equação (5.3), chega-se à equação abaixo:

$$f = \frac{nc}{2L}, \text{ com } n = 1,2,3, \dots \quad (5.7)$$

A equação (5.7) fornece que as frequências naturais do duto modelado no COMSOL são: 1ª) 1225 Hz; 2ª) 2450 Hz; 3ª) 3675 Hz e 4ª) 4900 Hz. Na Figura 5.3, são plotadas as respostas em pressão para essas mesmas frequências ao longo do comprimento do duto.

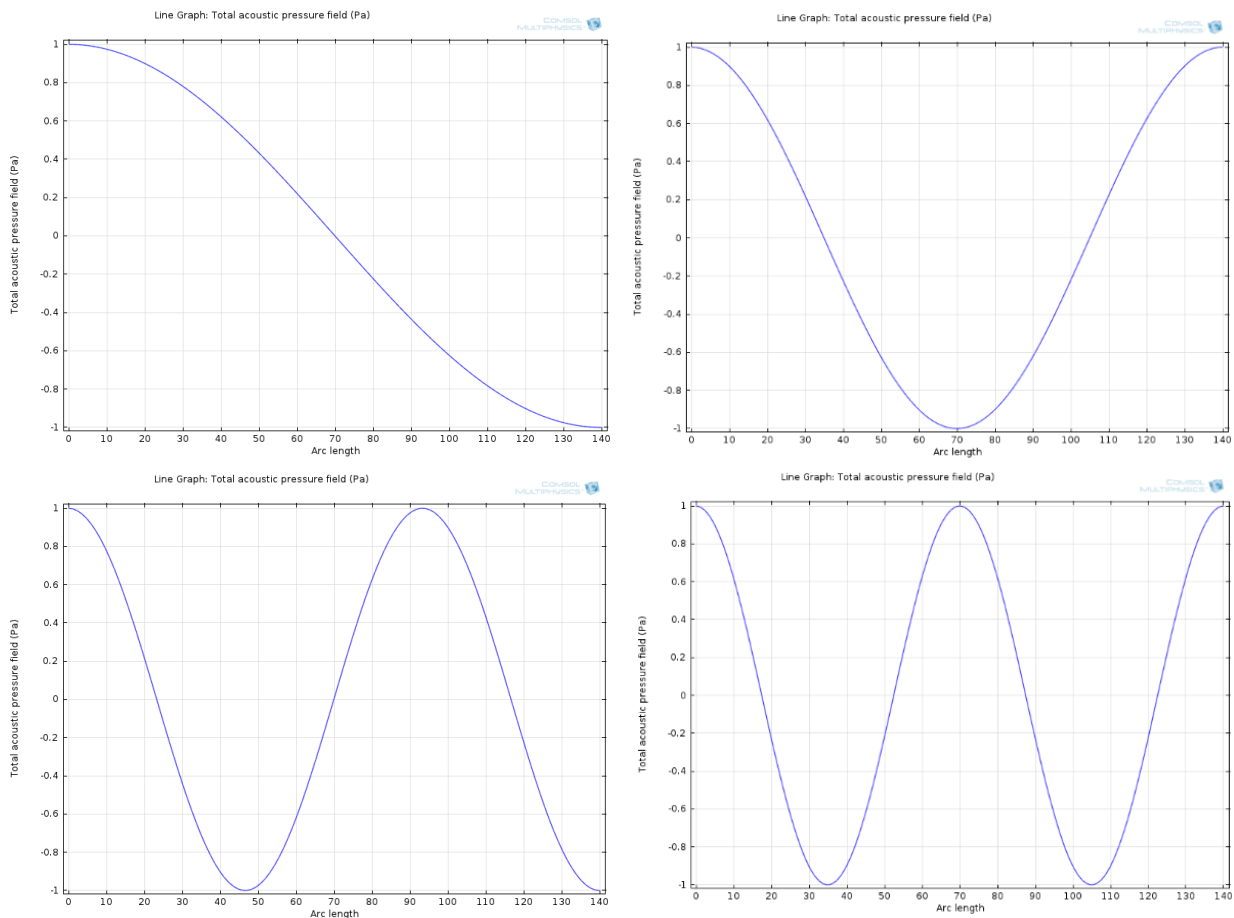


Figura 5.3 - 1º, 2º, 3º e 4º Modos de Vibração obtidos pelo Modelo Numérico

Com este resultado, que reproduz a solução analítica para um duto fechado-fechado, o modelo numérico está validado para solucionar os problemas de ressonância de propagação acústica. Podem ainda ser mostrados os gráficos de Pressão Acústica Total e de Nível de Potência Acústica para cada uma das quatro primeiras frequências de ressonância, permitindo visualizar cada pico de pressão existente para os modos de vibração referentes (Figuras 5.4, 5.5, 5.6 e 5.7).

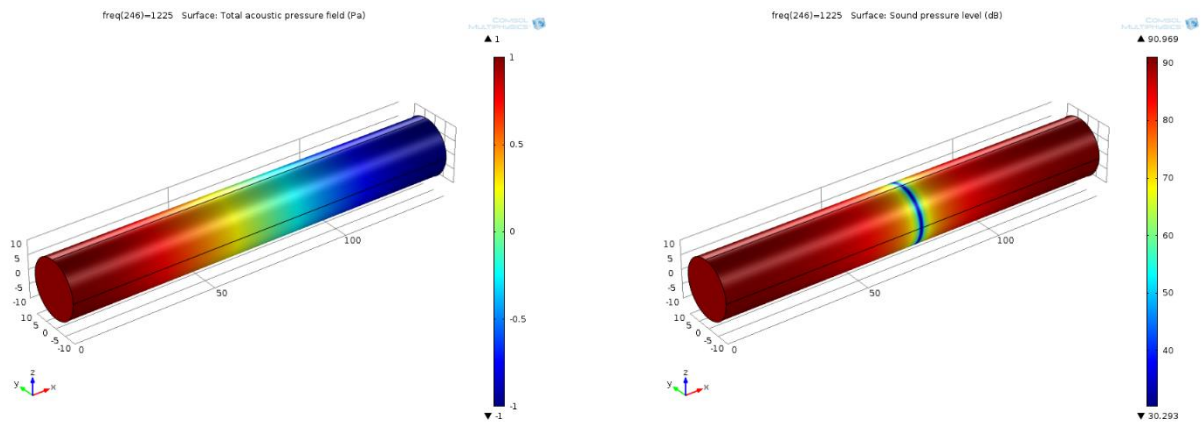


Figura 5.6 - Pressão acústica total (Pa) e nível de pressão acústica (dB) para o 1º modo de vibração

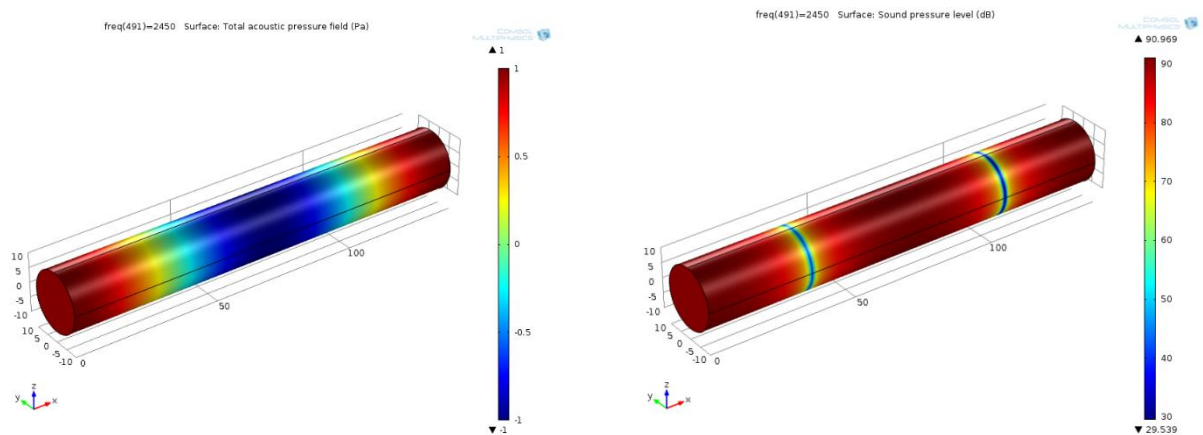


Figura 5.5 - Pressão acústica total (Pa) e nível de pressão acústica (dB) para o 2º modo de vibração

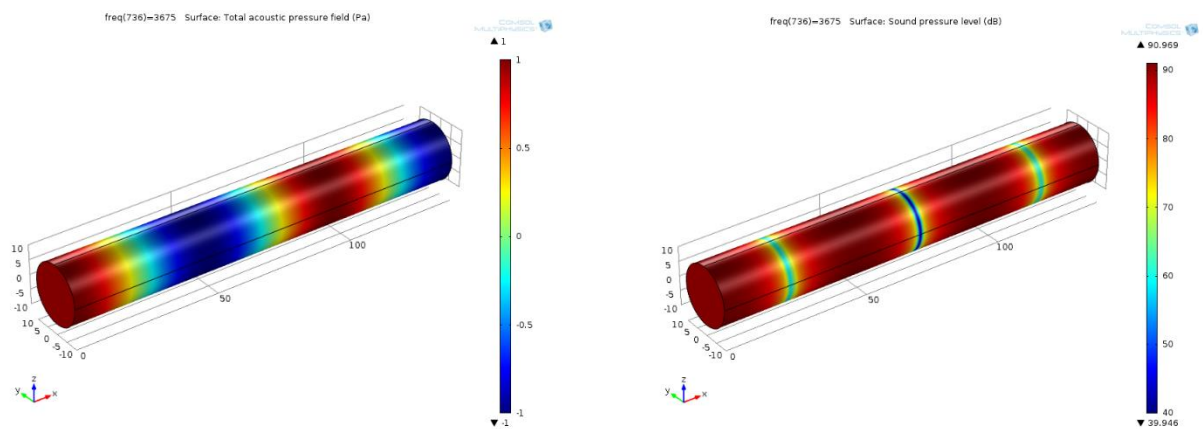


Figura 5.4 - Pressão acústica total (Pa) e nível de pressão acústica (dB) para o 3º modo de vibração

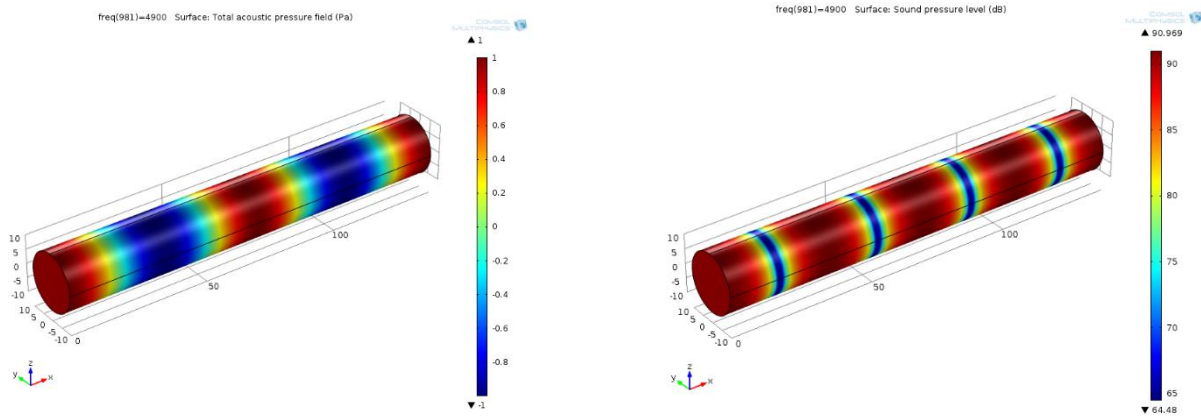


Figura 5.7 - Pressão acústica total (Pa) e nível de pressão acústica (dB) para o 4º modo de vibração

5.2. ANÁLISE NUMÉRICA SEM EFEITOS DISSIPATIVOS

Quando se estuda a propagação sonora em um corpo ou em uma cavidade que possui seção transversal grande, os efeitos de perdas dissipativas são desprezíveis (Comsol - 2012) e pode-se resolver o problema da propagação acústica apenas com a equação de onda e com a teoria de função de transferência baseada nas matrizes de transferência de Gibert (1988).

A geometria utilizada para esta análise é a mesma identificada na Tabela 1 e já usada na análise analítica. Ela é uma simplificação da geometria real da sonda, cujo segundo duto faz um tronco de cone entre o plano de encontro com o primeiro duto e o plano de encontro com o microfone, que vem a fechar este segundo duto. A aproximação se dá convertendo o volume de propagação da segunda cavidade por um cilindro de mesmo volume. A real geometria da sonda se aproxima do esquema mostrado na Figura 5.8.

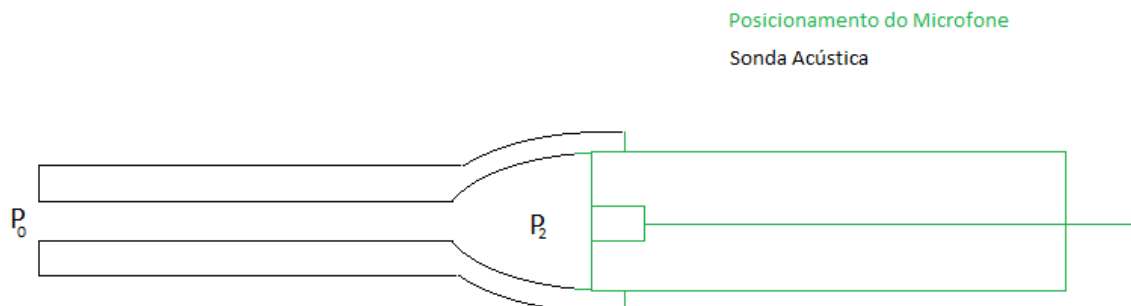


Figura 5.8 – Real geometria da sonda

Após a definição da geometria, aplica-se uma pressão harmônica de 1 Pa na ponta da sonda acústica, de acordo com o mostrado na Figura 5.9.

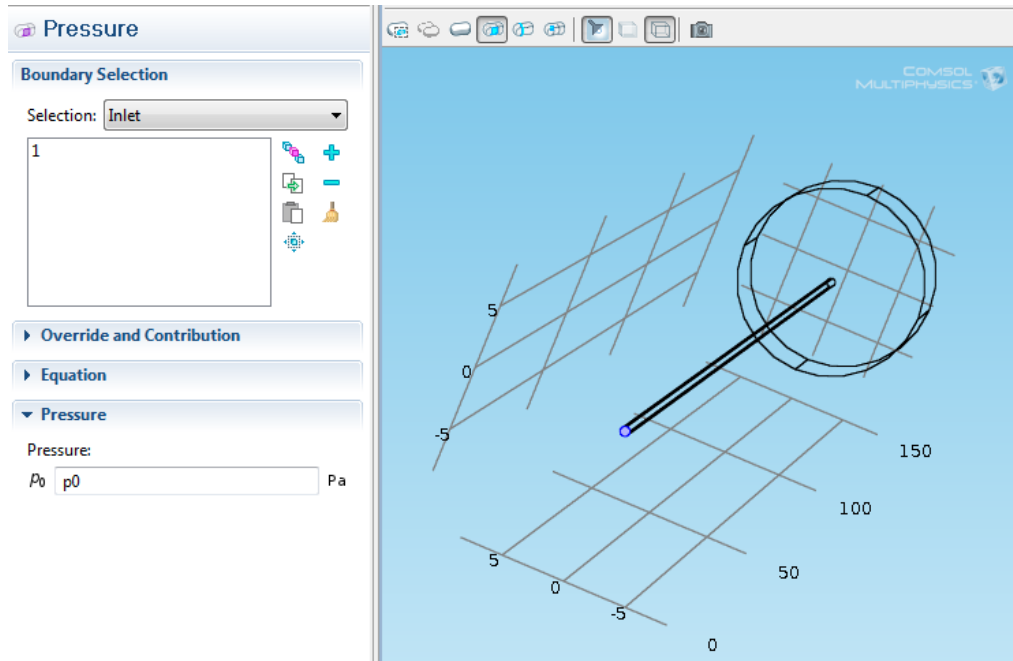


Figura 5.9 - Inserção de uma pressão p_0 , equivalente a 1 Pa, na ponta da sonda

A malha é, então, selecionada. Foram utilizados elementos trapezoidais para a malha. O tamanho de elemento máximo recomendado é de $1/5$ do comprimento de onda, ou seja:

$$mesh_{max} = c/(f_{max} \cdot 5) \quad (5.8)$$

No entanto, o tamanho máximo de elemento utilizado foi de $c/(f_{max} \cdot 80)$ para que houvesse uma padronização de tamanho dos elementos da malha com o modelo que considera dissipações termoviscosas. Esse tamanho máximo de malha é recomendado para o modelo termoacústico porque é da ordem de grandeza da camada limite viscosa. Na Figura 5.10 abaixo, pode-se ver a sonda acústica já com a malha:

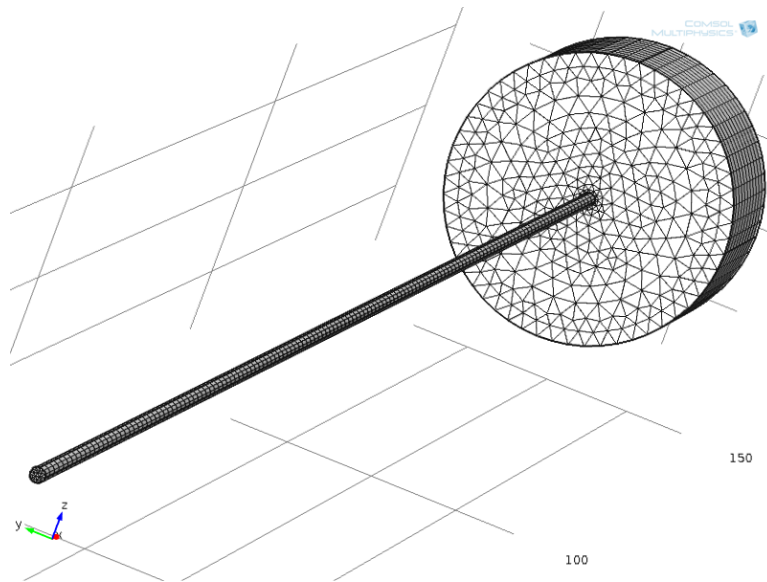


Figura 5.10 - Malha da sonda acústica

Por fim, seleciona-se a faixa de frequências ao longo da qual o modelo vai ser estudado. Para ambos os modelos, com e sem dissipações viscosas, a faixa de frequências escolhida vai de 10 a 3500 Hz, em intervalos de 10 Hz. Por fim, pode-se selecionar uma linha ou ponto da geometria sobre o qual se deseja obter informações e/ou gerar gráficos. Foi escolhido um ponto no centro da extremidade de saída do segundo duto, que representa a pressão que é aferida pelo microfone. O ponto escolhido como novo conjunto de informações está representado na Figura 5.11:

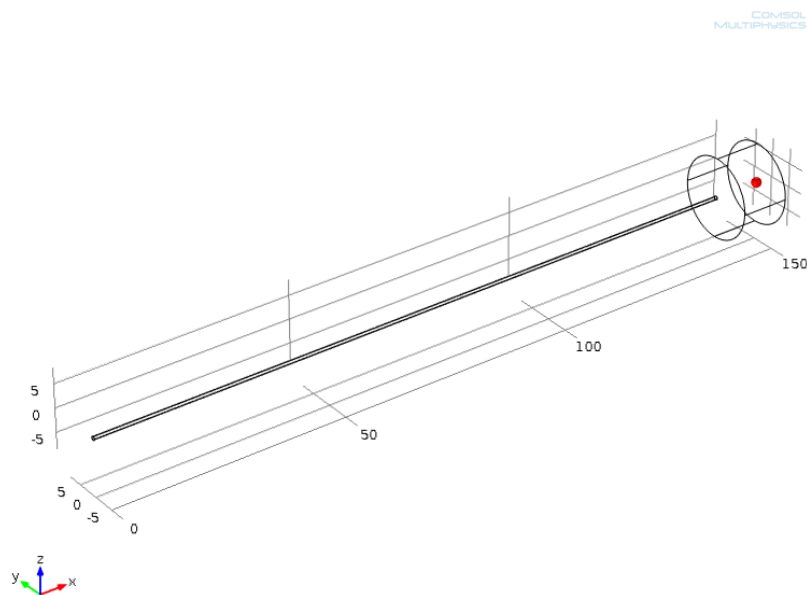


Figura 5.11 - Posicionamento do ponto de captação da pressão

A partir desse momento, podem-se obter os gráficos 3D para o campo de pressão acústica total, para o nível de pressão acústica em toda a sonda e para as isosuperfícies, planos que estão submetido à mesma pressão. A pressão tem o comportamento ao longo da frequência mostrado na Figura 5.12.

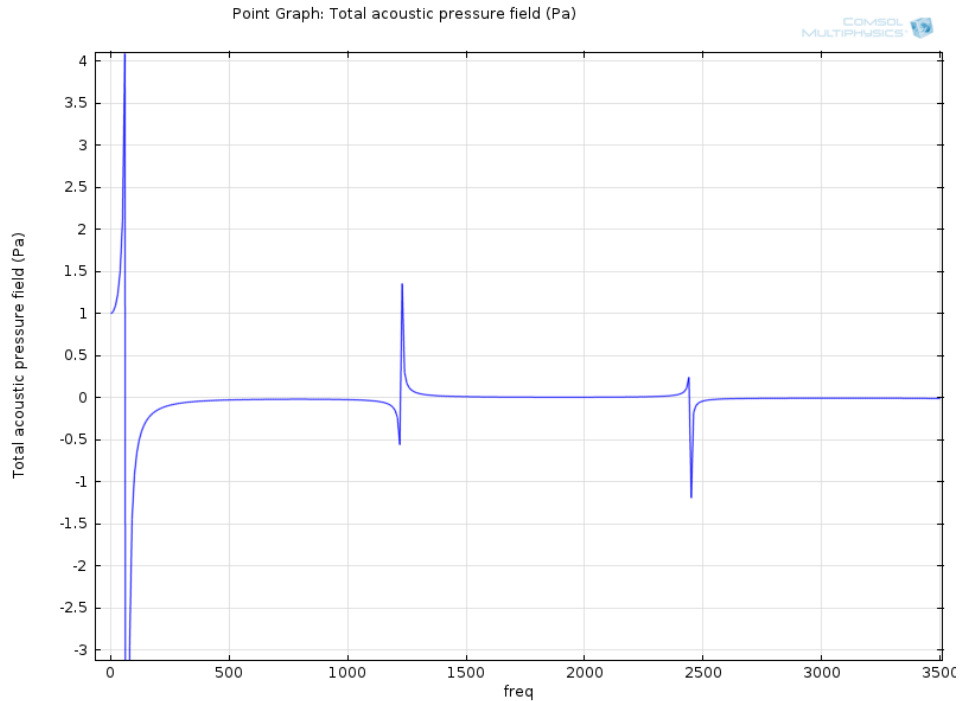


Figura 5.12 - Resposta de pressão acústica pela frequência

Ainda fazendo uso do formato da equação 3.4, em que a função de transferência $FT(dB)$ é função de $\left(\frac{P_{mic}}{P_{in}}\right)$, gera-se um novo gráfico para a função de transferência, mas agora a partir da solução numérica sem efeitos dissipativos, mostrada na Figura 5.13.

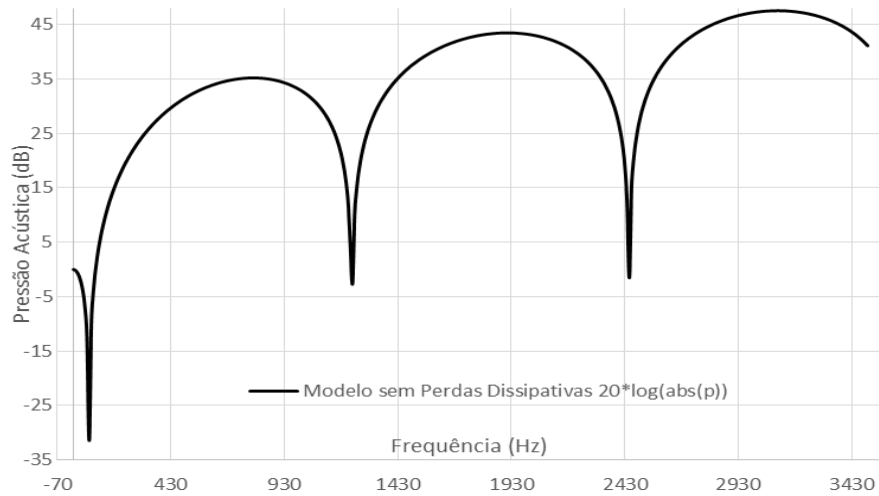


Figura 5.13 - Função de transferência numérica sem efeitos dissipativos

Quando se utiliza a formulação inversa, em que FT (dB), é função de $\left(\frac{P_{in}}{P_{mic}}\right)$ e coloca-se a frequência em escala logarítmica, obtém-se o gráfico mostrado na Figura 5.14.

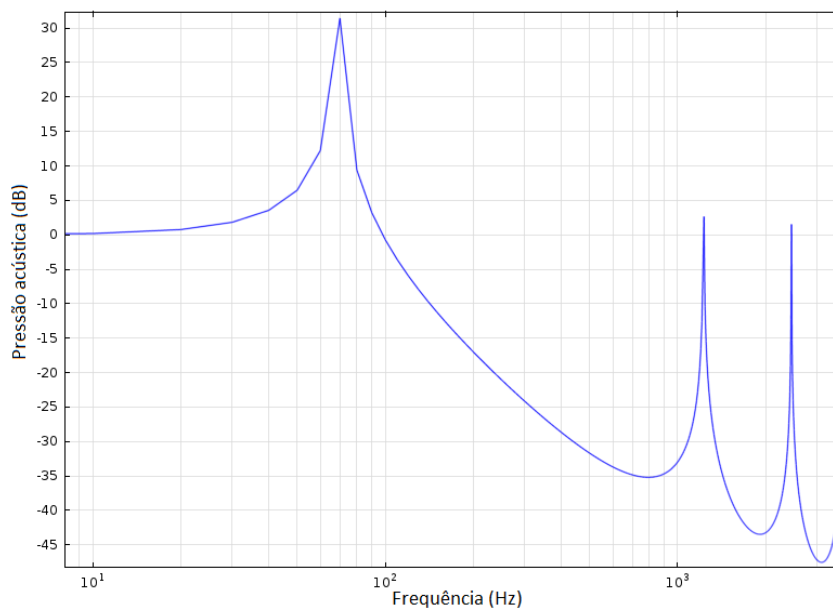


Figura 5.14 – Função de transferência numérica $FT = \left(\frac{P_{in}}{P_{mic}}\right)$ sem efeitos dissipativos

Os modos naturais e as suas frequências de ressonância obtidas por meio do cálculo desta função de transferência para o modelo invíscido são listados na Tabela 4.

Tabela 4 - Modos naturais obtidos numericamente para a sonda

Modos de Vibração	Frequência (Hz)
1º	70
2º	1230
3º	2450

Como este modelo utiliza apenas a equação da onda para calcular a função de transferência, o resultado obtido da pressão não tem nenhuma componente imaginária, apenas a componente real, e o valor absoluto da pressão nada mais é que o módulo do valor da pressão.

5.3. ANÁLISE NUMÉRICA COM EFEITOS DISSIPATIVOS

Uma vez que uma onda sonora se propaga por um duto ou por uma cavidade cujas dimensões são pequenas, os efeitos dissipativos começam a não poder mais ser negligenciados. Próximo a paredes, a viscosidade e a condutibilidade térmica começam a se tornar importantes (Comsol, 2012) porque começa a se formar uma camada limite viscosa e uma camada limite térmica, o que termina por gerar uma camada limite acústica em que as perdas e dissipações são importantes. Torna-se, então, necessário incluir os efeitos de condução térmica e de perdas viscosas explicitamente nas equações governantes. Como os campos se inter-relacionam e são necessárias descrições detalhadas para modelar um problema termoviscoso, todas as interfaces solucionam simultaneamente a pressão acústica (p), a velocidade da partícula (vetor u) e as variações de temperatura acústica (T). Para modelar com precisão este tipo de problema no COMSOL 4.2, usa-se a interface *Thermoacoustics*

A escala de comprimento na qual a descrição termoacústica se faz necessária é dada pela espessura das camadas limite viscosa (v) e térmica (th), em que:

$$\delta_v = \sqrt{\frac{\mu}{\pi f \rho}} \quad \text{e} \quad \delta_{th} = \sqrt{\frac{k}{\pi f \rho C_p}} \quad (5.9)$$

Em que μ é a viscosidade dinâmica, k é o coeficiente de condução térmica e C_p é o calor específico à pressão constante. Essas duas escalas de comprimentos definem uma camada limite acústica que precisa ser resolvida pela malha computacional. Para que se conseguisse modelar um problema termoacústico no COMSOL, utilizaram-se as instruções do modelo industrial de um silenciador absoritivo (Comsol, 2008) e do modelo de verificação de uma guia de propagação de onda uniforme (Comsol, 2011).

A sonda tem as mesmas dimensões já descritas para as outras análises. Agora utiliza-se a interface Thermoacoustics para avaliar a influência das perdas dissipativas em uma cavidade tão pequena e estreita como é o duto comprido da sonda. A única condição diferente na modelização do problema é a pressão incidente, que agora é definida como uma pressão adiabática, também de 1 Pa.

Quando se realiza o estudo termoviscoso, são calculadas simultaneamente as soluções dos campos de pressão, velocidade e temperatura, o que fornece resultados adicionais para a sonda, além das informações de pressão. Alguns desses resultados podem ser vistos nas Figuras 5.15, 5.16 e 5.17.

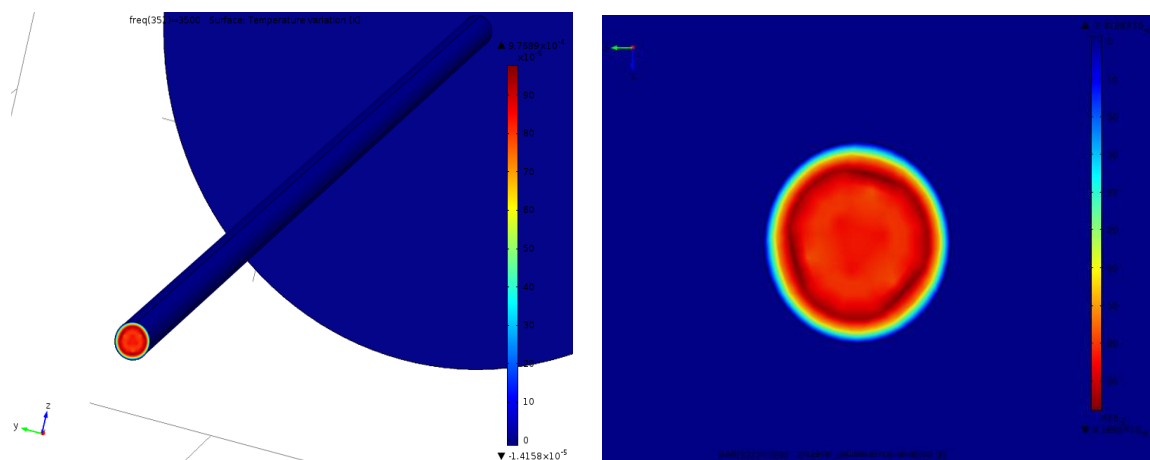


Figura 5.15 - Variação de temperatura na sonda acústica

A Figura 5.15 mostra a variação de temperatura que ocorre na sonda acústica na frequência de 3500 Hz. Pode-se ver como é o perfil dessa variação de temperatura em uma seção transversal da sonda, que permite identificar que as variações crescem de forma gradual na região mais próxima às paredes e mantém-se aproximadamente constante na região do meio do duto, mais distante das paredes. Esse resultado permite prever a ocorrência do perfil já descrito por Helmholtz. A Figura 5.16 mostra um gráfico de isovalor para a velocidade

acústica local da sonda de pressão total, em que podem ser vistos os perfis de velocidade em diferentes seções transversais calculadas na frequência mais alta estudada, de 3500 Hz.

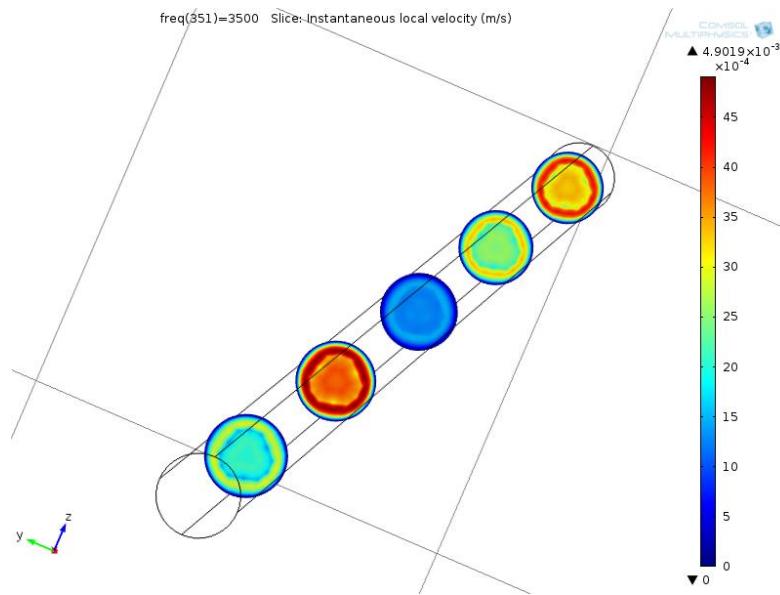


Figura 5.16 – Isovalor de velocidade acústica para algumas seções transversais ao longo da sonda de pressão total

A Figura 5.16 permite evidenciar um perfil de velocidade em cada seção transversal semelhante ao perfil de variação de temperatura visto na Figura 5.15. A Figura 5.17 (a) apresenta um gráfico que apresenta o perfil de velocidade ao longo do diâmetro de uma seção transversal.

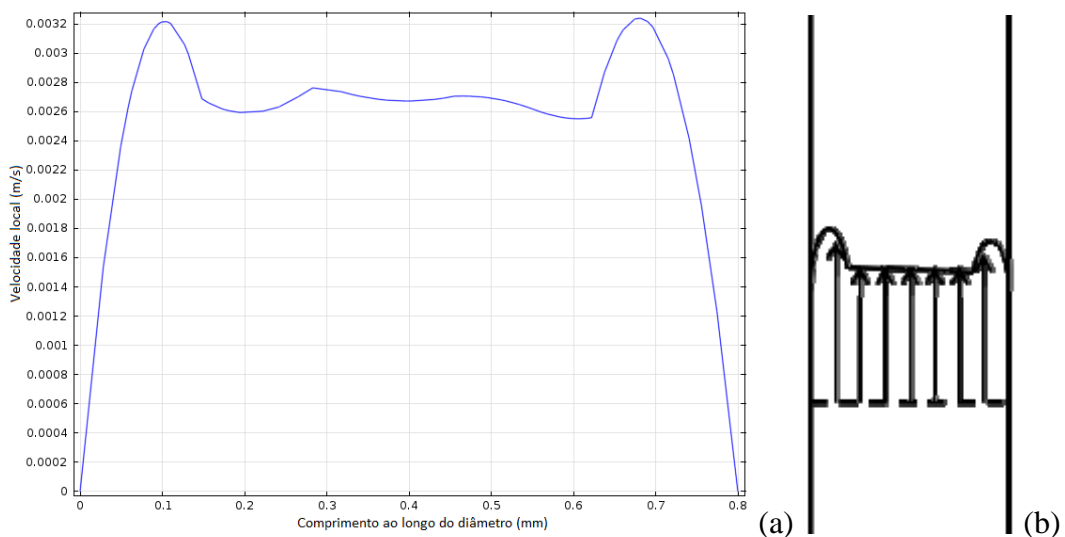


Figura 5.17 – Perfil diametral de velocidade acústica na sonda de pressão total: (a) solução acústica termoviscosa, (b) previsão segundo a hipótese de Helmholtz (Melo Filho, 2010).

O perfil observado no gráfico da Figura 5.17 (a) retoma a camada limite prevista por Helmholtz, mostrada na Figura 5.17 (b). A resposta em frequência obtida para a pressão e suas componentes real e imaginária aparece nos gráficos das Figuras 5.18 e 5.19, em que a Figura 5.19 apresenta um detalhe do mesmo gráfico mostrado na Figura 5.18. As duas componentes são delimitadas acima pela pressão absoluta (curva em vermelho) e abaixo pelo negativo da pressão absoluta (curva em preto).

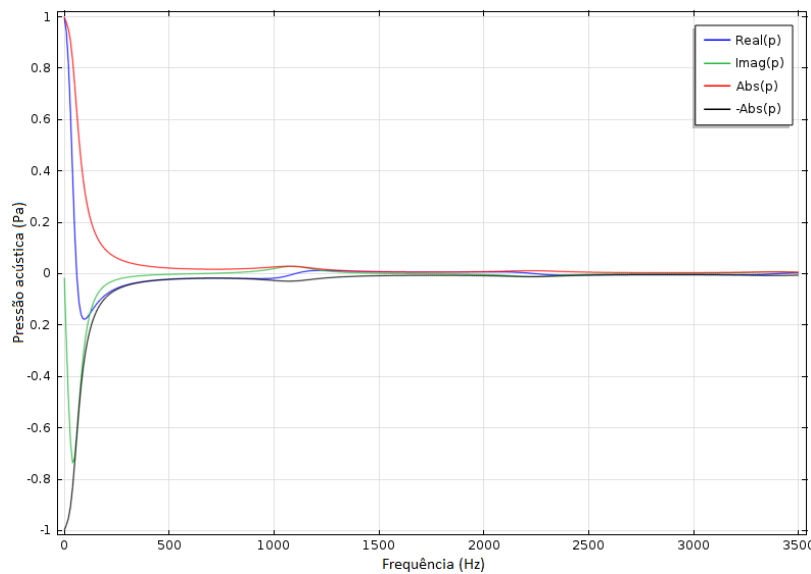


Figura 5.18 - Resposta da pressão em função da frequência com consideração de efeitos dissipativos

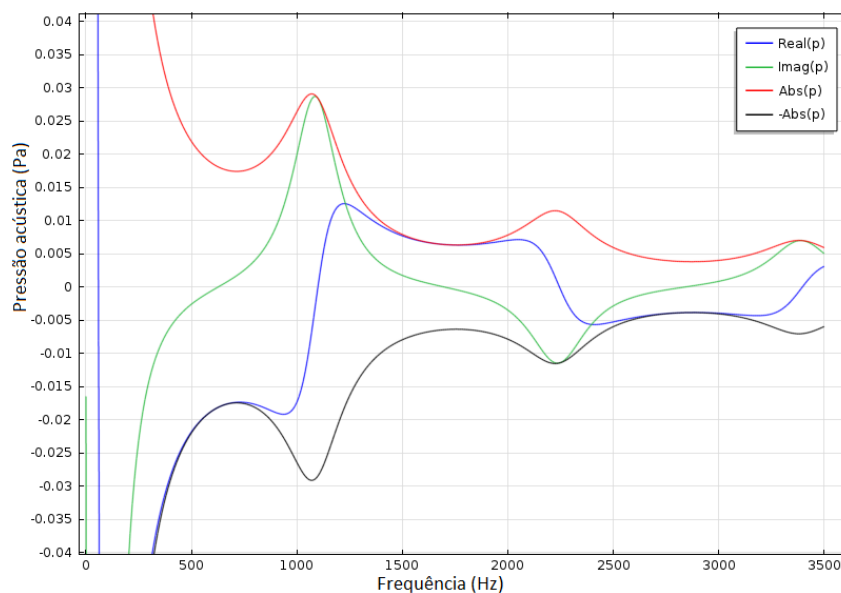


Figura 5.19 – Detalhe da resposta da pressão acústica em função da frequência com efeitos dissipativos.

Nos gráficos de pressão mostrados nas Figuras 5.18 e 5.19, observa-se uma alternância em amplitude das componentes real e imaginária, envoltas pelos valores absolutos da pressão. As amplitudes e gradientes são importantes em baixas frequências. A sonda acústica comporta-se como um filtro passa-baixa para a pressão acústica. Pode ser inferido que as amplitudes das vazões acústicas são baixas em altas frequências, devido ao fato de os gradientes de pressão serem baixos.

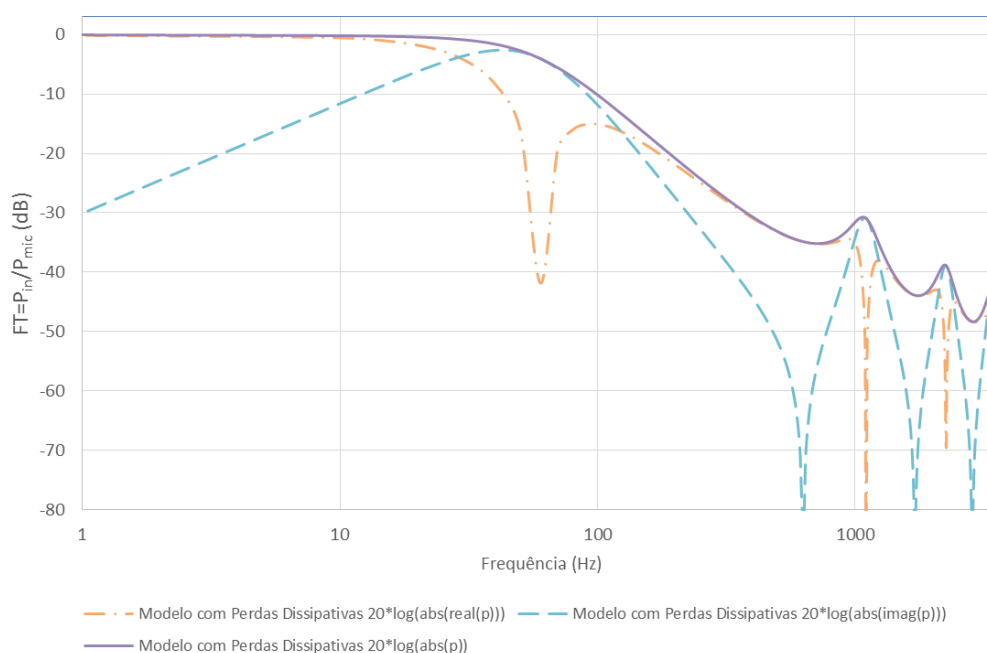


Figura 5.20 – Função de transferência FT e as suas componentes real $\text{Re}(FT)$ e imaginária $\text{Im}(FT)$, acompanhadas da pressão absoluta $\text{Abs}(FT)$.

A Figura 5.20 apresenta a função de transferência FT , obtida numericamente, e as suas componentes real $\text{Re}(FT)$ e imaginária $\text{Im}(FT)$. Nas frequências de ressonância, observa-se uma alternância entre as componentes real e imaginária. A reatância de cavidades acústicas aumenta nas proximidades das frequências de ressonância, alternando-se com a resistência (Kinsler et al, 2000). As componentes real e imaginária correspondem, respectivamente, à resistência e à reatância, conforme a Figura 5.20. Para baixas frequências, a resistência acústica diminui menos que para as altas frequências. Isto se deve ao fato de a vazão acústica apresentar amplitudes superiores quando em baixas frequências.

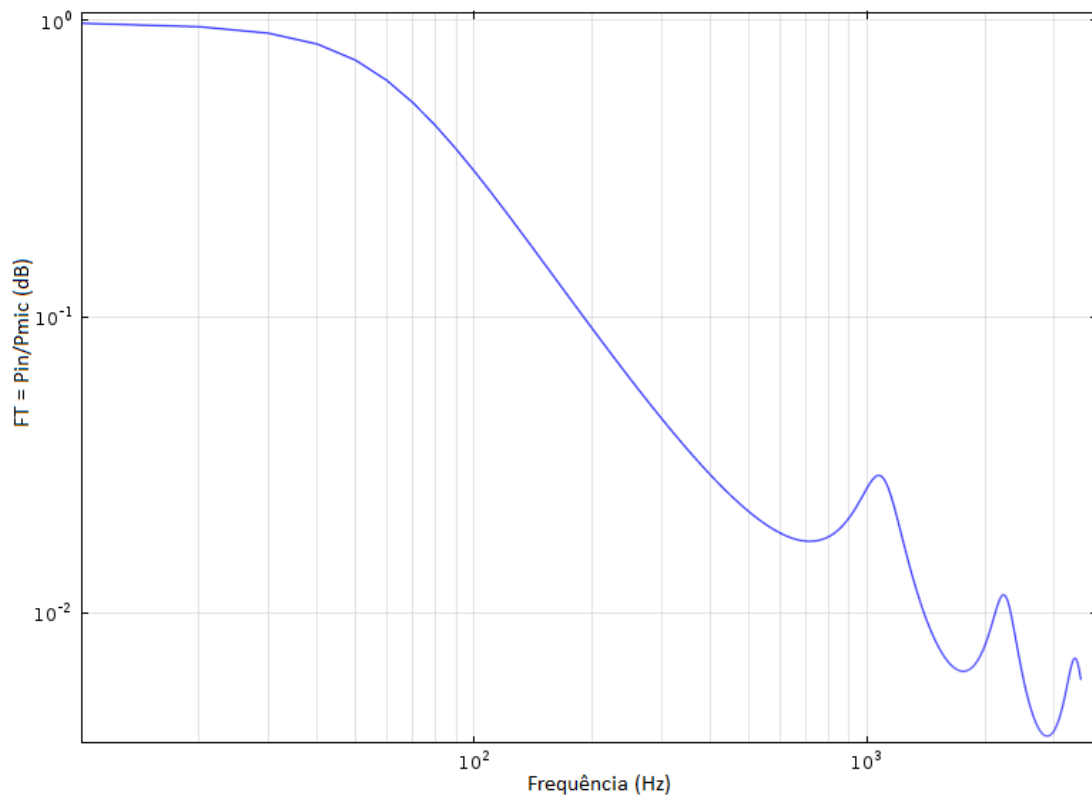


Figura 5.21 - Função de transferência absoluta $Abs(FT) = Abs(P_{in}/P_{mic})$.

A Figura 5.21 mostra o resultado da função de transferência $FT = P_{in}/P_{mic}$ obtida pela formulação numérica acústica termoviscosa. Esse último gráfico é comparável ao ensaio experimental e ao resultado analítico obtidos por Fernandes et al (2014) evidentes na Figura 5.22. No entanto, os estudos realizados por Fernandes et al (2014) foram realizados para a sonda acústica de pressão estática, diferente da sonda de pressão total estudada neste trabalho. No entanto, as dimensões semelhantes entre as sondas permitem uma comparação qualitativa entre os estudos. Esses resultados são animadores, necessitando um aprimoramento das malhas de elementos finitos para uma melhor comparação com os resultados experimentais. Uma nova campanha experimental deve ser realizada a fim de reduzir os ruídos observados e confirmar, ou não, os resultados experimentais apresentados.

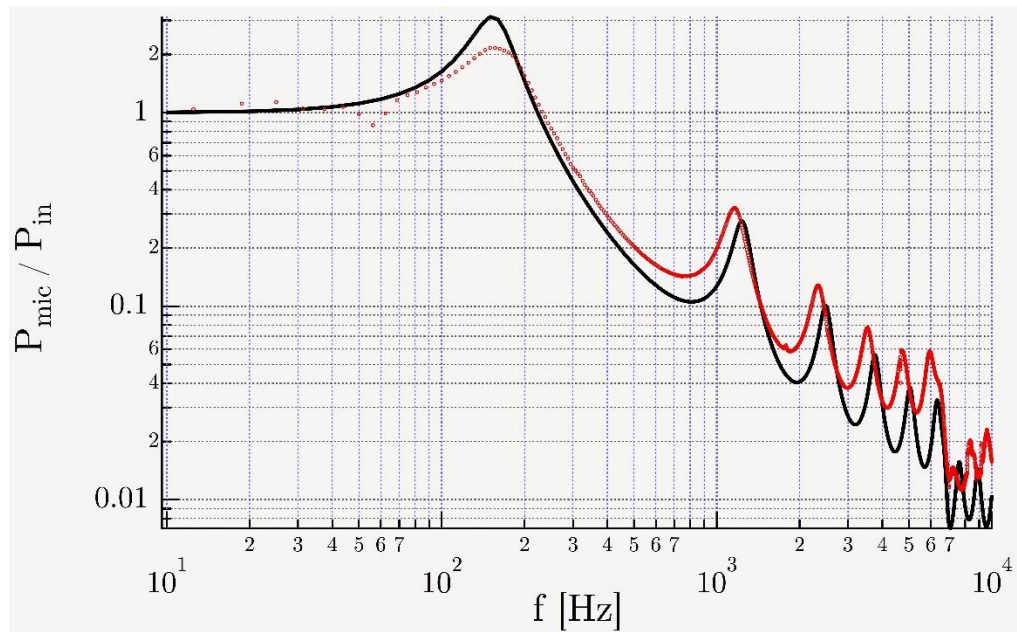


Figura 5.22 – Função de transferência analítica e experimental (Fernandes et al, 2014).

A faixa de frequências para as quais os gráficos das Figuras 5.21 e 5.22 são plotados também é diferente. Todavia, o comportamento da pressão acústica para a faixa de frequências na qual os dois gráficos têm valores plotados (até 3500 Hz) é bem similar, com picos que se repetem nos dois gráficos.

5.4. COMPARAÇÃO DE TODOS OS MÉTODOS

No gráfico da figura 5.23, são comparadas as funções de transferência para a sonda de pressão total providas de todos os métodos de estudo e comparadas ao resultado experimental obtido por Foudrinier (2013). No caso do estudo considerando perdas dissipativas, estão plotadas simultaneamente as componentes real, imaginária e absoluta da pressão.

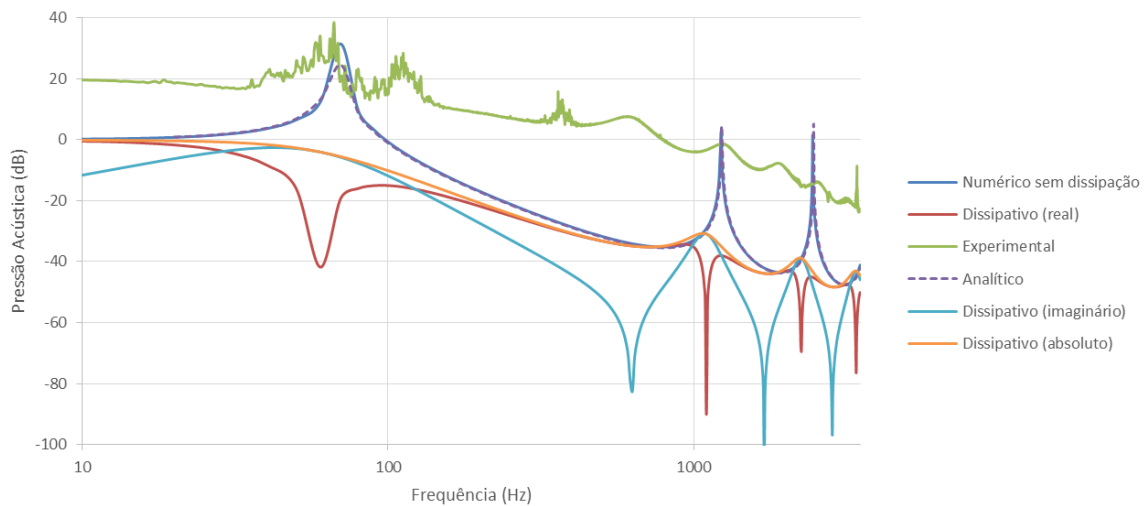


Figura 5.23 - Comparação entre as soluções numéricas (acústico invíscido e termoviscoso), resultado analítico e ensaio experimental.

Algumas constatações são interessantes:

- 1) A função de transferência obtida por meio do método analítico (representado por uma linha tracejada roxa) se superpõe quase perfeitamente com a função obtida por meio da simulação numérica sem consideração de dissipação viscosa e térmica (representado por uma linha contínua azul). A sua completa semelhança também pode ser vista ao se olhar separadamente os gráficos para cada uma e as frequências naturais obtidas por cada método.
- 2) A resposta em amplitude para o método numérico com dissipações viscosas é bem reduzida quando comparada a outros métodos. As amplitudes nas frequências de ressonância são bem amortecidas, o que pode ser visto pela curva da pressão absoluta (curva em laranja). Pode-se observar que, por esse método, existe uma pequena redução de todas as frequências naturais calculadas para a sonda acústica.
- 3) O resultado experimental apresenta muito ruído em diferentes frequências aferidas. Existe uma diferença inicial da função de transferência de 20 dB, enquanto que, para baixas frequências, se esperaria uma resposta nula, com pouca dissipação. Isso evidencia um provável erro na obtenção dos dados experimentais. Ademais, os resultados de novas configurações experimentais realizadas no laboratório de vibrações do GDS (Figura 5.22) permitem prever uma função de transferência experimental bem diferente daquela mostrada na Figura 5.23.
- 4) A função de transferência obtida experimentalmente por Foudrinier (2013) aparenta ter mais frequências naturais para a mesma faixa de frequência do que aquelas obtidas

pelos outros métodos. Fato interessante é que as frequências de ressonância para a função de transferência experimental se aproximam das frequências de ressonância da componente real e da componente imaginária do modelo termoacústico, o que gera um questionamento quanto ao fato de que tanto a reatância quanto a resistência da pressão acústica influenciariam as ressonâncias da sonda, diferentemente do que se esperava inicialmente.

- 5) O custo operacional para a solução com considerações de dissipações termoviscosas é da ordem 70 a 100 vezes maior que o custo operacional para uma solução comum utilizando a equação de onda, no que tange ao tempo de processamento envolvido.

6. CONCLUSÕES E PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS

O presente trabalho foi realizado com o objetivo de estudar o comportamento de sondas acústicas para obter sua função de transferência e entender qual a influência que a sonda exerce na transmissão da pressão sonora. As diferentes abordagens realizadas dentro e fora do âmbito deste trabalho vêm permitindo que o sinal sonoro seja cada vez melhor lido e que a sonda consiga exercer seu papel de auxiliar em medidas experimentais, especialmente em situações onde há difícil acesso ou condições severas de operação. Os resultados para o estudo numérico invíscido da sonda acústica foram perfeitamente ao encontro dos resultados da solução analítica, confirmando a exatidão da solução numérica, que já havia sido validada pelo estudo de um duto simples fechado-fechado. A solução numérica usando a interface *Thermoacoustics* mostrou um resultado bem diferente dos obtidos pelos outros métodos. No entanto, as frequências de ressonância ainda podem ser visualizadas e sofrem um pequeno adiantamento devido aos efeitos viscosos existentes. O formato das curvas obtidas também é plausível. Carecem dados às comparações e análises para conseguir traçar uma relação de comportamento mais precisa entre os resultados numéricos obtidos e os valores experimentais.

A modelização do problema da função de transferência para a sonda com o uso da interface de termoacústica do COMSOL permite uma nova abordagem com novas considerações para o problema, além de permitir trabalhar com grandezas que até então não se trabalhava. A pressão imaginária parece ter uma contribuição que aparece nas ressonâncias da função de transferência experimental. Mais importante ainda é o fato de haver uma resposta de pressão na forma P_{in}/P_{mic} no caso dissipativo que se assemelha bastante ao resultado obtido por Fernandes et al (2014) em nova configuração experimental.

Os próximos passos para o estudo de sondas acústicas são: modelar a sonda de pressão estática (com um furo na lateral do duto) em elementos finitos, para tentar identificar numericamente o comportamento também dessa sonda, e realizar medições experimentais sem o uso de uma cavidade, para que o próprio ruído ambiente ajude no estudo de baixas frequências e o resultado experimental não dependa do comportamento da cavidade.

REFERÊNCIAS

- AXISA, F. & ANTUNES, J., 2007, “Fluid-Structure Interaction”, volume 3, Butterworth-Hinemann.
- BRUEL & KJAER, “Microphone calibration for accurate Sound Measurements”, acesso em 14/11/2014. <<http://www.bksv.com/doc/br0567.pdf>>
- COMSOL, 2008, “Absorptive Muffler”, acesso em 08/06/2014.
<http://www.br.comsol.com/model/download/120901/models.aco.absorptive_muffler.pdf>
- COMSOL, 2011, “Uniform Layer Waveguide”, acesso em 08/06/2014.
<http://www.br.comsol.com/model/download/176001/models.aco.uniform_layer_waveguide.pdf>
- COMSOL, 2012, “Introduction to Acoustics Module”, acesso em 08/06/2014.
<<http://www.br.comsol.com/model/download/120903/IntroductionToAcousticsModule.pdf>>
- FERREIRA, Á. C., 2012, “Comparação Analítica Numérica de Cavidades Acústicas e Vibro-acústicas”, Projeto de Graduação. Departamento de Engenharia Mecânica (UnB/FT/EnM), Brasília.
- FERNANDES, E. C., 2005, “The Design of Sound Probes”, Twelfth International Congress on Sound and Vibration, Lisboa, Portugal.
- FERNANDES, E. C.; PALMA, A. & MORAIS, M. V.; 2014, “Mathematical and Experimental Analysis of a Static-Pressure Acoustic Probe”, Lisboa, Portugal.
- FOUDRINIER, M. L., 2013, “Métrologie Dynamique du Champ de Pressions Pariétales dans les Turbomachines Subsoniques”, UPMC, Paris, França.
- GIBERT, R. J., 1988, “Vibrations des structures - Interactions avec les fluides - Sources d'excitation aléatoires”, Ed. Eyrolles, Paris, França.
- GONZÁLEZ, H. H.; CALDEIRA-PIRES, A. A. & MORAIS, M. V., 2011, “Calibration of Probe-Tube Microphone to Application in Combustion Systems”, 18th International Congress on Sound & Vibration, Rio de Janeiro, Brasil.
- KINSLER, L. E.; FREY, A. R.; COPPENS, A. B. & SANDERS, J. V., 2000, “Fundamentals of Acoustics”, fourth edition, John Wiley & Sons.
- KNEZEK, R. A.; FAULKNER, L.L. & MORAN, M. J., 1977, “Microphone Probe for Sound Measurement in Flames and Inaccessible Places”, Applied Acoustics, 10, 79-83.

LÓPEZ, A. & PRADO, F., 2006, “Ingeniería de las Ondas I”, E.T.S.I.T. - Universidad de Valladolid, Espanha.

MELO FILHO, N. G. R., 2013, “Análise Modal Experimental de Cavidade Acústica com Fonte Calibrada”, Dissertação de Mestrado em Ciências Mecânicas, Publicação /13, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília.

MELO FILHO, N. G. R., 2010, “Caracterização Experimental de Materiais Acústicos para Uso Automotivo”, Projeto de Graduação, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília.

MORAIS, M. V., 2000, “Modelagens Numéricas pelo Método dos Elementos Finitos em Problemas de Interação Fluido-Estrutura” Dissertação de mestrado em estruturas e construção civil, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasil.

TOURINHO, A., 2011, “Construção de Modelo para Análise de Funções de Transferência de Sistemas Vibro-Acústicos”, Projeto de Graduação, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasil.

VORLÄNDER, M., 2008, “Auralization: Fundamentals of Acoustics, Modelling, Simulation, Algorithms and Acoustic Virtual Reality”

YOSHITSUGU, N. & SHINNOSUKE, O., 2009, “Velocity-Pressure Correlation Measurements in Complex Free Shear Flows”, Yokohama, Japão.

ZIENKIEWICZ, O. & NEWTON, R., 1969, “Coupled Vibrations of a Sctructure Submerged in a Compressible Fluid”, Universidade de Stuttgart, Stuttgart, Alemanha.